

## شبیه سازی دینامیک حباب حاصل از انفجار زیر آب با استفاده از روش گودونفی مرتبه سوم لاگرانژی

### کیومرث مظاهری

استادیار بخش مهندسی مکانیک- دانشگاه تربیت مدرس

### پیمان طاهری

فارغ التحصیل کارشناسی ارشد بخش مهندسی مکانیک- دانشگاه تربیت مدرس

(تاریخ دریافت ۸۱/۱/۳۱، تاریخ تصویب ۸۲/۹/۸)

### چکیده

عمده ترین تفاوت میان انفجار زیر آب و انفجارهای معمولی (انفجار در هوا)، مربوط به دینامیک محصولات انفجار است. در انفجار زیر آب، توده گازی حاصل از انفجار میدان فشار خاصی در آب تولید می کند که شامل موج ضربه ای اولیه و پالسهای ثانویه است. در این تحقیق، رفتار حباب حاصل از انفجار ماده منفجره کروی شکل در زیر آب مورد بررسی قرار گرفته است. این بررسی با استفاده از معادلات اولر یکبعدی و در مختصات لاگرانژی انجام شده است. برای حل معادلات از روش گودونفی با دقت مکانی مرتبه سه (PPM) استفاده شده است و الگوریتم روش عددی با توجه به معادله حالت گازهای واقعی تنظیم شده است. محصولات انفجار و آب بترتیب توسط معادلات حالت  $JWL$  و  $Mie-Gruneisen$  تعریف شده اند. نحوه تشکیل موج ضربه ای در حباب و تولید پالسهای ثانویه در آب نشان داده شده است. همچنین توزیع خواص در حباب و آب، در زمانهای مختلف ارائه گردیده اند.

### واژه های کلیدی: انفجار زیر آب، شاک، روش گودونفی، مسئله ریمن، گاز واقعی

### مقدمه

دو گاز هستند و چگالی آنها در فشارهای یکسان (فشار اتمسفر) تقریباً مساوی است، با یکدیگر مخلوط شده و نهایتاً هسته انفجار در اتمسفر پخش می گردد. اما در انفجار زیر آب چنین نیست و آب قابلیت مهار کردن گازهای حاصل از انفجار را دارد، از این رو توده گازی حاصل از انفجار، اصطلاحاً حباب نامیده می شوند. در انفجار زیر آب، حباب دارای حرکت انبساطی-انقباضی است و تبادل انرژی بین حباب و آب اطراف آن صورت می گیرد که این امر بارزترین تفاوت انفجار زیر آب با انفجارهای معمولی است. توضیح در مورد نحوه و علت تولید حرکت انبساطی-انقباضی حباب، از حوصله این مقاله خارج است و در مراجع [۱، ۱۴] مفصلاً در مورد آن توضیح داده شده است.

روشهای آزمایشگاهی جهت بررسی انفجار زیر آب پرهزینه و خطرناک هستند و معمولاً در مراکزی خاص قابل اجرا می باشند. هزینه بالای آزمایشها از یک طرف و ناتوانی ادوات اندازه گیری از طرف دیگر، باعث می شوند تا نتوان با استفاده از روشهای اندازه گیری، رفتار

انفجار زیر آب<sup>۲</sup> موضوعی است که از حدود ۸۰ سال پیش مورد توجه محققان بوده است و تحقیقات پیگیر و جهت دار در مورد آن ۶۰ سال پیش، به هنگام شروع جنگ جهانی دوم آغاز شد. ارزش استراتژیکی نبردهای دریایی در جنگ جهانی دوم، مهمترین عامل توجه به انفجار زیر آب بوده است. کاربردهای انفجار زیر آب در شکل دهی انفجاری فلزات در دهه اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته و انگیزه تحقیقات صنعتی نوینی در این زمینه شده است.

تفاوت عمده انفجار در هوا با انفجار در زیر آب در دینامیک هسته گازی حاصل از احتراق ماده منفجره (حباب) است. در هر دو حالت، این هسته گازی پر فشار، بسرعت منبسط می گردد (شکل ۱)، چون فشار آن بسیار بیشتر از فشار آب و یا هوای پیرامونش است. در انفجارهای معمولی (انفجار در هوا) با انبساط هسته پرفشار، فشار آن کاهش می یابد تا اینکه تقریباً مساوی فشار اتمسفر گردد. از آنجا که هوا و محصولات انفجار هر

آب، امواج ضربه‌ای (شاک) و امواج انبساطی نقشی تعیین کننده در دینامیک حباب دارند و قابلیت‌های این روش در محاسبه و نمایش اینگونه امواج دلیل اصلی این تحقیق بوده است [۱۵].

الگوریتم اصلی روش PPM برای گاز ایده‌آل ارائه شده است [۷]. در انفجار زیر آب بدلیل وجود فشار خیلی زیاد، استفاده از فرض گاز ایده‌آل باعث تولید خطای قابل توجهی در محاسبات می‌شود. از این رو در این تحقیق، تغییراتی در الگوریتم روش PPM اعمال شده است تا این روش برای گازهای واقعی نیز قابل استفاده باشد. طی مطالعات انجام شده در راستای انجام این تحقیق، منبعی که بیانگر اعمال معادله حالت گاز واقعی در روش لاگرانژی PPM باشد، مشاهده نشد و بنظر می‌رسد اینکار برای اولین بار انجام گرفته است.

در انفجار زیر آب پدیده‌های جانبی گوناگونی وجود دارند. کلیه این پدیده‌ها تأثیر مستقیم بر روی رفتار حباب دارند. از جمله این پدیده‌ها می‌توان به Bubble Jetting (پخش شدن حبابهای ریز در آب در هنگام انبساط سریع حباب)، Water Jetting (نفوذ ذرات آب به داخل حباب در هنگام انقباض حباب) و Cavitation (کاهش شدید فشار در آب نزدیک به جداره حباب در لحظات اولیه انبساط که موجب تبخیر آب می‌گردد) اشاره کرد. در این تحقیق نیز مانند سایر تحقیقات مشابه، از پدیده‌های فوق‌الذکر صرف‌نظر شده است و حباب حاصل از انفجار بصورت کره‌ای یک بعدی و متقارن فرض شده است.

در واقع در این تحقیق، مرز مشخصی بین حباب و آب در نظر گرفته شده است. بررسی پایداری مرزهای حباب و زمان مرگ آن با استفاده از روشهای Boundary Integral و روشهای تحلیلی، مورد بررسی محققان قرار گرفته است [۸] و خارج از حوصله این مقاله است.

اما با توجه به کلیه ساده‌سازی‌های فوق‌نکته قابل توجه اینجاست که این نوع شبیه‌سازی‌ها توانایی پیش‌بینی جزئیات انفجار زیر آب را دارند. تطابق نتایج بدست آمده از این شبیه‌سازی‌ها و نتایج تجربی موید این ادعاست. (چنین تطابقهایی در مراجع شماره [۱] و [۶] نشان داده شده‌اند). شبیه‌سازی‌های دو بعدی و سه بعدی از دیدگاه محاسباتی پرهزینه و وقت‌گیر بوده و نتایج

حباب را بخوبی بررسی کرد. بعنوان مثال، اندازه‌گیری فشار و دما در مناطق نزدیک به حباب و یا در داخل حباب، بدلیل وجود فشار فوق‌العاده زیاد (در حدود ۵۰۰ کیلو بار) غیر ممکن است و هیچ فشارسنج یا دماسنجی تحمل چنین فشاری را ندارد. همچنین مطالعه انفجار زیر آب با استفاده از روشهای عکسبرداری و طیف‌سنجی، بدلیل مشکلات ناشی از عکسبرداری در زیر آب، با توجه به هزینه‌ها بازده مناسبی ندارند [۱]. با توجه به مشکلات فوق، محققین به شبیه‌سازی UNDEX با استفاده از روشهای عددی روی آوردند. شبیه‌سازی‌هایی که توسط Sternberg و Walker و در اواخر دهه ۶۰ میلادی در آزمایشگاه توپخانه نیروی دریایی آمریکا انجام شد، جزو اولین مدلسازیهای موفق بودند [۳،۲]. هر چند روشهای عددی که در آن زمان مورد استفاده قرار می‌گرفتند، بدلیل ضعف کامپیوترها و عدم دسترسی به روشهای جدید CFD ساده و کم‌دقت بودند، اما نتایج حاصله بسیار کارگشا و از نظر اقتصادی بسیار با صرفه‌تر از روشهای آزمایشگاهی بودند.

با ابداع روشهای محاسباتی جدید، شبیه‌سازیهای دقیقتری از انفجار زیر آب ارائه شدند. در سال ۱۹۸۲، Flores و Holt با استفاده از روش Glimm اقدام به شبیه‌سازی انفجار زیر آب کردند و نتایج قابل توجهی بدست آوردند [۴]. Harris در سال ۱۹۹۶ با استفاده از روش خاصی که جزو روشهای Boundary Integral محسوب می‌شود به مدلسازی UNDEX پرداخت [۵]. اشکال روش وی این بود که در محدوده زمانی خاصی پایدار بود اما در عوض برای بررسی تأثیرات انفجار بر روی سطوح مجاور انفجار بسیار مناسب بود. در سال ۱۹۹۸، نمونه‌ای از مدلسازی انفجار زیر آب با استفاده از روش گودونوفی مرتبه دوم (MUSCL) توسط Wardlaw و Mair انجام شد [۶]. آنها در مدلسازی خود تأثیر تراکم‌پذیری و تراکم‌ناپذیری آب و شرایط اولیه حباب را مورد بررسی قرار دادند.

هدف از انجام این تحقیق، بررسی رفتار حباب و آب پیرامون آن با استفاده از روش لاگرانژی PPM<sup>۳</sup> (Colella, 1984) می‌باشد که جزو روشهای گودونوفی و دارای دقت مکانی مرتبه ۳ است. در انفجار زیر

$$p = \frac{\rho_0 C^2 \mu \left[ 1 + \left( 1 - \frac{\gamma_0}{2} \right) \mu - \frac{a}{2} \mu^2 \right]}{\left[ 1 - (S_1 - 1) \mu - S_2 \frac{\mu^2}{\mu + 1} - S_3 \frac{\mu^3}{(\mu + 1)^2} \right]^2} + (\gamma_0 + a\mu)e \quad (5)$$

$a, C, \gamma_0, S_1, S_2$  و  $S_3$  ضرایب ثابت تجربی هستند (جدول ۱). چگالی و انرژی داخلی آب است.  $\mu$  از رابطه زیر بدست می آید [۹]:

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \quad (6)$$

که  $\rho_0$  چگالی اولیه آب است.

معادله حالت JWL برای محصولات انفجار بصورت زیر تعریف می شود [۱۰، ۹]:

$$p = A \left( 1 - \frac{\omega}{R_1 V} \right) e^{-R_1 V} + B \left( 1 - \frac{\omega}{R_2 V} \right) e^{-R_2 V} + \frac{\omega e}{\tau} \quad (7)$$

که  $A, B, R_1, R_2$  و  $\omega$  ضرایب ثابت تجربی هستند و با توجه به نوع ماده منفجره انتخاب می شوند.  $V = \tau / \tau_0$ ،  $\tau_0 = \rho_0^{-1}$  چگالی اولیه ماده منفجره است. ضرایب مربوط به ماده شدیدالانفجار Composition-B که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است در انتهای متن در جدول (۲) درج شده اند.

### شرایط اولیه

برای تعریف شرایط اولیه حباب به توزیع سرعت، فشار، انرژی داخلی، چگالی و جرم بر حسب شعاع نیازمندیم. برای بدست آوردن این توزیع، از حل تشابهی تیلور (برای مختصات کروی) استفاده می کنیم [۱۱]. اگر شعاع ماده منفجره کروی شکل و  $t$  زمان لازم برای احتراق کل ماده منفجره باشند، پارامتر  $\beta = x/t$  را بعنوان متغیر تشابهی تعریف می کنیم؛  $x$  فاصله هر نقطه دلخواه نسبت به مرکز کره است. اگر جریان در پشت موج دتونیشن آیزنروپیک فرض شود، ثابت می شود که توزیع خواص در این ناحیه تنها تابعی از  $\beta$  است.

حاصل از آنها تفاوت چندانی با شبهه سازیهای یکبعدی ندارند [۶]. نیروی جاذبه نیز تأثیر بسیار ناچیزی در انفجار زیر آب دارد، از این رو عبارات شامل نیروی جاذبه از معادلات حاکم حذف شده اند.

### معادلات حاکم

معادلات حاکم برای انفجار زیر آب عبارتند از مجموعه معادلات بقاء، معادله حالت محصولات انفجار، معادله حالت آب و معادله احتراق ماده منفجره. مجموعه معادلات یکبعدی بقاء در مختصات لاگرانژی بصورت زیر هستند:

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} - \frac{\partial (r^\alpha u)}{\partial m} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + r^\alpha \frac{\partial p}{\partial m} = g \quad (2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial (r^\alpha u p)}{\partial m} = u g \quad (3)$$

$\tau$  حجم مخصوص،  $u$  سرعت،  $p$  فشار و  $E$  انرژی کل در واحد حجم می باشند.  $t, m$  و  $r$  بترتیب زمان، مختصات جرم و مختصات فضایی هستند.  $g$  نیروی جاذبه و تابعی از  $r$  و  $t$  است که در این تحقیق برابر با صفر فرض شده است. پارامتر  $\alpha$  تعیین کننده هندسه مسئله است. اگر  $\alpha = 0$  در روابط فوق جایگزین گردد، معادلات حاصل مخصوص مختصات صفحه ای هستند، همچنین  $\alpha = 1, 2$  بترتیب برای مختصات های استوانه ای و کروی بکار برده می شوند. معادله حالت، رابطه بین انرژی داخلی  $(e)$ ، چگالی  $(\rho = 1/\tau)$  و فشار را بیان می کند:

$$p = p(\tau, e) \quad (4)$$

در محاسبات حاضر، از معادلات حالت برای محاسبه فشار و سرعت صوت استفاده شده است. معادلات حالت متعددی برای آب و محصولات انفجار وجود دارند که در این گزارش تنها به معادلات حالت بکار رفته در تحقیق اشاره می شود. معادله حالت Mie-Gruneisen برای آب بصورت زیر تعریف می شود [۹]:



شکل ۱: راست) تولد حباب حاصل از انفجار. چپ) حباب پر فشار در حال انبساط.

جدول ۱: ضرایب معادله حالت Mie-Gruneisen برای آب.

$a$	$C$ (cm $\mu$ sec)	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$\gamma_0$	$\rho_0$ (gr/cm $^3$ )	$E_0$ [Mbar]
3.0	0.1484	1.979	0.0	0.0	0.11	1.0	0.0

جدول ۲: ضرایب معادله حالت JWL.

Explosive	A [Mbar]	B [Mbar]	$R_1$	$R_2$	$\omega$	$\rho_0$	$e_0$ [Mbar cm $^3$ / gr]
Comp-B	5.242	0.07678	4.20	1.10	0.34	1.717	0.0495

دبفرانسیل عادی را می‌دهند که از نوع مقدار اولیه هستند. با توجه به نوع ماده منفجره تمامی مقادیر در نقطه C-J (نقطه پایان انجام واکنشهای شیمیایی در ماده منفجره) معلوم هستند. با حل عددی این معادلات می‌توان توزیع خواص در حباب را بلافاصله پس از اتمام احتراق بدست آورد.

توزیع خواص در حباب که با استفاده از حل تشابهی تیلور بدست می‌آید، تطابق خوبی با نتایج حاصل از مدلسازی انفجار در ماده منفجره دارد. جهت مقایسه، مدلسازی انفجار در ماده منفجره کروی شکل، با استفاده از مدل سوزش حجمی C-J انجام شد. مدل‌های سوزش روابطی هستند که جایگزین معادلات پیچیده احتراق می‌شوند و با کمک معادله حالت، قادر به تعیین محل موج دتونیشن و خواص محصولات احتراق هستند. طبق مدل سوزش حجمی C-J، کسر جرمی مواد اولیه بطور خطی با حجم مخصوص تغییر می‌کند [۱۲]:

$$F(\tau) = 1 - \frac{\tau_0 - \tau}{\tau_0 - \tau_{C-J}} \quad (13)$$

$$p = (1 - F) \cdot p' \quad (14)$$

با استفاده از قوانین بقای جرم و ممنتوم و تعاریف فوق دو معادله زیر قابل استخراج هستند [۳]:

$$\frac{d\beta}{du} = \frac{-\beta[c^2 - (u - \beta)^2]}{2c^2u} \quad (8)$$

$$\frac{d\rho}{du} = \frac{-\rho(u - \beta)}{c^2} \quad (9)$$

همچنین داریم:

$$\frac{dm}{du} = \frac{4\pi\rho R_0^3 \beta^2}{D^3} \cdot \frac{d\beta}{du} \quad (10)$$

$$\frac{dp}{du} = c^2 \frac{d\rho}{du} \quad (11)$$

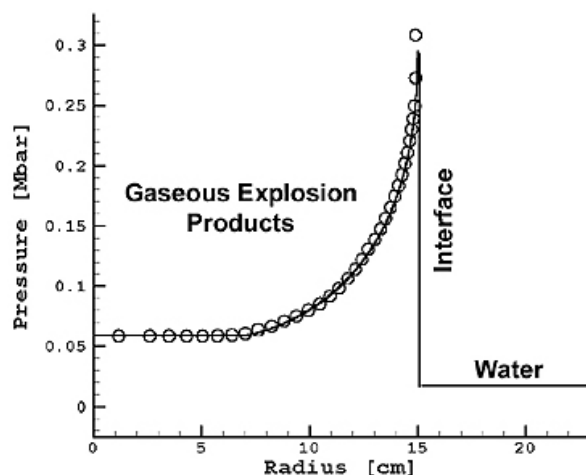
$c$  سرعت صوت،  $m$  جرم محصولات انفجار از مرکز کره تا نقطه مورد نظر و  $D$  سرعت پیشروی موج دتونیشن است و در  $x=R_0$  بنابر فرضیه چاپمن-ژوگت داریم:

$$D = \beta = u + c \quad (12)$$

روابط (۸) الی (۱۱) تشکیل یک دستگاه معادلات

جدول ۳: مدل مورد استفاده برای انفجار زیر آب در این تحقیق.

شماره مدل	ماده منفجره	وزن (کیلو گرم)	شعاع (سانتیمتر)	فشار آب در محل انفجار (اتمسفر)
1	Composition-B	24.2	15	2.2
2	Composition-B	0.89	5	20



شکل ۲: شرایط اولیه انفجار زیر آب. توزیع فشار در حباب با استفاده از حل تشابهی تیلور (خط تو پر) و مدلسازی انفجار (دایره ها) نشان داده شده است (مدل شماره ۱).

و امواج همگرا پس از تمرکز در مرکز حباب بصورت امواج واگرا منعکس می‌شوند، شرط مرزی در مرکز حباب بصورت دیواره صلب (شرط آئینه) در نظر گرفته شده است تا قابلیت انعکاس امواج را داشته باشد.

### روش عددی

برای حل معادلات حاکم از یک روش گودونفی مرتبه سوم استفاده شده است. این روش در سال ۱۹۸۴ توسط Woodward و Colella ارائه شد و بنام PPM معروف است [۷]. روش PPM روشی آپویند و صریح است که در قالب مختصاتهای لاگرانژی و اولری ارائه شده است. در اینجا از قالب لاگرانژی این روش استفاده گردیده است. بطور کلی، روش PPM لاگرانژی از سه بخش اصلی تشکیل شده است: الف) میانمایی پارامترهای وابسته  $(\tau, u, p)$  در مختصات جرم. ب) حل مسئله ریمن<sup>۵</sup> در سلولهای همجوار. ج) محاسبه پارامترهای بقائی  $(\tau, u, E)$  سلولها در لحظه زمانی جدید، با استفاده از نتایج حاصل از حل مسئله ریمن (مرحله ب).

در معادلات اولر منفصل شده، برای محاسبه پارامترهای بقائی سلولها در لحظه زمانی جدید به متوسط زمانی فشار و سرعت در مرز سلولها نیازمندیم. روشهای مختلفی برای

$F$  کسر جرمی ماده منفجره سوخته نشده است.  $\tau_0$  حجم مخصوص اولیه، و  $\tau_{C-J}$  حجم مخصوص مربوط به دتونیشن  $C-J$ ، و  $p'$  فشار محصولات انفجار در شرایط  $F=0$  است. در این روش، در چند سلول  $0 < F < 1$  است که این سلولها جبهه موج دتونیشن هستند و سوزش در آنها انجام می‌گیرد، فشار در این سلولها از رابطه (۱۴) بدست می‌آید.

در شکل (۲) توزیع فشار بدست آمده از حل تشابهی تیلور و مدلسازی انفجار با استفاده از مدل سوزش حجمی  $C-J$  برای Composition-B نشان داده شده است. توزیع سایر خواص (مثل سرعت، چگالی و ...) نیز همانند شکل (۲) تطابق قابل قبولی دارند. آب پیرامون حباب ساکن است و شرایط اولیه آن با توجه به عمق انفجار تعیین می‌شوند.

### شرایط مرزی

چون آب اطراف حباب بینهایت فرض می‌شود، شرط مرزی در آب اهمیت چندانی ندارد و خواص آخرین سلول با استفاده از برونیایی تعیین می‌شود. شرط مرزی در مرکز حباب باید بنحوی تعیین شود تا با فیزیک مسئله تطابق داشته باشد. چون مرکز حباب نقطه‌ای تکین<sup>۴</sup> است

محاسبه فشار و سرعت در مرز سلولهای شبکه محاسباتی وجود دارند، یکی از این روشها حل مسئله ریمن در دو سلول همجوار است. برای اینکار دو سلول همجوار در شبکه محاسباتی بصورت یک لوله شاک<sup>۶</sup> در نظر گرفته می‌شوند. این روش اولین بار توسط Godunov در سال ۱۹۵۹ ارائه شد، کلیه روشهایی که بر این اساس عمل می‌کنند، روشهای گودونوفی<sup>۷</sup> نامیده می‌شوند. برای حل مسئله ریمن در هر مرز، باید متوسط مکانی پارامترهای وابسته در محدوده مشخصی از طرفین مرز مشخص باشند که این محدوده توسط شرط پایداری CFL تعیین می‌شود (شکل ۳- الف و ب). نحوه بدست آوردن متوسط مکانی پارامترهای وابسته در طرفین مرز، تأثیر قابل توجهی در دقت محاسبات دارد و دقت مکانی روش را تعیین می‌کند. روش کلاسیک گودونوف دارای دقت مکانی مرتبه ۱ است. در این روش توزیع خواص در سلولهای شبکه محاسباتی بصورت ثابت در نظر گرفته شده است. Van Leer در سال ۱۹۷۹ روش گودونوفی مرتبه دومی ارائه کرد که به روش MUSCL معروف است [۱۳]. در روش MUSCL توزیع خواص در سلولهای شبکه محاسباتی بصورت خطی در نظر گرفته می‌شود و شیب این خط در هر سلول با استفاده از میانابیی تعیین می‌گردد. روش PPM که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است، ویرایش جدیدی از روش VanLeer است که دارای دقت مکانی مرتبه ۳ بوده و توزیع خواص در سلولهای شبکه محاسباتی را بصورت سهمی در نظر می‌گیرد.

حل مسئله ریمن مستلزم حل مجموعه‌ای از معادلات غیرخطی است. VanLeer در مرجع [۱۳] روش تکرار نیوتن را برای حل این معادلات پیشنهاد کرده است. چون حل معادلات غیرخطی با استفاده از روش تکرار وقت‌گیر است، معمولاً این معادلات ابتدا بصورت خطی تبدیل شده و سپس حل میشوند.

بدلیل بالا بودن فشار در محصولات انفجار، استفاده از معادله حالت گاز ایده‌آل باعث تولید خطای قابل توجهی در محاسبات می‌شود، بدین جهت در این تحقیق از معادله حالت گاز واقعی استفاده شده است و حل مسئله ریمن برای گاز واقعی با استفاده از روش خطی سازی معادلات و بر اساس روش ارائه شده در مرجع [۱۰] انجام گرفته

است.

در دسته بندی روشهای عددی، روشهای گودونوفی در زمره روشهای Flux Difference Splitting قرار می‌گیرند. در این روشها از فرم مشخصه ای<sup>۸</sup> معادلات اولر استفاده می‌شود. در فرم مشخصه ای، سرعت صوت در معادلات ظاهر شده و نقش تعیین کننده‌ای در محاسبات بر عهده می‌گیرد. بهمین دلیل دقت محاسبه سرعت صوت تأثیر بسزائی در دقت نهائی محاسبات دارد.

بطور کلی سرعت صوت از رابطه  $c^2 \equiv \partial p / \partial \rho |_S$  بدست می‌آید، که  $S$  آنترپی است. با استفاده از روابط ترمودینامیکی، رابطه زیر برای محاسبه سرعت صوت قابل استخراج است:

$$c^2 = \tau^2 (pp_e - p_\tau) \quad (15)$$

که برای بدست آوردن  $p_e$  و  $p_\tau$  باید در معادله حالت، بترتیب از فشار نسبت به  $\tau$  و  $e$  مشتق گرفت، یعنی:

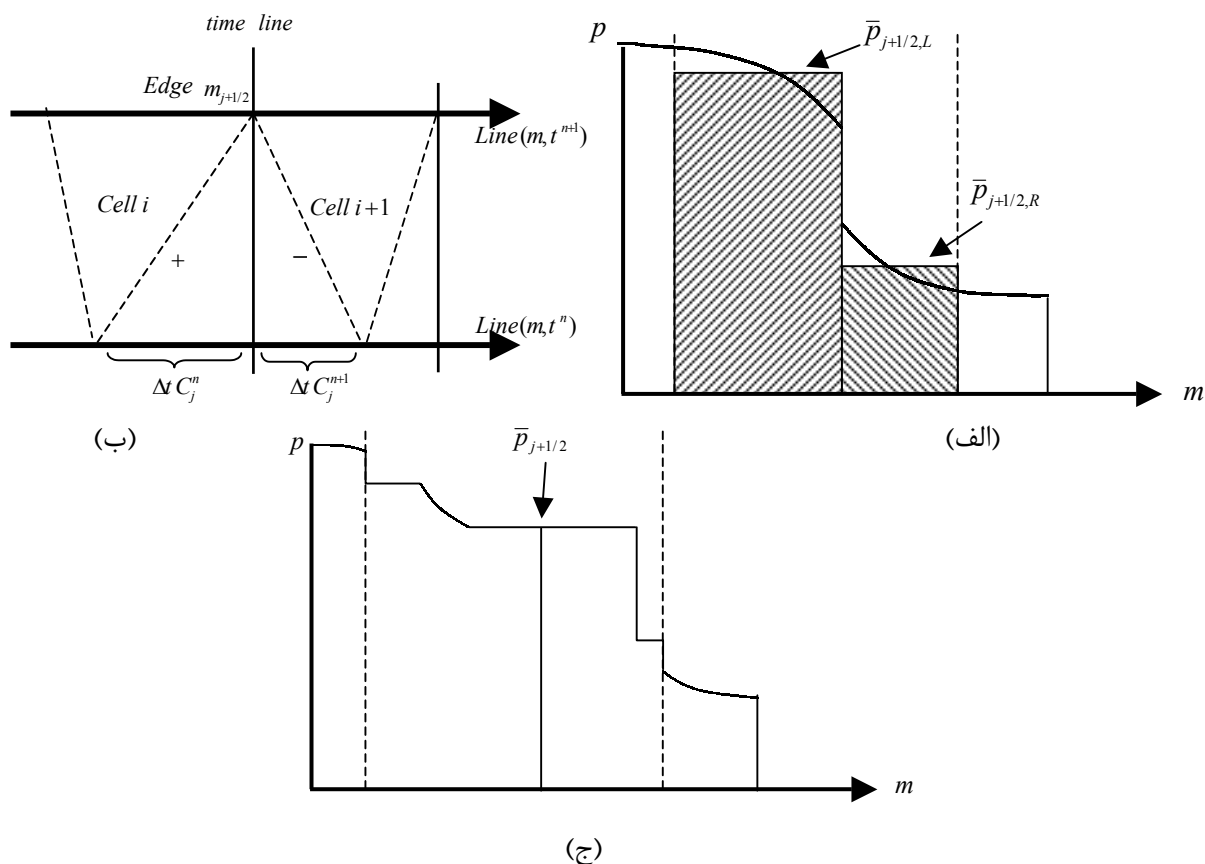
$$p_\tau = \left. \frac{\partial p}{\partial \tau} \right|_e, \quad p_e = \left. \frac{\partial p}{\partial e} \right|_\tau \quad (16)$$

مشکل اصلی هنگام استفاده از معادله حالت گاز واقعی در محاسبه سرعت صوت نمایان می‌گردد. هر چه معادله حالت پیچیده‌تر باشد، عملیات مشتق‌گیری نیز مشکل‌تر می‌گردد و در برخی موارد این پیچیدگی بحدی می‌رسد که از مقدار تقریبی مشتقها استفاده می‌شود. معادلات حالت استفاده شده در این تحقیق بگونه‌ای هستند که محاسبه مشتقات (رابطه ۱۶) منجر به عبارات جبری صریح می‌گردد و نیازی به تقریب زدن مشتقات نیست.

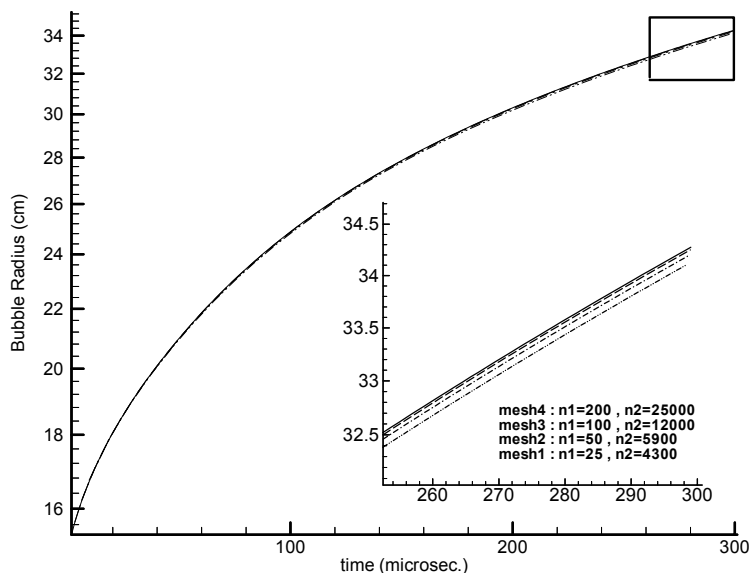
نکته دیگری که هنگام اعمال معادله حالت گاز واقعی مطرح می‌گردد، نحوه حل مسئله ریمن است. جزئیات حل مسئله ریمن در ضمیمه ذکر شده است.

## نتایج

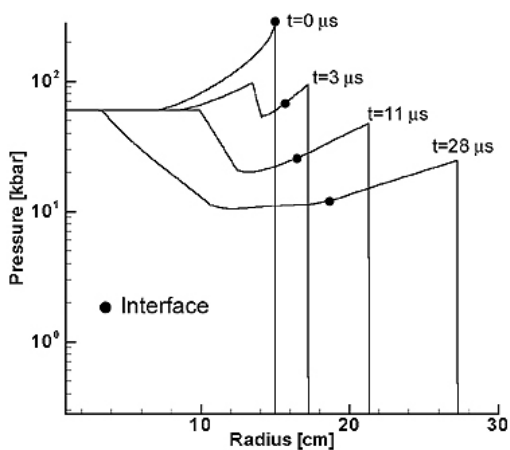
برنامه کامپیوتری تهیه شده، پس از طی مراحل آزمایشی، برای مدل‌سازی انفجار زیر آب در اثر احتراق ماده منفجره کروی شکل مورد استفاده قرار گرفت. جهت اثبات صحت عملکرد کد، از مسئله Sod (مسئله لوله شاک) و مسئله انفجار در ماده منفجره استفاده شد که نتایج حاصله



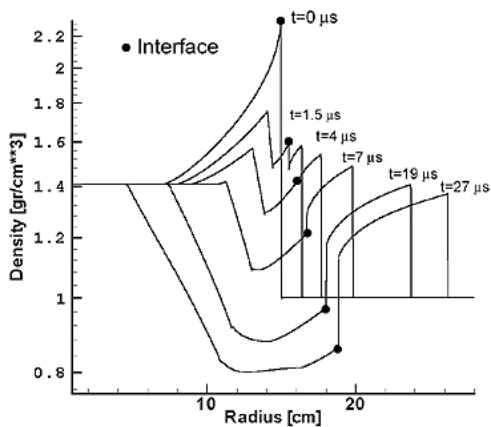
شکل ۳: مراحل مربوط به محاسبه متوسط زمانی پارامترهای بقایی در مرز سلولهای شبکه محاسباتی (الف) محدوده اطراف مرز سلول که مسئله ریمن باید در آن حل شود توسط مسیر امواج صوتی (خطوط مشخصه) تعیین می شوند. (ب) متوسط گیری از خواص در محدوده های اطراف سلول جهت تعریف و حل مسئله ریمن انجام می گیرد. (ج) حل مسئله ریمن و محاسبه متوسط زمانی خواص در مرز سلول که در محاسبه فلاکسها مورد استفاده قرار می گیرد .



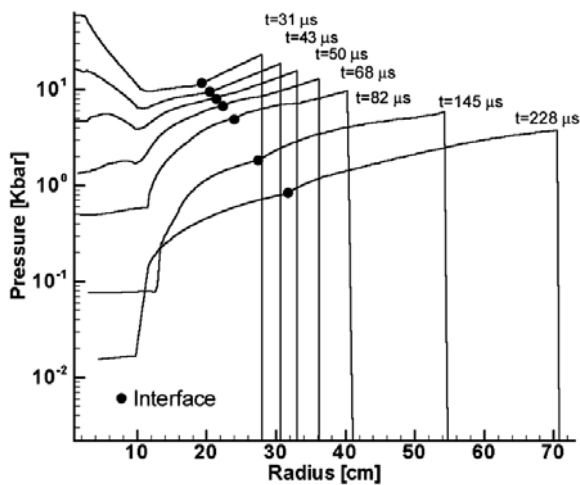
شکل ۴: تغییرات شعاع حباب بر حسب زمان برای ۴ نوع شبکه بندی رسم شده است. نزدیکی جوابها نمایانگر عدم وابستگی آنها به شبکه حل عددی است. ریزترین شبکه (Mesh4) با خط توپر نشان داده شده است. N1 تعداد سلولهای شبکه محاسباتی در داخل حباب و N2 تعداد سلولها در آب هستند (مدل شماره ۱).



شکل ۵: مرحله انبساط اولیه حباب. شرایط اولیه حباب در  $t=0$  نشان داده شده است، با شروع انبساط، موج ضربه‌ای در آب و موج انبساطی در حباب تولید می‌شود (مدل شماره ۱).



شکل ۶: توزیع چگالی در مراحل اولیه انبساط. در  $t=0$  چگالی محصولات انفجار بیشتر از چگالی آب است اما انبساط حباب و تشکیل موج انبساطی در آن، باعث کاهش چگالی محصولات انفجار می‌گردد (مدل شماره ۱).



شکل ۷: برخورد و انعکاس موج انبساطی در مرکز حباب باعث کاهش شدید فشار در مرکز می‌گردد. گرادیان فشار تولید شده موجب تولید موج ضربه‌ای در حباب می‌شود (مدل شماره ۱).



می یابد که دلیل آن متمرکز شدن موج ضربه‌ای در یک محدوده کوچک (مرکز حباب) است. موج ضربه‌ای پس از برخورد به مرکز، مجدداً بصورت موج ضربه‌ای منعکس شده و بسمت خارج حرکت می‌کند.

در شکل (۱۰) توزیع سرعت و چگالی در حباب، پس از انعکاس موج در مرکز نشان داده شده است. موج ضربه‌ای منعکس شده در مرکز، بدلیل واگرا بودن به تدریج تضعیف می‌شود. این موج با برخورد به دیواره حباب، مجدداً بسمت مرکز منعکس می‌گردد. در اثر برخورد موج ضربه‌ای به مرز بین آب و گاز، موج فشاری ثانویه به داخل آب فرستاده می‌شود که این امواج اصطلاحاً پالس نامیده می‌شوند (شکل ۱۱).

انعکاس شاک در مرکز و دیواره حباب چندین بار تکرار می‌شود. پالسها انرژی خود را از حباب می‌گیرند، بهمین دلیل سطح انرژی در داخل حباب بتدریج کاهش می‌یابد و موج ضربه‌ای داخل آن میرا می‌گردد.

در شکل (۱۲) شعاع حباب و فشار دیواره حباب طی انبساط حباب نشان داده شده است. نوساناتی که در منحنی فشار دیده می‌شود بدلیل برخورد و انعکاس امواج ضربه‌ای تولید شده اند.

پس از آنکه مرحله انبساط حباب به اتمام رسید، فشار داخل حباب کمتر از فشار آب می‌شود و مرحله انقباض حباب شروع می‌شود. طی مرحله انقباض، حباب مقداری از انرژی از دست رفته را باز می‌یابد. حرکت انبساطی-انقباضی حباب چندین بار تکرار می‌شود.

### نتیجه گیری

مدلسازی انفجار زیر آب بصورت یکبعدی و در مختصات لاگرانژی انجام شده است. روش PPM که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته، با توجه به معادله حالت گاز واقعی و آب تنظیم شده است. مشکل اصلی در اعمال معادله حالت گاز واقعی مربوط به محاسبه سرعت صوت می‌باشد. روش حل تقریبی مسئله ریمن برای گازهای واقعی در ضمیمه ذکر شده است. همچنین از حل تشابهی تیلور بعنوان شرایط اولیه حباب استفاده گردید و مطابق شکل (۲) نشان داده شد که این روش تطابق خوبی با نتایج حاصل از مدلسازی احتراق دارد و با دقت بسیار

قابل قبول بودند [۱۵]. همچنین عدم وابستگی جوابها به شبکه محاسباتی در مسائل فوق الذکر مورد بررسی قرار گرفت. در شکل (۴) تغییرات شعاع حباب بر حسب زمان برای شبکه های مختلف رسم شده است. همانطور که در شکل مشخص است، با ریز شدن شبکه، نتایج بسمت یک جواب واحد همگرا می‌گردند. با توجه به مطالعات انجام شده، شبکه  $(n1, n2) = (200, 25000)$  برای محاسبات مدل شماره ۱ و شبکه  $(n1, n2) = (50, 5900)$  برای محاسبات مدل شماره ۲ مورد استفاده قرار گرفته اند.

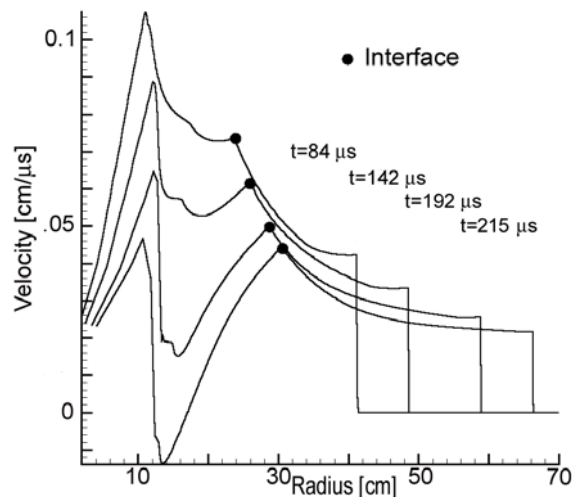
مدلهایی که برای شبیه‌سازی انفجار زیر آب در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته اند در جدول ۳- تعریف شده اند.

در شکل (۵) توزیع فشار در لحظات اولیه انبساط حباب نشان داده شده است. در لحظه  $t=0$  فشار در داخل حباب بسیار زیادتر از فشار آب است. اختلاف فشار شدید بین حباب و آب باعث انبساط سریع حباب می‌گردد. انبساط ناگهانی حباب موجب فشرده شدن آب اطراف آن و تولید موج ضربه‌ای در آب می‌گردد. موجی که در آب منتشر می‌شود، بدلیل واگرا بودن بتدریج ضعیف می‌شود. از طرف دیگر، افزایش حجم حباب موجب کاهش فشار در آن می‌شود. این کاهش فشار توسط یک موج انبساطی ایجاد می‌گردد.

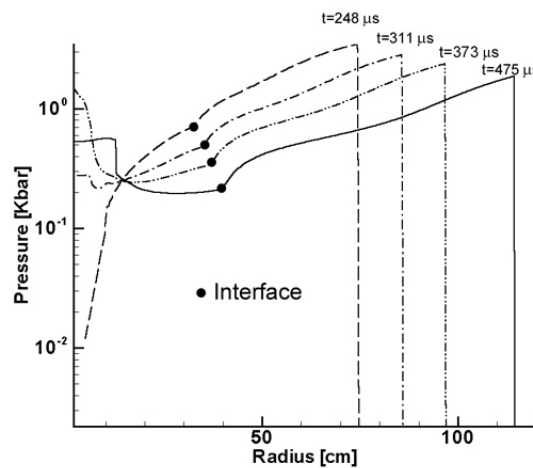
توزیع چگالی در لحظات اولیه انبساط، در شکل (۶) مشخص است. در لحظه  $t=0$  چگالی محصولات احتراق بیشتر از چگالی آب است. لحظاتی پس از شروع انبساط حباب، چگالی آب بیشتر از گاز می‌شود، بهمین دلیل آب قابلیت مهار کردن محصولات انفجار را دارد.

موج انبساطی که بطرف مرکز حباب در حرکت است پس از رسیدن به مرکز بصورت موج انبساطی منعکس می‌شود و باعث کاهش قابل توجه فشار در مرکز می‌گردد، در حالی که فشار زیادی در نیمه دوم حباب متمرکز شده است (شکل ۷). کاهش فشار ایجاد شده توسط موج انبساطی موجب بوجود آمدن گرادیان شدید فشار و تولید موج ضربه‌ای در حباب می‌گردد. موج ضربه‌ای به سمت مرکز حباب حرکت می‌کند. در شکل (۸) توزیع سرعت در داخل حباب نشان داده شده است.

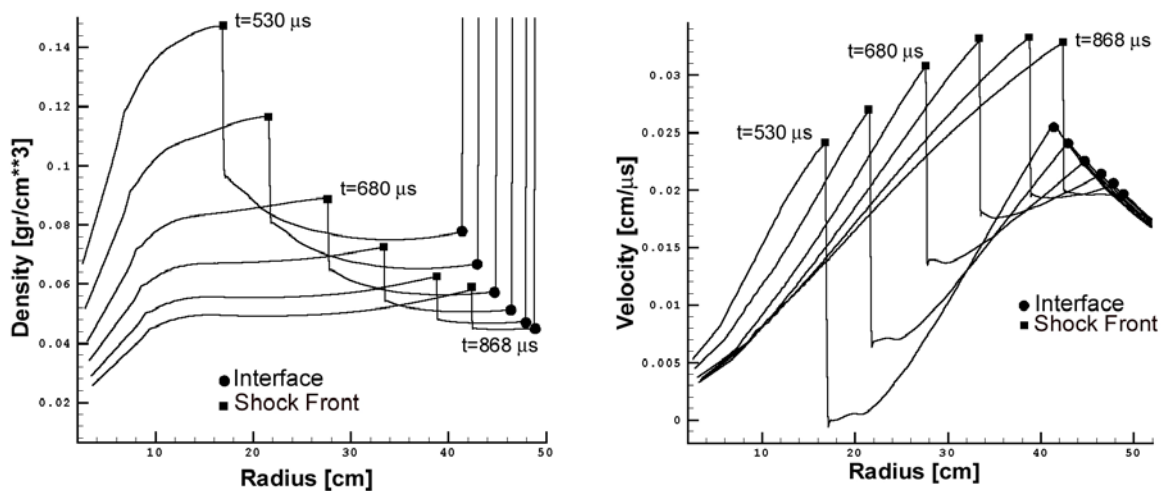
مطابق شکل (۹)، پس از اینکه موج ضربه‌ای به مرکز حباب رسید، فشار مرکز بمیزان قابل توجهی افزایش



شکل ۸: توزیع سرعت سیال در داخل حباب، بهنگام تولید شاک و حرکت آن بطرف مرکز (مدل شماره ۱).



شکل ۹: موج ضربه‌ای بطرف مرکز حباب حرکت می‌کند و پس از متمرکز شدن در مرکز حباب، تقویت شده و بطرف خارج منعکس می‌گردد (مدل شماره ۱).



شکل ۱۰: توزیع چگالی و سرعت در حباب، پس از انعکاس موج ضربه‌ای در مرکز و قبل از رسیدن آن به آب در شکلها نشان داده شده است. بدلیل واگرا بودن موج ضربه‌ای، قدرت آن بتدریج کاهش می‌یابد (مدل شماره ۱).

$$\frac{\bar{P}_{j+1/2} - P_{j+1/2,L}}{W_L} + (\bar{u}_{j+1/2} - u_{j+1/2,L}) = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\bar{P}_{j+1/2} - P_{j+1/2,R}}{W_R} - (\bar{u}_{j+1/2} - u_{j+1/2,R}) = 0 \quad (22)$$

$$W_L^2 = \left( \frac{\gamma P_{j+1/2,L}}{\tau_{j+1/2,L}} \right) \left( 1 + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \left( \frac{\bar{P}_{j+1/2}}{P_{j+1/2,L}} - 1 \right) \right) \quad (23)$$

$$W_R^2 = \left( \frac{\gamma P_{j+1/2,R}}{\tau_{j+1/2,R}} \right) \left( 1 + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \left( \frac{\bar{P}_{j+1/2}}{P_{j+1/2,R}} - 1 \right) \right) \quad (24)$$

$\bar{u}_{j+1/2}$  و  $\bar{p}_{j+1/2}$  متوسط زمانی سرعت و فشار در مرزهای شبکه محاسباتی و جوابهای مسئله ریمن هستند (شکل ۳-ج). مقادیر  $a_{j+1/2,L}$  و  $a_{j+1/2,R}$  (می تواند هر یک از پارامترهای  $\tau$ ,  $u$  یا  $p$  باشد) متوسط مکانی خواص سیال در طرفین مرز و شرایط اولیه مسئله ریمن هستند (شکل ۳-ب) که نحوه محاسبه آنها در مراجع [۱۵،۷] توضیح داده شده است. همانطور که مشخص است، این روابط غیرخطی بوده و با استفاده از روشهای سعی و خطا قابل حل هستند. چون روشهای تکرار وقت گیرند، این معادلات معمولاً پس از خطی شدن حل می شوند. در این تحقیق، برای خطی کردن معادلات (۲۱) الی (۲۴) از تکنیک خاصی استفاده شده است که جزئیات آن در مرجع [۱۰] در دسترس است. برای گازهای واقعی دو پارامتر  $\Gamma$  و  $\gamma$  را بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$\Gamma(\tau, e) \equiv \frac{C^2}{\rho p} \quad (25)$$

$$\gamma(\tau, e) \equiv \frac{p\tau}{e} + 1 \quad (26)$$

در گازهای پلی تروپیک  $\Gamma = \gamma = c_p / c_v$  است. مقادیر  $\Gamma$  و  $\gamma$  در طرفین مرز سلولها بصورت زیر تعریف میشوند:

$$\Gamma_{j+1/2,L} = \Gamma_j, \quad \Gamma_{j+1/2,R} = \Gamma_{j+1}$$

خوبی، می تواند بعنوان شرایط اولیه مورد استفاده قرار گیرد.

بطور کلی، انفجار زیر آب از لحظه تشکیل حباب تا پایان اولین انبساط به سه مرحله قابل تقسیم است: (الف) مرحله انبساط اولیه: در این مرحله مطابق شکل (۵) در داخل حباب موج انبساطی و در داخل آب موج ضربه ای تولید می شود. (ب) مرحله تولید موج ضربه ای در حباب: مطابق شکل (۷) با انعکاس موج انبساطی در مرکز حباب، موج ضربه ای در داخل حباب تولید شده و بطرف مرکز حباب حرکت می کند. (ج) مرحله انعکاس موج ضربه ای در مرکز و جداره حباب: این مرحله بدفعات تکرار می گردد و برخورد موج ضربه ای به دیواره حباب باعث تولید پالسهای ثانویه در آب می گردد، وجود این پالسها در اندازه گیریهای آزمایشگاهی ثابت شده است [۱]. پالسهای ثانویه باعث انتقال انرژی از حباب به آب می شوند و نهایتاً موج ضربه ای داخل حباب بعلت کاهش سطح انرژی در حباب میرا می شود.

### ضمیمه: مسئله ریمن

با استفاده از معادلات بقای جرم، ممنتوم و انرژی میتوان روابط هوگونیوت<sup>۹</sup> را برای شاک (موج ضربه ای) بصورت زیر بدست آورد [۱۳]:

$$\pm W(\tau^* - \tau) + (u^* - u) = 0 \quad (17)$$

$$\pm W(u^* - u) - (p^* - p) = 0 \quad (18)$$

$$\pm W(E^* - E) + (u^* p^* - up) = 0 \quad (19)$$

که  $W$  سرعت لاگرانژی شاک است. خواص پس از شاک با  $p^*$  مشخص شده اند. در گاز ایده آل، اگر  $W$  تنها بر حسب  $p^*$  بیان شود، داریم:

$$W = C \left[ 1 + \left( \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \right) \left( \frac{p^* - p}{p} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad p^* \geq p \quad (20)$$

جهت حل مسئله ریمن و محاسبه فشار و سرعت در مرزها، روابط (۱۸) و (۲۰) در مرز سلول حل می شوند:

$$\frac{\bar{P}_{j+1/2} - P_{j+1/2,R}}{W_{j+1/2,R}} - (\bar{u}_{j+1/2} - u_{j+1/2,R}) = 0 \quad (29)$$

$$W_{j+1/2,R} = \left( \frac{\Gamma_{j+1/2,R} P_{j+1/2,R}}{\tau_{j+1/2,R}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad ( )$$

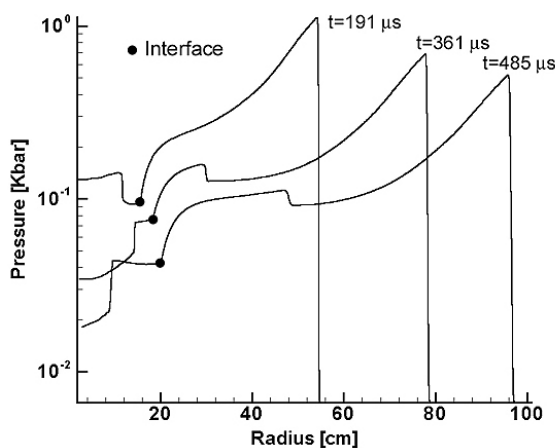
چنانچه مشاهده می‌شود، برای حل معادلات (۲۷) الی (۳۰) و بدست آوردن متوسط زمانی فشار  $\bar{p}$  و سرعت  $\bar{u}$  در مرزها، به عملیات تکرار نیاز نداریم زیرا  $W$  مستقل از  $\bar{u}$  و  $\bar{p}$  است.

$$\gamma_{j+1/2,L} = \gamma_j, \quad \gamma_{j+1/2,R} = \gamma_{j+1}$$

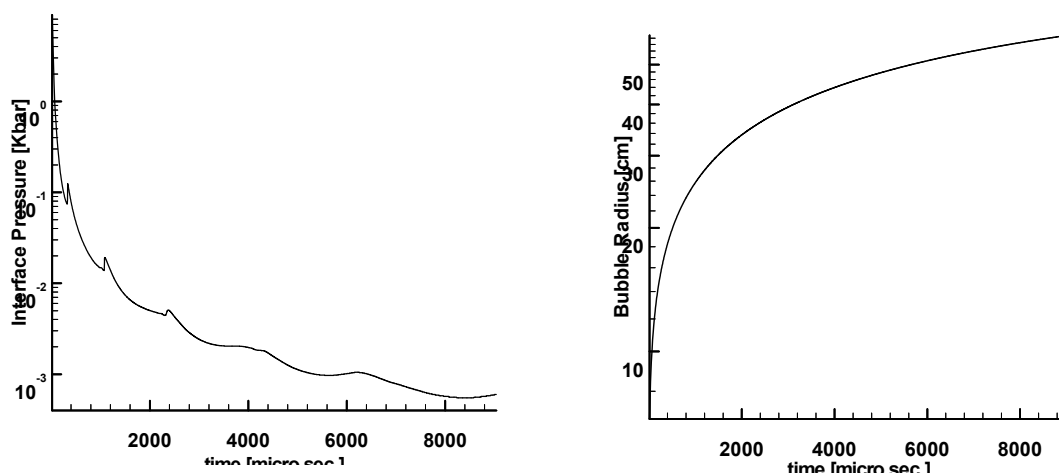
با استفاده از متغیرهای معرفی شده، مجموعه معادلات غیرخطی (۲۱) الی (۲۴) قابل تبدیل به معادلات خطی زیر هستند [۱۰]:

$$\frac{\bar{P}_{j+1/2} - P_{j+1/2,L}}{W_{j+1/2,L}} + (\bar{u}_{j+1/2} - u_{j+1/2,L}) = 0 \quad (27)$$

$$W_{j+1/2,L} = \left( \frac{\Gamma_{j+1/2,L} P_{j+1/2,L}}{\tau_{j+1/2,L}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (28)$$



شکل ۱۱: برخورد موج ضربه ای به جداره حباب که موجب انعکاس آن و تولید پالس در آب می‌گردد (مدل شماره ۲).



شکل ۱۲: تغییرات شعاع حباب و فشار دیواره حباب بر حسب زمان نشان داده شده است (مدل شماره ۲).

## مراجع

- 1 - Cole, R. H. (1948). *Underwater Explosions*, Princeton University Press, Princeton, N.J.
  - 2 - Sternberg, H. M. and Walker, W. A. (1971). "Calculated flow and energy distribution following underwater detonation of a pentolite sphere." *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 9, PP. 1869-1878.
  - 3 - Walker, W. A. and Sternberg, H. M. (1965). "The chapman-jouguet isentrope and the underwater shock wave performance of pentolite." *Proceeding of 4<sup>th</sup> International Symposium on Detonation*, ACR-126, PP. 27-38.
  - 4 - Flores, J. and Holt, M. (1981). "Glimm's method applied to underwater explosions." *Journal of Computational Physics*, Vol. 44, PP. 377-387.
  - 5 - Harris, P. J. (1996). "A numerical method for modeling the motion of a spherical bubble." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 22, PP. 1125-1134.
  - 6 - Wardlaw, A. B. Jr. and Mair, H. U. (1998). "Spherical solutions of an underwater explosion bubble." *Shock and Vibration*, Vol. 5, PP. 89-102.
  - 7 - Colella, P. and Woodward, P. R. (1984). "The piecewise parabolic method (PPM) for gas-dynamical simulations." *Journal of Computational Physics*, Vol. 54, PP. 174-201.
  - 8 - Hunter, K. S. and Geers, T. L. (1996). *Underwater Explosion Bubble Dynamics*. M. S. Thesis, University of Colorado, Department of Mechanical Engineering.
  - 9 - Molyneaux, T. C. K., Li, Long-Yuan. and Firth, N. (1994). "Numerical simulation of underwater Explosions." *Computers Fluids*, Vol. 23, PP. 903-911.
  - 10 - Colella, P. and Glaz, H. M. (1985). "Efficient solution algorithms for the riemann problem for real gases." *Journal of Computational Physics*, Vol. 59, PP. 264-289.
  - 11 - Taylor, G. I. (1950). "The dynamics of the combustion products behind plane and spherical detonation fronts in explosives." *Proc. Roy. Soc. A.*, Vol. 200, PP. 235-247.
  - 12 - Mader, C. L. (1998). *Numerical modeling of explosives and propellants*, CRC Press, N.Y.
  - 13 - Van Leer, B. (1979). "Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to godunov's method." *Journal of Computational Physics*, Vol. 32, PP. 101-136.
- ۱۴ - طاهری، پ. "بررسی انفجار زیر آب." سمینار دوره کارشناسی/ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی مهندسی، بخش مهندسی مکانیک - گروه تبدیل انرژی، (۱۳۷۹).
- ۱۵ - طاهری، پ. "شبيه سازی ديناميك حباب حاصل از انفجار زیر آب." پایان نامه کارشناسی/ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی مهندسی، بخش مهندسی مکانیک - گروه تبدیل انرژی، (۱۳۸۰).

## واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- |                                |                                 |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1 - Jones-Wilkins-Lee          | 2 - Underwater Explosion, UNDEX |
| 3 - Piecewise Parabolic Method | 4 - Singular                    |
| 5 - Riemann Problem            | 6 - Shock Tube                  |
| 7 - Godunov Type Methods       | 8 - Characteristic From         |
| 9 - Hugoniot                   |                                 |