ISME

حل عددي كامل تماس الاستيك سطح استوانه‌اي زبر با سطح تخت زبر

ژياوه قريشي[۱]
کارشناس ارشد

داود جلالي وحيد[۲]
دانشیار

در تحقیق مسایل مربوط به شکل دهی فلزات با روش نورد، نیاز به شبیه سازی سطوح در حال تماس و همچنین شبیه سازی نوع تماس خواهد بود. در این تحقیق حل عددی کامل جهت تماس الاستیک نوع خشک استوانه زبر با سطح تخت زبر ارائه شده است. زبری این دو سطح دارای توزیع گاوسی، از نوع تصادفی است و با استفاده از تکنیک (FFT) ایجاد شده است. مدل تماسی با استفاده از نفوذ نسبی زبری های دو سطح به همراه معادله الاستیک و الگوریتم تبدیل فوریه سریع (FFT)، شبیه سازی شده است. می توان اثرات پارامترهای مهم زبری سطح و خواص مواد سطح را روی پارامترهای مهمی از قبیل فشار میانگین وارد بر سطح و سطح تماس واقعی را بررسی کرد. مقایسه ای نیز با کار عددی دیگری برای مدلسازی سطح و مدل تماس دو سطوح تخت انجام شده است.

واژه های راهنما: زبری، توزیع گاوسی، سطح واقعی تماس، فشار میانگین.

۱- مقدمه

اندازه گیری و توصیف مشخصات مربوط به سطوح مهندسی و مطالعه نوع تماس، نقش اساسی را در بررسی مسایل سایش، روانکاری، اصطکاک و تنش های سه بعدی ایفا می کنند. در بررسی دقیق مسایل تريبولوژي نیاز به در نظر گرفتن سطح واقعی و آوردن پارامترهای این سطح در معادلات و روابط حاکم می باشد. این امر مستلزم داشتن اطلاعات کافی در مورد مشخصات سطح است. بطوریکه با داشتن این مشخصات بتوان سطح زبر مورد نظر را با استفاده از روشهای عددی مدلسازی نمود.

در ادامه با استفاده از سطح تولید شده و مدل تماسی، می توان مسایل تماسي این سطوح زبر را با استفاده از روشهای عددی شبیه سازی کرد.

هنگامي که دو سطح زبر با هم درتماس باشند، بعلت وجود زبري سطح، برخورد در مكانهايي از سطح اتفاق مي افتد که دو قله سطح زبر به هم نزدیک شوند. در این شرایط برخورد آغازین اتفاق مي افتد و فقط كمي از نقاط سطح، جهت نگاه داشتن نيروي اعمالی اثر دارند. مجموع سطوح ناشي از برخورد زبري ها را

---

[۱] نویسنده مسئول، فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز zhia_gh@yahoo.com
[۲] دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز davoodjalali@sut.ac.ir

سطح واقعي برخورد تعريف مي كنند. سطح واقعي تابعي از بافت سطح، خـواص مـاده بكـار رفتـه در سـطح، شكل هندسي سطح (مسطح، استوانه اي و يا كروي) و نوع بارگذاري مي باشد.

چناچه نيرو افزايش يابد سطوح واقعي تماس حركت محصوري با يكديگر داشته، بطوريكه تعداد وسيعي از زبري هاي بلند روي دو سطح براي ايجاد برخورد تشكيل مي شوند و باعث نگهداري هرچه بيشـتر نيـرو مـي شوند. تغيير شكل روي نقاط برخورد از سطح مشترک دو سطح اتفاق مي افتد. اين تغيير شكل ها را مي توان به صورت هاي الاستيک (كشسان)، پلاستيک (مومسان)، ويسكو الاسـتيک و يـا ويسـكو پلاسـتيک تقسـيم بندي كرد. زمانيكه دو سطح زبر نسبت به هم حركت مي كنند، عكـس العمـل هـاي سـطحي و تـنش هـاي سطحي و زير سطحي در سطح مشترک بين ايـن دو سـطوح گسـترش ميابنـد و در نتيجـه باعـث سـايش و شكست احتمالي سطح و قطعه مي گردند. اولين آناليز هاي تماس خشک سطوح زبر در سـال ۱۹۶۶ بوسـيله Greenwood و Williamson ارائه شد[۱]. آنها با فرض استوانه اي بودن شكل زبري هاي سطح و با در نظـر گرفتن فشار تماسی قله های سطوح زبر مساله را حل كردند.

مـدلهاي ديگـري نيـز توسـط Whitehouse و Archard در سـال ۱۹۷۰ ارائـه شـد[۲]. در سـال ۱۹۸۳، Francis با فرض داشتن فشار و با استفاده از روش ماتريس مـوثرIMM[۳]، جابجـايي قلـه هـاي سـطح زبـر را محاسبه كرد[۳]. در اين روش مقدار جابجايي در ناحيه الاستيک، از اختلاف ناحيه جدايش با ارتفاعات سطح زبر معادل بدست می آيد. فضای محاسباتی تماس سطح بسيار پيچيده و از مرتبه $O(N^2)$ می باشـد، جاييكـه N تعداد تقسيم ها در هر راستا از سطح تماس است. چنانكه تعـداد تقسـيم هـا بيشـتر شـود حجـم و زمـان محاسبات بسيار طولاني- تر خواهد شد. همچنين محققان ديگـري از روشIMM اسـتفاده كردنـد. در سال ۱۹۹۱، Lubrecht و همكارانش از تكنيک MGML[۴] جهت محاسبات خود استفاده كرد[۴]. ايـن روش بـراي حل مسائل ديناميک سيالات داراي خاصيت همگراي بالايي است همچنين باعث كاهش فضای محاسـباتی و زمان اجرای محاسبات می شود. در اين روش شدت همگراي خطاهاي جبري با يک روند تكراري شـتاب مـي گيرد. بطوريكه محاسبات در روي يک سري از شبكه ها بـا انـدازه هـاي متفـاوت انجـام مـي گيـرد. حـل از ريزترين شبكه شروع شده و بعد از چند تكرار، زمانيكه شدت همگرايي افت نمود محاسبات به شبكه بعدي با ابعاد بزرگتر انتقال مي يابد. در ادامه محاسبات بـه آخـرين شـبكه ای مـی رسـد كـه داراي كمتـرين گـره و بيشترين اندازه شبكه است. نتايج حاصل از حل در اين شبكه بعد از درون يابي به شبكه بعدي انتقال يافته و به همين ترتيب روند ادامه دارد. ازاينرو فضای محاسباتی و زمان اجرای محاسبات كاهش ميابد. Ren و Lee در سال ۱۹۹۳، روش MGM[۵] را براي حلشان پيشنهاد دادند[۵]. در اين روش متغييرهاي مـورد نيـاز جهـت محاسبه ماتريس تغيير فرم از مرتبه $O(N^2)$ به مرتبه $O(N)$ كاهش مي يابد. برای رسيدن به ايـن هـدف يـک سيستم شبكه اي بزرگ روي شبكه اصلي قرار داده مي شود. اين شبكه جديد در طول و عرض دو برابر شبكه اصلي است و فاصله بين گره ها بطور دقيق با فاصله بين گره هـاي شـبكه اصـلي يكـي مـي باشـد. جابجـائي همواره در گره مركزي سيستم شبكه اي بزرگ محاسبه مي شود به طوريكه مـاتريس مـوثر هيچوقـت تغييـر

Influence Matrix Method -1
Multi-Grid / Multi- Level integration -2
Moving Grid Method -3

نمي يابد. همچنين مقادير مربوط به فشار در خارج از شبكه اصلي برابر صفر است و تاثيري روي تغيير شكل نخواهد داشت.

در سال هاي اخير تعدادی از محققين از روش FFT[٦]، جهت حل مسايل تماس زبري هاي سطح استفاده كردند. مسايل تماس خطي در سال١٩٩٦، بوسيله Ju و Farris آزمايش شد[۶]. درسال١٩٩٧، Nogi و Kato مسايل تماس نقطه اي را مطالعه كردند[٧]. همچنين در سال١٩٩٩، Xiaolan و همكارانش مسايل تماس نقطه اي سطح زبر را با استفاده از تكنيكFFT، حل عددی كردند[٨].

هركدام از روش های ارائه شده محدوديت های خاصي را دارند كه در اين ميان روش تبديل فوريه سريع متداول ترين روش برای مدلسازی سطوح مهندسی و مدل تماسی است. در اين تحقيق نخست سطح زبر مدلسازی شده است و در ادامه مدل تماسی سطح استوانه زبر با سطح تخت زبر را از حل همزمان معادله نفوذ زبری های دو سطح و معادله الاستيک، با استفاده از تكنيك FFT، شبيه سازی می شود. بطوريكه اين نتايج برای مسايل تماسی از نوع استوانه زبر با سطح تخت زبر جديد می باشد.

٢- تئوری

اگر دوسطح زبر مطابق شكل١ به يكديگر نزديک شوند، تاجاييكه اين دو سطح با يكديگر مماس شوند، فاصله ميانگين ارتفاعات دو سطح نسبت به هم به اندازه d خواهد بود. پس از اعمال نيرو قله هاي مماس بر هم دو سطح به همديگر فشار وارد می كنند و در نتيجه تغيير شكل در هر دو سطح بوجود می آيند.

با اعمال نيرو، روی سطح شماره١ و سطح شماره٢ بترتيب تغيير شكل هاي $w_1(x,y)$ و $w_2(x,y)$ ايجاد مي-شود. تغيير شكل كلي از جمع تغيير شكل هاي اين دو سطح بد ست می آيد[٩]. همانطور كه مشاهده مـی-شود در داخل ناحيه تماس دو سطح

$$w_1(x,y)+w_2(x,y)=\delta_e(x,y)\ ;\ p(x,y)>0 \qquad (١)$$

همچنين در خارج ناحيه تماس دو سطح

$$w_1(x,y)+w_2(x,y)>\delta_e(x,y)\ ;\ p(x,y)=0 \qquad (٢)$$

ازاينرو، تغيير شكل كلي در داخل ناحيه تماس براي فشار هاي مثبت بصورت زير تعريف می شود[١٠]

$$\delta_e(x,y)=\frac{2}{\pi E'}\iint_A \frac{p(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta}{\left[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\right]^{1/2}} \qquad (٣)$$

معادله (٣) را مي توان بصورت زير نوشت[١٠].

$$\delta_e(k,l)=\frac{2}{\pi E'}\sum_{j-1}^{nx}\sum_{i-1}^{ny}p_{i,j}\,D_{m,n} \qquad (۴)$$
$$m=|k-i+1| \quad and \quad n=|l-j+1|$$

همچنين مي توان معادله (۴) را به شكل ماتريسي بيان كرد.

Fast Fourier Transforms -4

$$c.[D]\{p\}=\{\delta_e\}$$
$$\mathrm{c}=\frac{2}{\pi \mathrm{E}'} \qquad (۵)$$

حال با توجه به توضيحات اشاره شده مبني برتماس دو سطح زبر، مي توان اين دو سطح را به يک سطح صاف و يک سطح زبر مطابق شکل۲ معادل سازي کرد. اين فرض، نخستين بار توسط Greenwood و Williamson در سال۱۹۶۶ ارائه شد[۱]. فرض مهم و پايدار براي اين مدل اينست که سطح بايست داراي توزيع گاوسي باشد. ازاينرو پارامترهاي مهم سطوح زبر شامل ميانگين مربعات R_q و طول همبستگی β^* جهت طراحي سطوح تصادفي و معادل کردن اين دو پارامتر مهم سطح براي مسايل تماسي بصورت زير است[۱۱].

$$R_{q,c}=(R_{q,1}^2+R_{q,2}^2)^{1/2}$$
$$\frac{1}{\beta_c^*}=\frac{1}{\beta_1^*}+\frac{1}{\beta_2^*} \qquad (۶)$$

با توجه به شکل۲ مقدار جابجايي در ناحيه الاستيک از اختلاف ناحيه جدايش با ارتفاعات سطح زبر معادل بدست خواهند آمد. در واقع بااستفاده از رابطه زير مقدار نفوذ زبری ها محاسبه می شوند.

$$\delta_e(x,y)=z(x,y)-d \qquad (۷)$$

۳- روش عددی

در اين قسمت روش عددي انجام شده مورد بحث قرار مي گيرد. مطابق شکل۲، جاييکه اندازه ارتفاع زبری های معادل دو سطح از اندازه ناحيه جدايش d بزرگتر باشد، تماس وجود دارد. حال براي درک بهتر اين موضوع نمايي از نقاط برخورد ناشی از قله ها، روی فضای محاسباتی در شکل ۳ نشان داده شده است. پس فقط در نقاط برخورد قله هاي سطح زبر تماس و در نتيجه فشار وجود دارد و در بقيه نقاط فشار صفر خواهند بود. همانطور که در بخش مقدمه اشاره بر روشهای مختلف شد، تمامی اين روشها در دوحالت کلی خلاصه مي شوند. يکي از اين روشها استفاده ازحل دستگاه معادلات جهت حل همزمان معادله هاي (۵) و (۷) مي باشد. روش ديگر استفاده از روش معکوس ماتريس جهت حل اين دو معادله مي باشد. يعني اينکه

$$\begin{cases}\delta_{e(k,l)}=z_{k,l}-d\\ \{p\}_{i,j}=\dfrac{1}{c}[D]_{m,n}^{-1}\times\delta_{e(k,l)}\end{cases} \qquad (۸)$$

استفاده از اين دو روش همراه با مشکلاتي خواهد بود. در روش اول يعني حل معادلات با استفاده از دستگاه، زمان محاسبات بسيار طولانی است. همچنين در روش استفاده از معکوس ماتريس نيز علاوه بر طولاني بودن زمان محاسبات، دربعضي ازشرايط ماتريس $D_{m,n}$ يا همان ماتريس الاستيک، تکين(singular)است و يا اينکه دترمينان اين ماتريس برابر صفر خواهد شد. تکنيک FFT راه حل مناسبی برای حل اين معادلات است، چنانچه طريقه استفاده از اين روش جهت حل معادله الاستيک، بدست آوردن تغيير شکل سطح، فشار و متعاقب آن همگرايي نيروي اعمال شده تشريح خواهد شد. همانطورکه قبلا نيز اشاره شد تکين بودن ماتريس الاستيک در روش استفاده ازFFT، مشکلي را در روند محاسبات بوجود نياورده است و اين يکي از ويژگي هاي بسيار مهم در بکارگيري روش FFT مي باشد. ويژگي ديگر اين روش

نسبت به ديگر روش ها اينست که ماتريس الاستيک فقط يک بار محاسبه بشود، درصورتيکه در ديگر روشـها به ازاي هر بار تکرار محاسباتي اين ماتريس بايست محاسبه گردد و زمان محاسبات بسيار طولانی مـی شـود. معادله تغيير شکل الاستيک دوسطح يعني معادله (۴) را از نظر رياضـي مـی تـوان بصـورت شـکل پـيچش[۷] متغييرهاي فشار و ماتريس الاستيک توصيف کرد. يعني

$$\delta_e(x,y) = \frac{2}{\pi E'} p(x,y) * D(x,y) \tag{۹}$$

يکي از نقش هاي مهم تبديل فوريه، استفاده آن در تئوري پيچش مي باشد. ازاينرو $p(x,y)$ داراي تبديل فوريه $\hat{p}(f_x, f_y)$ و $D(x,y)$ داراي تبديل فوريه $\hat{D}(f_x, f_y)$ است. يعنـي تبـديل فوريـه $p(x,y) * D(x,y)$ بصورت $\hat{p}(f_x, f_y).\hat{D}(f_x, f_y)$ مي باشد. بنابراين بين تئوري پيچش و تبديل فوريـه رابطـه رياضـي بصـورت زير وجود دارد.

$$p(x,y) * D(x,y) \Leftrightarrow \hat{p}(f_x, f_y).\hat{D}(f_x, f_y) \tag{۱۰}$$

با توجه بر اين اصل، از روابط (۹) و (۱۰) داريم

$$\hat{\delta}_e(f_x, f_y) = \frac{2}{\pi E'} \hat{p}(f_x, f_y).\hat{D}(f_x, f_y) \tag{۱۱}$$

در نهايت تغيير شکل بين دو سطح را مي توان از عکس تبديل فوريه IFFT[۸] معادله بـالا بدسـت آورد. فشـار هاي ناشي از برخورد قله هاي دو سطح را با داشتن تغيير شکل هاي آن، مي توان بدست آورد.

$$\hat{p}(f_x, f_y) = \frac{\hat{\delta}_e(f_x, f_y)}{\frac{2}{\pi E'} \hat{D}(f_x, f_y)} \tag{۱۲}$$

پس فشار هاي ناشي ازتماس قله هاي بين دو سطح را مي توان از عکس تبديل فوريه معادله (۱۲) بدسـت آورد. حال با توجه به اينکه فشارهاي ناشي از تماس قله هاي دو سـطح زبـر بدسـت آمدنـد مـي تـوان ديگـر پارامترهاي مهم از قبيل ارتفاع بين دو سطح درهر نقطه، سطح حقيقي تماس و نيروي محاسبه شده اعمـالي به سطح را بدست آورد. مساله مهم ديگر در حل عـددي تمـاس خشـک دو سـطح همگرايـي عـددي اسـت. همانطور که اشاره شد، بعد از بدست آوردن فشارهاي ناشي از تماس قله هـاي دو سـطح، مـي تـوان نيـروي اعمال شده بين دو سطح را بدست آورد. همگرايي عددي نيروي اعمال شده بـه سـطح بسـيار حسـاس مـي باشد. در اين روش اگر نيروي بدست آمده از حل عددي بـا نيـروي اعمـال شـده يکـي نباشـد، آنگـاه مقـدار جدايش اوليه يا پارامتر d تغيير خواهد کرد و اين تغيير تا زماني ادامه دارد که نيـروي بدسـت آمـده از حـل عددي با نيروي اعمال شده برابر باشد.کنترل همگرايي عددي براي اين روش بصورت زير قابل تعريف است.

$$d^{new} = d^{old} + \lambda\left(\left(F' - F\right)/F\right) \tag{۱۳}$$

ضريب همگرايي برای اين حل عددی بين ۰/۰۵ تا ۰/۰۰۱ است. اين کنترل هنگـامي کـه نيـروي بدسـت آمده از حل عددي بيشتر از نيروي اعمال شده باشد، مقدار جدايش را بيشـتر مـي کنـد و در غيـر اينصـورت مقدار جدايش را کمتر خواهد کرد. محک همگرايي در اين روش عددي $۱۰^{-۴}$ مي باشد. بطوريکه خطاي بـين نيروي اعمال شده با نيروي بدست آمده از حل عددي تا $۱۰^{-۴}$ مجاز است.

Convolution form -5

Inverse Fast Fourier Transforms -6

۴- بحث و نتیجه گیری

در این بخش برای بررسی صحت روش و تکنیک FFT جهت مدلسازی سطح، مقایسه ای با حل عددی Poon و Bhushan انجام شده است[۱۲]. آنها در سال۱۹۹۵ حلشان را با استفاده از تکنیکFIR[۹] برای دو سطح زبر تخت، با ابعاد۲۰ در۲۰ میکرون انجام دادند. روشFIR برای مدلسازی زبری سطوح و شبیه سازی تماس بین سطوح زبراستفاده می شود. ابتدا با درنظر گرفتن تابعی بصورت مولداعداد تصادفی از نوع گوسی و یک تابع خود همبسته و فیلتر آن با استفاده از تبدیل فوریه، زبری سطوح و تماس آن شبیه سازی می شود.

برای این منظور نتایج حاصل از مدلسازی توسط Poon و Bhushan با استفاده از تکنیک FIR، با حل عددی حاضر با استفاده از تکنیک FFT با همان شرایط در شکل۴ مقایسه شده است. این مقایسه بین مقدار پیک ارتفاع به میانگین فاصله به ازاي $\beta^* = 0.5(\mu m)$ و میانگین مربع زبری های مختلف است. همانطور که مشاهده می شود مقدار پیک ارتفاع به میانگین فاصله به ازاي طول همبستگي ثابت $\beta^* = 0.5(\mu m)$، با افزایش مقدار میانگین مربعات زبري سطح تقریبا بصورت خطي افزایش میابد. بطوریکه مقدار خطای روش FFT نسبت به FIR بسیار کم مي باشد و بیشترین خطا ۶ درصد بوده است. نمونه هایي از سطوح زبر با توزیع گاوسی با مقدار ثابت $\beta^* = 0.5(\mu m)$ و R_q هاي مختلف بترتیب برابر۰/۳، ۰/۵، ۰/۸، ۱/۰، ۲/۰ و ۴/۰ حاصل از تکنیکFFT در شکل۵ مشاهده می شوند.

مقایسه دیگر جهت صحت روش و تکنیک FFT براي تحلیل مسایل تماس سطح استوانه با سطح تخت، با حل عددی یو و بوشان است. آنها در سال۱۹۹۶ حلشان را با استفاده از تکنیک FIR برای تماس دو سطح زبر تخت با ابعاد۲۰ در۲۰ میکرون با مدول الاستیسیته ۲۰۰ گیگا پاسکال بدست آوردند[۱۱]. نتایج این مقایسه در شکلهای۶ و ۷ نمایش داده شده است. این اشکال رفتار سطح واقعی تماس را به ازای تغییرات فشار ظاهری یا فشار بکارگیری روی سطح کل را نمایش مي دهد. بیشترین اختلاف بین این دو حل عددی ۹درصد است.

در سال۱۹۷۰، Greenwood و Williamson رابطه جامعی را جهت مسایل تماس سطوح زبر ارائه کردند[۱]. آنها ثابت کردند که نسبت نیروی اعمالی بر سطح واقعی تماس با نسبت حاصلضرب مدول الاستیسیته سطوح مرکب در میانگین مربعات زبری معادل تقسیم بر طول همبستگی آنها، طبق رابطه زیر متناسب است.

$$\frac{F}{A_r} \propto \frac{E' R_q}{\beta^*} \quad (۱۴)$$

حال نتایج حاصل از حل عددی حاضر برای تماس سطح زبر استوانه ای با سطح تخت زبر با توجه به رفتار فرمول(۱۴) بررسی و ارائه خواهد شد. مشخصات و اطلاعات بکارگیری جهت حل عددی حاضر از سطحي با توزیع گاوسي، مشابه سطوح زبر شکل۵، با مدول الاستیسیته معادل دو سطح استوانه و تخت برابر ۲۳۰/۸ گیگاپاسکال و طول و عرض دو سطح بصورت بدون بعد برابر۲/۰ واحد است. مدت زمان اجرای کُد برای هر بار اجرا حدودا دو دقیقه می باشد.

9- Finite Impulse Response

با توجه به شکل۸، با ثابت در نظر گرفتن میانگین مربعات زبری هنگامی که نیرو افزایش میابد سطح واقعی تماس بیشتر خواهد شد. همچنین با ثابت در نظر گرفتن نیرو، وقتیکه میانگین مربعات زیاد شود مقدار سطح واقعی تماس بطور خطی تقریبا کاهش میابد. در واقع همان فرضیاتی که Greenwood و Williamson اشاره کردند، نتایج بدست آمده از شکل۸ فرضیاتشان را تایید مي کند. در شکل۹، با افزایش میانگین مربعات سطح زبر مقدار فشار میانگین نیز بطور خطي افزایش یافته است.

حال تغییرات سطح واقعي تماس با نیرو در شکل۱۰ نمایش داده شده است. با افزایش طول همبستگی با فرض نیروی ثابت، مقدار سطح واقعی تماس بیشتر شده است. همچنین با ثابت در نظر گرفتن مقدار طول همبستگی و با افزایش نیرو مقدار سطح واقعی تماس تقریبا بطور خطي افزایش یافته است. همانطور که مشاهده کردید، نتایجی که Greenwood و Williamson درمطالعات و آزمایشها در قالب اثرات طول همبستگی ابراز کردند، در این تحقیق نیز همان رفتارها را نشان داد. شکل۱۱، تغییرات فشار میانگین با سطح واقعی تماس را نمایش می دهد. با افزایش مقدار طول همبستگی فشار میانگین کاهش یافته است.

در ادامه اثرات جنس سطوح استوانه و تخت در حال تماس یا حالت خاص آن، مدول الاستیسیته معادل، روی تغییرات سطح واقعی تماس و فشار میانگین، به ازای طول همبستگی ثابت $\beta^* = 0.5\mu m$ و $R_q = 0.2\mu m$ در شکل۱۲ بررسی شده است. با توجه به شکل، با افزایش مدول الاستیسیته معادل، سطح واقعی تماس و فشار میانگین بترتیب کاهش و افزایش خواهند داشت. همچنین با توجه به شکل۱۳، هنگامیکه شعاع رولر افزایش میابد مقدار فشار میانگین کمتر و سطح واقعی تماس بیشتر شده است. حال نمونه هایي از توزیع فشار و سطح واقعی تماس در شکل های ۱۴تا ۱۷ برای شرایط معلوم، ارایه شده است. با توجه به شکل های ۱۴ و ۱۵ با ثابت در نظر گرفتن مقدار میانگین مربعات زبری برابر ۰/۴ میکرون، زمانیکه مقدار طول همبستگی از مقدار ۰/۱ به ۰/۹ میکرون برسد، میزان توزیع فشار کمتر می شود و در نتیجه آن سطح واقعی تماس نیز بیشتر شده است. بطوریکه نسبت میزان سطح واقعی تماس به سطح تماس ظاهری با افزایش طول همبستگي از ۰/۰۶۰۴ به ۰/۰۸۴۲ بیشتر شده است. از شکل های ۱۶ و ۱۷ مشاهده مي شود که وقتی مقدار میانگین مربعات از مقدار ۱/۰ میکرون به ۲/۰ میکرون برسد و مقدار طول همبستگي ثابت باشد، توزیع فشار بیشتر شده است و میانگین فشار از مقدار ۴/۰۰۶ به ۸/۰۱۶ گیگا پاسکال افزایش داشته است. همچنین سطح واقعی تماس کاهش میابد و نسبت سطح واقعي تماس از ۰/۰۲۸۷ به ۰/۰۱۴۳ نزول کرده است.

۵- استنتاج

۱- مقدار پیک ارتفاع به میانگین فاصله به ازاي طول همبستگي ثابت، با افزایش مقدار میانگین مربعات زبري سطح تقریبا بصورت خطي افزایش میابد.

۲- زمانیکه میانگین مربعات سطح، طول همبستگی و مدول الاستیسیته معادل ثابت در نظر گرفته شوند، با افزایش مقدار نیرو سطح واقعي تماس استوانه و سطح تخت بیشتر خواهد شد.

۳- با ثابت در نظر گرفتن مقدار نیرو، طول همبستگي و مـدول الاستیسـیته معـادل زمانیکـه میـانگین ارتفاعات سطح زیادتر می شود مقدار سطح واقعی تماس استوانه و سطح تخت زبر بطور خطی کمتـر شده است و فشار میانگین نیز بطور خطي افزایش خواهند داشت.

۴- هرگاه مقادیر نیروی اعمالی، میانگین مربعات زبری سطح و مدول الاستیسیته معـادل ثابـت و طـول همبستگی زیادتر شوند سطح واقعی تماس استوانه و سطح تخـت افـزایش میابنـد و فشـار میـانگین کاهش پیدا خواهند کرد.

۵- هنگامیکه شعاع رولر بیشتر می شود مقدار فشار میانگین کمتر و سطح واقعـی تمـاس بیشـتر شـده است زیرا با افزایش شعاع سطح ظاهری تماس استوانه با سطح تخت زبر بیشتر خواهد شـد. ایـن در حالی است که مقادیر طول همبستگي، میانگین ارتفاعات سطح و نیروی اعمالی ثابت فرض شوند.

۶- با افزایش مدول الاستیسیته معادل سطوح زبر در حال تماس در صورتیکه مقادیر طـول همبسـتگي، میانگین ارتفاعات سطح و نیروی اعمالی ثابت فرض شوند، مقدار سطح واقعی قله های درحال تماس استوانه و سطح تخت کمتر است ولی فشار میانگین بیشتر خواهد شـد. تمـامی نتـایج بدسـت آمـده درخصوص تماس خشک سطح زبر استوانه و سطح تخت با نتایجی که Greenwood و Williamson در قالب فرمول بیان کردند، همخوانی داشت.

۷- روش FFT متداول ترین روش برای مدلسازی سطوح با زبری تصادفی و مسایل تماس خشک اسـت. بطوریکه استفاده از این روش زمان محاسبات را بسیار پایین می آورد و حجم بسیار کمتری از فضای محاسباتي را اشغال مي کند. گذشته از آن مسایلي از قبیل همگن بودن ماتریس موثر خللی در حـل بوجود نمی آورد و این ماتریس در کل محاسبات برای تمام تکرار ها تنها یک بار محاسبه مـی شـود. اما استفاده از این روش محدودیت های خاص خود را دارد و این در شرایطي ایده آل است که سطح مورد مطالعه بصورت پریودیک یا از نوع همگن باشد. در این شرایط خطاهای ناشي از این تکنیک در مقابل دیگر خطاهای موجود محاسباتي قابل صرف نظرکردن است.

مراجع

[1] Greenwood, J. A, and Williamson., J. B, "Contact of Nominally Flat Surfaces", Proc, Roy Soc (London), Vol. A295, pp. 300-319, (1966).

[2] Whitehouse, D. J., and Archard., J. F, "The Properties of Surfaces of Significance in their Contact", Proceeding of Royal Society of London, Vol. A316, pp. 97-121, (1970).

[3] Francis, H. A., "The Accuracy of Plan-strain Models for the Elastic Contact of Three-dimensional Rough Surfaces", Wear, Vol. 85, pp. 239-256, (1983).

[4] Lubrecht, A. A., and Ioannides, E., "A Fast Solution to the Dry Contact Problem and the Associated Sub-surface Stress Field using Multilevel Techniques", ASME Journal of Tribology, Vol. 113, pp. 128-132, (1991).

[5] Ren, N., and Lee, S. C., "Contact Simulation of Three-dimensional Rough Surfaces using Moving Grid Method", ASME Journal of Tribology, Vol. 115, pp. 597-601, (1993).

[6] Ju, Y., and Farris, T. N., "Spectral Analysis of Tow-dimensional Contact Problems", ASME Journal of Tribology, Vol. 118, pp. 320-328, (1996).

[7] Nogi, T., and Kato, T., "Influence of Hard Surface Layer on the Limit of Elastic Contact-Part 1: Analysis using a Real Surface Method", ASME Journal of Tribology, Vol.119, pp. 493-500, (1997).

[8] Xiaolan, A., and Sawamiphakdi, K., "Solving Elastic Contact Between Rough Surfaces as an Unconstrained Strain Energy Minimization by using CGM and FFT Techniques", Journal of Tribology, Vol. 121, pp. 639-647, (1999).

[9] Yongqing, J., and Linqing, Zh., "A Full Numerical Solution for the Elastic Contact of Three-dimensional Real Rough Surface", Wear, Vol. 157, pp. 151-161, (1992).

[10] Johnson, K. L., "*Contact Mechanics*", Cambridge: Cambridge University Press, (1985).

[11] Maria, M., Yu, M. H., and Bhushan, B., "Contact Analysis of Three-dimensional Rough Surfaces under Frictional Contact", Wear, Vol. 200, pp. 265-280, (1996).

[12] Poon, Chin Y. and Bhushan, B., "Numerical Contact and Stiction Analyses of Gaussian Isotropic Surfaces for Magnetic Head Slider/disk Contact", Wear, Vol. 202, pp. 68-82, (1996).

فهرست نمادهاي انگليسي

A_n: سطح ظاهری تماس

A_r: سطح واقعی تماس

d: فاصله جدایش

$D_{m,n}$: ماتریس موثر

E': مدول الاستیسته معادل

F: نیروی اعمالي

F': نیروی اعمالي محاسباتي

n_x, n_y: تعداد گره ها در جهت های

P: فشار

$p_{i,j}$: فشار ناحیه محاسباتی

R_q: میانگین مربعات زبري

x,y: مختصات صفحه ای بابعد

X,Y: مختصات صفحه ای بدون بعد

z: ارتفاع هاي زبری سطح

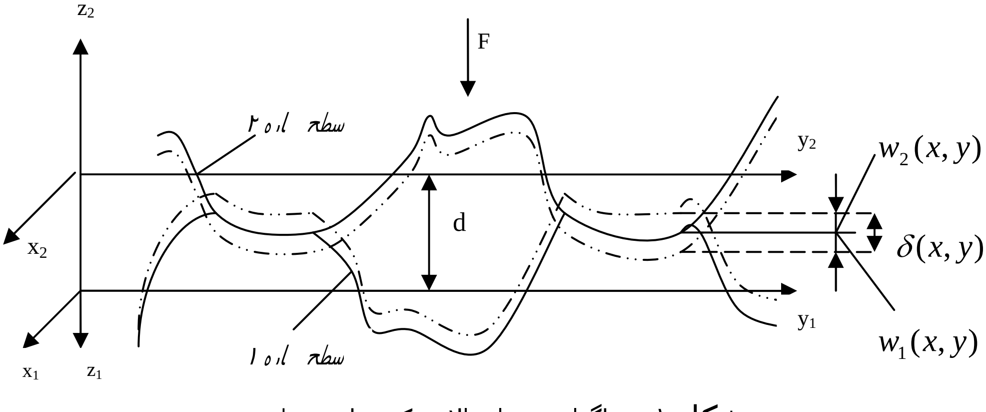
فهرست نمادهای یوناني

β^*: طول همبستگی

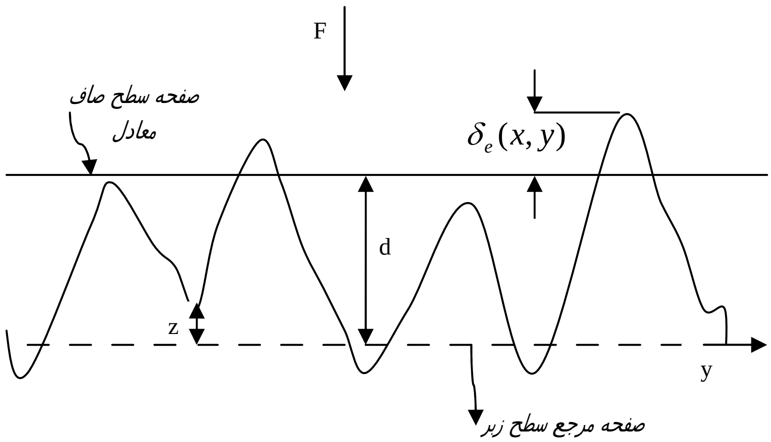
δ_e: تغییرشکل الاستیک کلی

λ:ضریب همگرایي

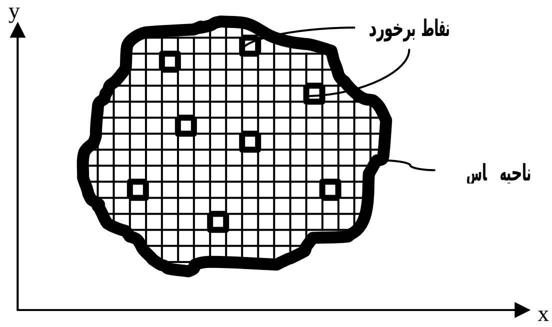
شکلها



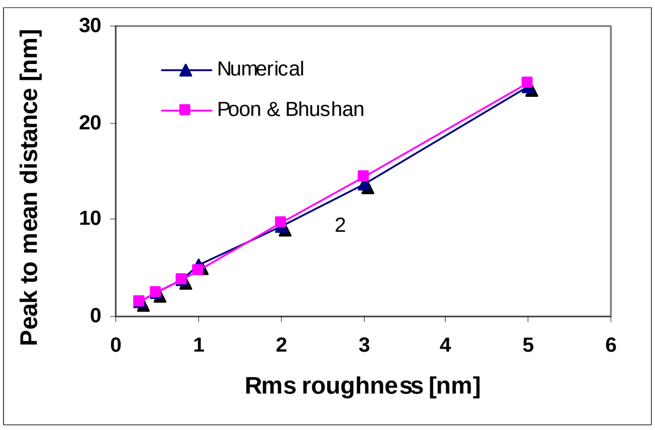
شکل ۱- دیاگرام تغییرات الاستیک تماس سطح



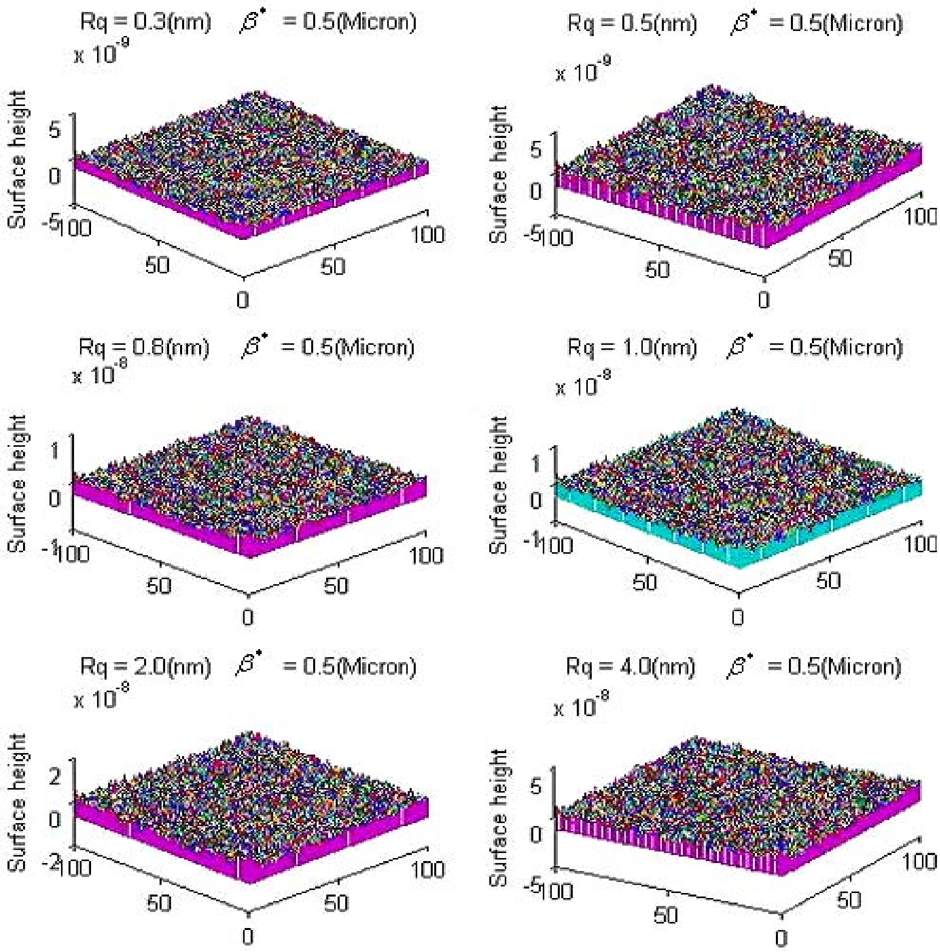
شکل ۲- تماس سطح زبر معادل با سطح صاف معادل



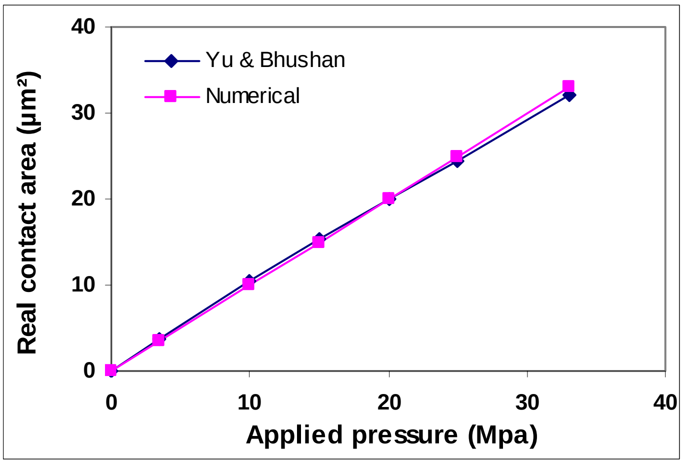
شکل۳- شکل تفکیک شده ناحیه تماس



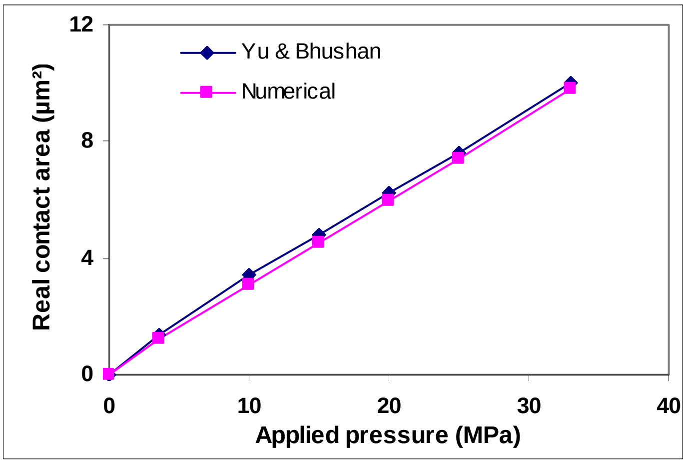
شکل۴- مقایسه مقدار پیک ارتفاع به میانگین فاصله به ازای R_q های مختلف و $\beta^* = 0.5\mu m$



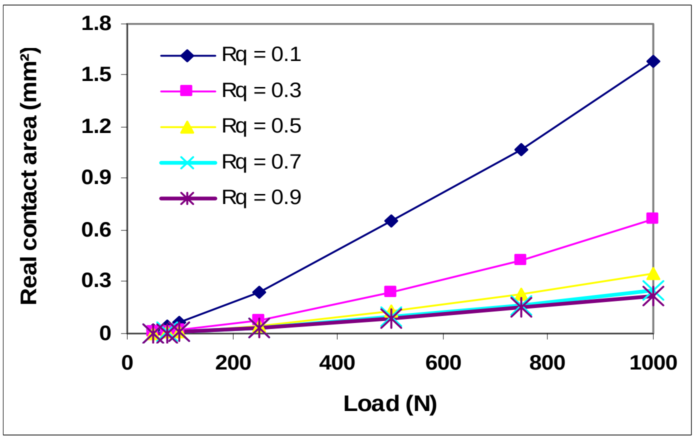
شکل۵- سطوح تولید شده به ازای $\beta^* = 0.5(\mu m)$ و R_q های مختلف با استفاده از روش FFT



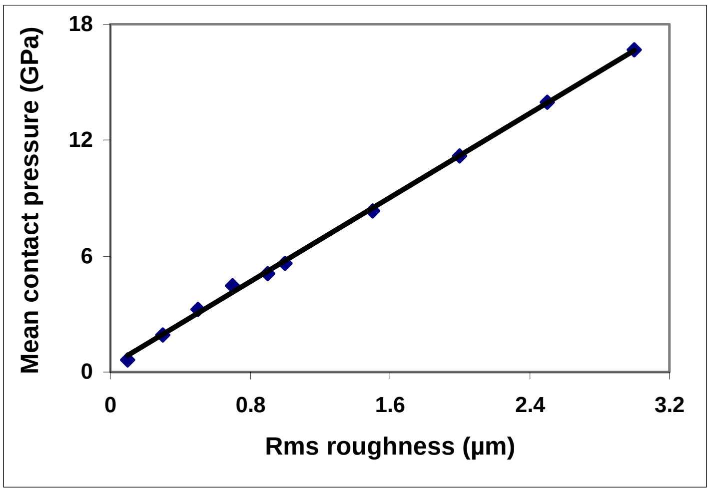
شکل۶- تغییرات سطح واقعی تماس با فشار اعمالی برای دو سطح تخت برای $R_q = 1.0nm$ و $\beta^* = 0.5\mu m$



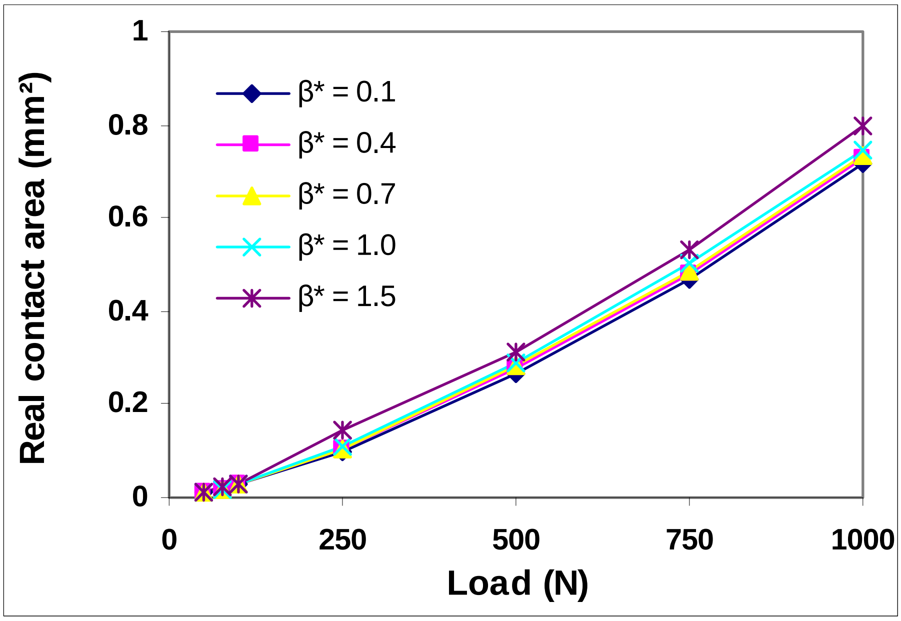
شکل۷- تغییرات سطح واقعی تماس با فشار اعمالي برای دو سطح تخت برای $R_q = 3.0nm$ و $\beta^* = 0.1\mu m$



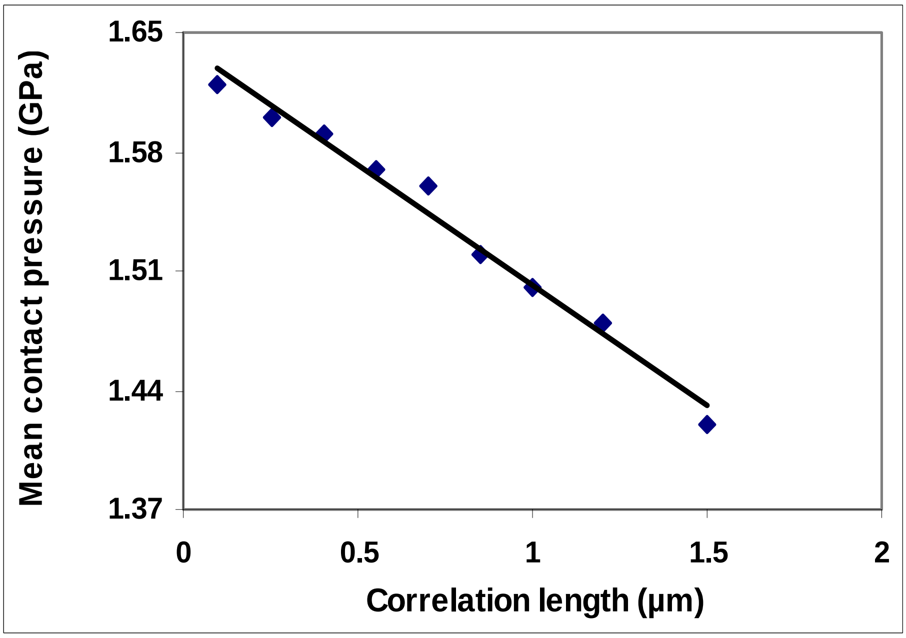
شکل۸- تغییرات سطح واقعی تماس با نیرو برای R_q های مختلف و $\beta^* = 0.5\mu m$



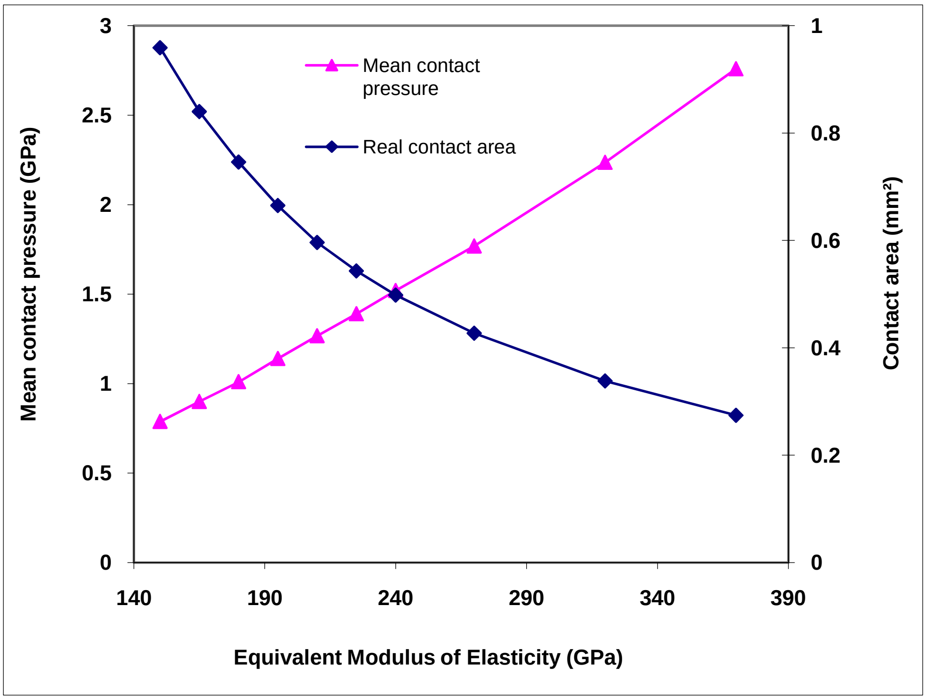
شکل۹- تغییرات فشار میانگین با سطح واقعی تماس برای R_q های مختلف و $\beta^* = 0.5\mu m$



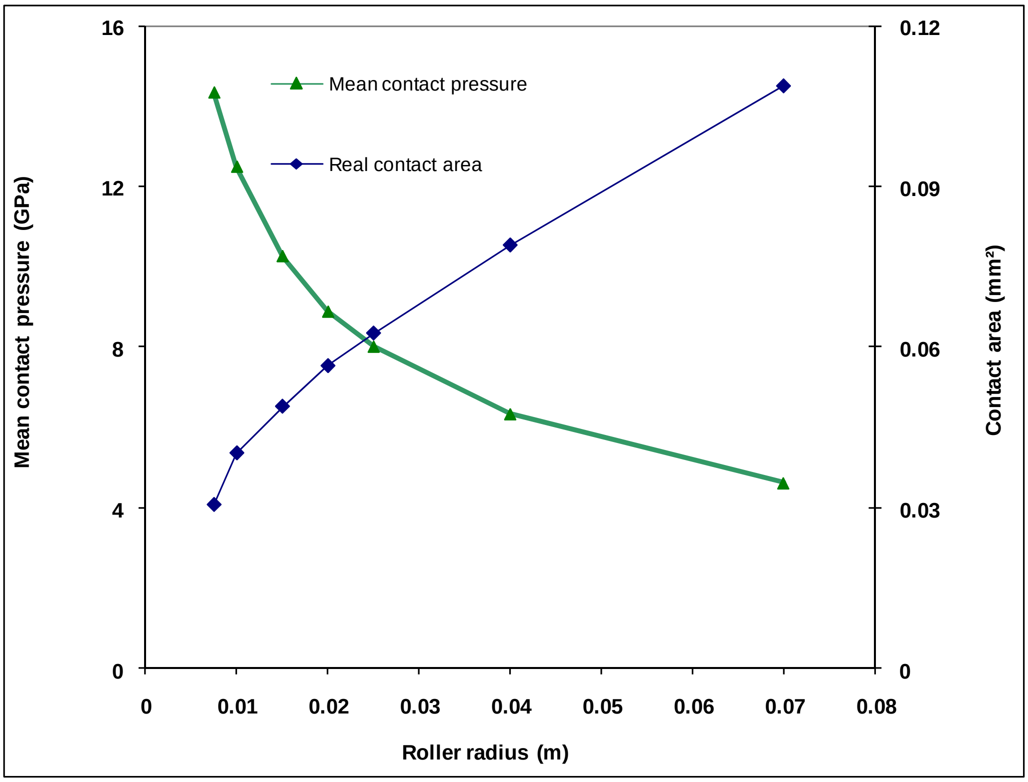
شکل۱۰- تغییرات سطح واقعی تماس با نیرو برای β^* های مختلف و $R_q = 0.25 \mu m$



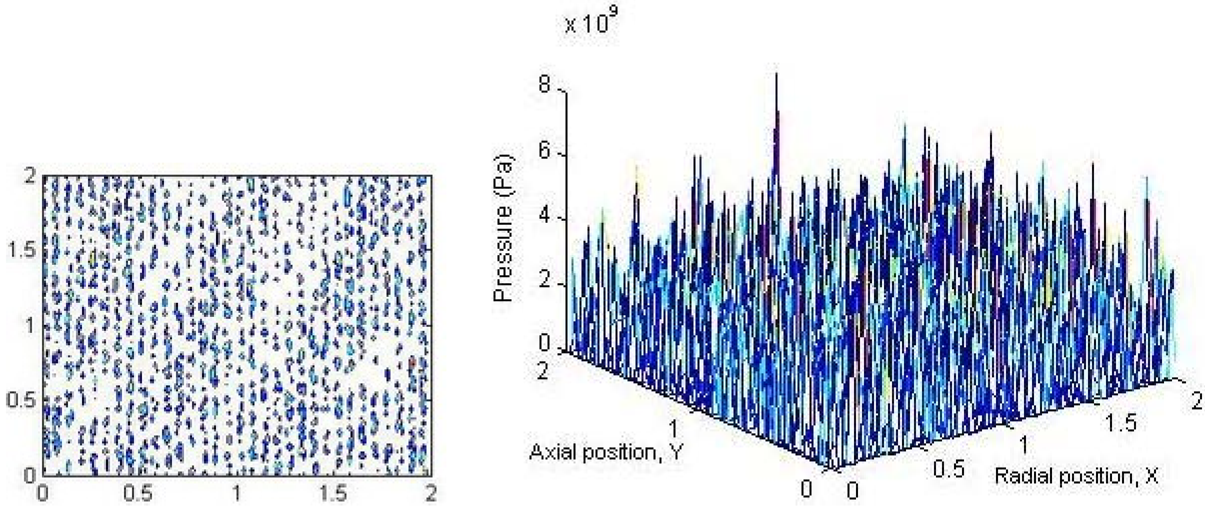
شکل۱۱- تغییرات فشار میانگین با سطح واقعی تماس برای β^* های مختلف و $R_q = 0.25 \mu m$



شکل۱۲- تغییرات فشار میانگین و سطح واقعی تماس به ازای مدول الاستیسیته معادل برای $R_q = 0.2\mu m$ و $\beta^* = 0.5\mu m$

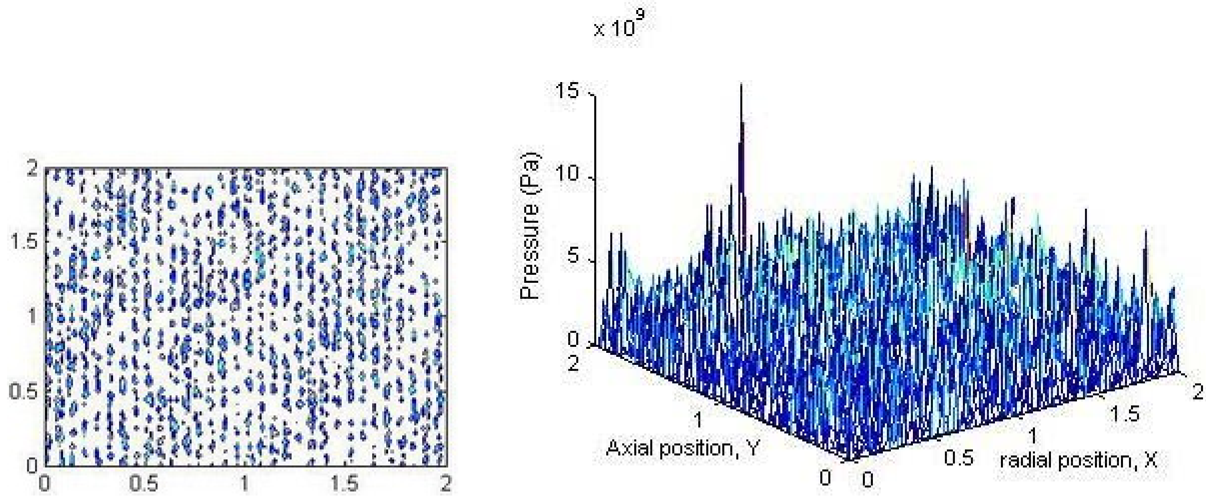


شکل۱۳- تغییرات فشار میانگین و سطح واقعی تماس به ازای شعاع رولر برای $R_q = 2.0\mu m$ و $\beta^* = 0.5\mu m$



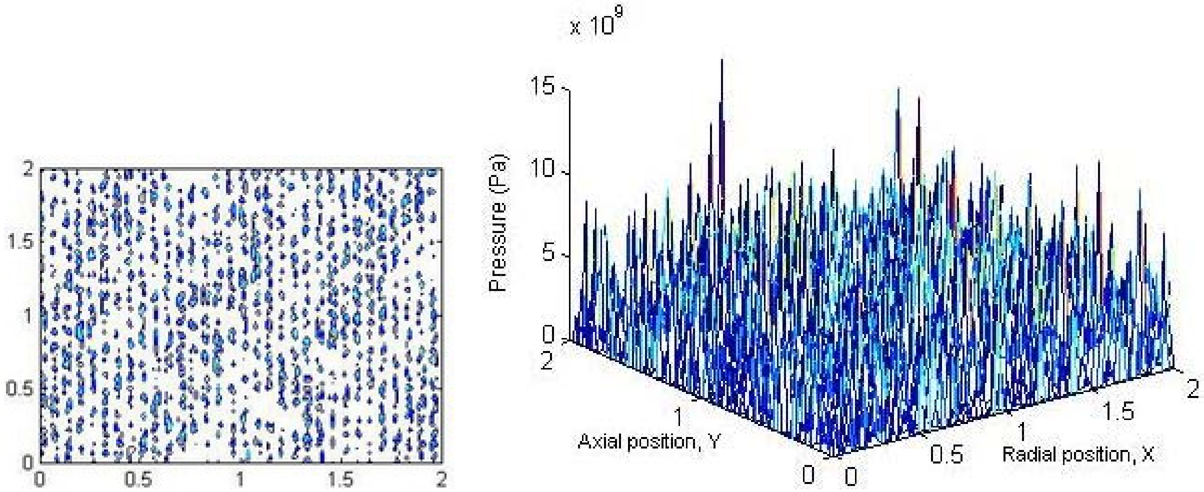
شکل۱۴- (الف)- نمایش توزیع فشار (ب)- نمایش توزیع سطح واقعی تماس

$$R_q = 0.4\mu m;\quad \beta^* = 0.1\mu m;\ A_r / A_n = 0.0604;\ W / A_r = 1.902 GPa$$



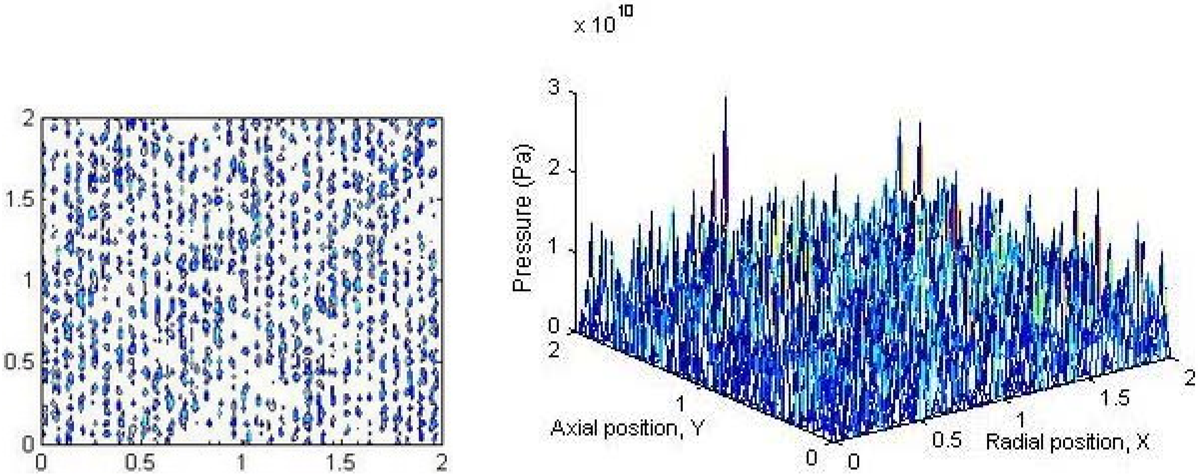
شکل۱۵- (الف)- نمایش توزیع فشار (ب)- نمایش توزیع سطح واقعی تماس

$$R_q = 0.4\mu m;\quad \beta^* = 0.9\mu m;\ A_r / A_n = 0.0842;\ W / A_r = 1.365 GPa$$



شکل۱۶- (الف)- نمایش توزیع فشار (ب)- نمایش توزیع سطح واقعی تماس

$R_q = 0.1\mu m; \quad \beta^* = 0.5\mu m; \; A_r / A_n = 0.0287; \; W/A_r = 4.006 GPa$



شکل۱۷- (الف)- نمایش توزیع فشار (ب)- نمایش توزیع سطح واقعی تماس

$R_q = 2.0\mu m; \quad \beta^* = 0.5\mu m; \; A_r / A_n = 0.0143; \; W/A_r = 8.016 GPa$

Abstract

Study of metal forming by rolling method needs to simulate the roughness of contacting surfaces and also the contact area. In this study a full numerical solution was developed for solving an elastic dry contact between rough surfaces of a cylinder and a plate. It was assumed that the roughness distribution is random and Gaussian then by making use of FFT algorithm the roughness of contacting surfaces was simulated. Elastic equation with FFT algorithm was employed for computing pressure distribution, surface deflection, real contact area and average pressure on the contact field. The effect of simulated surfaces specification such as average roughness R_q and correlation length β^* on average pressure and real contacting area was investigated. By choosing different kind of material, roller radius and changing the amount of equivalent modulus of elasticity the real contacting area and also average pressure between two surfaces were studied. The results were evaluated by comparing them with the other numerical works which were used the FIR method. Finally it was found that the FFT method for solving the dry contact problem is a rapid and time saving method with accurate results.