

## تحلیل اثرات خط آهن بر واکنش دینامیکی

### سیستم پل - خط آهن - قطار\*

جبار علی ذاکری، استادیار، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

E-mail:zakeri@iust.ac.ir.

#### چکیده

واکنش دینامیکی پل‌های راه آهن به عوامل متعددی بستگی دارد. یکی از این عوامل ساختار سیستم روسازی خط آهن در روی پل است. روسازی خط آهن در پل‌ها می‌تواند به صورت روسازی سنتی بالاست دار، روسازی صلب بدون بالاست و روسازی با تراورس ویژه (بدون بالاست) باشد. پل‌های راه آهن با هر یک از این سیستم‌ها، رفتار دینامیکی متفاوتی از خود نشان می‌دهند. در این مقاله سعی شده است علاوه بر مدل‌سازی سیستم مکانیکی پل - قطار، سیستم روسازی خط آهن (نوع سوم از انواع فوق الذکر) نیز مدل‌سازی شود. ابتدا با شبیه سازی مدل پل - خط آهن - قطار، معادلات حرکت آنها به صورت ماتریس‌های غیر خطی تابع زمانی تشکیل شده و با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم حل شده است. مطالعه موردی بر روی پل سه دهانه بتنی با شاهتیرهای پیوسته با استفاده از مدل مکانیکی و روش تحلیلی ارائه شده، صورت گرفته است.

نتیجه محاسبات نشان داد که اثرات خط آهن در راحتی مسافران ( شتاب‌های جانبی و قائم وسیله نقلیه ریلی) بسیار مهم است. در خصوص اثرات خط آهن بر روی واکنش‌های دینامیکی پل‌ها بستگی به طول دهانه آنها داشته و در پل‌های با دهانه‌های کوچک‌تر از ۲۵ متر تاثیر بسزایی دارد ولی در پل‌های با دهانه‌های بیشتر نقش مهمی بازی نمی‌کند.

واژه های کلیدی: اندرکنش پل - قطار، دینامیک پل‌های راه آهن، اندرکنش چرخ - ریل، راحتی سفر

#### ۱. مقدمه

در سال‌های اخیر واکنش دینامیکی پل‌های راه آهن تحت اثر بار متحرک هم بصورت تحلیلی و هم به صورت تجربی مورد مطالعه قرار گرفته است. اخیراً مدل‌های پیچیده‌ای که مشخصات دینامیکی مختلفی از وسیله نقلیه در آن منظور شده، در مطالعه پاسخ دینامیکی سامانه پل - قطار مورد استفاده قرار گرفته است. در این مدل‌ها یک مجموعه معادلات حرکت برای وسائط نقلیه ریلی و مجموعه معادلات دیگری برای پل نوشته می‌شود [۲].

نیروهای اندرکنش موجود در نقطه تماس مابین دو زیر سیستم است که دو مجموعه معادلات فوق را درگیر می‌کنند. مشکلی که در این حالت وجود دارد آن است که نقاط تماس ثابت نبوده و در

راه آهن سامانه حمل و نقل اساسی برای حمل و نقل انبوه بار و مسافر با سرعت‌های زیاد است که شهرهای بزرگ و قطب‌های بار را به همدیگر متصل نموده است. در سال‌های اخیر، بسیاری از برنامه‌ریزان حمل و نقل ریلی افکار خود را در جهت توسعه قطارهای جدید و افزایش سرعت آنها متمرکز کرده‌اند. در این میان مشکلات زیست محیطی (آلودگی صوتی) و فنی زیادی وجود دارد که بایستی توسط صاحبانظران و اهل فن برطرف شود.

یکی از مهم‌ترین مشکلات سازه‌ای، اندرکنش دینامیکی قطار - خط - پل، ارزیابی ایمنی سیر و حرکت با فرض راحتی سفر در حد عالی در سرعت بهره‌برداری زیاد است [۱].

المان‌های محدود) بیان شده است. روش حل عددی معادلات حرکت سیستم پل - خط - قطار به همراه معادلات ترکیبی و تکمیلی که بیان‌کننده اندرکنش بین چرخ و ریل می‌باشد، مورد بحث قرار گرفته است.

برنامه کامپیوتری DTVBI، برای تحلیل غیرخطی اندرکنش پل - خط - قطار توسعه داده شده است. مثال‌های عددی برای کنترل اعتبار مدل و تأثیر مدل ارائه شده تشریح شده‌اند.

## ۲. مدل مکانیکی وسیله نقلیه ریلی

وسیله نقلیه ریلی با یک بدنه، دو بوژی و چهار چرخ و محور که بوسیله فنرها و کمک فنرهای به هم متصل شده است، مدل شده است (مطابق شکل ۱). بدنه واگن دارای پنج درجه آزادی در مرکز نقل آن به شرح زیر است:

$Z_c$  و  $y_c$  - تغییر مکان قائم و عرضی

$\phi_c$  - دوران حول محور  $x$  (Rolling)

$\theta_c$  - دوران حول محور  $y$  (Pitching)

$\psi_c$  - دوران حول محور  $z$  (Yawing)

هر بوژی نیز دارای ۵ درجه آزادی (مشابه بدنه) است که فقط اندیس آن‌ها با  $t$  نمایش داده شده است. هر مجموعه چرخ و محور دارای چهار درجه آزادی،  $Z_w$  و  $y_w$  تغییر مکان قائم و جانبی و  $\phi_w$  و  $\psi_w$  حرکت‌های چرخش حول محورهای  $x$  و  $z$  در مرکز نقل خود هستند [۹].

به این ترتیب هر وسیله نقلیه ۳۱ درجه آزادی دارد. معادلات حرکت وسیله نقلیه به شکل ماتریس و به صورت زیر نوشته می‌شوند.

$$M_v \ddot{X}_v + D_v \dot{X}_v + K_v X_v = F_v \quad (1)$$

که در آن:

$X_v$  و  $F_v$  بردارهای تغییر مکان و بار وسیله نقلیه،  $M_v$ ،  $D_v$  و  $K_v$  ماتریس‌های جرم، میراثی و سختی هستند. علامت "'''' نشان‌دهنده مشتق نسبت به زمان است.

بازه زمانی تغییر می‌کنند [۳]. برای حل این مسئله و مجموعه معادلات فوق‌الذکر، از روش‌های عددی و عموماً روش حذفی استفاده می‌شود. فرآیند محاسبات روش حذفی طولانی است ولی برای حل مسائل اندرکنش به عنوان روش برتر معرفی می‌شود [۴]. در متون فنی [۵] معادلات لاگرانژ نیز برای تحلیل سیستم‌های پل، قطار مورد استفاده قرار گرفته است. این روش به دلیل افزایش تعداد مجهولات، محاسبات را طولانی‌تر می‌کند.

از مروری بر متون فنی [۶ و ۷]، مشخص می‌شود که اغلب روش‌های موجود نمی‌توانند به طور موثر در تحلیل سیستم‌های کلی قطار - خط - پل به کار گرفته شوند. در این مقاله، روش المان‌های محدود برای حل واکنش دینامیکی وسیله نقلیه ریلی، خط و کل پل ارائه شده و اندرکنش بین چرخ و ریل به طور کامل منظور شده است. یک مدل مکانیکی برای تشریح اندرکنش بین چرخ و ریل که به طور مستقیم به پل متصل شده، ارائه گردیده است. در این مقاله مدل:

- وسیله نقلیه ریلی به صورت یک مدل سه‌بعدی جرم - فنر - کمک فنر مدل شده است.

- سختی تماس غیرخطی برای شبیه‌سازی حرکت‌های نورد و یاوینگ چرخ و محور منظور شده است.

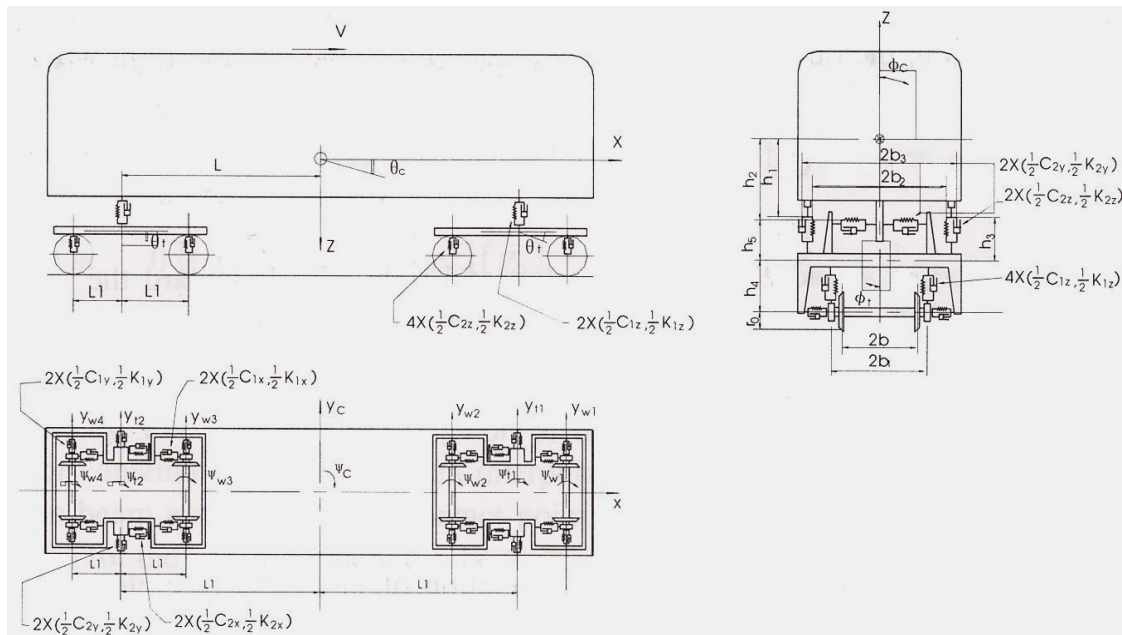
- مدل خط آهن تک لایه‌ای برای بیان و تشریح ارتباط بین خط آهن و عرشه پل به کار گرفته شده است.

- پل به وسیله المان‌های محدود سه بعدی مدل شده است.

بر اساس مدل‌های مکانیکی تشریح شده در فوق، معادلات حرکت کل سیستم پل - خط آهن - قطار به صورت ماتریس‌های غیرخطی تابع زمانی  $[K]$ ،  $[C]$ ،  $[M]$  فرموله شده‌اند [۸].

برای حل این مسئله غیرخطی از روش انتگرال‌گیری مستقیم استفاده شده است. مطالعه تحلیلی بر روی پل سه دهانه بتنی با شاهتیرهای پیوسته با استفاده از مدل مکانیکی و روش تحلیلی تشریح شده در فوق صورت گرفته است.

برای حرکت قائم و دوران حول محور  $x$ ، معادلات تکمیلی اتصال چرخ و محور و ریل نوشته شده است. معادلات به صورت تابع زمانی از حرکت چرخ و محور بر روی ریل در خطوط سریع‌السير است. برای حرکت‌های عرضی و دوران حول محور  $z$ ، معادلات ترکیبی که نشان‌دهنده ارتباط نیروهای اندرکنش با سرعت‌های مربوطه مابین چرخ و ریل هستند، (به شکل



شکل ۱. مدل مکانیکی وسیله نقلیه ریلی

$$c = c_0 \left( \frac{P_d}{P_s} \right)^{2/3} \quad (5)$$

که در آن:

$P_s$  و  $P_d$  = بارهای دینامیکی و استاتیکی چرخ‌ها است و  $c_0$  ضریب خزش استاتیکی است و بوسیله چارتت به شرح زیر ارائه شده است [۲].

$$c_0 = ER_1 R_2 \quad (6)$$

که در آن:

E مدول یانگ فولاد،  $R_1$  و  $R_2$  شعاع حدافل و حداکثر بیضی سطح تماس چرخ و ریل است.

لازم به ذکر است که معادله (۴) برای چرخ سمت چپ و راست به صورت مستقل داده شده است و  $c$  و  $Q_c$  برای هر چرخ تغییر می‌کند.

نیروی بانداژ: ابتدا  $K_r$ ، سختی ثقلی چرخ و محور در جهت عرضی را معرفی کرده و سپس نیروهای تماسی  $Q_{fA}$  و  $Q_{fB}$  در چرخ‌های سمت چپ و راست به شرح زیر محاسبه می‌شوند:

$$Q_{fA} = -K_r \cdot d_A \quad (7)$$

$$Q_{fB} = -K_r \cdot d_B \quad (8)$$

که در آن زیرنویس‌های A و B چرخ‌های چپ و راست (نسبت به جهت حرکت چرخ و محور) را نشان می‌دهند. به این ترتیب کل نیروهای اندرکنش بین چرخ و ریل در جهت عرضی (در سمت چپ و راست)،  $Q_A$  و  $Q_B$  برابر خواهد بود:

### ۳. اندرکنش چرخ و ریل

#### ۱-۳ حرکت عرضی

نیروی خزش: حال فرض می‌کنیم که R و V به ترتیب نشان‌دهنده شعاع اسمی چرخ و سرعت ثابت وسیله نقلیه باشد. ضریب لغزش چرخ بر روی ریل در جهت عرضی  $S_y$ ، که دقیقاً به صورت سرخوردن چرخ در واحد زمان تقسیم بر سرعت حرکت تعریف می‌شود، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$S_y = \frac{(\dot{d} + R\dot{\phi}_w - V\psi_w)}{V} \quad (2)$$

که در آن:

d تغییر مکان نسبی در جهت عرضی، بین چرخ و ریل است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$d = y_w - y_r \quad (3)$$

که در آن  $y_r$  نشان‌دهنده تغییر مکان عرضی ریل می‌باشد که به پل متصل شده است.

معادلات ترکیبی، ارتباط بین نیروی خزش  $Q_c$  و ضریب لغزش بین چرخ و ریل را نشان می‌دهد که به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$Q_c = -cS_y \quad (4)$$

که در آن:

$c$  = ضریب خزش دینامیکی است و به شرح زیر بیان می‌شود:

برای قسمت‌هایی از خط آهن که تحت اثر مستقیم وسائط نقلیه متحرک قرار نمی‌گیرند، المان‌های اندرکنش از طریق در نظر گرفتن اثرات سیستم‌های تعلیق بدست می‌آیند. در این مطالعه [ ] برای ماتریس، { } برای بردارهای ستونی و ( ) برای بردارهای سطر به کار می‌روند. ماتریس یا بردار به وسیله بالانویس T مشخص شده است.

همان گونه که در شکل ۲ نشان داده شده است، ضریب سختی و میرایی سیستم معلق به ترتیب بوسیله  $K_V$  و  $C_V$  مشخص می‌شود. جرم محور به وسیله  $m_w$  و تغییر مکان‌های قائم دو گره از موقعیت‌های تعادل استاتیکی به وسیله مختصات تعمیم یافته  $\{z\}^T = \{z_1, z_2\}$  نشان داده شده است.

متناظر با تغییر مکان‌های گره‌ی  $\{z\}^T$  نیروهای خارجی  $\{p_v\}^T = \{p_{v1}, p_{v2}\}$  هستند.  $f_c$  نشان‌دهنده نیروهای اندرکنشی موجود بین سیستم تعلیق و اجزای پل در محل تماس است. معادله حرکت برای سیستم تعلیق به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{bmatrix} m_w & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_v & -c_v \\ -c_v & c_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_v & -k_v \\ -k_v & k_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_{v1} \\ p_{v2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_c \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

که در آن برای حالت نشان‌دهنده شده در شکل ۲،  $p_{v2} = 0$  و  $p_{v1} = m_w g$  است.  $x_c$  نشان‌دهنده موقعیت سیستم تعلیق (مانند شکل ۲) و  $\{N_c\}$  برداری است شامل توابع مرتبه سوم درونیابی هرمیتی برای تغییر مکان‌های قائم تیر در نقطه تماس  $x_c$ ، که برابر است با  $\{N_c\} = \{N_i(x_c)\}$ . معادله حرکت اجزاء پل به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۰]:

$$[m_t]\{\ddot{u}_t\} + [c_t]\{\dot{u}_t\} + [k_t]\{u_t\} = \{p_t\} - \{n_c\}f_c \quad (14)$$

که در آن  $[m_t]$ ،  $[c_t]$  و  $[k_t]$  ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی اجزاء خط،  $[u_t]$  تغییر مکان‌های گره‌ی و  $[p_t]$  نیروهای خارجی گره‌ی هستند. معادله (۱۳) و (۱۴) از طریق عبارات نیروهای تماسی  $f_c$ ، که بصورت تابعی از زمان و موقعیت  $x_c$  تغییر می‌کند، به هم دیگر درگیر شده‌اند.

$$Q_A = Q_{cA} + Q_{fA} \quad (9)$$

$$Q_B = Q_{cB} + Q_{fB} \quad (10)$$

این نیروها به معادلات حرکت وسیله نقلیه و ریل اضافه می‌شود.

### ۲-۳ حرکت دورانی حول محور z (Yawing)

ضریب لغزش چرخ روی ریل در جهت طولی،  $S_x$ ، به وسیله رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$S_x = (\dot{\psi}_w - v(R_B - R_A) / 2bR) b/V \quad (11)$$

که در آن:

$b$  برابر نصف فاصله دو ریل در نقاط تماس چرخ چپ و راست یک چرخ و محور،  $R_B$  و  $R_A$  شعاع چرخ‌های چپ و راست است که به صورت تابعی از تغییر مکان‌های چرخ و ریل نشان داده می‌شود.

لنگر دورانی حول محور z (Yawing)، T ناشی از نیروهای خزشی در جهت طولی به وسیله رابطه زیر محاسبه می‌شود.

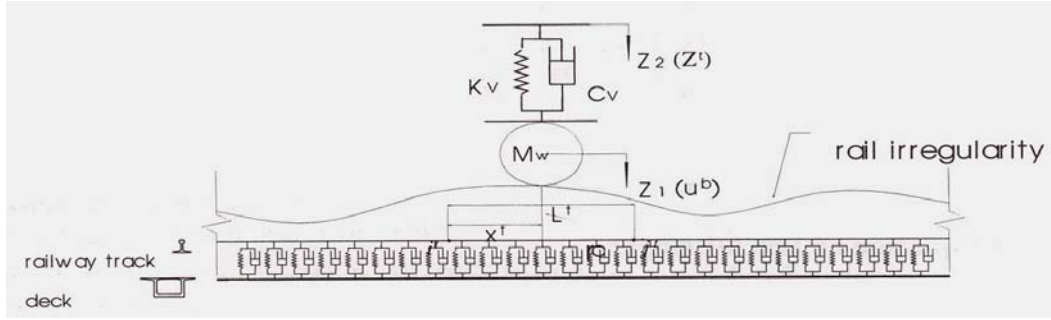
$$T = -b(c_A + c_B)S_x \quad (12)$$

که در آن:

$c_B$  و  $c_A$  ضرایب خزشی دینامیکی هستند که به وسیله رابطه (۵) برای چرخ‌های چپ و راست به دست می‌آیند. معادلات (۴) و (۱۲) معادلات مکملی است که رابطه بین نیرو و ضریب لغزش بین ریل و چرخ در جهات عرضی و دورانی حول محور z (Yawing) را نشان می‌دهد.

### ۳-۳ معادله حرکت

در جهت قائم، فرض می‌شود که چرخ و محور به طور پیوسته در تماس با خط است. مدل فرضی خط - قطار در شکل ۲ نشان داده شده که در آن چرخ و محور یک وسیله عبوری با سرعت  $V$  بصورت اتصال پیوسته با فنر و کمک فنر، و خط آهن به صورت سازه‌ای ارتجاعی بر روی بستر ارتجاعی مدل‌سازی شده است. در این مطالعه، سیستم‌های تعلیق وسیله نقلیه به طور مستقیم در تماس با المان‌های تیری خط هستند و همچنین ناهمواری‌های سطح ریل و خط نیز در معادلات ظاهر شده است [۱۱].



شکل ۲. مدل اندرکنش خط - قطار

معادله (۱۹) معادله حرکت سیستم تعلیق با در نظر گرفتن اثر محدودیت‌هاست. با ترکیب دو معادله قبلی، می‌توان معادلات زیر را برای اجزای اندرکنش که به صورت ترکیب اجزاء خط و سیستم تعلیق، تعریف می‌شود، به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} 0 & \langle 0 \rangle \\ \{0\} & [m_t] + [m_c] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Z}_2 \\ \{\ddot{u}_t\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_v & \{c_{21}\}^T \\ \{c_{21}\} & [c_t] + [c_c] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{Z}_2 \\ \{\dot{u}_t\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_v & \langle k_{12} \rangle \\ \{k_{21}\} & [k_t] + [k_c] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_2 \\ \{u_t\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_{v2} + f_{v2} \\ \{p_t\} + \{f_t\} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

که در آن:

$$\langle 0 \rangle = \{0\}' \text{ و } \mathbf{a} \text{ بردار خشی بوده و داریم:}$$

$$\begin{aligned} [m_c] &= m_w \{N_c\} \{N_c\}^T; \\ [c_c] &= 2m_w v \{N_c\} \{N_c\}_x^T + c_v \{N_c\} \{N_c\}^T; \\ \{c_{21}\} &= -c_v \{N_c\}; \\ [k_c] &= m_w a \{N_c\} \{N_c\}_x^T + m_w v^2 \{N_c\} \{N_c\}_{xx}^T + c_v v \{N_c\} \{N_c\}_x^T + k_v \{N_c\} \{N_c\}^T \\ \{k_{21}\} &= -k_v \{N_c\}; \quad \langle k_{12} \rangle = -(c_v v \{N_c\}_x^T + k_v \{N_c\}^T) \\ \{f_t\} &= \{N_c\} (p_{v1} - m_w v^2 r_{c,xx} - m_w a r_{c,x} - c_v v r_{c,x} - k_v r_c); \\ f_{v2} &= k_v r_c + c_v v r_{c,x} \end{aligned}$$

با فرض  $r_c = r(x_c)$  ناهمواری‌های سطح خط در نقطه تماس  $x_c$ ، شرایط محدودکننده برای پل و وسیله نقلیه در نقطه تماس را می‌توان به شرح زیر نوشت:

$$Z_1 = \{N_c\}^T \{u_t\} + r_c \quad (15)$$

$$\dot{Z}_1 = \{N_c\}^T \{\dot{u}_t\} + v \{N_c\}_x^T \{u_t\} + r_{c,x} v \quad (16)$$

$$\ddot{Z}_1 = \{N_c\}^T \{\ddot{u}_t\} + 2v \{N_c\}_x^T \{\dot{u}_t\} + a \{N_c\}_x^T \{u_t\} + v^2 \{N_c\}_{xx}^T \{u_t\} + r_{c,x} a - r_{c,xx} v^2 \quad (17)$$

که در آن:

$a$  و  $v$  شتاب و سرعت وسیله متحرک می‌باشند، با جایگذاری معادلات (۱۵) - (۱۷) در اولین سطر (۱۳)، به عبارت نیروی تماس  $f_c$  می‌رسد، که آن را می‌توان در معادله (۱۴) قرار داد.

$$(18)$$

$$\begin{aligned} & ([m_t] + m_w \{N_c\} \{N_c\}^T) \{\ddot{u}_t\} - \\ & ([c_t] + 2m_w v \{N_c\} \{N_c\}_x^T + c_v \{N_c\} \{N_c\}^T) \{\dot{u}_t\} + \\ & ([k_t] + m_w a \{N_c\} \{N_c\}_x^T + m_w v^2 \{N_c\} \{N_c\}_{xx}^T + c_v v \{N_c\} \{N_c\}_x^T + k_v \{N_c\} \{N_c\}^T) \{u_t\} = \\ & c_v \{N_c\} \dot{Z}_2 + k_v \{N_c\} Z_2 + \{p_t\} + p_{v1} \{N_c\} - \\ & (r_{c,xx} m_w v^2 + r_{c,x} m_w a + r_{c,x} c_v v + r_c k_v) \{N_c\} \end{aligned}$$

به عبارت دیگر، با جایگذاری (۱۵) تا (۱۷) در سطر دوم (۱۳) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & -c_v \{N_c\}^T \{\dot{u}_t\} - (k_v \{N_c\}^T + c_v \{N_c\}_x^T v) \{u_t\} \\ & + c_v \dot{Z}_2 + k_v Z_2 = p_{v2} + r_c k_v + r_{c,x} c_v v \end{aligned} \quad (19)$$

۴. مدل مکانیکی خط آهن - پل

۴-۱ معادله حرکت پل - خط آهن

پلی که ریل بر روی آن نصب شده است به وسیله المان‌های محدود همچون پوسته، تیر، المان سه‌بعدی، فنر و جرم مدل‌سازی شده که بستگی به نوع سازه پل دارد و معادلات حرکت آنها با استفاده از روش متداول مکانیک سازه‌ها به صورت زیر بیان می‌شود:

$$M_b \ddot{X}_b + D_b \dot{X}_b + K_b X_b = F_b \quad (21)$$

$$M_t \ddot{X}_t + D_t \dot{X}_t + K_t X_t = F_t \quad (22)$$

که در آن:

$X$  بردار تغییر مکان پل - خط آهن،  $F$  بردار بار،  $M$  و  $D$  و  $K$  به ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی هستند. زیرنویس  $t$  و  $b$  به ترتیب نشان‌دهنده کمیت‌های مرتبط با پل و خط آهن هستند.

۴-۲ معادلات اتصال خط آهن - پل

مدل تک لایه‌ای خط آهن همانند شکل ۳ جهت بیان ارتباط بین خط و عرشه پل که به صورت سری فنرها و کمک فنرها در موقعیت هر تراورس شبیه‌سازی شده، به کار گرفته شده است. حال یکی از آنها را در نظر می‌گیریم.  $E$  نشان‌دهنده موقعیت تراورس در اجزاء خط آهن و  $\{N_b\}$  بردار یست حاوی توابع درونیابی هرمیتی برای تغییر مکان قائم اجزاء خط در نقطه تماس  $x_t$ ، که برابر  $\{N_b(x_t)\} = \{N_b\}$  است.

$F$  نشان‌دهنده موقعیت تراورس در اجزاء عرشه و  $\{N_d\}$  بردار یست حاوی توابع درونیابی هرمیتی برای تغییر مکان قائم عرشه پل در نقطه تماس  $x_F$ ، که برابر  $\{N_d(x_F)\} = \{N_d\}$  است.

معادله اتصال پل - خط آهن در معادله (۲۳) دیده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} [c]_{bb} & [c]_{bd} \\ [c]_{db} & [c]_{dd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_b \\ \dot{u}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k]_{bb} & [k]_{bd} \\ [k]_{db} & [k]_{dd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_b \\ u_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_b \\ f_d \end{Bmatrix} \quad (23)$$

که در آن:

$$[c]_{bb} = c_b \{N_b\} \{N_b\}^T;$$

$$[c]_{bd} = c_b \{N_b\} \{N_d\}^T;$$

$$[c]_{db} = c_b \{N_d\} \{N_b\}^T;$$

$$[c]_{dd} = c_b \{N_d\} \{N_d\}^T$$

$$[k]_{bb} = k_b \{N_b\} \{N_b\}^T;$$

$$[k]_{bd} = k_b \{N_b\} \{N_d\}^T;$$

$$[k]_{db} = k_b \{N_d\} \{N_b\}^T;$$

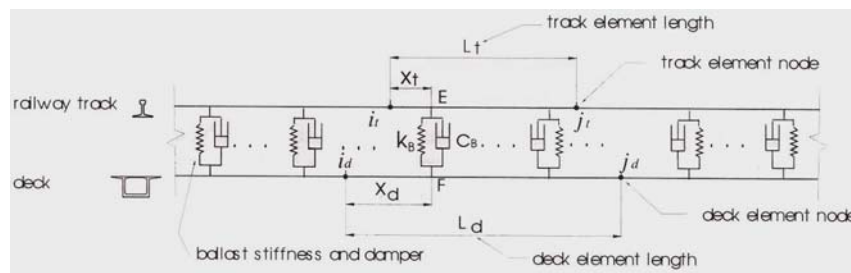
$$[k]_{dd} = k_b \{N_d\} \{N_d\}^T$$

۵. روش حل عددی

با ترکیب معادلات حرکت پل - خط آهن - قطار می‌توان معادله کلی حرکت سیستم را به صورت زیر بیان کرد:

$$M\ddot{X} + D\dot{X} + KX = F \quad (24)$$

که در آن  $F$  بردار بار،  $M$ ،  $D$  و  $K$  به ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی است. پاسخ دینامیکی قطار، ریل و پل با حل معادلات (۲۴) به دست می‌آید. در این معادلات ماتریس‌های  $M$ ،  $D$  و  $K$  غیرخطی، نامتقارن و تابع زمانی هستند. این ماتریس‌ها به ماتریس‌های خطی، متقارن و غیرخطی، نامتقارن تقسیم می‌شوند.



شکل ۳. مدل تک لایه‌ای خط آهن

## تحلیل اثرات خط آهن بر واکنش دینامیکی سیستم پل - خط آهن - قطار

### ۶. مثال عددی

بر اساس مدل و روش تشریح شده در فوق، برنامه کامپیوتری DTVBI توسط مولف برای تحلیل دینامیکی سیستم پل - خط - قطار ایجاد شده است. در این برنامه امکان اعمال اثرات ناهمواری-های ریلی، اثر باد و بسیاری از عوامل غیرخطی در نظر گرفته شده است.

همان گونه که در شکل ۴ نشان داده شده، پل با شاهتیر بتن آرمه سه دهانه تحت اثر بار متحرک ناشی از قطار سریع‌السير E2 ژاپن در سرعت  $350 \text{ Km/h}$  قرار گرفته است. سه حالت ناهمواری خط (ضریبی که نشان‌دهنده ضریب برابری با ناهمواری استاندارد ریل می‌باشد) اعمال شده و تحلیل ارتعاشات ناشی از ناهمواری‌ها بر روی سامانه پل - خط - قطار صورت گرفته و در جدول شماره ۲ نتایج محاسبه‌ها نشان داده شده اند.

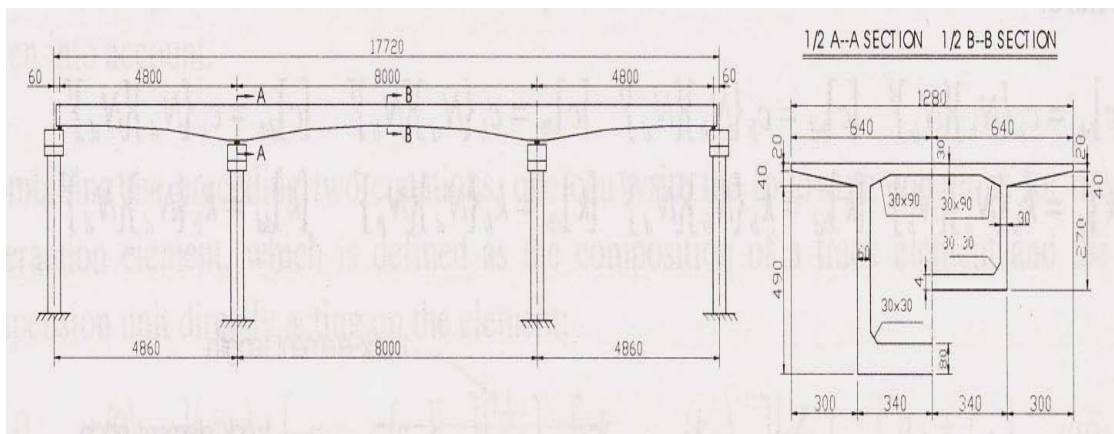
$$M = M_o + M_n; \quad D = D_o + D_n; \quad K = K_o + K_n \quad (25)$$

که در آن:

زیرنویس  $o$  نشان‌دهنده حالت خطی و متقارن و زیرنویس  $n$  نشان‌دهنده تابع زمانی و حالت غیرخطی و نامتقارن هستند. با جایگذاری معادلات (۲۵) - (۲۳) در معادله (۲۳) و عبارات نامتقارن غیرخطی در سمت راست خواهیم داشت:

$$M_o \ddot{X} + D_o \dot{X} + K_o X = F - M_n \ddot{X} - D_n \dot{X} - K_n X \quad (26)$$

یک روش جدید انتگرال مستقیم که روش explicit-implicit نامیده می‌شود، به طور موثر برای حل مسائل غیرخطی مشابه مورد استفاده قرار می‌گیرد.



شکل ۴. نمای کلی و مشخصات هندسی پل سه دهانه با شاهتیرهای بتن آرمه

جدول ۱. بیشینه پاسخ دینامیکی قطار، خط آهن و پل تحت اثر سه حالت ناهمواری خط

بیشینه پاسخ قطار					بیشینه پاسخ پل - خط آهن							ضریب ناهمواری
$W_z.L$	$W_z.V$	A.L	A.V	$Q$	$\Delta p/p$	$Q/P$	$E_R$	$A_h$	$A_v$	$F_h$	$F_v$	
2.61	2.23	0.42	0.44	11.18	0.13	0.18	1.34	0.34	0.46	0.51	5.31	0.5
2.73	2.36	0.63	0.51	12.97	0.19	0.23	1.45	0.45	0.59	0.58	5.34	1.0
2.98	2.51	0.94	0.68	16.05	0.31	0.33	1.51	0.57	0.68	0.65	5.68	1.5

که در آن:

$$Q/P = \text{ضریب خروج از خط،}$$

$$\Delta P/P = \text{ضریب بی باری،}$$

$$W_z \cdot L \text{ و } W_z \cdot V = \text{شاخص اسپرلینگ برای جهت‌های قائم و افقی،}$$

$$Q (kN) = \text{نیروی جانبی،}$$

$$A. L (g), A. V (g) = \text{شتاب در سقف وسیله نقلیه در}$$

$$\text{جهت‌های قائم و افقی،}$$

$$F_h/A_h, F_v/A_v = \text{بیشینه تغییر مکان به شتاب پل در جهات}$$

$$\text{قائم و افقی و}$$

$$E_R (mm) = \text{نشست ارتجاعی ریل بر روی عرشه پل.}$$

## ۷. نتیجه گیری

سیستم پل - خط آهن - قطار یک سیستم دینامیکی است که با تشکیل معادلات دینامیکی حرکت اجزای آن و تعریف معادلات تکمیلی (تعامل چرخ-ریل و خط آهن - پل) و نیز با استفاده از روش‌های عددی، می‌توان معادلات غیرخطی و یا ساده شده خطی را حل کرد. در این مقاله ابتدا شبیه سازی مدل فوق صورت گرفته و معادلات حرکت آنها تعریف و تشکیل شده است. سپس مطالعه موردی بر روی پل سه دهانه بتنی با شاهتیرهای پیوسته با استفاده از مدل مکانیکی و روش تحلیلی تشریح شده در فوق صورت گرفته است. از حل معادلات حرکت و معادلات تکمیلی با استفاده از روش انتگرال‌گیری مستقیم، بیشینه پاسخ پل - خط آهن و بیشینه پاسخ قطار به دست آمده است. با استفاده از مقادیر به دست آمده می‌توان نتیجه گرفت که اثر خط آهن بر روی واکنش دینامیکی وسیله نقلیه، اندرکنش چرخ و ریل (ضریب خروج از خط و ضریب بی باری) و راحتی سفر اهمیت بسیار دارد. تحلیل‌های بعدی نشان داد که اثرات خط آهن بر روی واکنش‌های دینامیکی پل‌ها به طول دهانه آنها بستگی داشته و در پل‌های با دهانه‌های کوچک‌تر از ۲۵ متر، تاثیر بسزائی داشته ولی در پل‌های با دهانه‌های بزرگ‌تر می‌توان به مدل پل - قطار بسنده کرد.

## ۸. مراجع

1. Wu, Y. S., Yang, Y. B., Yau, J. D. (2001) "Three dimensional analysis of train – rail – bridge interaction problems" *Vehicle System Dynamics*, 36 (1), 1-35.
2. Xiangrong G., Qingyuan, Z. (2001) "Dynamic analysis of vehicle-track bridge system", *Proceedings of Traffic Induced Vibrations and Controls*, pp. 275-282.
3. Delgado, R. M., Dos Santos, S. M. (1997) " Modeling of railway bridge – vehicle interaction on high speed tracks", *Journal of Computers & Structures*, 63(3), pp. 511-523.

۴. ذاکری، جبار علی، شیا، خلی (۱۳۸۴) "تحلیل دینامیکی پل‌های خریائی فولادی تحت اثر حرکت قطار"، پژوهشنامه حمل و نقل، سال اول، شماره ۲، ص. ۲۷-۳۴.

جدول فوق نشان می‌دهند که با افزایش ضریب ناهمواری‌های خط، ضریب خروج از خط و ضریب بی‌باری افزایش چشمگیری می‌یابند و به همین دلیل ناهمواری‌های خط آهن در خطوط سریع‌السیر خصوصاً در روی پل‌ها بایستی در حد رواداری‌های مجاز قرار گرفته تا ایمنی سیر و حرکت تامین شود.

نتیجه قابل بحث دیگر، نشست ارتجاعی ریل بر روی عرشه پل است که با افزایش ضریب ناهمواری از ۰/۵ به ۱/۵، نشست ارتجاعی، ۱۳ درصد افزایش پیدا می‌کند. همچنین شتاب قائم و جانبی پل، با افزایش قابل ملاحظه‌ای روبه‌رو شده و به ترتیب به میزان ۰/۶۸ و ۰/۵۷ متر بر مجذور ثانیه رسیده‌اند.

در باره راحتی سفر، اغلب شتاب‌های جانبی و قائم وسیله نقلیه بررسی می‌شوند. یکی از خروجی‌های این برنامه تعیین میزان شتاب‌ها بر حسب (g) است. با توجه به اثر ناهمواری‌ها و مقایسه نتایج اندرکنش خط - قطار در مسیر عادی و اندرکنش پل - خط آهن - قطار می‌توان نتیجه گرفت که پل‌های راه آهن در خطوط با سرعت‌های زیاد، در افزایش شتاب‌های جانبی و سائت نقلیه ریلی تاثیر زیادی داشته و لازمست که با توجه به مشخصات فنی آنها بررسی جامع‌تری صورت گیرد.

تحلیل‌های بعدی برحسب طول دهانه پل‌ها نیز نشان داد که مدل خط آهن بر روی واکنش دینامیکی پل‌های تا دهانه ۲۵ متر تاثیر بسزائی داشته و برای پل‌های با دهانه‌های بزرگ‌تر تاثیر آن کمتر می‌شود و می‌توان برای تحلیل دینامیکی سیستم از مدل پل - قطار استفاده کرد (به جهت سادگی و راحتی محاسبات).



- Conference, Iran University of Science and Technology, Iran.
9. Zhang, Q. L., Vrouwenvelder, A., Wardenier, J. (2001) "Numerical simulation of train-bridge interactive dynamics" *Journal of Computers & Structures*, 79, pp.1059-1075.
  10. Zhen, Q., Guo, X. (1999) "Space vibration analysis of the time-dependent train/bridge system", *The Railway Press of China*, Beijing.
  11. Matsuura, A. (1979) "Dynamic behaviour of bridge girder for high speed railway bridge", *Quarterly Reports*, Vol. 20, No. 2.
  5. Dahlberg, T. (1984) "Vehicle-bridge interaction", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 13, No. 4.
  6. Yang, Y. B., Yau, J. D., Wu, Y. S. (2004) "Vehicle-bridge interaction dynamics", *World Scientific Publishing Ltd.*, Singapore.
  7. Fryba, L. (1996) "Dynamics of railway bridges", *Thomas Telford*, London, UK.
  8. Xia, H., Xu, Y. L., Chan T. H. and Zakeri J. A. (1999) "Dynamic responses of long suspension bridges under running trains ", *5th Annual Railway Transportation*