ISME

حل جريان آرام بر روي گوه با استفاده از روش HPM

مهدي معرفت[۱]
دانشيار

اميرمحمد جديدي[۲]
دانشجوي كارشناسي ارشد

داود دوميري گنجي[۳]
دانشيار

يكي از جديدترين روش‌هاي تحليلي براي معادلات غيرخطي استفاده همزمان از تكنيک‌هاي هموتوپي و پرتوربيشن مي‌باشد. در اين مقاله جريان آرام بر روي گوه كه معادل با جريان روي صفحه تخت با گراديان فشار مخالف صفر مي‌باشد، با استفاده از روش هموتوپي- پرتوربيشن حل شده و نتايج با روش عددي مقايسه گشته است. مزيت استفاده از روش HPM برطرف‌كردن محدوديت‌هاي دو روش هموتوپي و پرتوربيشن كلاسيک مي‌باشد. در روش پرتوربيشن كلاسيک، يک پارامتر كوچک در معادلات حاكم اعمال مي‌گردد كه يافتن و اعمال آن كاري دشوار مي‌باشد. به همين دليل تركيب دو روش هموتوپي و پرتوربيشن توانسته تا حد خوبي مشكلات مذكور را برطرف نمايد. جوابهاي بدست آمده از اين روش بصورت توابعي صريح مي‌باشند، مقايسه اين جوابها با جوابهاي حاصل از روشهاي ديگر تطابق بسيار خوبي را نشان مي‌دهد. دقت بالا و سهولت محاسبات، ارزش آنرا براي استفاده در مسايل مهندسي نشان مي‌دهد.

واژه‌هاي راهنما: روش HPM[٤]، جريان آرام، گراديان فشار، جريان روي صفحه تخت، روش تحليلي

۱- مقدمه

روش HPM يكي از روشهاي شبه تحليلي جديد، موثر و در عين حال ساده و دقيق براي حل معادلات غيرخطي مي‌باشد كه براي اولين بار توسط جي هوان هي[5] [1] ارائه شده است. از موارد استفاده اين روش براي حل مسايل گوناگون مي‌توان به مراجع [2] تا [8] اشاره نمود. اين روش كاربردهاي زيادي در علوم و مهندسي دارد، از اهم تحقيقات انجام شده داخل در اين رابطه موارد ذيل ذكر مي‌شود. اسماعيل‌پور وگنجي [9] از ابزار هموتوپي- پرتوربيشن براي حل جريان آرام بر روي صفحه تخت بدون گراديان فشار استفاده نموده و جوابهاي حاصله را با حل عددي مقايسه كرده‌اند، نتايج سازگاري بسيار خوبي را در مقايسه با نتايج

[۱] نويسنده مسئول، دانشيار دانشگاه تربيت مدرس، دانشكده فني و مهندسي، maerefat@modares.ac.ir
[۲] دانشجوی كارشناسی ارشد، دانشگاه تربيت مدرس، دانشكده فنی و مهندسی، am.jadidi@modares.ac.ir
[۳] دانشيار، دانشگاه صنعتي بابل، مازندران

[4] Homotopy Perturbation Method
[5] Ji-Huan He

تحليلي و تجربي ساير محققان نشان داده است. رجبي و گنجي [10] با استفاده از HPM برخـي از مسـائل انتقال حرارت هدايت و جابجايي را حل كردند. گرجي و گنجي [11] از اين متد براي حل معادله شرودينگر استفاده كردند. رافعي و گنجي [12] معادله Kdv مرتبه پنجم را با روش HPM حل كـرده و جوابهـايي بـا دقت خوب بدست آوردند. همچنين تاري و گنجي[13]، معادله k(2,2) و معادله تغييريافته Kdv را با متد مذكور حل كرده و براي مقايسه آنرا با روش VIM[1] مقايسه كردند كه نتايج بسيار چشمگير مي‌باشد.

صديقي و گنجي و سبزه‌ميداني[14] معادله فوكر- پلانك را با روش هموتوپي-پرتوربيشن حل كرده و براي اطمينان از صحت كار، جوابهاي حاصله را با روش VIM مقايسه كردند كه نتايج حاكي از تطـابق خـوب دو روش مذكور مي‌باشد. خـالقي و گنجـي و صـديقي[15] از روش HPM بـراي حـل مسـاله انتقـال حـرارت غيرخطي با ضرايب متغير استفاده كردند. صديقي و همكاران [16] از روش مذكور براي حل جريـان كوئـت استفاده كردند و نتايج بسيار خوبي حاصل گرديد.

نتايج نشان مي‌دهد كه در مقايسه با حل عددي، هزينه محاسبات (زمان محاسـبه و حجـم محاسـبات) در اين روش بسيار كمتـر اسـت كـه دليـل آن قابليـت ايـن روش در كدنويسـي آسـان بـا برنامـه‌هـايي مثـل Maple,Matlab,Mathematica و ميل كردن جوابها به سمت حل دقيق مي‌باشد.

جريان سيال بر سطح تخت همراه با گراديان فشار يكي از مسائل مهـم در صـنعت مـي‌باشـد كـه در ايـن تحقيق به حل آن با استفاده از اين روش پرداخته شده است. در اين مقاله كاربرد اين روش براي حل مسـاله جريان آرام بر روي گوه كه نمونه اي از جريان همراه با گراديان فشار است، مورد ارزيابي قرار مي‌گيـرد. لازم به ذكر است كه وجود گراديان فشار منجر به آن خواهد شد كه بر خلاف حالتي كه گراديان فشار برابر صفر است، لبه لايه مرزي براي شرط مرزي مشخص نباشد. به همين دليل در فرآيند حل دو متغير جديـد m و k كه به ترتيب نشانه گراديان فشار و لبه لايه مرزي هستند پيدا خواهد شـد كـه در فراينـد حـل بـدان اشـاره خواهد شد.

۲- اساس و پايه روش HPM و كاربرد آن

براي تبيين اين روش در ابتدا معادله غير خطي زير را در نظر بگيريد :

$$A(u) = f(r) \qquad (۱)$$

ايده اصلي اين روش تقسيم $A(u)$ به دو بخش خطي و غيرخطي به شكل معادله (۲) است :

$$A(u) = L(u) + N(u) \qquad (۲)$$

كه L بخش خطي و N بخش غيرخطي معادله مي باشد، معادله كلي هموتوپي- پرتوربيشن براي حل مسايل مختلف به شكل زير است :

$$(1-p)[L(v)-L(u_0)] + p[A(v)-f(r)] = 0 \qquad (۳)$$

در معادله (۳) $p\in[0,1]$ پارامتر هموتوپي و u_0 اولين تخميني است كه شرايط مرزي را ارضا مـي كنـد، در روش HPM متغير u به صورت زير در نظر گرفته مي‌شود:

1- Variational Integral Method

$$v = v_0 + p v_1 + p^2 v_2 + \ldots.. \qquad (٤)$$
$$u = \lim_{p\to 1} v = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots...$$

تغيير p از ۰ تا ۱ منجر به تغيير v از u_0 تا $u(r)$ خواهد شد، با قرار دادن مقدار v در معادله (۱) و مساوي صفر قرار دادن ضرايب p^0 ، p^1 ، p^2 و..... به يک سري معادله خواهيم رسيد. با حل تحليلي اين معادلات، مقادير v_1 و v_2 و v_3 و..... به دست مي‌آيد. براي رسيدن به $u(r)$ که جواب معادله هموتوپي- پرتوربيشن است بايد $p \to 1$ ميل دهيم که با اينکار جواب نهايي معادله بدست مي‌آيد.

هر چه مرتبه چندجمله‌اي تشکيل شده بيشتر باشد، دقت جوابهاي بدست آمده بيشتر خواهد شد. همچنين در اين روش پيشنهاد مي شود که $L(u_0)=0$ قرار داده شود که اين شرط در همان ابتدا در معادله هموتوپي- پرتوربيشن اعمال مي‌شود.

در اين مقاله کاربرد اين روش براي حل مساله جريان آرام بر روي گوه مورد ارزيابي قرار مي‌گيرد و جوابهاي بدست آمده از اين روش با جوابهاي روش عددي تفاضل محدود[1] مقايسه ميشوند. نتايج بدست آمده نشان مي‌دهد روش HPM داراي جوابهاي سريع و با دقت بسيار خوب مي‌باشد و مشکلات روشهاي عددي همانند همگرايي، پايداري، نفوذ عددي، تجزيه معادلات حاکم و ..... بدليل ارضاء معادلات بقا در اين روش وجود ندارد.

۳- معادلات حاکم و روش حل

جريان روي يک صفحه تخت افقي که در آن گراديان فشار مخالف صفر است ($\frac{\partial P}{\partial x} \neq 0$)، در نظر گرفته شده است (به شکل (۱) مراجعه شود). معادلات پيوستگي، مومنتوم و انرژي براي جريان آرام و سيال غير قابل تراکم به اين صورت مي باشند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (٥)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (٦)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (٧)$$

که در آن u, v سرعت، P فشار و T دما مي‌باشد، از معادله برنولي براي ارتباط گراديان فشار با سرعت استفاده شده است:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = U_\infty \frac{dU_\infty}{dx} \qquad (٨)$$

جريان بر روي صفحه تخت با گراديان فشار بوسيله جريان بر روي گوه با زاويه 2β مدلسازي مي‌شود (به شکل(۲) مراجعه شود):

1- Finite Difference Method

$$U_{\infty}(x) = Cx^{m}, \quad m = \frac{\beta}{2\pi - \beta} \tag{۹}$$

متغيرهاي تشابهي و بي‌بعد به صورت زير معرفي ميشوند:

$$\eta = \frac{y}{\sqrt{x}} \mathrm{Re}_x^{0.5}, \quad f'(\eta) = \frac{u}{U_{\infty}}, \quad \theta(\eta) = \frac{T - T_{\infty}}{T_w - T_{\infty}} \tag{۱۰}$$

با استفاده از معادلات (۹-۱۰) و جايگذاري آنها در معادلات (۵) الي(۷)، معادله مومنتوم و انرژي به شكل معادلات (۱۱-a) و (۱۱-b) تبديل مي‌شوند:

$$2f''' + (m+1)ff'' + 2m[1 - (f')^2] = 0 \tag{۱۱-a}$$

$$2\theta'' + \Pr(m+1)f\theta' = 0 \tag{۱۱-b}$$

كه در آنها شرايط مرزي نيز به صورت معادله (۱۲) مي‌باشند:

$$f(0) = 0,\ f'(0) = 0,\ \theta(0) = 1,\ f'(\infty) = 1,\ \theta(\infty) = 0 \tag{۱۲}$$

همانطور كه از شرايط مرزي (۱۲) مشاهده مي‌شود لبه لايه مرزي براي اعمال شرط مرزي مشخص نمي-باشد. و اين امر يكي از تفاوتهاي تحقيق حاظر با مرجع [9] ميباشد. از طرفي معادلات (۱۱) غيرخطي هستند و حل تحليلي آنها مشكل است. در حقيقت از اينجا به بعد از روش هموتوپي- پرتوربيشن استفاده خواهد شد. براي اينكار در ابتدا معادلات هموتوپي- پرتوربيشن را براي معادلات مومنتوم و انرژي به ترتيب ذيل تشكيل مي‌دهيم:

$$2(1-p)(f''' - f_0''') + p(2f''' + (m+1)ff'' + 2m[1 - (f')^2]) = 0 \tag{۱۳-a}$$

$$2(1-p)(\theta'' - \theta_0'') + p(2\theta'' + \Pr(m+1)f\theta') = 0 \tag{۱۳-b}$$

سپس f و θ به صورت يک چندجمله اي درجه۳ حدس زده مي‌شوند:

$$f = f_0 + pf_1 + p^2 f_2 + p^3 f_3 \tag{۱٤-a}$$

$$\theta = \theta_0 + p\theta_1 + p^2\theta_2 + p^3\theta_3 \tag{۱٤-b}$$

با قرار دادن f و θ از معادله (۱٤) در معادله هموتوپي- پرتوربيشن(معادله ۱۳) و شرايط مرزي(معادله ۱۲)، همچنين با فرض $f_0''' = \theta_0'' = 0$ و مرتب سازي معادله حاصل بر اساس توانهايي از p، معادلات(۱۵) حاصل مي‌گردند:

براي توان صفر p:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^3 f_0}{\mathrm{d}\eta^3} = 0 \\ \dfrac{d^2\theta_0}{d\eta^2} = 0 \\ B.C:\ f_0(0) = 0, f_0'(0) = 0, f_0'(k) = 1, \theta_0(0) = 1, \theta_0(k) = 0 \end{cases} \tag{۱۵-a}$$

براي توان اول p:

$$\begin{cases} 2\dfrac{d^3 f_1}{d\eta^3} + (m+1)\, f_0(\eta)\dfrac{d^2 f_0(\eta)}{d\eta^2} + 2m[1-(\dfrac{df_0(\eta)}{d\eta})^2] = 0 \\ 2\dfrac{d^2\theta_1}{d\eta^2} + \Pr\times(m+1) f_0(\eta)\dfrac{d\theta_0(\eta)}{d\eta} = 0 \\ B.C:\ f_1(0)=0, f_1'(0)=0, f_1'(k)=0, \theta_1(0)=0, \theta_1(k)=0 \end{cases}$$

(۱۵-b)

براي توان دوم p:

$$\begin{cases} 2\dfrac{d^3 f_2}{d\eta^3} + (m+1)[f_0 f_1'' + f_1 f_0''] - 4m[f_0' f_1'] = 0 \\ 2\dfrac{d^2\theta_2}{d\eta^2} + \Pr\times(m+1)\, [f_0\theta_1' + f_1\theta_0'] = 0 \\ B.C:\ f_2(0)=0, f_2'(0)=0, f_2'(k)=0, \theta_2(0)=0, \theta_2(k)=0 \end{cases}$$

(۱۵-c)

براي توان سوم p:

$$\begin{cases} 2\dfrac{d^3 f_3}{d\eta^3} + (m+1)[f_0 f_2'' + f_2 f_0'' + f_1 f_1''] - 2m[(f_1')^2 + 2f_0' f_2'] = 0 \\ 2\dfrac{d^2\theta_3}{d\eta^2} + \Pr\times(m+1)\, [f_0\theta_2' + f_2\theta_0' + f_1\theta_1'] = 0 \\ B.C:\ f_3(0)=0, f_3'(0)=0, f_3'(k)=0, \theta_3(0)=0, \theta_3(k)=0 \end{cases}$$

(۱۵-d)

روش حل معادلات (۱۵) بدين صورت است كه ابتدا معادله (15-a) را حل كرده، سپس با قرار دادن جوابهاي معادله اول در معادله دوم، آن معادله نيز حل خواهد شد. بدين ترتيب با تكرار روندي مشابه، تمامي معادلات حل خواهند شد. لازم به ذكر است كه در معادله (۱۵)، k مقداري از η است كه در آنجا سرعت به ۹۹ درصد سرعت U_∞ مي‌رسد و به عنوان لبه لايه مرزي منظور مي‌شود، در نهايت جوابها به شكل روابط (١٦) بدست مي‌آيند:

$$\begin{cases} f_0(\eta) = \dfrac{\eta^2}{2k} \\ \theta_0(\eta) = -\dfrac{\eta}{k} + 1 \end{cases}$$

(١٦-a)

$$\begin{cases} f_1(\eta) = \dfrac{(3m-1)}{240k^2}\eta^5 - \dfrac{m}{6}\eta^3 + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{7}{16}mk + \dfrac{k}{48}\right)\eta^2 \\ \theta_1(\eta) = \dfrac{\Pr(m+1)}{48k^2}\eta^4 - \dfrac{\Pr k}{48}(m+1)\eta \end{cases}$$

(۱٦-b)

$$\begin{cases} f_2(\eta) = \dfrac{(27m^2-42m+11)}{161280k^3}\eta^8 + \dfrac{(-320m^2k^2+160mk^2)}{57600k^3}\eta^6 \\ \quad + \dfrac{(-90m+315m^2-5)k^3}{28800k^3}\eta^5 + \dfrac{k^3}{2}\left(-\dfrac{61m^2}{2688} + \dfrac{m}{960} + \dfrac{13}{40320}\right)\eta^2 \\ \theta_2(\eta) = -\dfrac{\Pr(m+1)(20\Pr(m+1)-6m+2)}{40320}\eta^7 - \dfrac{4\Pr m(m+1)k^2}{960k^3}\eta^5 \\ \quad + \dfrac{\Pr(m+1)k^3(5\Pr(m+1)+105m+5)}{11520}\eta^4 + k^3\left\{\dfrac{\Pr^2}{16128}(m^2+1) \right. \\ \quad \left. - \dfrac{\Pr}{80640}(442m+31) + \Pr m\left(-\dfrac{137m}{26880} + \dfrac{\Pr}{8064}\right)\right\}\eta \end{cases}$$

(۱٦-c)

$$\begin{cases} f_3(\eta) = \dfrac{1}{322560k^4}\left\{\dfrac{1}{990}(-375-1917m^2+1671m+837m^3)\eta^{11} + \dfrac{k^2}{504}(-10080m+30464m^2 \right. \\ \quad -18592m^3)\eta^9 + \dfrac{k^3}{336}(7938m+23814m^3-35910m^2+462)\eta^8 + \dfrac{1}{210}(53760m^3k^4 - \\ \quad 26880k^4m^2)\eta^7 + \dfrac{1}{120}(-94080m^3k^5+2240mk^5+42560m^2k^5)\eta^6 + \dfrac{k^6}{60}(-87+35325m^3 \\ \quad -1377m-6881m^2)\eta^5 + \dfrac{k^5}{2}\left(\dfrac{1}{774144} - \dfrac{937}{921600}m^2 - \dfrac{1489}{19353600}m - \dfrac{5521}{6451200}m^3\right)\eta^2 \\ \theta_3(\eta) = \dfrac{1}{322560k^4}\left\{\Pr(m+1)\left(\dfrac{1}{90}(280\Pr^2m^2+27m^2-252\Pr m^2+560\Pr^2m-42m \right.\right. \\ \quad -168\Pr m+11+280\Pr^2+84\Pr)\eta^{10} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \dfrac{k^5}{20}(-560\Pr m^2-560\Pr m)\eta^5 \\ \quad + \dfrac{1}{12}(-10\Pr^2k^6m+26k^2-1830k^6m^2+84k^6m+1212\Pr mk^6-5\Pr^2k^6m^2 \\ \quad \left.\left. +1146\Pr m^2k^6-5\Pr^2k^6+66\Pr k^6)\eta^4\right)\right\} + \left\{\dfrac{k^5}{12}\left(\dfrac{23}{11612160}\Pr^3m^3 + \dfrac{631}{1612800}\Pr m^3 \right.\right. \\ \quad + \dfrac{43}{3225600}\Pr^2m^3 + \dfrac{23}{3870720}\Pr^3m^2 + \dfrac{53}{138240}\Pr m^2 + \dfrac{11}{387072}\Pr^2m^2 - \dfrac{187}{14515200}\Pr m \\ \quad \left.\left. + \dfrac{23}{3870720}\Pr^3m + \dfrac{163}{9676800}\Pr^2m - \dfrac{73}{14515200}\Pr + \dfrac{23}{11612160}\Pr^3 + \dfrac{17}{9676800}\Pr^2\right)\eta\right\} \end{cases}$$

(۱٦-d)

حال که تک تک مجهولات بدست آمدند، با قرار دادن مقادير حاصله از روابط (۱٦) در معادله (۱٤) و قرار دادن $p=1$ در رابطه مذکور، توابع مورد نظر (f پروفيل سرعت و θ پروفيل دما) پيدا مي‌شوند. در بخش بعدي جوابهاي بدست آمده در نمودارهايي آورده شده، همچنين يک حالت نيز با روشهاي ديگر براي بررسي صحت جوابهاي بدست آمده مقايسه گرديده است.

براي بررسي اعتبار حل جواب‌هاي حاصله از روش HPM با جوابهاي بدست آمده از حل معادلات (۱۱) به روش بلازيوس (شکل (۳) و (٤) در حالتي که گراديان فشار صفر مي‌باشد) و روش تفاضل محدود مقايسه شده است (به شکلهاي (٥) تا (٦) مراجعه شود). در هر دو حالت نشان داده شده است که روش HPM بکار رفته در اين مقاله داراي دقت و همگرايي خوبي است.

٤- نتايج

در اين قسمت نتايج بدست آمده از روش تحليلي حاضر ارائه مي‌گردد، براي اينکار به ازاء m هاي مختلف(شيبهاي مختلف در جريان بر روي گوه) نمودارهاي توزيع سرعت و دما رسم خواهند شد. همچنين در انتها تاثير خواص سيال (عدد پرانتل) نيز در حالتهاي گوناگون بررسي گرديده است.

در شکلهاي (۳) و (٤) نتايج تحليلي روش حاضر در حالت $m=0$ با حل بلازيوس مقايسه شده است. همانطور که مشاهده مي‌شود سازگاري بسيار خوبي بين حل بلازيوس و روش حاضر وجود دارد که نشان-دهنده صحت جوابها مي‌باشد.

سپس براي بررسي بيشتر در حالتي که $m=0.5$ است، نتايج روش HPM با يک حل عددي که مبتني بر تفاضل محدود[1] مي‌باشد در شکلهاي (٥) و (٦) مقايسه شده است. لازم به ذکر است که چون گراديان فشار در اين حالت وجود دارد از روش Simple و شبکه جابجا شده[2] براي حل معادلات (۵) و (۶) استفاده شده است و ضريب Under Relaxation براي ترم فشار ۰/۷ در نظر گرفته شده است. در معادله (۷) ترم ديفيوژن بر اساس تفاضل مياني و ترم کانوکشن بر اساس تفاضل رو به عقب جداسازي شده است و روش حل براي دقت بيشتر ضمني[3] و بر اساس روش Line by Line در نظر گرفته شده است. تطابق خوب جوابها نشانگر صحت و اعتبار روش HPM است، علاوه بر اين بايد مزيت سرعت و دقت محاسبات در روش HPM را نيز مد نظر داشت. همانطور که از شکلهاي (٥ و ٦) مي‌توان دريافت، لبه لايه مرزي سرعت و انتقال حرارت يکسان است زيرا عدد پرانتل برابر يک مي‌باشد و گسترش لايه مرزي سرعت و لايه مرزي حرارت روندي يکسان دارند.

در حالتي که گراديان فشار بيشتر ($m=1$) مي‌باشد، پروفيلهاي سرعت و دما آورده شده‌اند، شکل(۷) پروفيل سرعت و شکل(۸) پروفيل دما را به صورت بدون بعد بيان مي‌کند. با مراجعه به شکلهاي مذکور مي-توان دريافت در حالتي که Pr=1 مي‌باشد، در هر دو حالت روند رشد لايه مرزي سرعت و انتقال حرارت يکسان است. همچنين از شکلهاي (۳) تا (۸) مي‌توان دريافت که با افزايش m از صفر به يک، ضخامت لايه

1- Finite Difference
2- Staggered Grid
3- Implicit Scheme

مرزي سرعت و لايه مرزي حرارتي كاهش مي‌يابد كه دليل آن كاهش اثر لزجت به دليل افزايش اثـر نيـروي وزن در برابر اينرسي است.

در شكل (۹) تاثير عدد پرانتل بر روي ضخامت لايه مرزي بررسي شده است. همانطور كه از شكل برمي-آيد، با تغيير عدد پرانتل ضخامت لايه مرزي تغيير مي‌كند و در اختلاف دماي يكسان هر چه عدد پرانتل افزايش يابد، ضخامت لايه مرزي كمتر مي‌گردد.

به طور كلي از بررسي نتايج بدست آمده از حل مساله با روش هموتوپي- پرتوربيشن در مقايسه با حلهاي بدست آمده با روشهاي عددي متداول مزاياي زير براي روش هموتوپي- پرتوربيشن مشهود است:

۱- روش هموتوپي- پرتوربيشن يک حل تحليلي با دقت بسيار خوب براي حل معادلات غيرخطي به‌شمار مي‌رود.

۲- روش مذكور بسيار سريع به حل دقيق همگرا مي‌شود.

۳- روش هموتوپي- پرتوربيشن بسيار ساده‌تر و كاربردي‌تر از روش پرتوربيشن است، در حاليكه نيازي به وجود يک پارامتر كوچک در مساله نيست.

٤- به دليل سادگي اين روش، به آساني قابليت برنامه‌نويسي با كدهاي موجود (مانند Maple وMatlab و.....) را دارا مي‌باشد، با استفاده از اين نرم‌افزارها مي‌توان دقت چندجمله‌ايها را تا حد بسيار بالايي افزايش داد و به جوابهاي بسيار دقيقي رسيد.

٥- دقت روش هموتوپي- پرتوربيشن در حالتي كه كمترين درجه براي چندجمله‌ايها در نظر گرفته شد(درجه سوم در مثال حل شده) بسيار خوب ديده شد.

مراجع

[1] He, J. H., "Homotopy Perturbation Technique", Comput. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol. 62, pp. 178-257, (1999).

[2] El-Shahed, M., "Application of He’s Homotopy Perturbation Method to a Volterra’s Integro-differential Equation", Int. J. Nonlin. Sci. Numer. Simul., Vol. 7, pp. 163–167, (2005).

[3] He, J. H., "Application of Homotopy Perturbation Method to a Nonlinear Wave Equations" , Chaos Solutions and Fractals, Vol. 26, pp. 695–700, (2005).

[4] He, J. H., "A Coupling Method of a Homotopy Technique and a Perturbation Technique for Non-linear Problems", Int. J. Non-Lin. Mech., Vol. 35, pp. 37–43, (2000).

[5] He, J. H., "Homotopy Perturbation Method: a New Nonlinear Analytical Technique", Appl. Math. Comput., Vol. 135, pp. 73–9, (2003).

[6] He, J. H., "Asymptotology by Homotopy Perturbation Method", Appl. Math. Comput., Vol. 156, pp. 591–6, (2004).

[7] He, J. H., "Comparison of Homotopy Perturbation Method and Homotopy Analysis Method", Appl. Math. Comput., Vol. 156, pp. 527–39, (2004).

[8] He, J. H., "Approximate Solution of Nonlinear Differential Equations with Convolution Product Nonlinearities", Comput. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol. 167, pp. 69–73, (1998).

[9] Esmaeilpour M., and Ganji, D.D., "Application of He's Homotopy Perturbation Method to Boundary Layer Flow and Convection Heat Transfer over a Flat Plate", Physics Letters A, Vol. 372, pp. 33-38, (2007).

[10] Rajabi, A., Ganji, D.D., and Taherian, H., "Application of Homotopy Perturbation Method in Nonlinear Heat Conduction and Convection Equations", Physics Letters A, Vol. 360, pp. 570-573, (2006).

[11] Gorji, M., and Ganji, D.D., "New Application of He's Homotopy Perturbation Method", International Journal of Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 8, pp. 319-328, (2007).

[12] Rafei, M., and Ganji, D.D., "Explicit Solution of Helmholtz Equation and Fifth-order Kdv Equation using Homotopy Perturbation Method", International Journal of Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 7, pp. 321-328, (2006).

[13] Tari, H., Ganji, D.D., and Rostamian, M., "Approximation Solution of K(2,2) and Modified Kdv Equation by VIM, HPM and HAM", International Journal of Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 8, pp. 203-210, (2007).

[14] Sadighi, A., Ganji, D.D., and Sabzehmeidani, Y., "A Study of Fokker-Planck Equation by VIM and HPM", International Journal of Nonlinear Science, Vol. 4, pp. 92-102, (2007).

[15] Khaleghi, H., Ganji, D.D., and Sadighi, A., "Application of VIM and HPM to Nonlinear Heat Transfer Equations with Variable Coefficient", Numerical Heat Transfer, Vol. 52, pp. 25-42, (2007).

[16] Siddiqui, A. M. , Zeb, A., and Ghori, Q. K., "Homotopy Perturbation Method for Heat Transfer Flow of a Third Grade Fluid Between Parallel Plates", Chaos Solutions and Fractals, Vol. 36, pp. 182-192, (2008).

فهرست نمادهاي انگليسي

u : سرعت در راستاي x (m/s)

v : سرعت در راستاي y (m/s)

P : فشار (N/m^2)

T : دما ($^\circ C$)

p : پارامتر هموتوپي

f : سرعت بدون بعد شده

T_w : دما بر روي صفحه تخت

U_∞ : سرعت جريان آزاد در جهت x

T_∞ : دماي جريان آزاد (خارج از لايه مرزي)

Re : عدد رينولدز

Pr : عدد پرانتل

فهرست نمادهاي يوناني

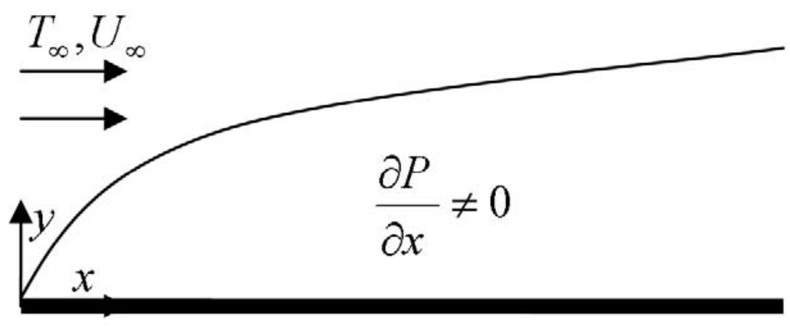
θ : دماي بدون بعد شده

η: متغير تشابهي

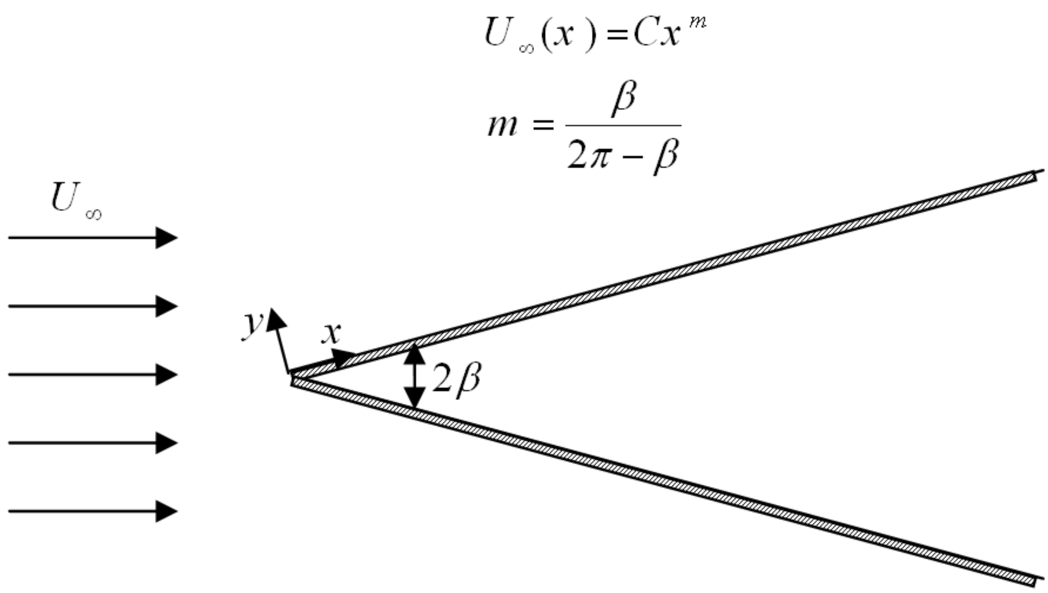
زيرنويسها

w : ديواره

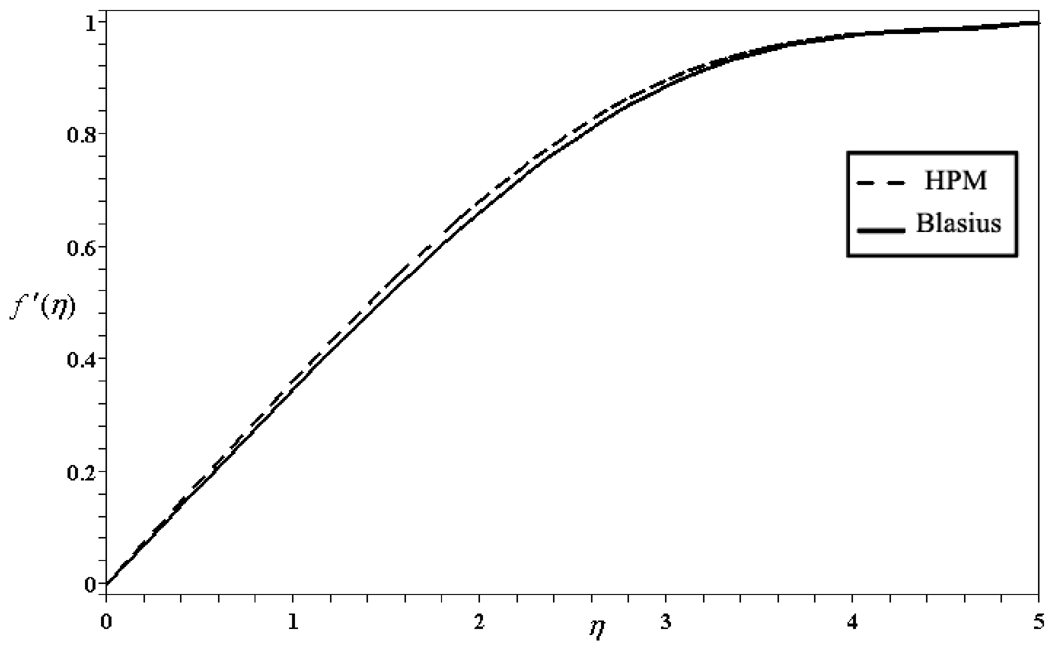
شكلها



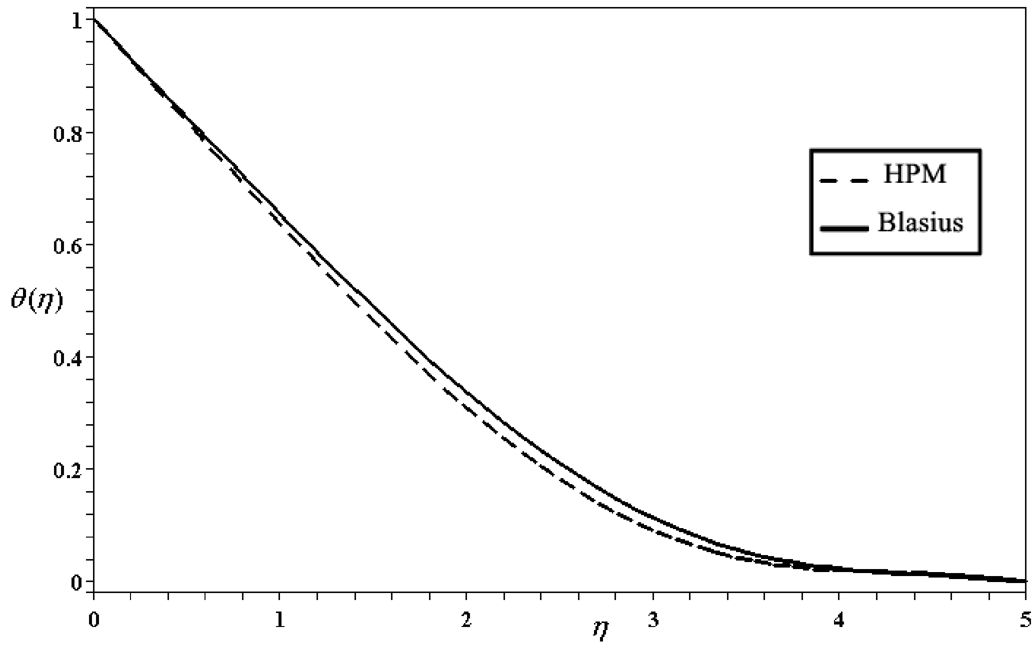
شكل۱- شماي هندسه جريان



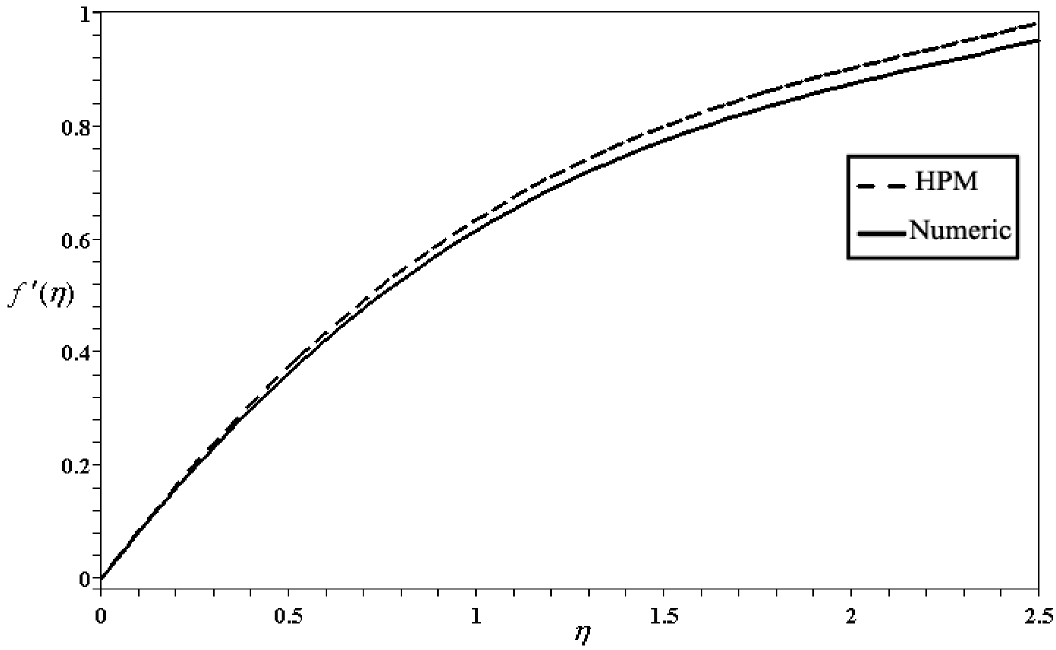
شکل۲- تشابه جريان بر روي صفحه تخت با گراديان فشار مخالف صفر با جريان روي گوه



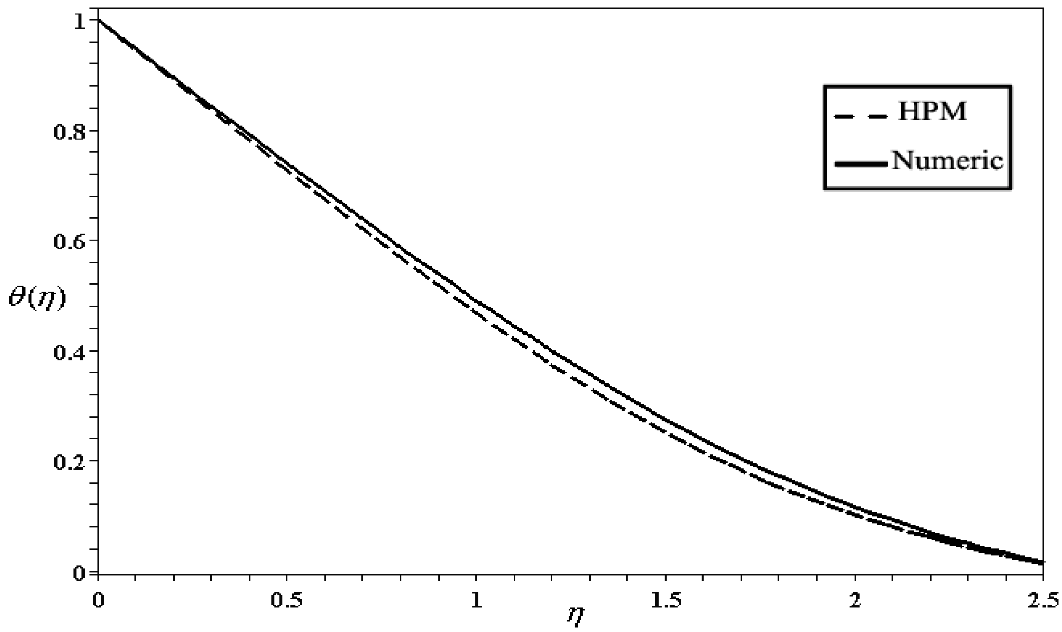
شکل۳- مقايسه نتايج $f'(\eta)$ حاصل از روشهاي هموتوپي- پرتوربيشن و حل بلازيوس در $m=0$



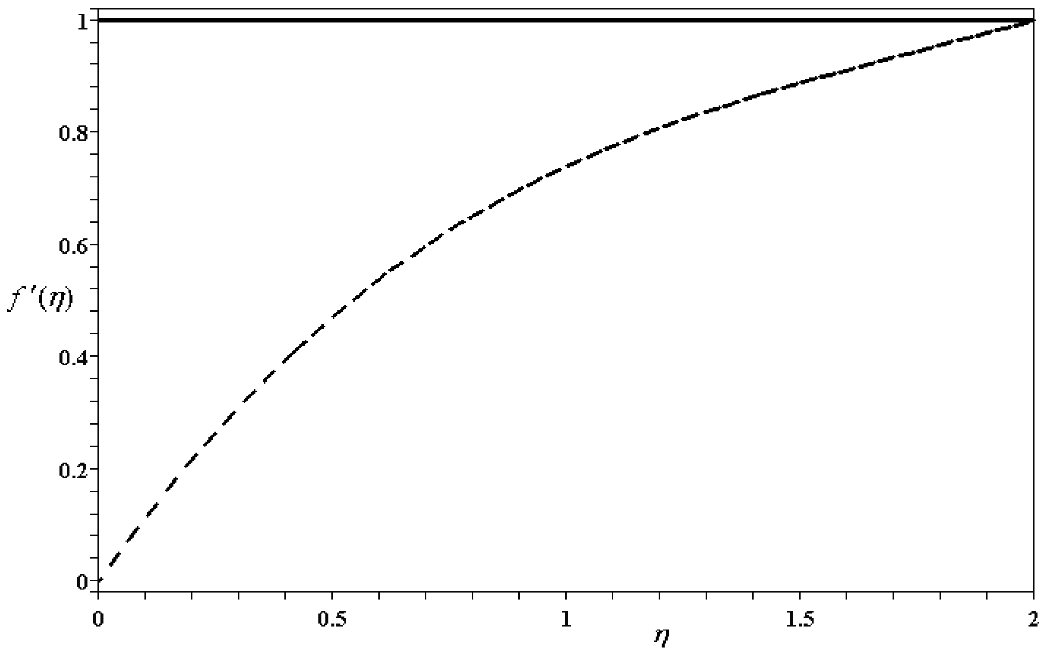
شکل٤- مقايسه نتايج $\theta(\eta)$ حاصل از روشهاي هموتوپي- پرتوربيشن و حل بلازيوس در Pr=1 و $m=0$



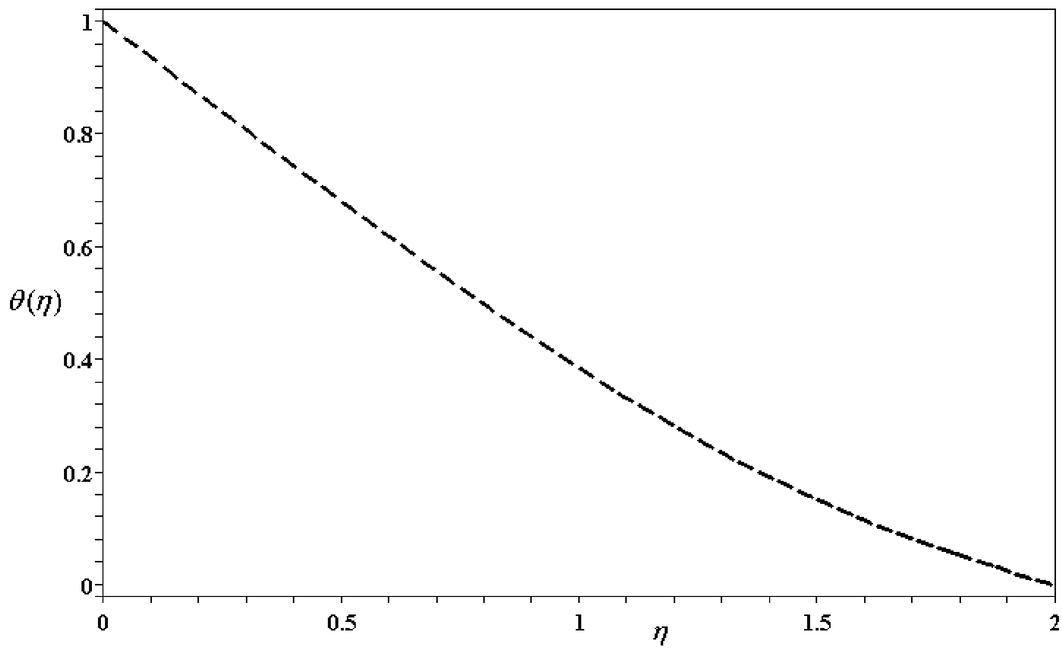
شکل٥- مقايسه منحني $f'(\eta)$ بر حسب η در $m=0.5$ مابين روشهاي هموتوپي- پرتوربيشن و حل عددي



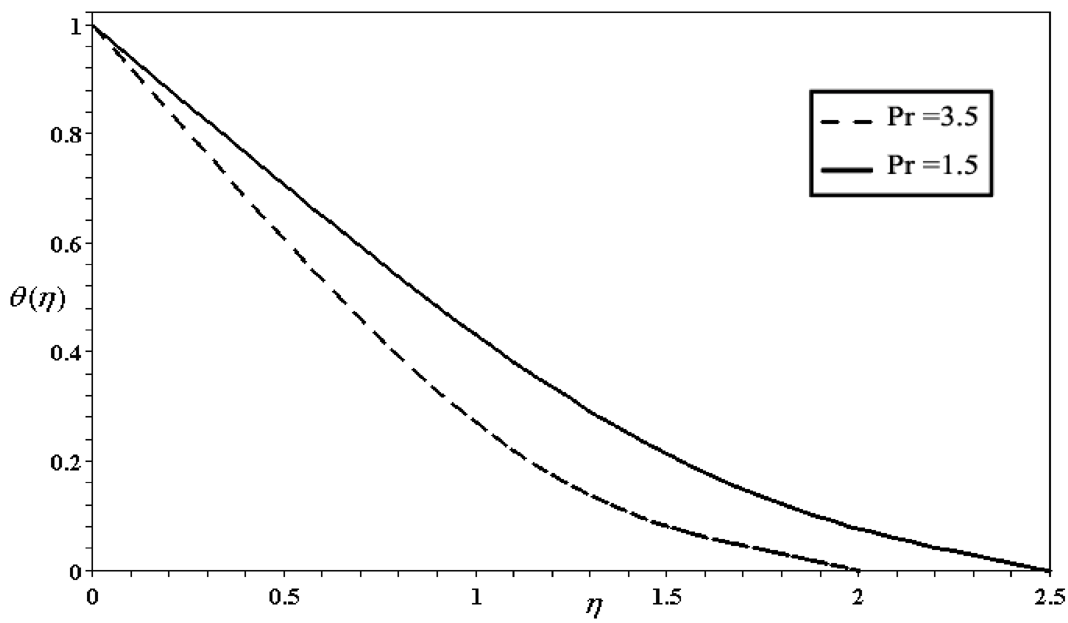
شکل٦- مقايسه منحني $\theta(\eta)$ بر حسب η در $\mathrm{Pr}=1$ و $m=0.5$ مابين روشهاي هموتوپي- پرتوربيشن و حل عددي



شکل۷- منحني $f'(\eta)$ بر حسب η در $m=1$



شکل۸- منحني $\theta(\eta)$ بر حسب η در Pr=1 و $m=1$



شکل۹- منحني $\theta(\eta)$ بر حسب η در $m=0.5$ به ازاي پرانتل‌هاي گوناگون

Abstract

One of the most advanced analytical methods to solve non-linear equations is the application of homotopy and perturbation techniques simultaneously. In the present paper the laminar flow over a wedge which is equivalent to the flow over a flat plate in the presence of non-zero pressure gradient, is solved using the homotopy perturbation method, and the results are compared with numerical results. The advantage of the HPM is the remove of restrictions of the two methods of homotopy and perturbation. In the perturbation method a small parameter should be obtained, which is a difficult task. The combination of the two methods eliminates the difficulty. The obtained solutions are explicit functions. The comparison of the present results with the results reported in literature is in good agreement. The accuracy and convenience of the computations are the main advantages of the HPM, which makes it suitable to be used in engineering problems.