

## شبیه سازی هامیلتونی هایزبرگ با استفاده از مدل یک طرفه

مهديه معراجی<sup>1</sup>، نيره مجد<sup>2</sup>

**چکیده:** امروزه مدل یک طرفه یکی از مدل های مورد توجه در محاسبات کوانتومی می باشد که بر اساس اندازه گیری های هوشمندانه بر روی کیوبیت های مشخص در حالت کلاستر، می توان دروازه های کوانتومی دلخواه را ایجاد نمود. ایجاد هامیلتونی های دلخواه و کارآمد بر اساس تحول لازم در کلاستر نیز یکی از دغدغه های مهم محاسبات کوانتومی است، که ما در این مقاله ضمن بررسی چگونگی ایجاد هامیلتونی های دلخواه، به نحوه ایجاد هامیلتونی هایزبرگ به روش مدل یک طرفه پرداخته ایم.

**واژه های کلیدی:** حالت کلاستر، مدل یک طرفه، دروازه کوانتومی، کیوبیت.

### 1. مقدمه

مدل یک طرفه در محاسبات کوانتومی، یک روش جدید برای ساخت کامپیوتر کوانتومی فراهم می کند [2]. شبیه سازی دروازه های کوانتومی توسط حالت های کلاستر در هم تنیده [5-8]، با تعداد زیادی کیوبیت انجام می شود. برای انجام تحولات کوانتومی یکانی، کافی است اندازه گیری های تک کیوبیتی انجام شود [5]. حالت های کلاستر، حالت های کوانتومی خالص از سامانه های دو ترازوی هستند که از مجموعه معادلات ویژه مقداری زیر پیروی می کنند:

$$K^{(a)}|\phi\rangle_C = |\phi\rangle_C \quad (1)$$

که عملگر همبستگی  $K^{(a)}$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$K^a = \sigma_x^a \otimes_{b \in \text{nbgh}(a)} \sigma_z^b \quad (2)$$

که در آن  $\text{nbgh}(a)$  مجموعه تمام همسایه های

است.

حالت کلاستر  $|\phi\rangle_C$  که در معادله ویژه مقداری (1) صدق کند، از طریق اعمال یک عملگر  $S^{(C)}$  روی حالت  $|+\rangle_C$  ایجاد می شود:

$$S^{(C)}|+\rangle_C = |\phi\rangle_C \quad (3)$$

بنابراین برای ایجاد حالت های کلاستر به شکل زیر عمل می کنیم. در ابتدا یک حالت حاصلضربی به فرم زیر ایجاد می کنیم:

$$|+\rangle_C = \bigotimes_{a \in C} |+\rangle_a \quad (4)$$

که  $a$  شماره کیوبیت کلاستر است و به طوری ایجاد می شود که تمام کیوبیت ها در حالت  $|+\rangle$  باشند. در مرحله دوم تبدیل یونیتاری  $S^{(C)}$  روی حالت  $|+\rangle_C$  انجام می شود:

$$S^{(C)} = \prod_{a, b \in C \setminus b-a \in \gamma_f} S^{ab} \quad (5)$$

حرف  $f$  نشان دهنده بعد کلاستر است. برای موارد

$f = 1, 2, 3$  داریم:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \{1\} \\ \gamma_2 &= \{(1,0)^T, (0,1)^T\} \\ \gamma_3 &= \{(1,0,0)^T, (0,1,0)^T, (0,0,1)^T\} \end{aligned} \quad (6)$$

(1) دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، پست الکترونیک:

Mahdieh.meraji@gmail.com

(2) استادیار، گروه علوم پایه مهندسی، پردیس دانشکده فنی، دانشگاه تهران، پست الکترونیک:

Nayereh.majd@gmail.com

تبدیل دو کیوبیتی  $S^{ab}$  طوری است که حالت  $|1\rangle_a \otimes |1\rangle_b$  یک اختلاف فاز  $\pi$  پیدا می کند اما بقیه حالت های زیر فازی ندارند:

(11)

از روابط بالا می توان به دست آورد:

$$S\sigma_x^{(a)}S^\dagger = \sigma_x^{(a)} \otimes_{\text{benbgl}(a)} \sigma_z^{(b)} \quad (12)$$

بنابراین حالت کلاستر که در بالا ایجاد شد، معادله ویژه مقداری (1) را ارضا می کند.

ساختار این مقاله به این شرح می باشد:

ابتدا به قضیه اساسی محاسبات کوانتومی یک طرفه می پردازیم. توضیحات مفصل در این باره را می توان در مقاله [1] یافت. سپس در بخش سوم، شبیه سازی یک دروازه دو کیوبیتی را مورد بررسی قرار داده و دو هامیلتونی را نیز به همراه آن شبیه سازی می کنیم. در بخش چهارم جمع دو هامیلتونی مذکور را شبیه سازی می کنیم. این کار از طریق ترکیب کلاستر های مربوط به آنها صورت می گیرد.

## 2- قضیه

پیش از شروع بحث اصلی در مورد ایجاد دروازه های کوانتومی لازم است قضیه اساسی محاسبات کوانتومی یک طرفه را معرفی کنیم که از طریق آن محاسبات انجام می شود.

یک حالت کلاستر  $C(g)$  از سه بخش تشکیل شده است: کیوبیت های ورودی که با  $C_I(g)$  نمایش داده می شوند، کیوبیت های بدنه کلاستر که با  $C_M(g)$  نشان داده می شوند و کیوبیت های خروجی که با  $C_O(g)$  نشان داده می شوند. به طوری که روابط زیر برای هر کلاستر برقرار است:

$$\begin{aligned} C(g) &= C_I(g) \cup C_M(g) \cup C_O(g) \\ C_I(g) \cap C_M(g) &= C_I(g) \cap C_O(g) \\ &= C_M(g) \cap C_O(g) = \emptyset \end{aligned} \quad (13)$$

این حالت کلاستر برای شبیه سازی یک دروازه (g) مورد نیاز است.

$$|0\rangle_a \otimes |0\rangle_b, \quad |0\rangle_a \otimes |1\rangle_b, \quad |1\rangle_a \otimes |0\rangle_b$$

بنابراین  $S^{ab}$  به فرم زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} S^{ab} &= \frac{1}{2}(1^{(a)} \otimes 1^{(b)} + \sigma_z^{(a)} \otimes 1^{(b)} + 1^{(a)} \otimes \sigma_z^{(b)} \\ &\quad - \sigma_z^{(a)} \otimes \sigma_z^{(b)}) = C - Z \end{aligned} \quad (7)$$

بنابراین تبدیل یونیتاری  $S^{(C)}$  فقط روی نزدیک ترین همسایه های کیوبیت عمل می کند. حالت کلاستر  $|\phi\rangle_C$  از معادلات ویژه مقداری زیر پیروی می کند:

$$|\phi\rangle_C = S\sigma_x^{(a)}S^\dagger|\phi\rangle_C, \quad \forall a \in C \quad (8)$$

که  $S^{(C)}$  را به اختصار،  $S$  می نویسیم. برای رسیدن به  $S\sigma_x^{(a)}S^\dagger$  ابتدا به روابط زیر توجه کنید:

$$\begin{aligned} S^{(ab)}\sigma_x^{(a)}S^{(ab)\dagger}|\phi\rangle_C &= \sigma_x^{(a)} \otimes \sigma_z^{(b)}|\phi\rangle_C = K^{(a)}|\phi\rangle_C \\ S^{(ab)}\sigma_x^{(b)}S^{(ab)\dagger}|\phi\rangle_C &= \sigma_z^{(a)} \otimes \sigma_x^{(b)}|\phi\rangle_C = K^{(b)}|\phi\rangle_C \end{aligned} \quad (9)$$

با استفاده از رابطه (7) این روابط به راحتی قابل اثباتند.

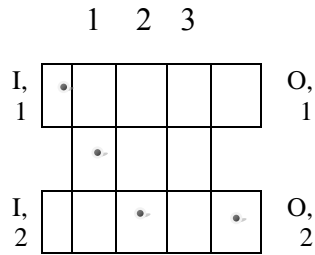
همچنین رابطه زیر نیز برای یک مجموعه برقرار است:

$$\begin{aligned} S^{(ab)}\sigma_x^{(c)}S^{(ab)\dagger}|\phi\rangle_C &= \sigma_x^{(c)}|\phi\rangle_C, \quad \forall c \in C \setminus \{a, b\} \\ &= \sigma_x^{(c)}S^{(ab)}S^{(ab)\dagger}|\phi\rangle_C = \sigma_x^{(c)}|\phi\rangle_C \end{aligned} \quad (10)$$

چون فضای  $a$  و  $b$  قرار ندارد این رابطه صحیح است. و نیز داریم:

$$S^{(ab)}\sigma_z^{(d)}S^{(ab)\dagger} = \sigma_z^{(d)}, \quad \forall d \in C \setminus \{a, b\}$$

پایه  $\sigma_x$  اندازه گیری می شوند.



شکل 1: کلاستر مربوط به عملگر تعویض

برای این دروازه دو کیوبیتی چهار معادله ویژه مقداری داریم که به صورت زیر هستند:

$$K^{(I,1)} K^{(1,2)} K^{(2,3)} K^{(O,2)} |\phi\rangle = |\phi\rangle \quad (17)$$

$$K^{(I,2)} K^{(1,2)} K^{(2,1)} K^{(O,1)} |\phi\rangle = |\phi\rangle \quad (18)$$

$$K^{(1,1)} K^{(2,2)} K^{(3,3)} |\phi\rangle = |\phi\rangle \quad (19)$$

$$K^{(1,3)} K^{(2,2)} K^{(3,1)} |\phi\rangle = |\phi\rangle \quad (20)$$

به عنوان مثال، رابطه (17) را توضیح می دهیم. نقاط همبستگی مربوط به آن در شکل مشخص شده است.

$$K^{(I,1)} K^{(1,2)} K^{(2,3)} K^{(O,2)} |\phi\rangle = \sigma_x^{(I,1)} \sigma_x^{(1,2)} \sigma_x^{(2,3)} \sigma_x^{(O,2)} |\phi\rangle \quad (21)$$

پس از اندازه گیری کیوبیت های (1,2) و (2,3) در پایه  $\sigma_x$  داریم:

$$\sigma_x^{(I,1)} \sigma_x^{(O,2)} |\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}} |\psi\rangle$$

$$\lambda_{x,1} = s_{1,2} + s_{2,3} \quad (22)$$

برای سه معادله دیگر نیز به همین ترتیب عمل می کنیم و نتایج زیر به دست می آید:

$$\sigma_x^{(I,2)} \sigma_x^{(O,1)} |\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}} |\psi\rangle$$

$$\lambda_{x,2} = s_{1,2} + s_{2,1} \quad (23)$$

$$\sigma_z^{(I,1)} \sigma_z^{(O,2)} |\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,1}} |\psi\rangle$$

$$\lambda_{z,1} = s_{1,1} + s_{2,2} + s_{3,3} \quad (24)$$

فرض قضیه:

فرض کنید حالت  $|\psi\rangle_{C(g)} = P_{\{s\}}^{(C_M(g))} (M) |\phi\rangle_{C(g)}$  از  $2n$  معادله ویژه مقداری زیر تبعیت کند:

$$\sigma_x^{(C_I(g),i)} (U \sigma_x^{(i)} U^\dagger)^{(C_O(g))} |\psi\rangle_{C(g)}$$

$$= (-1)^{\lambda_{x,i}} |\psi\rangle_{C(g)}$$

$$\sigma_z^{(C_I(g),i)} (U \sigma_z^{(i)} U^\dagger)^{(C_O(g))} |\psi\rangle_{C(g)}$$

$$= (-1)^{\lambda_{z,i}} |\psi\rangle_{C(g)} \quad (14)$$

که در آن  $1 \leq i \leq n$  و  $\lambda_{z,i}, \lambda_{x,i} \in \{0,1\}$

بعد از آن، دروازه  $g$  روی یک حالت ورودی کوانتومی دلخواه  $|\psi_{in}\rangle$  در کلاستر  $C(g)$  عمل می کند و کیوبیت های موجود در  $C_I(g)$  در پایه  $\sigma_x$  اندازه گیری می شوند.

حکم قضیه: حالت های ورودی و خروجی توسط رابطه زیر به هم مرتبط می شوند:

$$|\psi_{out}\rangle = U U_\Sigma |\psi_{in}\rangle \quad (15)$$

$U_\Sigma$  عملگر حاصل ضربی<sup>1</sup> است که توسط رابطه زیر داده می شود:

$$U_\Sigma = \bigotimes_{(C_I(g) \ni i)=1}^n (\sigma_z^{(i)})^{s_i + \lambda_{x,i}} (\sigma_x^{(i)})^{\lambda_{z,i}} \quad (16)$$

اهمیت قضیه بالا در این است که این قضیه یک معیار نسبتاً ساده برای شبیه سازی دروازه ها در  $QC_c$  فراهم می کند.

### 3. شبیه سازی دروازه های دو کیوبیتی

#### 3-1. عملگر تعویض<sup>2</sup> دو کیوبیتی

این دروازه جای دو کیوبیت را با هم عوض می کند. برای فهم این دروازه احتیاج به یک کلاستر مطابق شکل (1) داریم که تمام کیوبیت های آن در

1) byproduct operator  
2) swap

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(I,2)} \sigma_z^{(O,1)} |\psi\rangle &= (-1)^{\lambda_{z,2}} |\psi\rangle \\ \lambda_{z,2} &= s_{1,3} + s_{2,2} + s_{3,1} \end{aligned} \quad (25)$$

از آنجا که  $U_{\text{swap}} = \sigma_x$  با وارد کردن آن در طرفین این چهار معادله به معادلات دلخواه دست می‌یابیم:

شکل 2: کلاستر مربوط به هامیلتونی  $U_2$

ابتدا معادلات مربوط به عملگر تعویض را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} |\phi\rangle &= K^{(I,1)} K^{(1,2)} K^{(2,3)} K^{(O,2)} |\phi\rangle \quad (32) \\ &= \sigma_x^{(I,1)} \sigma_x^{(1,2)} \sigma_x^{(2,3)} \sigma_x^{(O,2)} |\phi\rangle \end{aligned} \quad \sigma_x^{(I,1)} (U_{\text{swap}} \sigma_x^{(O,2)} U_{\text{swap}}^\dagger) |\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}} |\psi\rangle \quad (26)$$

$$\begin{aligned} |\phi\rangle &= K^{(I,2)} K^{(1,2)} K^{(2,1)} K^{(O,1)} |\phi\rangle \quad (33) \\ &= \sigma_x^{(I,2)} \sigma_x^{(1,2)} \sigma_x^{(2,1)} \sigma_x^{(O,1)} |\phi\rangle \end{aligned} \quad \sigma_x^{(I,2)} (U_{\text{swap}} \sigma_x^{(O,1)} U_{\text{swap}}^\dagger) |\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}} |\psi\rangle \quad (27)$$

$$\begin{aligned} |\phi\rangle &= K^{(1,1)} K^{(2,2)} K^{(3,3)} |\phi\rangle \quad (34) \\ &= \sigma_z^{(1,1)} \sigma_x^{(1,1)} \sigma_x^{(2,2)} \sigma_x^{(3,3)} \sigma_z^{(O,2)} |\phi\rangle \end{aligned} \quad \sigma_z^{(I,1)} (U_{\text{swap}} \sigma_z^{(O,2)} U_{\text{swap}}^\dagger) |\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,1}} |\psi\rangle \quad (28)$$

$$\begin{aligned} |\phi\rangle &= K^{(1,3)} K^{(2,2)} K^{(3,1)} |\phi\rangle \quad (35) \\ &= \sigma_z^{(I,2)} \sigma_x^{(1,3)} \sigma_x^{(2,2)} \sigma_x^{(3,1)} \sigma_z^{(O,1)} |\phi\rangle \end{aligned} \quad \sigma_z^{(I,2)} (U_{\text{swap}} \sigma_z^{(O,1)} U_{\text{swap}}^\dagger) |\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,2}} |\psi\rangle \quad (29)$$

حال روی تمام کیوبیت‌ها به جز کیوبیت (2،2) در پایه  $\sigma_x$  اندازه‌گیری انجام می‌دهیم. در نتیجه معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$\sigma_x^{(I,1)} \sigma_x^{(O,2)} |\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}} |\psi\rangle \quad (36)$$

$$\lambda_{x,1} = s_{2,3} + s_{1,2}$$

$$\sigma_x^{(I,2)} \sigma_x^{(O,1)} |\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}} |\psi\rangle \quad (37)$$

$$\lambda_{x,2} = s_{2,1} + s_{1,2}$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(2,2)} \sigma_z^{(I,1)} \sigma_z^{(O,2)} |\psi\rangle &= (-1)^{\lambda_{z,1}} |\psi\rangle \\ \lambda_{z,1} &= s_{1,1} + s_{3,3} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(2,2)} \sigma_z^{(I,2)} \sigma_z^{(O,1)} |\psi\rangle &= (-1)^{\lambda_{z,2}} |\psi\rangle \\ \lambda_{z,2} &= s_{1,3} + s_{3,1} \end{aligned} \quad (39)$$

سپس برای ایجاد هامیلتونی مورد نظر، معادلات نقاط همبستگی نشان داده شده در شکل را می‌نویسیم:

به همین ترتیب عملگر حاصلضربی نیز از رابطه (16) قابل محاسبه است:

$$U_\Sigma = (\sigma_z^{(1)})^{s_{1,1} + \lambda_{x,1}} (\sigma_z^{(2)})^{s_{1,2} + \lambda_{x,2}} (\sigma_x^{(1)})^{\lambda_{z,1}} (\sigma_x^{(2)})^{\lambda_{z,2}} \quad (30)$$

### 3-2. هامیلتونی دو کیوبیتی

در اینجا ما یک دروازه را نمایش می‌دهیم که تحول یونیتاری  $U = \exp(-iHt)$  را شبیه سازی می‌کند. ما یک هامیلتونی 2 کیوبیتی را بررسی می‌کنیم که در رابطه (31) نشان داده شده است. علاوه بر این، یک تعویض نیز به همراه این دروازه انجام می‌شود.

$$H_2 = g \sigma_x^{(1)} \sigma_x^{(2)} \quad (31)$$

هامیلتونی مورد نظر از طریق شکل (2) تشریح می‌شود.

	1	2	3	
I,1			•	•
		•		
I,2			•	•

و در نتیجه معادلات به صورت زیر خواهند شد:

$$\sigma_x^{(i,i)} [U_2 [(-1)^\lambda \theta] \sigma_x^{(o,j)} U_2^\dagger [(-1)^\lambda \theta]] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,i}} / \psi \rangle \quad (49)$$

$$\sigma_z^{(i,i)} [U_2 [(-1)^\lambda \theta] \sigma_z^{(o,j)} U_2^\dagger [(-1)^\lambda \theta]] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{z,i} + s_{2,2}} / \psi \rangle \quad (50)$$

که در آن  $j = 3 - i$  و  $i, j \in \{1, 2\}$ .

در نهایت  $U_{SWAP}$  را نیز از دو طرف در معادلات وارد می کنیم. جهت اختصار به جای  $U_2 [(-1)^\lambda \theta]$  استفاده می کنیم:

$$\sigma_x^{(i,i)} [U_2 U_{SWAP} \sigma_x^{(o,j)} U_{SWAP}^\dagger U_2^\dagger] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,i}} / \psi \rangle \quad (51)$$

$$\sigma_z^{(i,i)} [U_2 U_{SWAP} \sigma_z^{(o,j)} U_{SWAP}^\dagger U_2^\dagger] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{z,i} + s_{2,2}} / \psi \rangle \quad (52)$$

حال، با توجه به معادلات بالا عملگر حاصلضربی به صورت رابطه زیر خواهد شد:

$$U_\Sigma = (\sigma_z^{(1)})^{s_{I,1} + \lambda_{x,1}} (\sigma_z^{(2)})^{s_{I,2} + \lambda_{x,2}} (\sigma_x^{(1)})^{\lambda_{z,1} + s_{2,2}} (\sigma_x^{(2)})^{\lambda_{z,2} + s_{2,2}} \quad (53)$$

نهایتاً خواهیم داشت:

$$U_{sim} = U_2 [(-1)^\lambda \theta] U_{SWAP} U_\Sigma \quad (54)$$

از آنجا که ترتیب عملگرها باید جا به جا پذیر باشد، پس این عملگر به شکل زیر خواهد شد:

$$U_{sim} = U'_\Sigma U_{SWAP} U_2 [(-1)^{\lambda + \sum_{i=1}^2 \lambda_{x,i}} \theta] \quad (55)$$

$$U'_\Sigma = U_{SWAP} U_\Sigma U_{SWAP}^\dagger$$

### 3-3 یک هامیلتونی دیگر

هامیلتونی مورد نظر ما به صورت رابطه (56) است که از طریق شکل (3) توضیح داده می شود همانند هامیلتونی قبل، این هامیلتونی نیز به همراه یک تعویض

$$K^{(o,1)} K^{(2,1)} K^{(1,2)} K^{(2,3)} K^{(o,2)} / \phi \rangle \sigma_x^{(o,1)} \sigma_x^{(2,1)} \sigma_x^{(1,2)} \sigma_x^{(2,3)} \sigma_x^{(o,2)} \sigma_z^{(2,2)} / \phi \rangle = / \phi \rangle \quad (40)$$

پس از آن در دور اول اندازه گیری تمام اندازه گیری های در پایه  $\sigma_x$  را انجام می دهیم.

$$\sigma_z^{(2,2)} \sigma_x^{(o,1)} \sigma_x^{(o,2)} / \psi \rangle = (-1)^\lambda / \psi \rangle \quad (41)$$

$$\lambda = s_{2,1} + s_{1,2} + s_{2,3}$$

این معادله را می توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$\exp[i\theta \sigma_z^{(2,2)}] U_2 [(-1)^\lambda \theta] / \psi \rangle = / \psi \rangle \quad (42)$$

$$U_2 [\theta] = \exp[-i\theta \sigma_x^{(o,1)} \sigma_x^{(o,2)}]$$

حال اگر این معادله را در طرفین معادلات (36) تا (39) ضرب کنیم به معادلات زیر دست می یابیم، البته پیش از آن توجه داشته باشید که:

$$\exp[i\theta \sigma_z^{(1,2)}] = U_z(-2\theta) \quad (43)$$

پس معادلات به صورت زیر خواهند شد:

$$\sigma_x^{(i,1)} [U_2 [(-1)^\lambda \theta] \sigma_x^{(o,2)} U_2^\dagger [(-1)^\lambda \theta]] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}} / \psi \rangle \quad (44)$$

$$\sigma_x^{(i,2)} [U_2 [(-1)^\lambda \theta] \sigma_x^{(o,1)} U_2^\dagger [(-1)^\lambda \theta]] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}} / \psi \rangle \quad (45)$$

$$[U_z(2\theta) \sigma_x U_z^\dagger(2\theta)]^{(2,2)} \sigma_z^{(i,1)} [U_2 [(-1)^\lambda \theta] \sigma_z^{(o,2)} U_2^\dagger [(-1)^\lambda \theta]] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{z,1}} / \psi \rangle \quad (46)$$

$$[U_z(2\theta) \sigma_x U_z^\dagger(2\theta)]^{(2,2)} \sigma_z^{(i,2)} [U_2 [(-1)^\lambda \theta] \sigma_z^{(o,1)} U_2^\dagger [(-1)^\lambda \theta]] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{z,2}} / \psi \rangle \quad (47)$$

در این مرحله روی کیوبیت (2,2) اندازه گیری انجام می شود. این اندازه گیری در راستای زیر است:

$$U_z(2\theta) \sigma_x U_z^\dagger(2\theta) = \cos 2\theta \sigma_x + \sin 2\theta \sigma_y = \vec{r}_{xy} \cdot \vec{\sigma} \quad (48)$$

$$\sigma_x^{(3,1)} \sigma_z^{(1,2)} \sigma_z^{(0,1)} / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{z,2}} / \psi \rangle$$

$$\lambda_{z,2} = s_{1,3} + s_{2,2}$$

سپس برای ایجاد هامیلتونی مورد نظر، معادلات نقاط همبستگی نشان داده شده در شکل را می نویسیم:

$$K^{(0,1)} K^{(3,1)} K^{(2,2)} K^{(3,3)} K^{(0,2)} / \phi \rangle = / \phi \rangle$$

$$\sigma_y^{(0,1)} \sigma_y^{(0,2)} \sigma_y^{(3,1)} \sigma_y^{(3,3)} \sigma_x^{(2,2)} \sigma_z^{(1,2)} / \phi \rangle = / \phi \rangle \quad (65)$$

پس از آن در دور اول اندازه گیری تمام اندازه گیری های در پایه  $\sigma_x$  را انجام می دهیم. لذا خواهیم داشت:

$$\sigma_y^{(0,1)} \sigma_y^{(0,2)} \sigma_y^{(3,1)} \sigma_y^{(3,3)} \sigma_z^{(1,2)} / \psi \rangle = (-1)^\lambda / \psi \rangle$$

$$\lambda = s_{2,2} \quad (66)$$

این معادله را می توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$\exp[i\theta \sigma_y^{(3,1)} \sigma_y^{(3,3)} \sigma_z^{(1,2)}] U_2' [(-1)^\lambda \theta] / \psi \rangle = / \psi \rangle$$

$$U_2' [\theta] = \exp[-i\theta \sigma_y^{(0,1)} \sigma_y^{(0,2)}] \quad (67)$$

حال اگر این معادله را در طرفین معادلات (61) تا (64) ضرب کنیم به معادلات زیر دست می یابیم:

$$[U_z(2\theta) \sigma_x^{(1,2)} U_z^\dagger(2\theta)] \sigma_x^{(1,1)}$$

$$[U_2' [(-1)^\lambda \theta] \sigma_x^{(0,2)} U_2'^\dagger [(-1)^\lambda \theta]] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}} / \psi \rangle \quad (68)$$

$$[U_z(2\theta) \sigma_x^{(1,2)} U_z^\dagger(2\theta)] \sigma_x^{(1,2)}$$

$$[U_2' [(-1)^\lambda \theta] \sigma_x^{(0,1)} U_2'^\dagger [(-1)^\lambda \theta]] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}} / \psi \rangle \quad (69)$$

$$[U_y(2\theta) \sigma_x U_y^\dagger(2\theta)]^{(3,3)} \sigma_z^{(1,1)} [U_2' \sigma_z^{(0,2)} U_2'^\dagger] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{z,1}} / \psi \rangle \quad (70)$$

$$[U_y(2\theta) \sigma_x U_y^\dagger(2\theta)]^{(3,1)} \sigma_z^{(1,2)} [U_2' \sigma_z^{(0,1)} U_2'^\dagger] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{z,2}} / \psi \rangle \quad (71)$$

در این مرحله روی کیوبیت های (1,2)، (3,3) و (3,1) اندازه گیری انجام می شود. این اندازه گیری ها در راستاهای زیر می باشند:

انجام می شود.

$$H_2 = g \sigma_y^{(1)} \sigma_y^{(2)} \quad (56)$$

ابتدا معادلات مربوط به عملگر تعویض را می نویسیم:

$$/ \phi \rangle = K^{(1,1)} K^{(1,2)} K^{(2,3)} K^{(0,2)} / \phi \rangle$$

$$= \sigma_x^{(1,1)} \sigma_x^{(1,2)} \sigma_x^{(2,3)} \sigma_x^{(0,2)} / \phi \rangle \quad (57)$$

$$/ \phi \rangle = K^{(1,2)} K^{(1,2)} K^{(2,1)} K^{(0,1)} / \phi \rangle$$

$$= \sigma_x^{(1,2)} \sigma_x^{(1,2)} \sigma_x^{(2,1)} \sigma_x^{(0,1)} / \phi \rangle \quad (58)$$

$$/ \phi \rangle = K^{(1,1)} K^{(2,2)} K^{(3,3)} / \phi \rangle$$

$$= \sigma_z^{(1,1)} \sigma_x^{(1,1)} \sigma_x^{(2,2)} \sigma_x^{(3,3)} \sigma_z^{(0,2)} / \phi \rangle \quad (59)$$

$$/ \phi \rangle = K^{(1,3)} K^{(2,2)} K^{(3,1)} / \phi \rangle$$

$$= \sigma_z^{(1,2)} \sigma_x^{(1,3)} \sigma_x^{(2,2)} \sigma_x^{(3,1)} \sigma_z^{(0,1)} / \phi \rangle \quad (60)$$

	1	2	3	
I,1				• •
			•	
I,2				• •

شکل 3: کلاستر مربوط به هامیلتونی  $U_2'$

حال روی تمام کیوبیت ها به جز کیوبیت های (1,2)، (3,1) و (3,3) در پایه  $\sigma_x$  اندازه گیری انجام

می دهیم. در نتیجه معادلات زیر به دست می آیند:

$$\sigma_x^{(1,2)} \sigma_x^{(1,1)} \sigma_x^{(0,2)} / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}} / \psi \rangle$$

$$\lambda_{x,1} = s_{2,3} \quad (61)$$

$$\sigma_x^{(1,2)} \sigma_x^{(1,2)} \sigma_x^{(0,1)} / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}} / \psi \rangle$$

$$\lambda_{x,2} = s_{2,1} \quad (62)$$

$$(63)$$

$$(64)$$

پس این عملگر به شکل زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned} (1,2) \Rightarrow U_z(2\theta)\sigma_x U_z^\dagger(2\theta) &= \vec{r}_{xy} \cdot \vec{\sigma} \\ (3,3), (3,1) \Rightarrow U_y(2\theta)\sigma_x U_y^\dagger(2\theta) &= \vec{r}_{xz} \cdot \vec{\sigma} \end{aligned} \quad (72)$$

$$\begin{aligned} U_{sim} &= U'_\Sigma U_{SWAP} U'_2 [ -(-1)^{\sum_{i=1}^2 \lambda_{x,i}} \theta ] \\ U'_\Sigma &= U_{SWAP} U'_\Sigma U_{SWAP} \end{aligned} \quad (83)$$

و در نتیجه معادلات به صورت زیر خواهند شد:

$$\sigma_x^{(I,1)} [U'_2 \sigma_x^{(O,2)} U'_2^\dagger] / \psi = (-1)^{\lambda_{x,1} + s_{1,2}} / \psi \quad (73)$$

عمل شده، می توان هامیلتونی زیر را نیز شبیه سازی

$$\sigma_x^{(I,2)} [U'_2 \sigma_x^{(O,1)} U'_2^\dagger] / \psi = (-1)^{\lambda_{x,2} + s_{1,2}} / \psi \quad (74)$$

$$H = g \sigma_z^{(1)} \sigma_z^{(2)} \quad (84)$$

$$\sigma_z^{(I,1)} [U'_2 \sigma_z^{(O,2)} U'_2^\dagger] / \psi = (-1)^{\lambda_{z,1} + s_{3,3}} / \psi \quad (75)$$

#### 4. هامیلتونی هایزنبرگ

در اینجا می خواهیم هامیلتونی هایزنبرگ را که در رابطه (85) نشان داده شده است شبیه سازی کنیم.

$$H = a \sigma_x^{(1)} \sigma_x^{(2)} + b \sigma_y^{(1)} \sigma_y^{(2)} + c \sigma_z^{(1)} \sigma_z^{(2)} \quad (85)$$

این هامیلتونی در واقع جمع سه هامیلتونی متفاوت است، به عبارتی  $H = H_1 + H_2 + H_3$  و از طرفی می دانیم که اگر  $H_1$ ،  $H_2$  و  $H_3$  جا به جا پذیر باشند، می توان نوشت:

$$e^{-iHt} = e^{-i(H_1+H_2+H_3)t} = e^{-iH_1t} e^{-iH_2t} e^{-iH_3t} \quad (86)$$

بنابراین برای ایجاد جمع سه هامیلتونی کافی است کلاستر های مربوط به این هامیلتونی ها را پشت سر هم قرار دهیم، به این ترتیب که خروجی های کلاستر اول با ورودی های کلاستر دوم و خروجی های کلاستر دوم با ورودی های کلاستر سوم هم پوشانی داشته باشند. چنین کلاستری در شکل (4) نشان داده شده است.

در نهایت  $U_{SWAP}$  را نیز از دو طرف در معادلات وارد

می کنیم:

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(I,1)} [U'_2 U_{SWAP} \sigma_x^{(O,2)} U_{SWAP}^\dagger U'_2^\dagger] / \psi \\ = (-1)^{\lambda_{x,1} + s_{1,2}} / \psi \end{aligned} \quad (77)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(I,2)} [U'_2 U_{SWAP} \sigma_x^{(O,1)} U_{SWAP}^\dagger U'_2^\dagger] / \psi \\ = (-1)^{\lambda_{x,2} + s_{1,2}} / \psi \end{aligned} \quad (78)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(I,1)} [U'_2 U_{SWAP} \sigma_z^{(O,2)} U_{SWAP}^\dagger U'_2^\dagger] / \psi \\ = (-1)^{\lambda_{z,1} + s_{3,3}} / \psi \end{aligned} \quad (79)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(I,2)} [U'_2 U_{SWAP} \sigma_z^{(O,1)} U_{SWAP}^\dagger U'_2^\dagger] / \psi \\ = (-1)^{\lambda_{z,2} + s_{3,1}} / \psi \end{aligned} \quad (80)$$

حال، با توجه به معادلات بالا عملگر حاصلضربی از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} U_\Sigma &= (\sigma_z^{(1)})^{s_{1,1} + \lambda_{x,1} + s_{1,2}} (\sigma_z^{(2)})^{s_{1,2} + \lambda_{x,2} + s_{1,2}} \\ &(\sigma_x^{(1)})^{\lambda_{z,1} + s_{3,3}} (\sigma_x^{(2)})^{\lambda_{z,2} + s_{3,1}} \end{aligned} \quad (81)$$

نهایتاً خواهیم داشت:

$$U_{sim} = U'_2 [ -(-1)^\lambda \theta ] U_{SWAP} U_\Sigma \quad (82)$$

از آنجا که ترتیب عملگرها باید جا به جا پذیر باشد،

می شوند:

$$\sigma_z^{(10,2)} \sigma_x^{(I,1)} \sigma_x^{(O,2)} / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}} / \psi \rangle$$

$$\lambda_{x,1} = s_{1,2} + s_{2,3} + s_{4,3} + s_{6,3} + s_{8,3} + s_{10,3} + s_{6,2} \quad (91)$$

$$\sigma_z^{(10,2)} \sigma_x^{(I,2)} \sigma_x^{(O,1)} / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}} / \psi \rangle$$

$$\lambda_{x,2} = s_{1,2} + s_{2,1} + s_{4,1} + s_{6,1} + s_{8,1} + s_{10,1} + s_{6,2} \quad (92)$$

$$\sigma_z^{(9,2)} \sigma_x^{(11,3)} \sigma_z^{(I,1)} \sigma_z^{(O,2)} / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{z,1}} / \psi \rangle$$

$$\lambda_{z,1} = s_{1,1} + s_{2,2} + s_{3,3} + s_{5,3} + s_{7,3} + s_{9,3} + s_{5,2} \quad (93)$$

$$\sigma_z^{(9,2)} \sigma_x^{(11,1)} \sigma_z^{(I,2)} \sigma_z^{(O,1)} / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{z,2}} / \psi \rangle$$

$$\lambda_{z,2} = s_{1,3} + s_{2,2} + s_{3,1} + s_{5,1} + s_{7,1} + s_{9,1} + s_{5,2} \quad (94)$$

سپس برای ایجاد سه هامیلتونی مورد نظر، معادلات نقاط همبستگی نشان داده شده در شکل را می نویسیم. بنابراین سه معادله به شرح ذیل داریم:

$$K^{(O,1)} K^{(11,1)} K^{(10,2)} K^{(11,3)} K^{(O,2)} / \phi \rangle = / \phi \rangle$$

$$\sigma_y^{(O,1)} \sigma_y^{(O,2)} \sigma_y^{(11,1)} \sigma_y^{(11,3)} \sigma_x^{(10,2)} \sigma_z^{(9,2)} / \phi \rangle = / \phi \rangle \quad (95)$$

$$K^{(O,1)} K^{(10,1)} K^{(9,2)} K^{(10,3)} K^{(O,2)} / \phi \rangle = / \phi \rangle$$

$$\sigma_x^{(O,1)} \sigma_x^{(O,2)} \sigma_x^{(10,1)} \sigma_x^{(10,3)} \sigma_x^{(9,2)} \sigma_z^{(10,2)} / \phi \rangle = / \phi \rangle \quad (96)$$

$$K^{(11,1)} K^{(10,2)} K^{(11,3)} / \phi \rangle = / \phi \rangle$$

$$\sigma_z^{(O,1)} \sigma_z^{(O,2)} \sigma_x^{(11,1)} \sigma_x^{(11,3)} \sigma_x^{(10,2)} \sigma_z^{(9,2)} / \phi \rangle = / \phi \rangle \quad (97)$$

غیر از کیوبیت‌هایی که قبلاً ذکر شد، بقیه کیوبیت-ها را در پایه  $\sigma_x$  اندازه گیری می‌کنیم. در نتیجه معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$\sigma_y^{(O,1)} \sigma_y^{(O,2)} \sigma_y^{(11,1)} \sigma_y^{(11,3)} \sigma_x^{(10,2)} \sigma_z^{(9,2)} / \psi \rangle = / \psi \rangle \quad (98)$$

$$\sigma_x^{(O,1)} \sigma_x^{(O,2)} \sigma_x^{(9,2)} \sigma_z^{(10,2)} / \psi \rangle = (-1)^\lambda / \psi \rangle$$

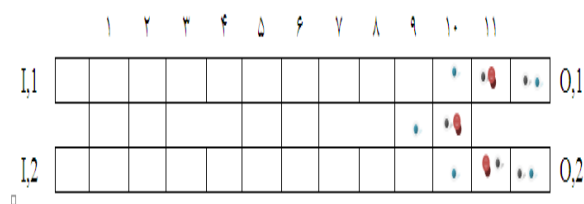
$$\lambda = s_{10,1} + s_{10,3} \quad (99)$$

$$\sigma_z^{(O,1)} \sigma_z^{(O,2)} \sigma_x^{(11,1)} \sigma_x^{(11,3)} \sigma_x^{(10,2)} \sigma_z^{(9,2)} / \psi \rangle = / \psi \rangle \quad (100)$$

این معادلات را به صورت نمایی می‌نویسیم. لذا خواهیم داشت:

$$\exp[i\theta \sigma_y^{(11,1)} \sigma_y^{(11,3)} \sigma_x^{(10,2)} \sigma_z^{(9,2)}] U'_2[\theta] / \psi \rangle = / \psi \rangle$$

$$U'_2[\theta] = \exp[-i\theta \sigma_y^{(O,1)} \sigma_y^{(O,2)}] \quad (101)$$



شکل 4. هامیلتونی هایزبرگ

نقاط مشخص شده در شکل (4) معادلات همبستگی مربوط به سه هامیلتونی مورد نظر را نشان می‌دهند. نقاط سیاه مربوط به معادله (95)، نقاط آبی مربوط به معادله (96) و نقاط قرمز مربوط به معادله (97) می‌باشند.

مشابه عملیاتی که در مورد هر هامیلتونی انجام شد، در اینجا نیز ابتدا معادلات مربوط به عملگر تعویض را می‌نویسیم:

$$/ \phi \rangle = K^{(I,1)} K^{(1,2)} K^{(2,3)} K^{(4,3)} K^{(6,3)} K^{(8,3)}$$

$$K^{(10,3)} K^{(O,2)} / \phi \rangle = \sigma_x^{(I,1)} \sigma_x^{(1,2)} \sigma_x^{(2,3)} \sigma_x^{(4,3)} \sigma_x^{(6,3)} \quad (87)$$

$$\sigma_z^{(6,2)} \sigma_x^{(8,3)} \sigma_x^{(10,3)} \sigma_z^{(10,2)} \sigma_x^{(O,2)} / \phi \rangle$$

$$/ \phi \rangle = K^{(I,2)} K^{(1,2)} K^{(2,1)} K^{(4,1)} K^{(6,1)} K^{(8,1)}$$

$$K^{(10,1)} K^{(O,1)} / \phi \rangle = \sigma_x^{(I,2)} \sigma_x^{(1,2)} \sigma_x^{(2,1)} \sigma_x^{(4,1)} \sigma_x^{(6,1)} \quad (88)$$

$$\sigma_z^{(6,2)} \sigma_x^{(8,1)} \sigma_x^{(10,1)} \sigma_z^{(10,2)} \sigma_x^{(O,1)} / \phi \rangle$$

$$/ \phi \rangle = K^{(1,1)} K^{(2,2)} K^{(3,3)} K^{(5,3)} K^{(7,3)}$$

$$K^{(9,3)} K^{(11,3)} / \phi \rangle = \sigma_z^{(I,1)} \sigma_x^{(1,1)} \sigma_x^{(2,2)} \sigma_x^{(3,3)} \sigma_x^{(5,3)} \quad (89)$$

$$\sigma_z^{(5,2)} \sigma_x^{(7,3)} \sigma_x^{(9,3)} \sigma_z^{(9,2)} \sigma_x^{(11,3)} \sigma_z^{(O,2)} / \phi \rangle$$

$$/ \phi \rangle = K^{(1,3)} K^{(2,2)} K^{(3,1)} K^{(5,1)} K^{(7,1)}$$

$$K^{(9,1)} K^{(11,1)} / \phi \rangle = \sigma_z^{(I,2)} \sigma_x^{(1,3)} \sigma_x^{(2,2)} \sigma_x^{(3,1)} \sigma_x^{(5,1)} \quad (90)$$

$$\sigma_z^{(5,2)} \sigma_x^{(7,1)} \sigma_x^{(9,1)} \sigma_z^{(9,2)} \sigma_x^{(11,1)} \sigma_z^{(O,1)} / \phi \rangle$$

در این مرحله روی تمام کیوبیت‌ها به غیر از کیوبیت‌های (2,10)، (5,2)، (9,2)، (11,1) و (11,3) در پایه  $\sigma_x$  اندازه گیری انجام می‌دهیم. کیوبیت‌های (6,2) و (5,2) در پایه  $\sigma_z$  اندازه گیری می‌شوند. در نتیجه معادلات بالا به معادلات زیر تبدیل



طرفین، معادلات به شکل زیر خواهند شد:

$$\sigma_x^{(I,1)} [U'_2 U_2 U_2'' U_{swap} \sigma_x^{(O,2)} U_{swap}^\dagger U_2''^\dagger U_2^\dagger U_2'^\dagger] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,1} + s_{10,2}} / \psi \rangle \quad (110)$$

$$\sigma_x^{(I,2)} [U'_2 U_2 U_2'' U_{swap} \sigma_x^{(O,1)} U_{swap}^\dagger U_2''^\dagger U_2^\dagger U_2'^\dagger] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,2} + s_{10,2}} / \psi \rangle \quad (111)$$

$$\sigma_z^{(I,1)} [U'_2 U_2 U_2'' U_{swap} \sigma_z^{(O,2)} U_{swap}^\dagger U_2''^\dagger U_2^\dagger U_2'^\dagger] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{z,1} + s_{9,2} + s_{11,3}} / \psi \rangle \quad (112)$$

$$\sigma_z^{(I,2)} [U'_2 U_2 U_2'' U_{swap} \sigma_z^{(O,1)} U_{swap}^\dagger U_2''^\dagger U_2^\dagger U_2'^\dagger] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{z,2} + s_{9,2} + s_{11,1}} / \psi \rangle \quad (113)$$

بنابراین، معادلات دلخواه ما ایجاد شد و همان طور که مشاهده می کنیم هر چهار عملگر  $U_2$ ،  $U_2'$ ،  $U_2''$  و  $U_{swap}$  در خروجی ظاهر شده اند. عملگر حاصلضربی نیز به راحتی قابل محاسبه است:

$$U_\Sigma = (\sigma_z^{(1)})^{s_{7,1} + \lambda_{x,1} + s_{10,2}} (\sigma_z^{(2)})^{s_{7,2} + \lambda_{x,2} + s_{10,2}} (\sigma_x^{(1)})^{\lambda_{z,1} + s_{9,2} + s_{11,3}} (\sigma_x^{(2)})^{\lambda_{z,2} + s_{9,2} + s_{11,1}} \quad (114)$$

### 5. نتیجه گیری

در این مقاله، توانستیم هامیلتونی هایزنبرگ را با استفاده از مدل یک طرفه شبیه سازی نماییم. لازم به ذکر است که این مدل قادر به شبیه سازی هامیلتونی-های دو کیوبیتی و حتی  $n$  کیوبیتی [1] که به صورت مضربی از عملگر های پاولی هستند، می باشد.

### مراجع

- [1] Raussendorf, R. Browne, D. E. and Briegel H. J, " Measurement Based Quantum Computation On Cluster States". Phys. Rev.A. Vol 2, 2003, pp. 022312.
- [2] Campanale, P. and Picca, D. , "The One Way" phys. Rev.A, vol. 2, 2005, pp021651.
- [3] CNOT Simulation "Laser Physics, 2006, vol. 16, No. 11, pp. 1565\_1571.
- [4] P.H.D.Thesis "Linear Optics Quantum Computing Tolerant to Qubit Loss" by Michael Varnava, July 2007.
- [5] Briegel, H. J. and Raussendorf, R., Phys. Rev. Lett. 2001, pp. 86-110.
- [6] Nielsen, M. A. and Chuang, I. L., Phys. Rev. Lett. 1997, pp. 79\_321.

$$\exp[i\theta\sigma_x^{(9,2)}\sigma_z^{(10,2)}]U_2[(-1)^\lambda\theta]/\psi\rangle = / \psi \rangle \quad (102)$$

$$U_2[\theta] = \exp[-i\theta\sigma_x^{(O,1)}\sigma_x^{(O,2)}]$$

$$\exp[i\theta\sigma_x^{(11,1)}\sigma_x^{(11,3)}\sigma_x^{(10,2)}\sigma_z^{(9,2)}]U_2[\theta]/\psi\rangle = / \psi \rangle \quad (103)$$

$$U_2''[\theta] = \exp[-i\theta\sigma_z^{(O,1)}\sigma_z^{(O,2)}]$$

حال، این معادلات را در طرفین معادلات (91) تا (94) ضرب می کنیم:

$$[U_x(2\theta)\sigma_z^{(10,2)}U_x^\dagger(2\theta)]\sigma_x^{(I,1)} [U_2'(\theta)U_2((-1)^\lambda\theta)U_2''(\theta)\sigma_x^{(O,2)} U_2''^\dagger(\theta)U_2^\dagger((-1)^\lambda\theta)U_2'^\dagger(\theta)] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}} / \psi \rangle \quad (104)$$

$$[U_x(2\theta)\sigma_z^{(10,2)}U_x^\dagger(2\theta)]\sigma_x^{(I,2)} [U_2'(\theta)U_2((-1)^\lambda\theta)U_2''(\theta)\sigma_x^{(O,1)} U_2''^\dagger(\theta)U_2^\dagger((-1)^\lambda\theta)U_2'^\dagger(\theta)] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}} / \psi \rangle \quad (105)$$

$$[U_x(2\theta)\sigma_z^{(9,2)}U_x^\dagger(2\theta)] [U_y(2\theta)\sigma_x^{(11,3)}U_y^\dagger(2\theta)]\sigma_z^{(I,1)} [U_2'(\theta)U_2((-1)^\lambda\theta)U_2''(\theta)\sigma_z^{(O,2)} U_2''^\dagger(\theta)U_2^\dagger((-1)^\lambda\theta)U_2'^\dagger(\theta)] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{z,1}} / \psi \rangle \quad (106)$$

$$[U_x(2\theta)\sigma_z^{(9,2)}U_x^\dagger(2\theta)] [U_y(2\theta)\sigma_x^{(11,1)}U_y^\dagger(2\theta)]\sigma_z^{(I,2)} [U_2'(\theta)U_2((-1)^\lambda\theta)U_2''(\theta)\sigma_z^{(O,1)} U_2''^\dagger(\theta)U_2^\dagger((-1)^\lambda\theta)U_2'^\dagger(\theta)] / \psi \rangle = (-1)^{\lambda_{z,2}} / \psi \rangle \quad (107)$$

در این مرحله کیوبیت های  $(10,2)$ ،  $(9,2)$ ،  $(11,3)$  و  $(11,1)$  را در راستاهای ذیل اندازه گیری می کنیم:

$$(10,2), (9,2) \Rightarrow U_x(2\theta)\sigma_z U_x^\dagger(2\theta) = r.\sigma \quad (108)$$

$$(11,3), (11,1) \Rightarrow U_y(2\theta)\sigma_x U_y^\dagger(2\theta) = r'.\sigma \quad (109)$$

بنابراین پس از این اندازه گیری ها و اعمال  $U_{swap}$  از

- 
- [9] Nielson, M. A. quant-ph/0108020, 2001.
- [10] D. Browne and H. Briegel "One -way Quantum Computation" quant-ph/0603226v2, 3 Oct 2006.
- [7] Gottesman, D. and Chuang, I. L. Nature (London), 1999, pp. 390\_402.
- [8] Knill, E., Laflamme, R. and Milburn, G. J. Nature (London) 409, 2001, pp. 46.