

## تأثیر عوامل مؤثر بر ظرفیت کمانشی تیرهای پیوسته پل‌ها با مقطع I شکل تک متقارن\*

ابوالفضل عربزاده، دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

محمد رضا رضایی کرمانشاه، کارشناس ارشد، دانشگاه علوم و فنون، تهران، ایران

E-mail: arabzade@modares.ac.ir

### چکیده

در این مقاله به منظور بررسی تأثیر عوامل مختلف سازه‌ای و بارگذاری بر رفتار کمانشی تیرهای پیوسته پل‌های دارای مقطع I شکل تک متقارن، یازده عدد تیر دو دهانه در سه گروه مختلف مورد تحلیل قرار گرفته‌اند. نتایج حاصل به صورت نمودارهای تغییرات بار بحرانی برحسب هر یک از پارامترهای مورد نظر ترسیم گردیدند. از بررسی نمودارها می‌توان نتیجه گرفت که در حالت تساوی طول دهانه‌ها، و با شرط ثابت ماندن سایر مشخصات هندسی مقطع و نیز شرایط مرزی بارگذاری و تکیه‌گاهی، بار بحرانی تیر با افزایش عرض بال فوقانی، افزایش می‌یابد. همچنین در حالت یاد شده چنانچه بار متمرکز وارده بر یکی از دهانه‌ها در حدود  $0/8$  بار متمرکز وارد بر دهانه دیگر باشد، حداکثر ظرفیت کمانشی مقطع قابل دستیابی خواهد بود.

واژه‌های کلیدی: کمانش جانبی، بار بحرانی، تک متقارن، ظرفیت کمانشی، تیر پیوسته، پل‌ها

### ۱. مقدمه

کمانش حول محور دوران اجباری دارند، مورد مطالعه قرار داد. موضوع کمانش جانبی تیرهای I شکل تک متقارن تحت لنگر خمشی ثابت در فرم و قالب دقیق‌تری توسط هیل<sup>۱</sup> مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج اصلاحی آن به دست آمد (۱۹۴۲). روش‌های تقریبی بعدی را کرنکی<sup>۲</sup>، فلینت<sup>۳</sup> و براون<sup>۴</sup> برای طراحی بکار برده و جواب‌های مشابهی را ارائه کردند (۱۹۶۶). نتایج مختلف این مطالعات توسط کلارک<sup>۵</sup> و هیل مورد مقایسه قرار گرفت (۱۹۶۷).

اندرسن<sup>۶</sup>، نترکت<sup>۷</sup>، رابرتز<sup>۸</sup> و تراهیبر<sup>۹</sup> طی سال‌های ۱۹۷۲ تا ۱۹۸۴، پایداری تیرهای I شکل تک متقارن با تکیه‌گاه‌های ساده و کنسولی را مورد تحقیق قرار داده و بارهای بحرانی آنها را برحسب پارامترهای کلاسیک تعیین کردند. این محققین روش‌های تقریبی

کارهای تحقیقاتی انجام شده در مورد کمانش ارتجاعی تیرهای I شکل پل‌ها، به میزان قابل توجهی بر روی تیرهای دارای مقطع عرضی مضاعف متقارن متمرکز بوده است. تیرهای I شکل با بال‌های نامساوی که در این مقاله به آنها تک متقارن<sup>۱۰</sup> گفته می‌شود، کمتر مورد توجه قرار گرفته‌اند. معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله کمانش تیرهای با تکیه‌گاه ساده و مقطع I شکل تک متقارن که تحت لنگرهای انتهایی مساوی و غیرهم علامت قرار دارند، برای اولین بار توسط گودیر<sup>۱۱</sup> مورد بررسی قرار گرفت (۱۹۴۲). در همان زمان، ویتتر<sup>۱۲</sup> با بکارگیری روش انرژی، فرمول‌های تقریبی تعیین ظرفیت کمانشی جانبی تیرهای I شکل تک متقارن را انتشار داد. او همچنین کمانش تیرهای I شکل تک متقارنی را که برای مقابله با تغییر مکان جانبی، بال کششی آنها مقید شده و حالت

تیرهای I شکل تک متقارن که دارای تکیه‌گاه‌های ساده و یا کنسولی هستند توسط محققین مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. روش کار در بیشتر آنها، ساختن نمونه‌های آزمایشگاهی با ابعاد متغیر بال مقطع و اعمال بار روی نقاط خاص آن (بال فوقانی، مرکز برش و بال تحتانی) است. براساس نتایج به دست آمده می‌توان بار بحرانی تجربی تیرهای کنسولی با مقطع I شکل تک متقارن را از ضرب کردن بار بحرانی تئوری در ضریب:

$$\{(1 - EI_y / EI_x)(1 - GJ / EI_x)[1 - (\pi^2 EI_w / L^2) / (EI_x - GJ)]\}^{-1/2} \quad (1)$$

به دست آورد. این ضریب به صورت تقریبی برای انحنای حول محور اصلی قابل استفاده بوده و برابر با نسبت لنگر بحرانی صحیح یک تیر I شکل مضاعف متقارن با تکیه‌گاه‌های ساده به لنگر بحرانی ارتجاعی ارایه شده توسط گودیر است، هنگامی که  $\delta = 0$  منظور شود. رابطه گودیر به شرح زیر است:

$$\frac{M_c L}{\sqrt{EI_y \cdot GJ}} = \pi \left[ \frac{\pi \delta}{2} + \sqrt{\left( \frac{\pi \delta}{2} \right)^2 + \left( 1 + \frac{\pi^2 EI_w}{GJL^2} \right)} \right] \quad (2)$$

که در آن  $\delta$  پارامتر تک تقارنی است و از رابطه (۳) به دست می‌آید و  $EI_w$ ، صلبیت تابیدگی است.

$$\delta = \frac{\beta_x}{L} \sqrt{\frac{EI_y}{GJ}} \quad (3)$$

### ۳. نظریه کمانش جانبی

هنگامی که یک تیر تحت بارگذاری قرار می‌گیرد، تنش‌های خمشی به وجود آمده در مقطع آن به صورت‌های فشاری و کششی نمایان می‌شوند. بخشی از مقطع تیر که تنش فشاری را متحمل می‌شود، ممکن است در اثر عدم وجود مقاومت کمانشی دچار ناپایداری شده و از صفحه گذرنده از جان تیر خارج شود. کمانش بال فشاری تیر، مشابه کمانش ستون است و بنابراین در طراحی تیرها می‌بایست تنش مجاز و ضریب لاغری عضو فشاری، همانند ستون در حد استاندارد مربوطه کنترل شود. کمانش بال مستطیلی شکل واقع در بلوک فشاری تیر که در اثر زیاد بودن تنش فشاری وارده، ناشی از خمش حول محور عمود بر صفحه جان

محاسبه لنگر بحرانی ارتجاعی را ارایه کرده و به تبیین پارامترهای مؤثر در ظرفیت کمانشی تیرهای ساده و کنسول‌های دارای مقطع I شکل تک متقارن پرداختند. به هر حال، مقاطع اخیر تحلیل کمانش ارتجاعی را دچار پیچیدگی‌های خاصی می‌کنند که لازم است در مراحل مختلف مورد توجه قرار گیرند. هنگامی که یک تیر دارای مقطع مزبور، ضمن کمانش می‌پیچد، تنش‌های خمشی طولی و لنگر پیچشی حول محور پیچش عضو اعمال می‌شوند. این لنگر پیچشی باعث ایجاد تغییر در سختی پیچشی شده، مقدار آن را از  $GJ$  به  $GJ + M_x \beta_x$  تبدیل می‌کند.  $G$ ، مدول برشی ارتجاعی،  $J$  ثابت پیچشی مقطع،  $M_x$  لنگر حول محور قوی و  $\beta_x$  خاصیت تک تقارنی است، که عموماً به اثر وگنر<sup>۱۳</sup> مربوط است.

از آنجا که در یک مقطع I شکل تک متقارن، ابعاد بال‌ها با هم مساوی نبوده و بال کوچک‌تر، مقطع دورتر از بال بزرگ‌تر به مرکز برش است، تنش در بال کوچک‌تر بازوی محرک بزرگ‌تری داشته و بنابراین بر اثر وگنر غلبه می‌کند. در نتیجه، هنگامی که بال کوچک‌تر تحت کشش باشد، ظرفیت کمانشی جانبی تیر در اثر لنگر یکنواخت افزایش یافته و چنانچه بال مذکور تحت فشار باشد، کاهش خواهد یافت، زیرا پدیده کمانش در اعضای فشاری رخ می‌دهد و هرچه ابعاد مقطع عرضی اعضا بیشتر باشد، اعضا بار کمانشی بیشتری را تحمل خواهند کرد. در مواردی که لنگر وارده غیریکنواخت است، اثر وگنر با گرادیان لنگر اندرکنش داشته و تأثیرات ترکیبی به وجود می‌آورند. این تأثیرات باعث می‌شوند که رفتار کمانشی تیرهای I شکل تک متقارن کاملاً پیچیده شود.

از سوی دیگر، تحقیقات انجام شده در خصوص مقاطع I شکلی که در آنها فقط محور قائم واقع در صفحه جان (محور y-y) محور تقارن است، اکثراً معطوف به تیرهای با تکیه‌گاه‌های ساده بوده و کمتر به تیرهای پیوسته توجه شده است.

در این مقاله، ضمن اشاره به نظریه کمانش جانبی - پیچشی تیرهای با مقطع I شکل، مختصری درباره کارهای انجام گرفته در مورد مقاطع I شکل تک متقارن توضیح داده و سپس به بررسی عوامل مؤثر بر ظرفیت کمانشی تیرهای پیوسته دارای این نوع مقطع عرضی پرداخته شده است.

### ۲. سوابق تحقیقات آزمایشگاهی

به منظور دستیابی به مدارک تصدیق‌کننده تجربی، رفتار کمانشی

مختلف آن (بال فشاری و جان) خلاصه می‌شوند. در بال فشاری یک تیر ورق سه نوع کمانش ممکن است به وجود آید که دربرگیرنده کمانش جانبی، کمانش پیچشی و کمانش قائم می‌شود. درباره کمانش جانبی بال فشاری که پیش از این تعریف شد، آنچه که با آن مقابله می‌کند، مقاومت پیچشی مقطع و همچنین عمل ستونی بال فشاری است. در حالت کلی، مقاومت پیچشی مقطع و نقش ستونی بال فشاری به طور مشترک وارد عمل می‌شوند. در تیرهای نورد شده که دو بال مقطع توسط ورق جان نسبتاً ضخیم به هم متصل شده‌اند، مقاومت پیچشی از عمل ستونی پیشی می‌گیرد، به طوری که در تعیین تنش خمشی فشاری مجاز می‌توان از عمل ستونی بال چشم‌پوشی کرد.

مقاومت پیچشی خوب مقطع در این حالت، ناشی از آن است که جان نسبتاً ضخیم باعث می‌شود که بال‌های فشاری و کششی با یکدیگر عمل کنند. با زیاد شدن ارتفاع تیر، اثر بال کششی کاهش پیدا می‌کند و این موضوع باعث کم شدن مقاومت پیچشی مقطع می‌شود. با کم شدن مقاومت پیچشی مقطع، عمل ستونی بال فشاری حاکم بر طرح می‌شود. عمل ستونی بال فشاری، ناشی از سختی خمشی جانبی بال فشاری به علاوه قسمتی از جان تحت فشار مقطع است.

ناپایداری دوم بال فشاری که کمانش پیچشی نامیده می‌شود، هنگامی رخ می‌دهد که جان نازک تیر ورق، در اثر فشار ناشی از خمش، پایداری خود را از دست داده و به زبان ساده، زیر فشار جاخالی کند. در این حالت لازم است کمانش پیچشی بال فشاری و قسمتی از جان متصل به آن در نظر گرفته شود. به منظور اجتناب از وقوع این نوع کمانش، آیین‌نامه‌ها برای نسبت عرض به ضخامت بال فشاری، یک مقدار حداکثر تعیین کرده‌اند که تابعی از تنش تسلیم فولاد به کار رفته است.

کمانش قائم بال فشاری در تیر ورق، از کمانش قائم جان ناشی می‌شود و هنگامی کمانش قائم جان به وجود می‌آید که در جان تیر ورق خطر کمانش ناشی از خمش امکان وقوع داشته باشد. ناپایداری اخیر در این مقاله مورد بررسی قرار نمی‌گیرد.

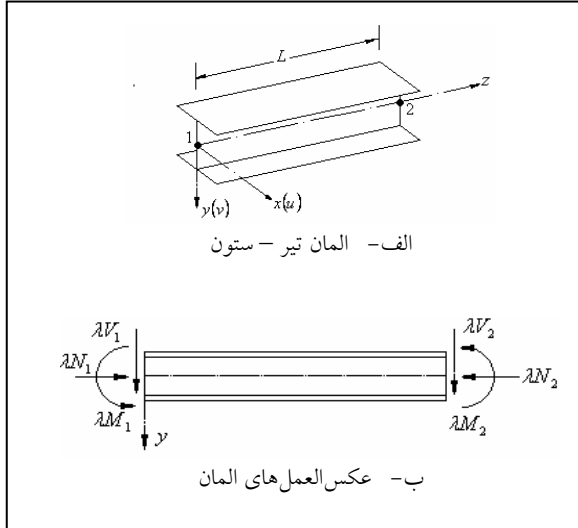
شکل ۱ یک تیر I شکل تک متقارن را نشان می‌دهد که دچار کمانش اعوجاجی شده است. با این فرض که بال‌های صلب به اندازه  $u_B$  و  $u_T$  جابه‌جا شده و به مقدار  $\phi_B$  و  $\phi_T$  به صورت مستقل از هم دچار پیچش می‌شوند، منحنی‌های سینوسی را با کمانش جان در قالب یک چند جمله‌ای درجه سوم در نظر گرفته، شرط پایداری را به صورت زیر می‌نویسیم:

ایجاد می‌شود، به «کمانش جانبی» موسوم است. در مباحث کلاسیک مربوط به کمانش اعضاء در یک سازه فولادی، معمولاً کمانش جانبی - پیچشی و کمانش موضعی به عنوان دو پدیده جدا از هم در نظر گرفته می‌شوند. اما تحقیقات انجام شده به وسیله برخی از پژوهشگران نشان داده است که این دو نوع کمانش ممکن است بر روی یکدیگر اثرات متقابل داشته باشند [1]. در کمانش جانبی - پیچشی، مقاطع عرضی عضو مانند اجسام صلب جابه‌جا شده و می‌پیچند، اما کمانش موضعی به وسیله اعوجاج‌های محلی مقطع عرضی روی یک طول موج کوتاه و در غیاب تغییر مکان جانبی مشخص می‌شود. این دو نوع کمانش، در واقع انواع کمانش ممکن برای اعضاء کوتاه (کمانش موضعی) و اعضاء طویل (کمانش جانبی - پیچشی) هستند. در مورد اعضاء با طول متوسط، این دو نوع کمانش با هم ترکیب شده و کمانش جانبی - اعوجاجی را، که با تغییر مکان جانبی و اعوجاج همزمان مقطع عرضی مشخص می‌شود، به وجود می‌آورند.

کمانش ترکیبی غیرخطی، هنگامی اتفاق می‌افتد که سختی عضو مورد نظر در اثر کمانش موضعی با طول موج کوتاه کاهش یافته و به سختی عضو در حالت وقوع کمانش جانبی - پیچشی تنزل یابد، آن چنان که نوع اخیر در گستره کمانش موضعی پس از واکنش سازه‌ای جای گیرد. از آنجا که این نوع کمانش نتیجه واکنش غیرخطی صفحات کمانش یافته موضعی است می‌توان گفت که یک حالت اندرکنشی غیرخطی به شمار می‌آید. برای تیرهای با مقطع I شکل، مطالعات نظری و آزمایشگاهی ثابت کرده‌اند که حالت اندرکنشی غیرخطی فقط در مورد اعضاء دارای بال‌های نازک و جان ضخیم مصداق دارد [2 و 3]. بنابراین کمانش اندرکنشی غیرخطی در این مقاله قابل طرح نیست.

مدل سازی دقیق کمانش اعوجاجی قبل از اختراع رایانه‌های دیجیتال امکان پذیر نبود. اما پس از آن بسیاری از مسائل مربوط به کمانش موضعی و جانبی - پیچشی به کمک این ابزار حل شد. اکثر تیرهای I شکل موجود، دارای بال‌های نسبتاً ضخیم و کوتاه و جان لاغر هستند و همان گونه که هنکک<sup>۸</sup> نشان داده است، کمانش اعوجاجی این اعضاء به وسیله اعوجاج‌های جان و کمانش بال‌ها به صورت اجسام صلب، اتفاق می‌افتد [4].

در تیر ورق‌ها، به لحاظ آن که با سطوح بزرگی از ورق با ضخامت کم روبه‌رو هستیم، بزرگ‌ترین مسئله‌ای که در طراحی وجود خواهد داشت، کمانش این ورق‌هاست. ناپایداری‌هایی که در بررسی یک تیر ورق می‌بایست مورد توجه قرار گیرند، در دو عضو



شکل ۲. المان محدود تیر

برای المان خطی نشان داده شده در شکل مزبور، فرض می‌شود که بال‌ها مانند اجسام صلب دچار کمانش می‌شوند، اما جان مقطع خارج از صفحه این تغییر شکل را تجربه کرده و کمانش آن به صورت یک منحنی درجه سه اتفاق می‌افتد. فرض می‌شود که تغییر مکان‌های جانبی  $u_B$  و  $u_T$  از نقاط تقاطع جان و بال‌های فوقانی و تحتانی به صورت چند جمله‌ای‌های درجه سوم در جهت طولی نمایش داده می‌شوند، و زوایای پیچش  $\phi_B$  و  $\phi_T$  از این اتصالات هم بخش‌های خطی از پیچش متوسط  $(u_T - u_B)/h$  هستند. برای هر المان، با استفاده از اصل ثابت بودن انرژی پتانسیل به ترتیب ماتریس‌های  $12 \times 12$  سختی و پایداری، یعنی  $[k]$  و  $[g]$  را می‌توان محاسبه، و سپس این ماتریس‌ها را پس از سرهم‌بندی با کمک روش‌های ترکیبی مرسوم به ماتریس‌های سختی و پایداری کلی، یعنی  $[K]$  و  $[G]$  تبدیل کرد. این کار باعث می‌شود که بتوان معادله کمانش را به صورت زیر نوشت:

$$([K] - \lambda [G]).\{Q\} = \{0\} \quad (3)$$

که در آن  $\{Q\}$  بردار درجات آزادی کمانشی کلی و  $\lambda$  ضریب بار کمانشی است. از آنجا که در هر گره طولی تنها شش درجه آزادی وجود دارد و در ضمن همگرایی به طور سریع حاصل می‌شود، بنابراین تعداد درجات آزادی ماتریس‌های  $[K]$  و  $[G]$  نسبتاً کم خواهد بود.

یکی دیگر از ناپایداری‌هایی که در تیر ورق‌های با مقطع I شکل ممکن است به وجود آید، ناپایداری‌های مربوط به جان است. این

$$([k] - \lambda [g]).\{q\} = \{0\} \quad (1)$$

که در آن:

$\{q\}$  = بردار جابجایی‌های کمانشی حداکثر،  
 $[k]$  و  $[g]$  = به ترتیب ماتریس‌های سختی و پایداری، و  
 $\lambda$  = ضریب بار کمانشی است.

معادله (۱)، یک معادله مقدار ویژه خطی است، آن چنان که شرط کمانشی به صورت زیر ساده می‌شود:

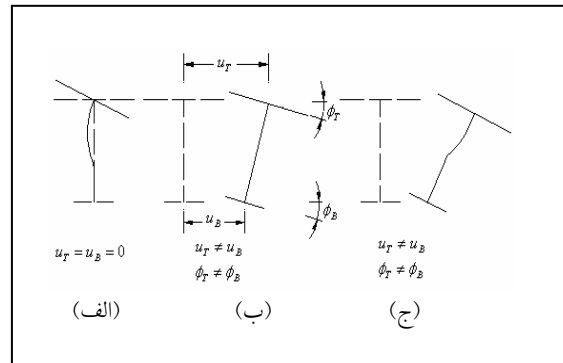
$$|[k] - \lambda [g]| = 0 \quad (2)$$

که در آن:

$\lambda$  = مقدار ویژه و

$\{q\}$  = نشان دهنده شکل کمانش یافته است.

برای مقطع تک متقارن که در شکل ۱ به نمایش درآمده است،  $[k]$  و  $[g]$  ماتریس‌هایی  $4 \times 4$  بوده و مقدار ویژه  $\lambda$  را می‌توان با سرعت به کمک روش ارائه شده توسط هنکک به دست آورد [5].



شکل ۱. انواع کمانش یک تیر I شکل تک متقارن

(الف) کمانش موضعی (ب) کمانش جانبی

(ج) کمانش اعوجاجی (تابدگی)

تاکنون روش‌های متعددی برای آنالیز کمانش جانبی - پیچشی تیرهای I شکل ارائه شده‌اند که اکثر آنها (مانند روش نوار محدود) فقط اعضای دارای تکیه‌گاه‌های ساده و تحت خمش یکنواخت را پوشش می‌دهند [6]. اما روشی که در شکل ۲ نشان داده شده و به استفاده از المانهای محدود مجهز است، کلیه شرایط عمومی بارگذاری و تکیه‌گاهی را در بر می‌گیرد.

$$\tau_{cr} = K \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b/t)^2} \quad (4)$$

که در آن:

$E$  = مدول الاستیسیته ارتجاعی،

$\nu$  = ضریب پواسون،

$b$  = ضلع کوچک‌تر ورق و

$t$  = ضخامت آن است. مقدار  $K$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$K = 5/34 + 4(b/c)^2 \quad (5)$$

که در آن:

$c$  ضلع بزرگ‌تر ورق است. در یک تیر  $I$  شکل که ارتفاع جان آن

$h$  و فاصله سخت کننده‌ها  $a$  می‌باشد (شکل ۴)، به صورت زیر

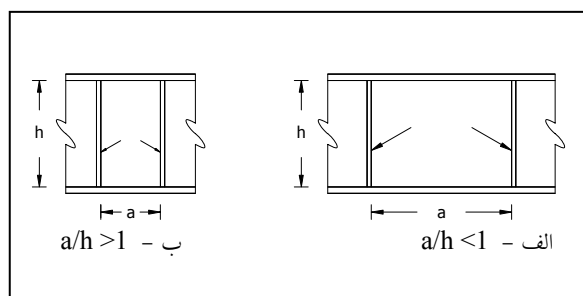
مرتب می‌شود:

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 EK}{12(1-\nu^2)(h/t)^2} \quad (6)$$

در رابطه فوق، داریم:

(۷)

$$\left. \begin{aligned} K &= 4 + 5/34(a/h)^2 & a/h \leq 1 & \text{ برای} \\ K &= 5/34 + \frac{4}{(a/h)^2} & a/h \geq 1 & \text{ برای} \end{aligned} \right\}$$



شکل ۴. حالت‌های فرارگیری سخت کننده‌های تیر ورق  $I$  شکل

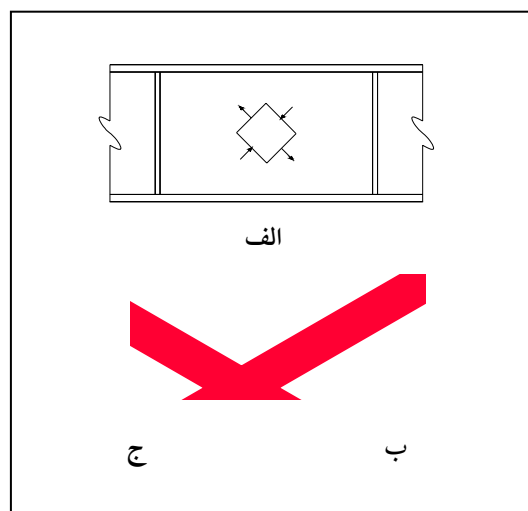
اگر نسبت تنش بحرانی کمانش برشی به تنش جاری شدن در برش را با  $C_v$  نمایش دهیم، رابطه (۶) به شکل بی‌بعد زیر

در می‌آید:

$$C_v = \frac{\tau_{cr}}{\tau_v} = \frac{\pi^2 EK}{\tau_v (12)(1-\nu^2)(h/t)^2} \quad (8)$$

عوامل باعث ایجاد کمانش خمشی جان، کمانش قائم ورق جان (که کمانش قائم بال فشاری را هم موجب می‌شود) و کمانش ورق جان در اثر تنش‌های برشی می‌شوند. در این رابطه لازم است اثر متقابل تنش‌های خمشی و برشی جان را نیز مورد توجه قرار داد. ضمناً این احتمال هم وجود دارد که در اثر تنش‌های فشاری مستقیم، در ورق جان کمانش قائم اتفاق بیفتد.

در اینجا، کمانش ورق جان در اثر تنش‌های برشی را به لحاظ اهمیت زیادی که دارد، مورد بررسی قرار می‌دهیم. شکل (۳-الف) یک جزء سطح از جان تیری را که تحت برش خالص قرار دارد، نشان می‌دهد. می‌دانیم حالت تنش جوشی خالص را می‌توان به تنش‌های اصلی کششی و فشاری به گونه‌ای تبدیل کرد که صفحات تحت تأثیر تنش‌های اصلی با صفحات تنش برشی، زاویه  $45^\circ$  درجه تشکیل دهند. (شکل ۳-ب) ورق نازک جان به خوبی می‌تواند تنش‌های اصلی کششی را تحمل نماید، اما در مقابل تنش‌های اصلی فشاری از خود ضعف نشان داده و در تنش‌های پایین‌تر از خرابی مصالح، کمانه می‌کند. تنش مربوط به نقطه کمانش را تنش بحرانی کمانشی برشی می‌نامند.



شکل ۳. تئوری کلاسیک برش

الف) تنش‌های اصلی در یک پانل تحت برش خالص

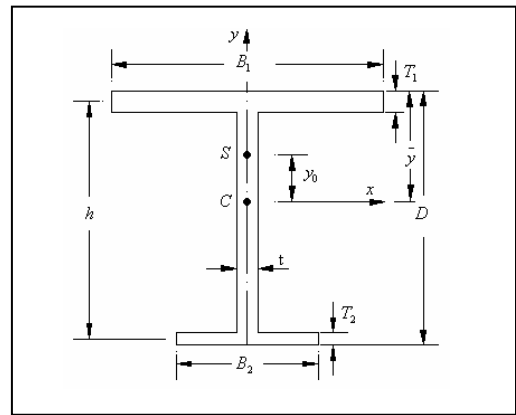
ب) یک جزء سطح تحت برش خالص

ج) تنش‌های اصلی بر روی یک جزء سطح در برش خالص

با حل معادلات دیفرانسیل ورق‌ها، تنش بحرانی کمانش برشی از رابطه زیر به دست می‌آید:

#### ۴. مشخصات هندسی مقطع I شکل تک متقارن

همان گونه که قبلاً گفته شد، چنان چه در یک مقطع I شکل، ابعاد بال‌ها از نظر عرض و ضخامت متفاوت بوده و محور  $y-y$  تنها محور تقارن آن باشد، مقطع "تک متقارن" نامیده می‌شود. در چنین مقطعی که مشخصات هندسی آن مطابق شکل ۵ است، پارامترهای زیر قابل تعریف‌اند.



شکل ۵. مقطع عرضی I شکل تک متقارن

که در آن:

$$y, x = \text{مختصات مرکز هندسی مقطع}$$

$$y_0 = \text{مختصه قائم مرکز برش}$$

پارامتر مزبور که برای بیان تغییر در سختی پیچشی مؤثر، ناشی از مؤلفه‌های فشاری و کششی تنش‌های خمشی، معرفی شده است، با توجه به شکل ۳ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\beta_x = \frac{1}{I_x} \left\{ (h - \bar{y}) \left[ B_1 \frac{T_1}{12} + B_1 T_1 (h - \bar{y}) \right] + \frac{(h - \bar{y})^2 t}{4} \right\} - \bar{y} \left[ B_2 \frac{T_2}{12} + B_2 T_2 \bar{y} + \frac{y^2 t}{4} \right] \quad (11)$$

از آنجا که محاسبه  $\beta$  براساس رابطه (۶) طولانی و خسته کننده است، بنابراین برای آن که بتوان مقدار این پارامتر را برای یک مقطع I شکل تک متقارن عمومی به راحتی به دست آورد، کیتی پورن جای<sup>۴</sup> و تراهریر ضمن استفاده از درجه تک تقارنی، رابطه دیگری را پیشنهاد کردند که ضمن داشتن دقت قابل قبول، فرم ساده‌تری هم دارد و در این مقاله نیز از آن استفاده شده است [6].

$$\frac{\beta_x}{h} \approx 0.9(2\rho - 1) \left[ 1 - \left( I_y / I_x \right)^2 \right] \quad (12)$$

در رابطه فوق،  $I_y$  و  $I_x$  به ترتیب ممان اینرسی مقطع حول محورهای ضعیف و قوی هستند.

#### ۴-۳ پارامتر تیر

در این مشخصه، علاوه بر ابعاد هندسی مقطع، کمیت‌های دیگری هم در نظر گرفته شده‌اند که شامل طول تیر، مدول‌های ارتجاعی برشی و خمشی و ثابت پیچش هستند. این پارامتر از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{K} = \sqrt{\pi^2 EI_y h^2 / 4GJL^2} \quad (13)$$

که در آن  $h$  فاصله بین مراکز هندسی بال‌های مقطع است.  $E$  و  $G$  مدول‌های ارتجاعی خمشی و برشی،  $J$  ثابت پیچش و  $L$  طول تیر است. برای تیرهایی که در عمل ساخته می‌شوند، مقادیر پارامتر تیر در محدوده  $0.1 \leq \bar{K} \leq 2.0$  قرار دارد [7]. مقدار کم پارامتر تیر

#### ۴-۱-۱ درجه تک تقارنی مقطع

این پارامتر با علامت  $\rho$  نمایش داده می‌شود و عبارت است از نسبت ممان اینرسی بال فوقانی مقطع به ممان اینرسی کل مقطع، که هر دو حول محور  $y$  محاسبه می‌شوند. رابطه ریاضی آن به صورت زیر است:

$$\rho = \frac{I_{yT}}{I_{yT} + I_{yB}} = \frac{I_{yT}}{I_y} \quad (9)$$

که در آن  $I_{yT}$ ،  $I_{yB}$  و  $I_y$  به ترتیب ممان‌های دوم سطح حول محور  $y$  مقطع برای بال فوقانی، بال تحتانی و کل مقطع هستند. از آنجا که ممان اینرسی جان مقطع حول محور  $y$  ناچیز است در رابطه فوق از آن چشم‌پوشی می‌شود.

#### ۴-۲ خاصیت تک تقارنی مقطع

در مقدمه به خاصیت تک تقارنی مقطع اشاره شد، طبق تعریف مقدار آن برابر است با:

$$\beta_x = \frac{1}{I_x} \left[ \int_A x^2 y dA + \int_A y^3 dA \right] - 2y_0 \quad (10)$$

$$M_x = \frac{P}{\gamma} z, \quad M_z = \frac{P}{\gamma} (u_{L/\gamma} - u + \bar{a} \phi_{L/\gamma}) \quad (18)$$

که در آن:

$u_{L/\gamma}$  و  $\phi_{L/\gamma}$  به ترتیب تغییر مکان جانبی و زاویه پیش در وسط دهانه می‌باشند در حالتی که بار گسترده یکنواخت اعمال شود، لنگرهای داخلی برابر است با:

$$M_x = \frac{\omega}{\gamma} z (L - z) \quad (19)$$

$$M_z = \omega \left[ \int_0^{L/\gamma} (u + \bar{a} \phi) dz - \left( \frac{L}{\gamma} - z \right) u \right]$$

که در آن:

$\omega$  شدت بار وارده بر واحد طول تیر است.

## 6. تحلیل کمانشی تیرهای پیوسته با روش تقریبی

### المان محدود

به منظور بررسی عوامل مختلف تأثیرگذار بر ظرفیت کمانشی تیرهای پیوسته با مقطع I شکل تک متقارن، از نرم‌افزار NISA II که بر پایه روش المان محدود تدوین شده و یکی از قابلیت‌های آن تحلیل کمانش سازه‌هاست، استفاده شد [7]. روش انجام تحلیل کمانش در برنامه کامپیوتری مزبور، یک آنالیز دو مرحله‌ای است که مرحله اول آن شامل تحلیل استاتیکی و محاسبه تنش‌ها در شرایط بارگذاری موردنظر و مرحله دوم تحلیل جواب‌های حاصل از مرحله اول و سپس محاسبه ضریب بار (مقادیر ویژه) و شکل مودها (بردارهای ویژه) است.

ضرایب بار کمانشی که در واقع یکی از مهم‌ترین جواب‌های به دست آمده از تحلیل کمانشی سازه‌ها هستند، ضرایبی از بارهای مشخص شده در مرحله استاتیکی هستند.

گام اول مدل‌سازی، ایجاد هندسه ظاهری سیستم است. پس از مدل‌سازی هندسی، المان‌های تشکیل دهنده سازه ایجاد شده و بارها و شرایط مرزی اعمال می‌شوند تا مدل نهایی اجزای محدود به دست آید.

مراحل مدل‌سازی را می‌توان به دو دسته اصلی تقسیم کرد. در دسته اول که مدل‌سازی هندسی است، هدف نمایش هندسه سازه به صورت مجموعه‌ای از نقاط، خطوط، سطوح و احجام است. در

نشان دهنده تیرهای طویل با مقاطع عرضی فشرده است، حال آنکه مقدار زیاد پارامتر تیر بیانگر تیرهای کوتاه با مقاطع عرضی لاغر است.

## 5. آنالیز تئوری خمش و پیش مقاطع

معادله دیفرانسیل تعادل حاکم بر خمش حول محور ضعیف و پیش تیرهای I شکل تک متقارن به صورت زیر است:

$$EI_y \frac{d^4 u}{dz^4} = -M_x \phi \quad (14)$$

$$(GJ + M_x \beta_x) \frac{d\phi}{dz} - EI_w \frac{d^2 \phi}{dz^2} = M_x \frac{du}{dz} + M_z \quad (15)$$

که در آن  $M_z$  و  $M_x$  لنگرهای داخلی تیر کمانش یافته هستند که به ترتیب حول محورهای X و Z از تیر کمانش نیافته عمل می‌کنند. برای تیرهای ساده‌ای که به طور متقارن بارگذاری شده‌اند، شرایط مرزی به صورت زیر است:

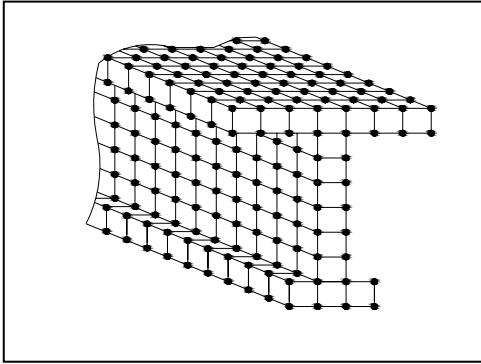
$$\phi = u = \frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{d^2 \phi}{dz^2} = 0 \quad Z = 0, Z = L \quad (16)$$

$$\frac{du}{dz} = \frac{d\phi}{dz} = 0 \quad Z = L/\gamma \quad (17)$$

که در آن Z محور گذرنده از محور طولی تیر با مبدأ منطبق بر تکیه‌گاه سمت چپ آن و L طول تیر است. انواع بارگذاری‌های مورد نظر در اینجا شامل بار متمرکز در وسط دهانه، دو بار متمرکز مساوی در فواصل یکسان از تکیه‌گاه‌های طرفین و بار گسترده یکنواخت در کل طول تیر است و علت انتخاب تقارن در بارگذاری را معلوم بودن شرایط مرزی در نقاط خاص (محل تکیه‌گاهها و وسط دهانه تیر) می‌توان ذکر کرد. به هر حال، باید توجه کرد که به جز حالتی که  $M_x$  ثابت است، در بقیه مواقع برای تیرهای T شکل (که در آنها  $\rho=1$  یا  $\rho=0$ )  $(d^2 \phi / dz^2) \neq 0$  است.

برای یک تیر با تکیه‌گاه‌های ساده و با بار متمرکز اعمال شده در وسط دهانه و ارتفاع  $\bar{a}$  از مرکز برش مقطع لنگرهای داخلی برابر است با:

سازه (مثل بال فوقانی) به طور جداگانه صورت گرفته و در پایان کار برای آنکه به نقاط گرهی واقع در فصل مشترک دو عضو مجاور هم تنها یک شماره اختصاص یابد، لازم است که با استفاده از دستور MER، گره‌های واقع در محدوده مورد نظر را ترکیب کرد.



شکل ۷. مش بندی المانها

شرایط تکیه گاهی که با توجه به نوع تکیه‌گاه‌های منظور شده و نیز الگوی به دست آمده از سعی و خطا جهت یافتن بهترین تعداد و شکل درجات آزادی گره‌ها (که در بند ۶ توضیح داده خواهد شد) در مدل‌سازی اعمال شد، به شرح زیر است:

الف- در تکیه‌گاه مفصلی (سمت چپ)

گره‌های واقع در بال تحتانی، فقط دوران حول محور X آزاد گذاشته شده و بقیه درجات آزادی مقید شده‌اند. در گره‌های موجود در جان تیر،  $U_x=0$  و  $R_x=0$  و  $R_z=0$  اختیار گردید (u نمایش گر جابه‌جایی و R نمایشگر دوران است) گره‌های واقع در بال فوقانی هم عیناً شرایطی مانند گره‌های جان تیر داشتند.

ب- در تکیه‌گاه غلتکی (واقع در سمت راست و نیز میانه تیر سراسری)

برای گره‌های واقع در بال تحتانی،  $U_x=U_y=R_x=R_z=0$  و برای گره‌های واقع در جان و بال فوقانی  $U_x=R_y=R_z=0$  در نظر گرفته شد.

ضمناً از بین روش‌های پنج گانه‌ای که برای تحلیل کمانش در نرم‌افزار NISA وجود دارد، روش تکرار معکوس<sup>۱۲</sup> به علت داشتن دقت بیشتر و سازگاری بهتر با المان‌های انتخابی مورد استفاده قرار گرفت.

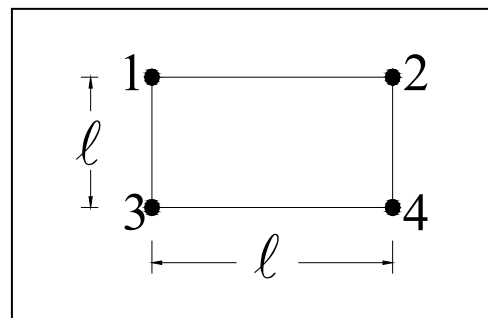
به منظور دستیابی به جواب نسبتاً دقیق با استفاده از کمترین المان

دومین دسته که مدل‌سازی اجزاء محدود نامیده می‌شود، مدل هندسی در قالب تعداد معینی از المان‌ها و گره‌ها آرایه می‌شود. این المان‌ها و گره‌ها جزء بلوک‌های ساختاری تحلیل عددی مدل هستند. در نوع اخیر، علاوه بر اطلاعات المان‌ها و گره‌ها، اطلاعات مربوط به جنس ماده و دیگر خواص مورد نیاز شامل نحوه بارگذاری و شرایط مرزی نیز وجود دارند.

در نرم‌افزار NISA، مجموعه کاملی از المان‌های اجزاء محدود وجود دارد که شامل المان‌های ساختاری و انتقال حرارت است. از المان‌های سازه‌ای در بسیاری از انواع تحلیل‌ها از جمله تحلیل کمانش و از المان‌های انتقال حرارت در تحلیل‌های حالت پایدار و گذرای انتقال حرارت استفاده می‌شود.

هر یک از المان‌های این مجموعه توسط دو متغیر NKTP و NORDR مشخص می‌شوند. متغیر NKTP نوع المان و متغیر NORDR شکل و تعداد گره‌های المان را تعیین می‌کند. مثلاً  $NKTP=1$  و  $NORDR=1$  به المان تنش صفحه‌ای چهارضلعی با چهار گره و  $NKTP=1$  و  $NORDR=2$  به المان تنش صفحه‌ای چهارضلعی هشت گره‌ای مربوط می‌شود. NKTP میزان سفتی و NORDR ترتیب المان‌های تولید شده را تعیین می‌کند. NORDR هم تابع شکل المان (خطی تا مکعبی) و هم هندسه المان را مشخص می‌کند.

در مطالعه حاضر از المان‌های Shell چهار ضلعی با چهار گره در هر کدام از آنها استفاده شد (شکل ۶).



شکل ۶. المان Shell به کار رفته در تحلیل کمانش

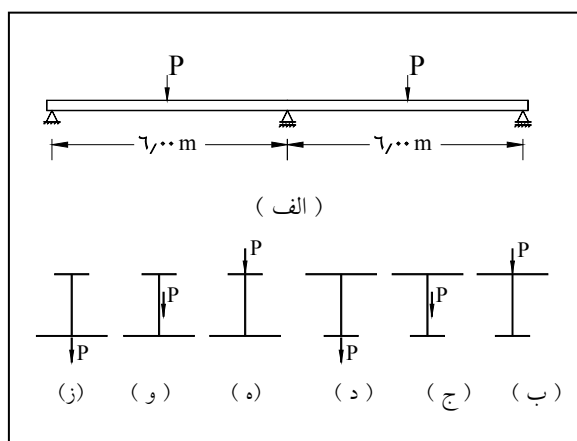
مدل‌سازی سازه با انجام مراحل تعیین نقاط گرهی موسوم به Grid، اتصال این نقاط به هم و ایجاد خط (line)، ساختن صفحه (Patch) با وصل کردن خطوط مورد نظر به یکدیگر و در نهایت مش‌بندی المان‌های صفحه‌ای به صورت پشت سر هم شکل گرفت (شکل ۷). شایان ذکر است که مش‌بندی هر یک از اعضای



## تأثیر عوامل موثر بر ظرفیت کمانشی تیرهای پیوسته پل‌ها با ....

- ج- مقطع با درجه تک تقارنی بیش از ۰/۵ و بار وارده بر مرکز برش
- د- مقطع با درجه تک تقارنی بیش از ۰/۵ و بار وارده بر بال تحتانی
- ه- مقطع با درجه تک تقارنی کمتر از ۰/۵ و بار وارده بر بال فوقانی
- و- مقطع با درجه تک تقارنی کمتر از ۰/۵ و بار وارده بر مرکز برش
- ز- مقطع با درجه تک تقارنی کمتر از ۰/۵ و بار وارده بر بال تحتانی

ممکن، یکی از تیرهای یازده گانه‌ای که مشخصات هندسی آنها در جدول (۱) ذکر شده است، (تیر A-2) را انتخاب کرده و با انجام سه نوع المان بندی مختلف، عملیات تحلیل برای آنها تکرار شد. بارگذاری به صورت اعمال بار متمرکز در وسط هر یک از دهانه‌ها و از نظر نقطه اثر روی مقطع عرضی، بر روی بال فوقانی انجام شد (شکل ۶). نتایج حاصل از این بررسی در جدول (۲) خلاصه شده است.



شکل ۸. تیرهای مدل‌سازی شده و شرایط بارگذاری آنها

## ۷. شرح کارهای انجام یافته

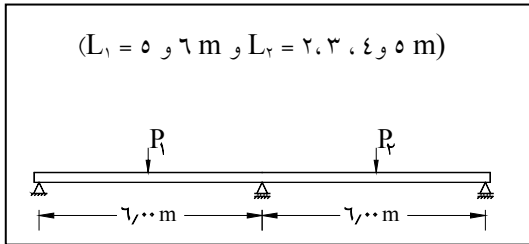
به منظور بررسی تأثیر بعضی از مشخصات هندسی مقطع I شکل تک متقارن بر بار بحرانی کمانش، یازده عدد مدل با المان بندی مشابه تهیه شدند. از آنجا که جواب‌های تحلیلی دقیق در مورد تیرهای پیوسته دارای مقطع مزبور در دسترس نبود، برای دستیابی به الگوریتم مناسب و تعیین ارتباط بین جواب‌های دقیق مقاطع I شکل دابل متقارن و شرایط مرزی و درجات آزادی گره‌های مختلف واقع در تکیه‌گاههای مدل، تیرهای ساده‌ای از این نوع مقاطع ساخته شده و با روش سعی و خطا، بهترین تعداد و شکل درجات آزادی تعیین شد.

الف- تیر پیوسته دو دهانه

ب- مقطع با درجه تک تقارنی بیش از ۰/۵ و بار وارده بر بال فوقانی

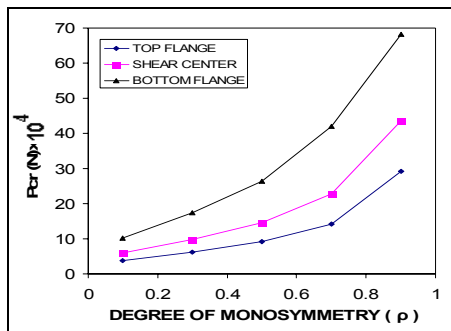
جدول ۱. مشخصات هندسی تیرهای انتخابی

شماره تیر	نام مقطع	عرض بال فوقانی $W_t$ (cm)	عرض بال تحتانی $W_b$ (cm)	ضخامت بال فوقانی $T_t$ (cm)	ضخامت بال تحتانی $T_b$ (cm)	ضخامت جان $t_w$ (cm)	ارتفاع جان $h$ (cm)	درجه تک تقارنی $\rho$	طول دهانه $L_1$ (cm)	طول دهانه $L_2$ (cm)
۱	A-1	۵/۷۷	۱۲	۱/۵	۱/۵	۰/۸	۴۰	۰/۱	۶۰۰	۶۰۰
۲	A-2	۹/۰۵	۱۲	۱/۵	۱/۵	۰/۸	۴۰	۰/۳	۶۰۰	۶۰۰
۳	A-3	۱۲	۱۲	۱/۵	۱/۵	۰/۸	۴۰	۰/۵	۶۰۰	۶۰۰
۴	A-4	۱۵/۹۲	۱۲	۱/۵	۱/۵	۰/۸	۴۰	۰/۷	۶۰۰	۶۰۰
۵	A-5	۲۵	۱۲	۱/۵	۱/۵	۰/۸	۴۰	۰/۹	۶۰۰	۶۰۰
۶	B-1	۹/۰۵	۱۲	۱/۲	۱/۵	۰/۸	۴۰	۰/۲۵	۶۰۰	۶۰۰
۷	B-2	۹/۰۵	۱۲	۱/۰	۱/۵	۰/۸	۴۰	۰/۲۲	۶۰۰	۶۰۰
۸	B-3	۹/۰۵	۱۲	۰/۸	۱/۵	۰/۸	۴۰	۰/۱۸	۶۰۰	۶۰۰
۹	C-1	۱۵/۹۲	۱۲	۱/۲	۱/۵	۰/۸	۴۰	۰/۶۵	۶۰۰	۶۰۰
۱۰	C-2	۱۵/۹۲	۱۲	۱/۰	۱/۵	۰/۸	۴۰	۰/۶۰	۶۰۰	۶۰۰
۱۱	C-3	۱۵/۹۲	۱۲	۰/۸	۱/۵	۰/۸	۴۰	۰/۵۵	۶۰۰	۶۰۰



شکل ۱۰. تیر I شکل جهت بررسی تأثیر نسبت بارها بر ظرفیت کمانشی ( $0 \leq P_2 \leq P_1$ )

در پنج تیر اول، عرض بال فوقانی با ثابت نگهداشتن سایر ابعاد مقطع، به گونه‌ای تغییر داده شد که درجه تک تقارنی ( $\rho$ ) به ترتیب‌های مساوی ۰/۱، ۰/۳، ۰/۵، ۰/۷ و ۰/۹ شود. پنج تیر مزبور که گروه اول را تشکیل می‌دهند به منظور بررسی تأثیر درجه تک تقارنی مقطع همگام با تغییر عرض بال فوقانی بر ظرفیت کمانشی تیرهای پیوسته با مقطع I شکل تک متقارن مورد تحلیل قرار گرفتند (شکل ۱۱). در شش تیر بعدی که گروه‌های دوم و سوم را تشکیل می‌دهند، همه ابعاد مقطع بجز ضخامت بال فوقانی مقدار ثابتی اختیار شد.



شکل ۱۱ نمودار تغییرات بار بحرانی بر حسب درجه تک تقارنی در گروه اول

در سه تیر اول که گروه دوم نامیده شد، عرض بال فوقانی کمتر و در سه تیر بعدی که گروه سوم نام گرفت، بیشتر از عرض بال تحتانی مقطع انتخاب شد. شکل‌های ۱۲ و ۱۳ ساختار تیرهای واقع در گروه‌های دوم و سوم به منظور مطالعه میزان تأثیر ضخامت بال فوقانی مقطع بر بار بحرانی کمانش آن به ترتیب برای مقاطع دارای بال فوقانی کوچکتر و بزرگتر از بال تحتانی تشکیل شد. شایان یادآوری است که هر یک از تیرهای مزبور در سه حالت مختلف تحت بارگذاری قرار گرفتند که به ترتیب شامل بار

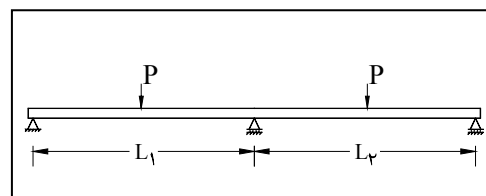
جدول ۲. نتایج بررسی تأثیر تعداد المان‌های هر مدل

ردیف	تعداد المان‌های انتخابی	بار بحرانی (N)
۱	۲۲۴	$6/3070 \times 10^4$
۲	۹۶۰	$6/2367 \times 10^4$
۳	۲۴۰۰	$6/2197 \times 10^4$

شایان یادآوری است که در راه تعیین مناسب‌ترین شرایط مرزی، بیش از ۱۲ تیر مختلف از حالات ممکن قرار گرفتن گره‌ها از نظر تعداد و نوع درجات آزادی، انتخاب و به کار گرفته شد. در کلیه مراحل مدلسازی، سعی بر آن بود که وضعیت گره‌های موجود بر روی یک عضو از مقطع، حتی‌الامکان دارای شرایط یکسان باشد. به عبارت دیگر، در اکثر تیرهای آزمایشی ساخته شده، کلیه گره‌های واقع بر روی بال فوقانی از نظر درجات آزادی اختصاص یافته موقعیتی کاملاً مشابه داشتند. این ویژگی در مورد گره‌های واقع بر روی جان و بال تحتانی هم رعایت شده بود.

به منظور کسب اطمینان بیشتر از بهینه بودن الگوی شرایط مرزی که براساس ظرفیت کمانشی تیر تعیین شده بود، تصمیم گرفته شد که مثال موردنظر از دیدگاه استاتیکی نیز مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصل از آنالیز مزبور با جواب‌های تئوری موجود مقایسه شود. بدین ترتیب که تغییر مکان حداکثر تیر را که در وسط دهانه و زیر نقطه اثر بار متمرکز اتفاق می‌افتد، در مورد مدل مربوطه با استفاده از روش تحلیل استاتیکی در NISA به دست آورده و سپس با جواب دقیق تئوری مقایسه شد.

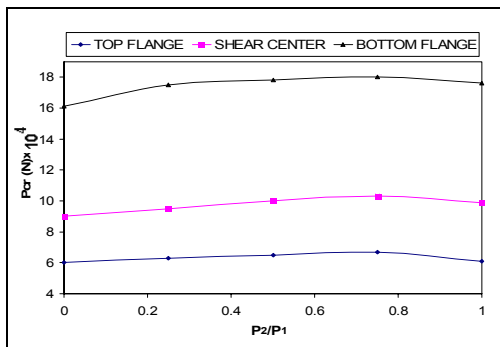
ملاحظه شد که در این مورد نیز نتایج حاصل از بکارگیری مدل انتخابی با جواب‌های واقعی، هماهنگی لازم را دارند. تیرهای به کار رفته در این تحقیق همگی دو دهانه بوده و بجز حالتی که تأثیر مقادیر نسبت طول دهانه‌ها مورد بررسی قرار گرفت (شکل ۹)، در بقیه حالات طول هر دو دهانه مساوی ۶m اختیار شد (شکل ۱۰).



شکل ۹. تیر I شکل جهت بررسی تأثیر نسبت طول دهانه‌ها بر ظرفیت کمانشی

## تأثیر عوامل موثر بر ظرفیت کمانشی تیرهای پیوسته پل‌ها با ....

پیوسته با مقطع I شکل تک متقارن، چنین فرض شد که ضمن ثابت ماندن مقدار بار متمرکز بر روی دهانه اول، بار متمرکز وارد بر دهانه دوم از صفر تا مقداری برابر با بار اعمال شده در وسط دهانه اول تغییر کند. به این ترتیب عامل  $P_2/P_1$  را که برابر با نسبت بار متمرکز وارد بر دهانه دوم بر بار متمرکز وارد بر دهانه اول است، به عنوان پارامتر مؤثر بر مقاومت کمانشی تیر در نظر گرفته، بار بحرانی مقطع را به ازای  $0/1$ ،  $0/75$ ،  $0/5$ ،  $0/25$  و  $P_2/P_1=0$  به دست آوردیم. نتایج حاصل از این بررسی برای یکی از تیرها (A-2) در شکل ۱۴ نشان داده شده است. همان گونه که ملاحظه می‌شود نسبت بارها بر ظرفیت کمانشی تیرهای یاد شده تأثیر قابل توجهی نداشته، با این همه در مقادیر نزدیک به  $P_2/P_1=0/8$  به حداکثر خود می‌رسد.



شکل ۱۴. نمودار تغییرات بار بحرانی بر حسب نسبت بارها در تیر (A-2)

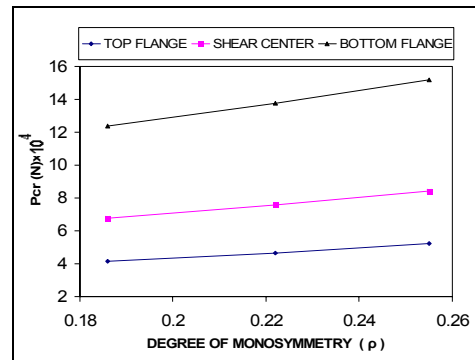
### ۸-۳ تأثیر مقادیر نسبت طول دهانه‌ها

از آنجاکه طول هر یک از دهانه‌های یک تیر سرتاسری می‌تواند مقادیر دلخواهی را بپذیرد و نسبت این مقادیر با فرض ثابت بودن بقیه شرایط، در میزان بار بحرانی کمانش تیر تأثیر گذار است، با اختیار کردن پنج مقدار متفاوت برای نسبت مذکور و استفاده از مقطع I شکل تک متقارن، مسئله در دو حالت بارگذاری معمولی (بار متمرکز در وسط دهانه و بار گسترده یکنواخت در کل طول تیر) مورد بررسی قرار گرفت.

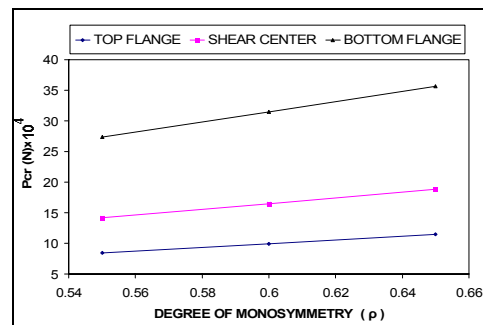
الف) حالت بار متمرکز در وسط دهانه

در این حالت که به لحاظ کاربرد فراوان و در اختیار بودن جواب دقیق برای سازه‌های با مقطع دابل متقارن I شکل به صورت دو بار متمرکز یکسان در دو دهانه تیر پیوسته منظور شده، بار بحرانی کمانش با در نظر گرفتن نسبت‌های طول دهانه  $0/1$ ،  $0/80$ ،  $0/67$

نقطه‌ای وارد بر بال فوقانی، مرکز برش، و بال تحتانی بودند. ابعاد مقطع عرضی تیرهای مورد مطالعه در جدول (۱) آمده است. پس از تحلیل مسئله در هر حالت، نتایج به دست آمده که عبارت از ضریب بار، تنش‌های ایجاد شده در محورهای مختلف، تغییر مکان‌ها و نیز نقاطی که در آنها حداکثر تغییر مکان اتفاق می‌افتد، مورد بررسی قرار گرفت.



شکل ۱۲. نمودار تغییرات بار بحرانی بر حسب درجه تک تقارنی در گروه دوم



شکل ۱۳. نمودار تغییرات بار بحرانی بر حسب درجه تک تقارنی در گروه سوم

## ۸. بررسی عوامل مؤثر بر ظرفیت کمانشی تیرها

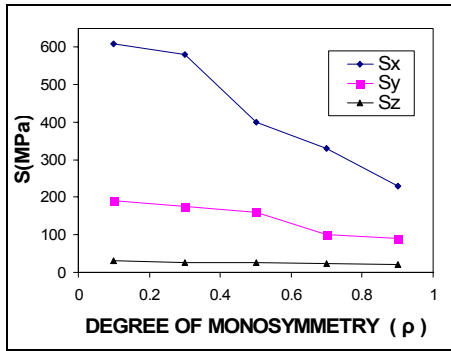
### ۸-۱ تأثیر درجه تک تقارنی مقطع عرضی

هر یک از تیرهای یازده گانه مورد نظر را تحت بارگذاری یکسان (بار متمرکز واحد روی هر یک از دهانه‌ها) قرار داده و سپس تحلیل کمانش با استفاده از برنامه کامپیوتری NISA انجام گرفت. نتایج حاصل از تحلیل کمانشی بر روی تیرهای یازده گانه در اشکال ۱۱ تا ۱۳ دیده می‌شوند.

### ۸-۲ تأثیر مقادیر نسبت بارها

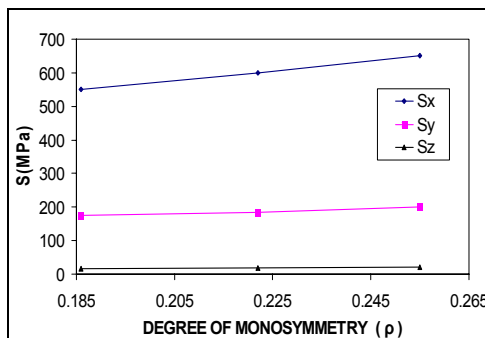
به منظور بررسی تأثیر شرایط بارگذاری بر ظرفیت کمانشی تیرهای

گروه با افزایش عرض بال فوقانی مقطع صورت گرفته است، و این بعد مقطع موازی با محور X است، کاهش تنش به وجود آمده در این جهت با افزایش سطح مقطع بال فشاری (که از نظر کماتش نسبت به بال کششی حساس تر است) به آسانی قابل توجیه است.



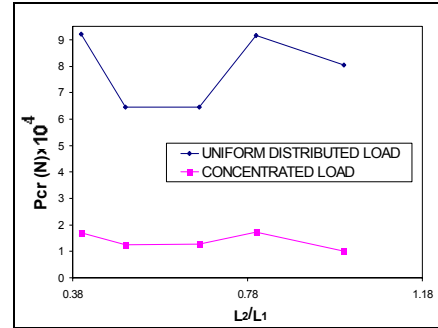
شکل ۱۶. نمودار تغییرات تنش بر حسب درجه تک تقارنی در گروه اول

شکل ۱۷ نمودار تغییرات تنش‌های سه‌گانه برحسب درجه تک تقارنی مقطع را برای تیرهای گروه دوم نشان می‌دهد. به طوری که مشاهده می‌شود، این تغییرات برای تنش در جهت X افزایشی با شیب متوسط، درجهت Y افزایشی با شیب ملایم و در جهت Z تقریباً ثابت است، نظر به این که تیرهای واقع در این گروه همگی دارای بال فوقانی کم عرض‌تر از بال تحتانی هستند و افزایش درجه تک تقارنی در آنها با افزایش ضخامت بال فوقانی صورت گرفته است، تغییرات تنش در دو جهت X و Y با ثابت ماندن عرض بال فوقانی با هم هماهنگ شده و بنابراین اختلاف قابل توجهی که در این خصوص برای گروه اول به چشم می‌خورد، تعدیل شده است.



شکل ۱۷. نمودار تغییرات تنش بر حسب درجه تک تقارنی در گروه دوم

۰/۵۰ و  $L_2/L_1=0/40$  تعیین شده و نتایج به دست آمده به صورت نمودار تغییرات  $P_{cr}$  برحسب نسبت  $L_2/L_1$  رسم گردید که در شکل ۱۵ نشان داده شده است.



شکل ۱۵. نمودار تغییرات بار بحرانی بر حسب نسبت طول دهانه‌ها در دو حالت بارگذاری مختلف

(ب) حالت بار گسترده یکنواخت

مشابه حالت قبل، تیرهای پیوسته دو دهانه با نسبت‌های طول دهانه ۱/۰، ۰/۸۰، ۰/۶۷، ۰/۵۰ و  $L_2/L_1=0/40$  را که همگی دارای یک مقطع عرضی بودند در نظر گرفته و این بار تحت بارگذاری به صورت گسترده یکنواخت قرار داده شده، بار بحرانی تیر در هر یک از موارد فوق تعیین شده و در نهایت نتایج به صورت نمودار تغییرات  $P_{cr}$  برحسب  $L_2/L_1$  ترسیم گردید. شکل ۱۴ بیانگر تأثیر نسبت طول دهانه‌ها بر ظرفیت کماتش تیرهای پیوسته در این حالت است.

#### ۸-۴ بررسی تغییرات تنش در سه محور اصلی

به منظور بررسی میزان تأثیر درجه تک تقارنی مقطع عرضی تیرهای پیوسته با مقطع I شکل بر تنش‌های وارده در سه محور اصلی، آن بخش از فایل‌های خروجی را که شامل تنش‌های به وجود آمده در مقاطع مختلف بود، در نظر گرفته، و براساس اطلاعات مندرج در آن و نتایج اصلی به دست آمده از آنالیز، نمودارهای تغییرات تنش‌های سه‌گانه برحسب درجه تک تقارنی برای همه گروه‌ها ترسیم شد.

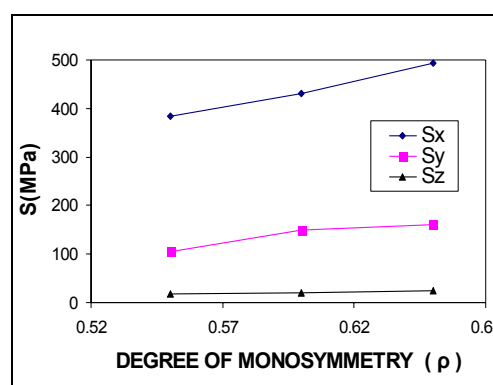
در شکل ۱۶ که مربوط به تیرهای واقع در گروه اول است، دیده می‌شود که تنش موجود در جهت X با افزایش  $\rho$  کاهش بسیاری نشان می‌دهد، در حالی که برای تنش واقع در جهت Y این کاهش همراه با شیب ملایم است. ضمناً تنش در جهت Z تقریباً ثابت است. از آنجا که افزایش درجه تک تقارنی مقطع در این

- در صورتی که درجه تک تقارنی یک مقطع I شکل تک متقارن از تیر پیوسته دو دهانه‌ای که طول دهانه‌های آن مساوی است در محدوده  $0/9 < \rho < 0/1$  افزایش یابد، بار بحرانی تیر در صورت ثابت ماندن مقادیر سایر عوامل مؤثر افزایش خواهد یافت.
- از بررسی نمودار تغییرات بار بحرانی کمانش بر حسب نسبت بارهای متمرکز وارده بر دهانه‌ها در یک تیر پیوسته دو دهانه با مقطع I شکل تک متقارن نتیجه می‌شود که حداکثر ظرفیت کمانشی مقطع در همسایگی  $P_2/P_1 = 0/8$  به دست می‌آید.
- نمودار تغییرات بار بحرانی کمانش بر حسب نسبت طول دهانه‌ها در یک تیر پیوسته دو دهانه با مقطع I شکل تک متقارن نشان می‌دهد که در حالت بارگذاری گسترده یکنواخت و نیز بار متمرکز وارد در وسط دهانه، بار بحرانی کمانش در فاصله  $0/8 < L_2/L_1 < 1$  تقریباً ثابت و در فاصله  $1 < L_2/L_1 < 0/8$  نزولی است.
- در تیرهای مذکور، هرچه درجه تک تقارنی مقطع افزایش یابد، تنش به وجود آمده در صفحه بال‌ها ( $S_{xx}$ ) به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد.
- تغییرات تنش در صفحه جان نیز برای تیرهای مذکور در بند ۶ نزولی اما با شیب ملایم است.
- افزایش درجه تک تقارنی روی تنش‌های طولی به وجود آمده در تیرهای مورد بحث تأثیری ندارد.

## ۱۰. مراجع

1. Nylander, H. (1993) "Drehungsvorgänge and gebundene kippung bei geraden, doppelmetrischen I-Trägern", Stockholm, Ingeniors Vetenskaps Akocemien Handlinger, (Report) 174.
2. Bradford, M. A. and Hancock, G, J. (1984) "Elastic interaction of local and lateral buckling in beams", Journal of Thin-Walled Structures., 2, pp. 1-25.
3. Cherry, S. (1960) "The stability of beams with buckled compression flanges", Structural Engineering, 38(9), pp. 277-285.
4. Hancock, G, J. (1978) "Local, distortional and lateral buckling of I-beams", J. Structural Division, ASCE, 104 (ST11), pp. 1787-98.

در شکل ۱۶ نموداری مشابه با نمودار شکل قبلی برای تیرهای گروه سوم ترسیم شده است. در این نمودار نیز تنش در جهات X، Y و Z به ترتیب تغییرات افزایشی با شیب متوسط، افزایشی با شیب ملایم و تقریباً ثابت دارند. تنها تفاوت موجود در این نمودار نسبت به نمودار شکل قبل در میزان تنش‌های به وجود آمده در تیر نهفته است. علت این اختلاف را می‌بایست در متمایز بودن تیرهای ساخته شده در این دو گروه که اولی دارای بال فوقانی کوچکتر و دومی دارای بال فوقانی بزرگتر از بال تحتانی هستند، جستجو کرد.



شکل ۱۸. نمودار تغییرات تنش بر حسب درجه تک تقارنی در گروه سوم

از آنجا که تیرهای پیوسته مورد مطالعه همگی منشوری بوده و همه تیرها برای یک نوع خاص بارگذاری در این مرحله بررسی شده‌اند، لذا تغییرات درجه تک تقارنی روی تنش‌های به وجود آمده در جهت طولی (Z) برای همه گروه‌های فوق ناچیز بوده است.

## ۹. نتیجه گیری

- در تیرهای پیوسته دو دهانه با طول دهانه‌های مساوی که دارای مقطع I شکل تک متقارن هستند، ظرفیت کمانشی با افزایش عرض بال فوقانی (با فرض ثابت ماندن سایر مشخصات هندسی مقطع و نیز شرایط مرزی بارگذاری و تکیه‌گاهی) افزایش می‌یابد.
- هنگامی که ضخامت بال فوقانی مقطع مذکور از تیر دارای مشخصات فوق به گونه‌ای افزایش یابد که درجه تک تقارنی در محدوده  $0/5 < \rho < 0/1$  واقع شود، ظرفیت کمانشی به شرط ثابت ماندن پارامترهای مؤثر دیگر، فزونی خواهد یافت.

11. Fukumoto, Y., Itoh, Y. and Hattori, R. "Lateral buckling tests on welded Continuous beams", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST10, 1982, pp. 2245-2260.
12. Trahair, N. S. (1969) "Elastic stability of continuous beams", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 95, No. ST6. Proc. Paper 6632, pp. 1295-1312.
5. Hancock, G, J. (1984) "Structural buckling and vibration analysis on microcomputers", Civil Engineering Transactions, I. E. Aust., CE26(4), pp. 327-332.
6. Kitipornchai, S. and Trahair, N. S. (1980) "Buckling properties of monosymmetric I-Beams", Journal of Structural Division, ASCE, 106 (5), pp. 941-958.
7. Kitipornchai, S., and Wang, C.M., (1986) "Buckling capacities of monosymmetric I-Beams", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 112, No. 11, PP. 2373-2391.
8. Bradford, M. A.(1992) "Lateral – distortional buckling of steel I-section members", Elsevier Science Publishers Ltd.
9. Clark, J. W. and Hill, H. N.(1960) "Lateral buckling of beams", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 86, No. ST7..
10. Hetwig, T. A., Frank, K. H. and Yura, J. A.(1997) "Lateral – torsional buckling of singly symmetric I-beams", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 123, No. 9, P. 1172.

#### پانویس ها:

- 1- Monosymmetric
- 2- Goodier
- 3- Winter
- 4- Hill
- 5- Kerensky
- 6- Flint
- 7- Brown
- 8- Clark
- 9- Anderson
- 10- Nethercot
- 11- Roberts
- 12- Trahair
- 13- Wagner Effect
14. Hancock
- 15- Kitip Ornchai