

## یادداشت پژوهشی

# طراحی و ساخت چکش تحریک به منظور ارزیابی دینامیکی تیرها و پل‌ها به کمک چکش طراحی شده مناسب

علیرضا قاری قرآن، دکتری سازه، دانشکده فنی - مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران  
سعید ضیائی‌راد، دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران  
فرهاد دانشجو، دانشیار، دانشکده فنی - مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران  
[E-mail:gharighoran@yahoo.com](mailto:E-mail:gharighoran@yahoo.com)

### چکیده

ارزیابی دینامیکی سازه برای مقاصد مختلفی از جمله تشخیص و برآورد خسارت مورد استفاده قرار می‌گیرد. در مهندسی عمران، ارزیابی خسارت پل‌ها به عنوان سازه‌های استراتژیک مورد توجه است. در بررسی دینامیکی سازه‌های بزرگی مانند پل‌ها، روش و چگونگی تحریک، یکی از جنبه‌های مهم است. کلیه روش‌های تحریک برای این سازه‌ها می‌توانند به دو گروه عمده تحریک محیطی و تحریک ناشی از نیروهای وارد شده توسط وسایل تحریک به سازه تقسیم شوند. بر خلاف روش تحریک توسط نیروهای وارد شده که در نقطه مشخصی از سازه اعمال می‌شود و قابل اندازه‌گیری است، میزان نیروی وارد شده در روش تحریک محیطی مستقیماً قابل اندازه‌گیری نیست. به این دلیل در عمده تحلیل‌های مودال از تحریک سازه توسط اعمال ضربه استفاده می‌شود. بنابراین تحقیق و ساخت چکش‌های مناسب برای تحریک این سازه‌ها از اهمیت خاصی برخوردار است. در این مقاله، مراحل طراحی و ساخت دو نوع چکش برای تحریک سازه‌های تیر و دال بتنی و پل‌ها به جهت ارزیابی خسارت سازه‌ای ارائه شده است. نتایج به دست آمده از آزمایش‌های مودال انجام گرفته به کمک این چکش‌ها ارائه می‌شود همچنین نتایج آزمایش‌ها بر روی نمونه‌های معرفی شده با نتایج مدل تحلیلی تطبیق داده شده و صحت آنها مورد تأیید واقع شده است.

کلید واژه‌ها: تیر، پل، ارزیابی دینامیکی، چکش تحریک

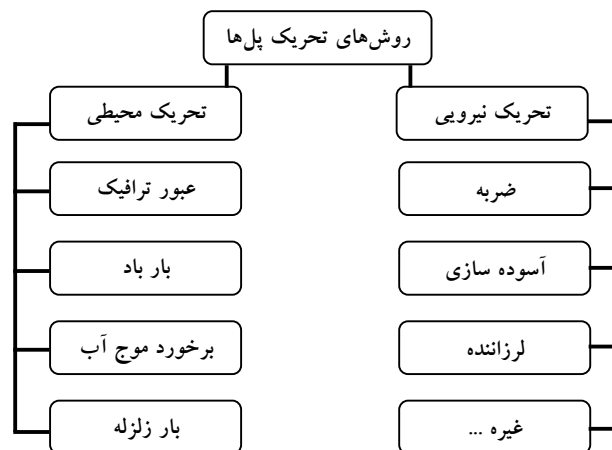
### ۱. مقدمه

مطالعات در ارتباط با توسعه فاکتورهای دینامیکی در طراحی پل‌ها هستند. در انجام آزمایش‌های دینامیکی برای سازه‌های بزرگی چون پل‌ها، یکی از جنبه‌های مورد اهمیت روش تحریک سازه است. در راستای دستیابی به این اهداف تاکنون روش‌های مختلف زیادی برای تحریک پل‌ها به کارگرفته شده است.

در سال‌های اخیر افزایش تعداد مقالات ارائه شده در زمینه تست پل‌ها، حاکی از متداول‌تر شدن و اهمیت زیاد آن در علم مهندسی عمران است. این آزمایش‌ها به دلایل مختلفی انجام شده که از آن قبیل؛ پاسخ آبرودینامیکی پل‌ها، تطابق مدل‌های عددی با نتایج اندازه‌گیری شده، ارزیابی ارتعاشی پل‌ها، بازرسی

مروری بر تاریخچه انجام آزمون دینامیکی برای پل‌ها توسط آزمایشگاه لوس آلاموس در آمریکا ارایه شده که دارای جامعیت خوبی است [۱]. در مجموع روش‌های تحریک پل را می‌توان به دو دسته کلی زیر تقسیم کرد: ۱- روش تحریک توسط نیروهای محیطی (مانند عبور کامیون از روی عرشه) ۲- روش تحریک توسط نیروهای وارده (وارد کردن ضربه قابل کنترل به نقطه‌ای از سازه) عموماً برای تحریک پل‌های بسیار بزرگ از روش اول و برای سازه‌های کوچک از روش تحریک دوم استفاده می‌شود. بر این اساس روش عملی تحریک هر پل با توجه به نوع سازه پل و همچنین طول دهانه آن انتخاب می‌شود [۳ و ۲]. بر اساس اطلاعات موجود اولین گزارش از انجام تست بر روی پل‌ها، مربوط به آزمایش بر روی پل‌های واقع شده در مسیر آزاد راه‌ها در بین سال‌های ۱۹۴۸ تا ۱۹۶۵ است که توسط وارنی و گالامبوس در سال ۱۹۶۶ ارائه شده است [۴]. ایوازاکی و همکاران او در سال ۱۹۷۲ خلاصه‌ای از آزمون‌های انجام شده در کشور ژاپن بین سال‌های ۱۹۵۸ تا ۱۹۶۹ برای تعیین خصوصیات دینامیکی پل‌ها ارایه کردند [۵]. گردآوری‌های دیگری از آزمایش‌های آزمایشگاهی و میدانی بر روی پل‌ها توسط گانگراو در سال ۱۹۷۷ منتشر شده است [۶]. در سال ۱۹۸۴ کانتینی مروری بر نتایج آزمایش ۲۲۶ پل از نوع تیر و دال در امتداد آزاد راه‌های کشور سوئیس در بین سال‌های ۱۹۵۸ تا ۱۹۸۱ داشته است [۷]. سلاو و ویلیامز در سال ۱۹۹۵ مروری بر

آزمایش‌های دینامیکی پل‌ها در مقیاس واقعی با توجه به روش‌های تحریک و دلایل انجام آزمایش داشته‌اند [۸]. بخت و پینجارکار با تمرکز ویژه بر فاکتورهای ضربه و پارامترهایی که بر آنها مؤثراند. در سال ۱۹۸۹ گزارشی مربوط به تاریخچه‌ای از دینامیک پل‌ها در حالت عام و تست دینامیکی پل‌های بزرگراهی در حالت خاص ارائه کردند [۹]. همچنین توسعه استفاده از آزمایش‌های دینامیکی در ارزیابی پل‌ها باعث شد تا انجمن مهندسان عمران آمریکا ASCE، راهنمایی در این زمینه در سال ۱۹۸۰ انتشار دهد. این راهنما شامل فهرستی از آزمون‌های انجام شده در قبال از این تاریخ نیز هست [۱۰]. کمیته ریلیم (RILEM)، در سال ۱۹۸۳ پیشنهادی در زمینه تست پل‌ها ارائه کرد که این استاندارد هر دوی آزمایش دینامیکی و استاتیکی پل‌ها را شامل می‌شد. عناوینی که در این پیشنهاد به آنها اشاره می‌شود عبارتند از انواع مختلف آزمایش‌های بار، نحوه تدارک آزمایش، روش‌های انجام آزمایش، گزارش و ارزیابی نتایج آزمایش‌ها [۱۱]. در شکل (۱) خلاصه‌ای از روش‌های تحریک پل‌ها که مورد استفاده محققین مختلف قرار گرفته به صورت نموداری نشان داده شده است. در ادامه بر اساس این دسته بندی در مورد کلیات هر دو روش توضیحاتی ارائه می‌شود. سپس به ارائه مشخصات نمونه‌های مورد آزمایش و چکش‌های ساخته شده برای تحقیق در زمینه ارزیابی خسارت در سازه‌های تیری و پل‌ها و نتایج به دست آمده از آنها پرداخته خواهد شد.



شکل ۱. تقسیم‌بندی روش‌های تحریک پل‌ها

## ۲. تحریک محیطی

تحریک محیطی یک سازه تحت عنوان تحریک آن سازه در اثر شرایط سرویس دهی همانند ترافیک عبوری تعریف می شود. معمولاً تمامی پلها تحت اثر حداقل یکی یا ترکیبی از تحریک های محیطی نظیر ترافیک، باد، حرکت موج آب و تحریک لرزه ای قرار دارند. از این روش تحریک در آزمایش های دینامیکی برای هر دو نوع سازه های پل کوچک و بزرگ استفاده شده است. در پل های بزرگ تحریک محیطی به معنی تحریک عملی سازه به عنوان توانایی در جذب انرژی ورودی قلمداد شده و عملاً فرکانس های بالای سیستم را تحریک می کند.

معمولاً از روش تحریک محیطی برای پل های کوچک استفاده نمی شود، مگر آنکه سیستم دارای قیدهای گیردار زیادی باشد. استفاده از ارتعاشات محیطی اغلب به معنای ارزیابی پاسخ سازه به محرک های محیطی است. یکی از مشکلات استفاده از این نوع تحریک، غیر ثابت بودن اطلاعات ورودی آن است. همچنین به علت مجهول بودن این اطلاعات امکان تکرار آزمایش و ایجاد شرایط مشابه در زمانی که بعضی از پارامترهای اندازه گیری شده از دست رفته و باید در آزمایش مجدد اندازه گیری شوند، وجود ندارد.

## ۳. تحریک ناشی از ضربه

این روش برای تعیین مشخصات مودی سازه ها از قبیل فرکانس های طبیعی، شکل های مودی، نسبت میرایی و ... زمانی که تابع نیروی ورودی به خوبی معلوم باشد، پایه گذاری شده است. انواع مختلف تکنیک های اعمال نیرو به سازه که قابل اندازه گیری هستند شامل استفاده از لرزاننده ها، روش آسوده سازی و زدن ضربه به طور مستقیم است. تعداد زیادی از آزمایش های دینامیکی پلها با استفاده از روش اخیر گزارش شده اند. در این روش علاوه بر بالا بودن سرعت انجام آزمایش، فرکانس های زیادی از سازه را می توان تحریک کرد. از طرفی معمولاً با اعمال ضربه به سازه مودهای جانبی پل تحریک نمی شوند. در سال ۱۹۸۸ توسط اسگارد و موسینگ فرکانس های رزونانس و نسبت های میرایی پل عابر پیاده بتنی مسلح در یک دوره ۳ ساله اندازه گیری شد. هدف از این تحقیق تشخیص خسارت از روی تغییر در مشخصات ارتعاشی آن بوده است. این پل توسط سقوط وزنه ای از ارتفاع بر روی ضربه گیرهایی که روی آن تعبیه شده بود تحریک شده است

[۱۲]. آگارد در سال ۱۹۹۱ خواص مودال دو پل بتنی خسارت دیده و بدون خسارت را با استفاده از تحریک ضربه ای استخراج کرد. در هنگام برخورد وزنه با سطح پل از نگهدارنده ای که برای پرهیز از برخورد مجدد وزنه با تابلیه پل طراحی شده بود در جریان آزمایش استفاده شده است [۱۳]. وود، فریزول و پنی در سال ۱۹۹۲ گزارشی از اسلحه گلوله ای ساخته شده برای تحریک پلها ارائه کردند. این وسیله در مجاورت سازه قرار گرفته و با شلیک میخی بر ورق چسبیده به بدنه پل باعث تحریک آن می شد. در این روش برای جلوگیری از وارد آمدن ضربات متوالی بر سازه بایستی اسلحه پس از شلیک سریعاً از کنار پل دور می شد که خود ایجاد مشکلاتی کرده است [۱۴]. علاوه بر این تحقیق، افراد زیاد دیگری نیز در این ارتباط مطالعات لازم را انجام و به ثبت رسانده اند.

در این مقاله با هدف ارزیابی دینامیکی سازه های مهندسی عمران نظیر تیرها، دالها و به ویژه پلها از روش تحلیل مودال و استخراج مشخصات دینامیکی، نظیر فرکانس های طبیعی و شکل های مودی به معرفی چکش های ساخته شده پرداخته می شود.

## ۴. معرفی چکش های ساخته شده

در تحقیقات انجام شده با هدف ارزیابی خسارت تیرها، دالها و پلها به دلیل آن که تحریک نمونه های ساخته شده توسط چکش های متعارف دستگاه های آنالیز مودال که برای سازه های ظریف مکانیکی کاربرد دارند امکان پذیر نبود، مبادرت به ساخت چکش هایی شد که به وسیله آن بتوان سازه را در محدوده چندین مود اولیه تحریک کرد. نیروی ایجاد شده توسط چکش به سازه، نیروی ضربه یا گذراست که در زمان کوتاهی به سازه انرژی زیادی را وارد می کند. داسینگ در سال ۱۹۸۸ شکل طیف ضربه را بر اساس جرم و سختی چکش و سازه به دست آورد. شکل (۲) به طور شماتیک طیف انرژی ضربه ای در اثر تحریک چکش را نشان می دهد [۱۵]. بوواناگیری و سوارتز نیز در سال ۲۰۰۰ با انجام مطالعاتی اهمیت دقت در میزان و نحوه ضربه وارده توسط چکش به سازه را بررسی کردند [۱۶]. در این تحقیق بر اساس طیف انرژی داده شده توسط این محققین و نتایج به دست آمده از این مطالعات، چکش های مورد نیاز برای تحریک سازه تیرها و پلها ساخته شده است. بر روی هر یک از این چکش ها این

کشیده می‌شود. سپس با آزاد کردن دسته بر روی نقطه مورد نظر فرود و به آن ضربه وارد می‌شود شکل (۳-ب).



(الف) چکش ۱



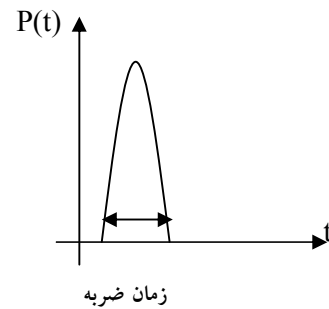
(ب) چکش ۲

شکل ۳. تصویر چکش‌های ساخته شده برای تحریک (الف) تیرها (ب) پل‌ها

نمای چکش ۲ از روبه رو و پهلو در شکل (۴) نشان داده شده است. ارتفاع کل این چکش ۱۸۰ سانتیمتر و حداکثر ارتفاعی که وزنه می‌تواند از کف بالا برده شود ۱۵۰ سانتیمتر است. این وزنه از سه جزء تشکیل شده که شامل دو قسمت ۲۰ کیلوگرمی و یک قسمت ۱۵ کیلوگرمی است. این سه جزء توسط پیچ و مهره به یکدیگر متصل می‌شوند. به این ترتیب این امکان وجود دارد که جرم وزنه مورد استفاده و در نتیجه میزان انرژی وارد شده به سازه کم و یا زیاد شود. کنار این سه وزنه شیاری به عرض ۱ سانتیمتر جهت قرارگیری در ریل هدایت به سمت بالا و پائین

امکان وجود دارد که نیرو سنج نصب و اطلاعات نیروی وارد شده به سازه ثبت شود.

همان‌گونه که ذکر شد در این مقاله بر حسب نوع نمونه‌های مورد آزمایش و میزان نیروی مورد نیاز برای تحریک دو چکش طراحی شده است که جزئیات آنها ارائه خواهد شد. یکی از چکش‌ها برای تحریک تیرهای بتنی و فلزی به ابعاد متعارف مورد استفاده در سازه‌های عمرانی نظیر ساختمان و پل‌ها از نوع تیر ودال حداکثر به دهانه ۲۰ متر و دیگری برای تحریک عرشه پل‌ها با دهانه متوسط (مطابق دسته‌بندی پل‌ها توسط مراجع مختلف حدود ۶۰ متر) قابل استفاده است [۱۷].



شکل ۲. طیف انرژی ضربه‌ای در اثر تحریک چکش (داسینک، ۱۹۸۸)

#### ۱-۴ چکش ۱

با توجه به آن‌که نیروی زیادی برای تحریک اعضای تیر شکل با ابعاد متعارف مورد استفاده در سازه‌ها مورد نیاز نیست، چکشی متشکل از دسته و وزنه‌ای متصل به آن به شکل چکش‌های استاندارد ولی با ابعاد بزرگ تر مطابق شکل (۳-الف) ساخته شده است. وزن این چکش ۳ کیلوگرم بوده که وزنه آن به شکل استوانه از جنس فولاد به قطر ۷ سانتیمتر و ارتفاع ۱۰ سانتیمتر است. در انتهای وزنه نیز برای ثبت میزان نیروی وارد شده به سازه در اثر زدن ضربه محلی تعبیه شده است که بر روی آن سنسور نیرو سنج نصب می‌شود.

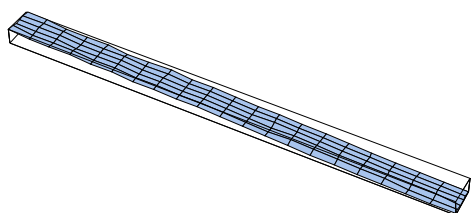
#### ۲-۴ چکش ۲

برای تحریک سازه پل‌ها چکشی متشکل از وزنه‌ای به جرم تقریبی ۵۵ کیلوگرم ساخته شد. وزنه توسط چرخاندن دسته‌ای متصل به کابل بر روی یک ریل هدایت و تا ارتفاع مورد نظر بالا



در شکل (۶) مدل تحلیلی المان محدود این تیر و دال‌ها نشان داده شده است.

در این مقاله برای جلوگیری از طولانی شدن مطالب، نتایج یکی از این نمونه‌ها با مقطع مستطیل شکل به عرض ۳۰ و ارتفاع ۴۰ سانتیمتر و طول ۴ متر با شرایط تکیه‌گاهی دو سر ساده ارائه می‌شود. نتایج به دست آمده از آزمایش و تحلیل شامل فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مودی برای پنج مود اول ارتعاشی سازه است.



شکل ۶. مدل اجزاء محدود تیر و دال‌های مورد آزمایش

### ۶-۲ پل فلزی

در این مرحله مطالعات دینامیکی بر روی پلی با عرشه و تیرهای فولادی انجام شده که توسط چکش ۲ تحریک و مورد آزمون مودال قرار گرفته است. این پل که در اصفهان، خیابان صائب برای عبور عابر پیاده از روی نهر آب ساخته شده، دارای دهانه‌ای به طول ۷/۸ متر و پهنای ۲ متر است. دو تیر اصلی پل به شکل خرپا متشکل از تیرهای طولی با پروفیل IPE 14 و اعضای مورب IPE 10 است. همچنین تیرهای عرضی پل از IPE 10 به فاصله ۶۰ سانتیمتر از یکدیگر قرار دارند. عرشه پل از ورق فولادی به ضخامت ۱ میلی‌متر است که به تیرها جوش شده است. در شکل (۷-الف) تجهیزات آزمایش مودال شامل چکش تحریک و دستگاه تحلیلگر به همراه کامپیوتر بر روی آن نشان داده شده است. همچنین تصویری از تیرهای طولی و عرضی پل در شکل (۷-ب) نشان داده شده است [۱۸].



(الف)



(الف) تیر بتنی ساخته شده در آزمایشگاه، تحریک شده توسط چکش ۱



(ب) پل فلزی عابر پیاده در خیابان صائب در شهر اصفهان، تحریک شده توسط چکش ۲



(ج) پل بتنی ماشین‌رو در اتوبان شهید معلم ورودی شهر اصفهان، تحریک شده توسط چکش ۲

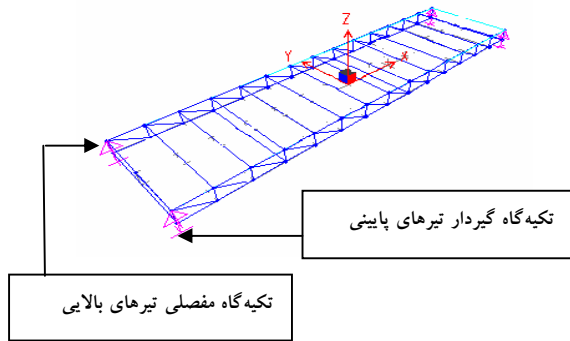
شکل ۵. تصویری از نمونه‌های مورد آزمایش (الف) تیر

(ب) پل فلزی (ج) پل بتنی

### ۶-۱ تیر و دال

تیر و دال‌های بتنی مسلح پیش تنیده با شرایط تکیه‌گاهی دو سر ساده نمونه‌های ساخته شده در آزمایشگاه هستند که کاربرد زیادی در پل‌های متعارف از نوع تیر-دال دارند. این مطالعات به منظور بررسی تأثیر پارامترهایی چون ابعاد مقطع و میزان نیروی پیش تنیدگی بر روابط حاکم بر شناسایی سیستم و تشخیص خسارت انجام شده است [۱۹]. مدل تحلیلی اجزاء محدود این نمونه‌ها که توسط المان صفحه (Plate) با ۲۵۲ گره و ۳ درجه آزادی در هر گره در محیط نرم‌افزاری برنامه نویسی شده و نتایج مورد نیاز نظیر فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مودی آن استخراج شده‌اند. تحریک این نمونه‌ها توسط چکش ۱ انجام شده و نتایج تجربی حاصل به صورت *FRFS* های (تابع پاسخ فرکانس) مختلف در محدوده فرکانسی ۰ تا ۵۰۰ هرتز استخراج شده است.

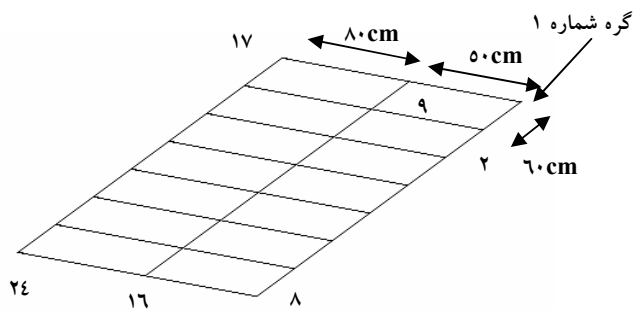
برابر ۶۰ سانتیمتر است. نقطه ۲۵ محل نصب شتاب سنج است). شتاب سنج ها را بر روی نقاط شبکه بندی شده رو و زیر عرشه نصب کرده و با تحریک سازه توسط چکش ۲ مشخصات دینامیکی آن استخراج شده است. شکل (۹) مدل تحلیلی اجزاء محدود تهیه شده از پل و تکیه گاه های آن را نشان می دهد.



شکل ۹. مدل سه بعدی پل فلزی در تحلیل اجزاء محدود

### ۳-۶ پل بتنی

در این بخش به ارائه مشخصات پل بتنی روگذر دو دهانه مطابق شکل (۵-ج) پرداخته می شود. پل بتنی مذکور، یک پل روگذر ماشین رو در اتوبان شهید معلم، ورودی شهر اصفهان است که دارای دو دهانه ۲۳ متری با پهنای ۹/۶ متر است. در دو طرف عرض جاده دو سکو به پهنای ۸۰ سانتیمتر وجود دارد. دو دهانه پل، توسط یک درز از همدیگر جدا شده اند. مقطع عرشه این پل جعبه ای و تکیه گاه های آن دو سر ساده می باشد. تقسیم بندی عرشه پل برای انجام آزمایش مودال و مدل تحلیلی ساخته شده در شکل (۱۰) آمده است. سطح پل با ۲۴ گره تقسیم شده است. فاصله گره ها در طول به میزان مساوی ۶۰ سانتیمتر و در عرض به دو مقدار ۵۰ و ۸۰ سانتی متری تقسیم شده است [۱۸].



شکل ۱۰. شبکه نقاط نشانه گذاری شده بر روی کف یکی از دهانه های پل بتنی جهت انجام آزمایش مودال

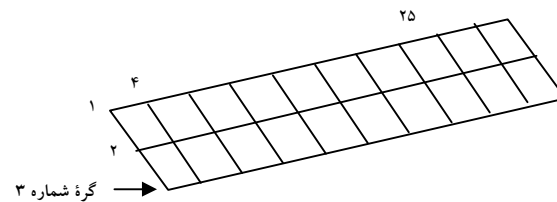


(ب)

شکل ۷. تصاویری از پل فازی عابر پیاده مورد آزمایش الف)

تصویری از روی عرشه به همراه تجهیزات استفاده شده برای آزمایش مودال ب) تصویری از تیرهای طولی و عرضی پل از زیر عرشه

تیرهای طولی پایینی در داخل دیوار فرو رفته و شرایط تکیه گاه گیردار و تیرهای طولی بالایی بر روی لبه دیواره نشسته که شرایط تکیه گاهی مفصلی را ایجاد کرده اند. برای انجام آزمایش های مودال بر روی این پل محدودیت هایی از قبیل نازک بودن ورق پوششی عرشه پل وجود داشت که باعث بروز اغتشاش در نتایج آزمایش می شد. برای رفع یا کاهش این مشکل نقاط منتخب برای اعمال ضربه توسط چکش در امتداد تیرهای عرضی انتخاب شده اند. بر این اساس شبکه بندی برای آزمایش مطابق شکل (۸) منطبق بر امتداد تیرهای طولی و عرضی پل انجام شده است.



شکل ۸. شبکه نقاط نشانه گذاری شده بر روی کف پل فلزی جهت انجام آزمایش مودال

به این ترتیب یک شبکه ۴×۶ نقطه ای روی سطح پل انتخاب شده، به طوری که فاصله نقاط موجود در جهت عرضی به ترتیب ۵۰ و ۸۰ سانتیمتر و در جهت طولی ۶۰ سانتیمتر است. (در این آزمایش فاصله بین نقاط ۱ و ۲ برابر ۵۰ سانتیمتر و فاصله بین نقاط ۲ و ۳ برابر ۸۰ سانتیمتر و فاصله بین نقاط طولی برای مثال ۳ و ۶

با تعیین ارتباط بین این ضرایب با پارامترهای مودال می‌توان پارامترهای مودال را به دست آورد.

برای توصیف روش چند جمله‌ای‌های کسری گویا، ابتدا تابع پاسخ فرکانس به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\alpha(j\omega) = \frac{\sum_{k=0}^m a_k p_k(j\omega)}{\sum_{k=0}^n b_k q_k(j\omega)}, \quad b_n = 1 \quad (1)$$

با فرض آن که  $p$  داده اندازه‌گیری شده در فرکانس‌های موجود باشد، در آغاز روش چند جمله‌ای‌های کسری گویا، ابتدا تابع خطای کل توسط رابطه (۲) تعریف می‌شود:

$$e_{ij}(\omega) = \alpha_{ij}(\omega) - \tilde{\alpha}_{ij}(\omega) \quad (2)$$

با حذف زیرنویس و جایگذاری معادله (۱) در رابطه فوق خواهیم داشت:

$$e(j\omega) = \frac{\sum_{k=0}^m a_k p_k(j\omega)}{\sum_{k=0}^n b_k q_k(j\omega)} - \tilde{\alpha}(j\omega) \quad (3)$$

این خطا تابعی غیر خطی از  $a_k$  و  $b_k$  است. به منظور سهولت محاسبات و همچنین دقت نتایج، یک تابع خطای جدید به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \check{e}(j\omega) &= e(j\omega) \sum_{k=0}^n b_k q_k(j\omega) \\ &= \sum_{k=0}^m a_k p_k(j\omega) \tilde{\alpha}(j\omega) \left( \sum_{k=0}^{n-1} b_k q_k(j\omega) + q_n(j\omega) \right) \end{aligned} \quad (4)$$

خطای کلی یک ستون کامل FRF به شکل زیر است:

$$\{E\} = \{\hat{e}_{ij}(\omega_p), \dots, \hat{e}_{ij}(\omega_1), \hat{e}_{ij}(\omega_1), \dots, \hat{e}_{ij}(\omega_p)\}^T$$

یا

$$\{E\} = [U]\{A\} [V]\{B\} \{W\} \quad (6)$$

در روابط فوق

$$\begin{aligned} \{W\} &= \{\tilde{\alpha}(j\omega_p)q_n(j\omega_p) \dots \tilde{\alpha}(j\omega_1)q_n(j\omega_1) \tilde{\alpha}(j\omega_1)q_n(j\omega_1) \\ &\dots \tilde{\alpha}(j\omega_p)q_n(j\omega_p)\} \end{aligned} \quad (7)$$

## ۷. روش‌های استخراج نتایج از داده‌های

### اندازه‌گیری شده آزمایش FRFs

حصول مشخصه‌های دینامیکی سازه از قبیل فرکانس‌های طبیعی، شکل‌های مودی و نسبت‌های میرایی از نتایج آزمایشگاهی به دو روش کلی امکان پذیر هستند، یکی در حوزه زمان و دیگری در حوزه فرکانس. در ادبیات فنی مربوطه، این فرآیند تحت عنوان شناسایی سیستم‌های دینامیکی (تعیین هویت دینامیکی سیستم) شناخته می‌شود. روش‌های مختلفی در این دو حوزه وجود دارند که از طریق آنها مشخصات مودال سازه استخراج می‌شوند. ازجمله این روش‌ها می‌توان به روش حداکثر نوسان، برازش خط، برازش دایره، برازش منحنی دلخواه و روش چند جمله‌ای‌های کسری گویا در حوزه فرکانس و به طور نمونه روش ابراهیم در حوزه زمان اشاره کرد [۲۰ و ۲۱].

در سازه‌هایی که دارای فرکانس‌های طبیعی نزدیک به هم هستند، روش‌های حوزه زمان، کاربردی‌تر از روش‌های حوزه فرکانس هستند. این در حالی است که در سیستم‌های با میرایی نسبتاً زیاد، استفاده از روش‌های حوزه فرکانس مؤثرترند. بر اساس کار پترز در سال ۲۰۰۰ [۲۲] و ماک در سال ۲۰۰۳ [۲۳]، به دلیل آن که فرکانس‌های طبیعی سازه‌های عمرانی از قبیل پل‌ها و حتی تیرها به عنوان المان مشخصی از پل‌ها دارای فرکانس‌های نسبتاً دور در مدهای متفاوت از یکدیگر هستند، در این تحقیق از روش حوزه فرکانس استفاده می‌شود [۲۴-۲۶]. با توجه مطالب ذکر شده در ادامه، مبانی تئوری روش چند جمله‌ای‌های کسری گویا (Rational Fraction Method) که مربوط به حوزه فرکانس برای سیستم‌های چند درجه آزادی است و در این تحقیق از آن استفاده شده است، به طور مختصر توضیح داده خواهد شد [۲۷].

### ۱-۷ حوزه فرکانس - چند جمله‌ای‌های کسری گویا

در تعیین پارامترهای مودال در حوزه فرکانس عموماً از منحنی تابع پاسخ فرکانس سوم به FRF که از اندازه‌گیری در تعدادی نقطه بر روی سازه حاصل شده‌اند استفاده می‌شود. روش چند جمله‌ای‌های کسری گویا یک روش چند درجه آزادی در آنالیز مودال بر اساس FRF‌های اندازه‌گیری شده است. ایده این روش بیان FRF‌ها به صورت چند جمله‌ای‌های کسری گویا و تعیین ضرایب این چند جمله‌ای‌ها به کمک روش‌های عددی است.



به این ترتیب به کمک ضرایب  $\{A\}$  و  $\{B\}$  اطلاعات مودال مربوط به FRFها به دست خواهند آمد.

$$[U] = \begin{bmatrix} p_0(j\omega_{-p}) & p_1(j\omega_{-p}) & \dots & p_m(j\omega_{-p}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_0(j\omega_{-1}) & p_1(j\omega_{-1}) & \dots & p_m(j\omega_{-1}) \\ p_0(j\omega_1) & p_1(j\omega_1) & \dots & p_m(j\omega_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_0(j\omega_p) & p_1(j\omega_p) & \dots & p_m(j\omega_p) \end{bmatrix} \quad (8)$$

## ۸. نتایج

نتایج حاصل از آزمایش های مودال بر روی نمونه های ذکر شده، شامل تابع پاسخ فرکانس، فرکانس های طبیعی و شکل های مودی است، که در این بخش ضمن ارائه آنها به مقایسه نتایج حاصل شده از آزمایش و مدل تحلیلی ساخته شده برای هر نمونه پرداخته می شود.

$$[V] = \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}(j\omega_p)q_0(j\omega_p) & \tilde{\alpha}(j\omega_p)q_1(j\omega_p) & \dots & \tilde{\alpha}(j\omega_p)q_{n-1}(j\omega_p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\alpha}(j\omega_1)q_0(j\omega_1) & \tilde{\alpha}(j\omega_1)q_1(j\omega_1) & \dots & \tilde{\alpha}(j\omega_1)q_{n-1}(j\omega_1) \\ \tilde{\alpha}(j\omega_1)q_0(j\omega_1) & \tilde{\alpha}(j\omega_1)q_1(j\omega_1) & \dots & \tilde{\alpha}(j\omega_1)q_{n-1}(j\omega_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\alpha}(j\omega_p)q_0(j\omega_p) & \tilde{\alpha}(j\omega_p)q_1(j\omega_p) & \dots & \tilde{\alpha}(j\omega_p)q_{n-1}(j\omega_p) \end{bmatrix} \quad (9)$$

## ۸-۱ تیر و دال ها

فرکانس های طبیعی به دست آمده از آزمایش و تحلیل اجزاء محدود یکی از نمونه های مورد آزمایش برای پنج مود اول ارتعاشی در جدول (۱) خلاصه و شکل های مودی متناظر با هر فرکانس طبیعی در شکل (۱۱) نشان داده شده است. تطابق نتایج به دست آمده حاکی از تائید آزمایش ها و نتایج حاصل از تحریک سازه توسط چکش ۱ است. همان طور که ملاحظه می شود حداکثر خطا بین نتایج تجربی و تئوری در حدود ۱۱ درصد است. همچنین در شکل (۱۲) یک نمونه از منحنی تابع پاسخ فرکانس حاصل از آزمایش مودال آورده شده است. استخراج مشخصات مودی سازه مطابق بخش (۷-۱-۱) در قلمرو فرکانس با استفاده از تابع پاسخ فرکانس از روش چند جمله ای های کسری گویا انجام و برای زدودن اغتشاشات از نتایج آزمایش از روش فیلتر کردن استفاده شده است [۱۸].

همچنین خطای انحراف کلی به صورت زیر تعریف می شود:

$$J = \{E\}^H \{E\} \quad (10)$$

برای تعیین بردار ضرایب  $\{A\}$  و  $\{B\}$  به صورتی که خطای کل حداقل شود، مشتقات جزئی زیر باید برابر صفر قرار داده شوند:

$$\frac{\partial J}{\partial \{A\}} = \frac{\partial J}{\partial \{B\}} = 0 \quad (11)$$

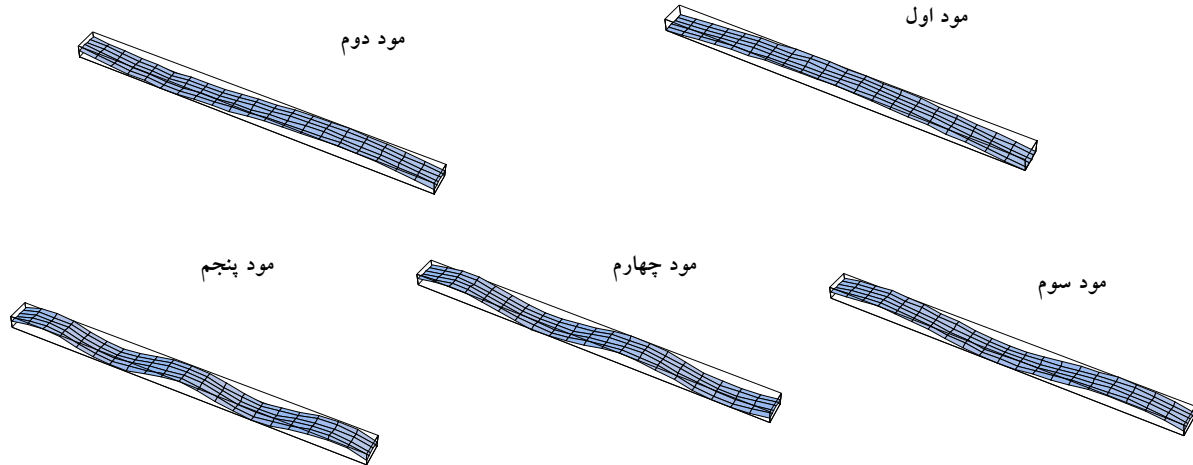
در نهایت، به کمک معادلات زیر بردار ضرایب حاصل خواهند شد:

$$(12)$$

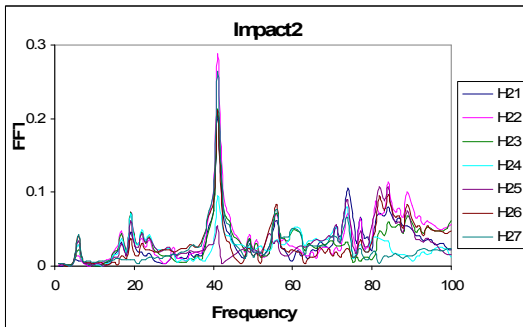
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}([P]^H[P] + [P]^T[P]^*) & \text{Re}([P]^H[Q]) \\ (\text{Re}([P]^H[Q]))^T & \frac{1}{2}([Q]^H[Q] + [Q]^T[Q]^*) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{A\} \\ \{B\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{Re}([P]^H\{W\}) \\ \text{Re}([Q]^H\{W\}) \end{Bmatrix}$$

جدول ۱. فرکانس های طبیعی به دست آمده از آزمایش مودال و تحلیل اجزاء محدود برای یکی از تیرها

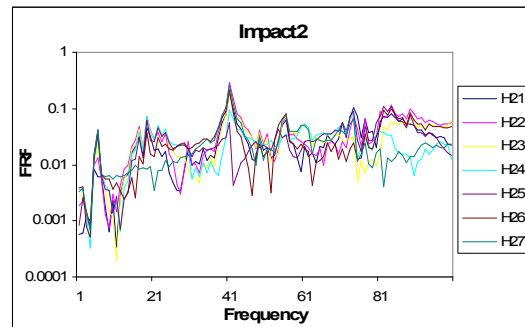
پنجم	چهارم	سوم	دوم	اول	مود
۲۵۹/۹۶	۱۶۰/۶۱	۸۱/۰۶۶	۳۵/۱۲۲	۹/۴۵۸۵	فرکانس طبیعی حاصل از آزمایش مودال (Hz)
۲۸۰/۲۱۸	۱۷۸/۸۲	۸۳/۲۹۶	۳۷/۶۸۳	۹/۴۷۷۰	فرکانس طبیعی حاصل از تحلیل اجزاء محدود (Hz)
۷/۸	۱۱/۳	۲/۸	۷/۳	۰/۲	خطای نتایج آزمایش نسبت به نتایج تحلیل (%)



شکل ۱۱. شکل‌های مودی تیر مورد آزمایش



(ب) مقیاس خطی



(الف) مقیاس لگاریتمی db

شکل ۱۲. منحنی تغییرات تابع پاسخ فرکانس در مقابل فرکانس طبیعی تیر حاصل از آزمایش

## ۲-۸ پل فلزی

هستند. به دلیل نوع سازه و ترکیب اعضاء آن نتایج به دست آمده دارای اغتشاشات زیاد است. تشخیص آنکه کدام یک از این نقاط مربوط به فرکانس طبیعی سازه است به کمک مدل تحلیلی و با استفاده از تکنیک تشخیص موده‌های واقعی ( Mode Indicator Function-MIF) صورت گرفته است [۲۰]. با استفاده از این منحنی مقدار فرکانس‌های طبیعی مود اول تا سوم سازه به دست آمده و برای مقایسه با نتایج متناظر از تحلیل اجزاء محدود در جدول (۲) خلاصه شده‌اند. همچنین در شکل (۱۴)، شکل‌های مودی متناظر با فرکانس‌های مود اول تا سوم پل حاصل از تحلیل اجزاء محدود نشان داده شده است [۱۹].

با انجام آزمایش مودال روی پل فلزی و تحریک توسط چکش ۲ تابع پاسخ فرکانس و با استفاده از آن فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مودی سازه در قلمرو فرکانس از روش چند جمله‌ای‌های کسری گویا استخراج شده‌اند. شکل (۱۳-الف) چگونگی نصب شتاب سنج برای جمع‌آوری اطلاعات ارتعاشی پل را نشان می‌دهد.

منحنی تغییرات تابع پاسخ فرکانس حاصل از تقسیم جابجائی سازه به نیروی وارد شده در اثر برخورد وزنه چکش با عرشه پل در مقابل فرکانس طبیعی نیز به دست آمده است. این منحنی دارای ۵ نقطه تشدید بوده که بیانگر فرکانس‌های طبیعی سازه

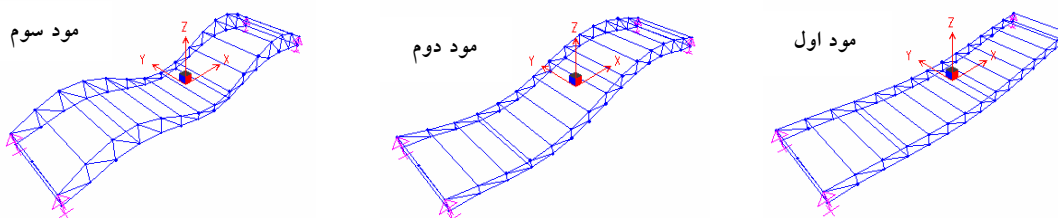
طراحی و ساخت چکش تحریک به منظور ارزیابی دینامیکی تیرها و پل‌ها به کمک ...

جدول ۲. مقایسه فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از آزمایش مودال و تحلیل اجزاء محدود برای پل فلزی

مود	اول	دوم	سوم
فرکانس طبیعی حاصل از آزمایش مودال (Hz)	۱۷/۲	۵۲/۳۲	۹۳/۰۲
فرکانس طبیعی حاصل از تحلیل اجزاء محدود (Hz)	۲۰/۱۲	۵۵/۸۸	۱۰۰/۸۹
خطای نتایج آزمایش نسبت به نتایج تحلیل (%)	۱۴/۵	۶/۴	۷/۸



شکل ۱۳. تصویری از شتاب‌سنج نصب شده بر روی یکی از تیرهای فرعی پل (نقطه ۲۵ در شبکه تعریف شده در شکل ۸)



شکل ۱۴. شکل مودی اول تا سوم پل فلزی ناشی از تحلیل اجزاء محدود

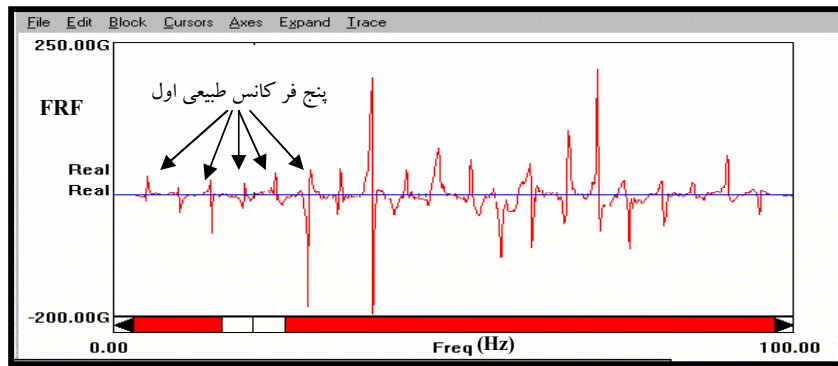
### ۸-۳ پل بتنی

مطابق بخش‌های قبلی تابع پاسخ فرکانس ناشی از ارتعاش سازه توسط چکش ۲ به دست آمده و با استفاده از آن فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مودی پنج مود اول در قلمرو فرکانس از روش چند جمل‌های کسری گویا استخراج شده‌اند. در شکل (۱۵) منحنی تابع پاسخ فرکانس و در جدول (۳) نتایج مشخصات دینامیکی مذکور حاصل از آزمایش و مدل تحلیلی آورده شده است [۱۹]. همان‌طور که در شکل (۱۵) دیده می‌شود این منحنی دارای تعداد نقاط تشدید زیادی بوده که از بین آنها به

درصد خطای فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از آزمایش‌ها نسبت به نتایج تحلیل (حداکثر ۱۴/۵ درصد) قابل قبول است. از عمده دلایل خطا می‌توان به باریک بودن ورق پوششی کف پل که باعث ایجاد اغتشاشات زیاد در نتایج می‌شود، اشاره کرد. البته وزن و ابعاد چکش ۲ برای تحریک سازه و تأثیرات متقابل سازه چکش با سازه پل نیز از دیگر دلایل این نقیصه است. برای اطمینان بیشتر از عمل کرد چکش ۲ تصمیم گرفته شد که آزمایش‌ها بر روی یک پل بتنی نیز انجام شود.

کمتری دارند که عمدتاً به دلیل خطای آزمایش هاست. قابل ذکر است که مقدار MAC برابر ۷۰ درصد و بالاتر در اکثر سازه‌های مکانیکی و عمرانی به عنوان نتیجه‌ای خوب تلقی می‌شود [۲۱]. برای تخفیف خطای موجود در نتایج اعم از فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مودی می‌توان ابعاد شبکه انتخابی برای انجام آزمایش را کوچک‌تر یعنی تعداد نقاط اندازه‌گیری را افزایش داد و یا مدل تحلیلی را بهنگام سازی کرد. در تصاویر شکل (۱۷) شکل‌های مودی یک تا پنج حاصل از آزمایش به طور کیفی برای مقایسه نشان داده شده‌اند.

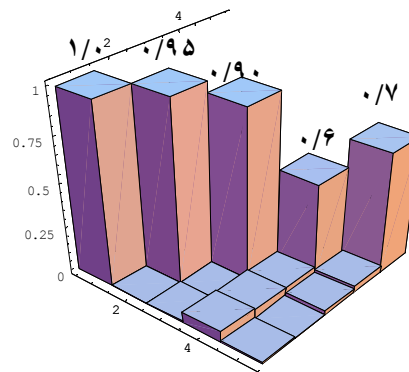
کمک نتایج مدل تحلیلی پنج نقطه مشخص شده و فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مودی متناظر آنها به دست آمده است. فرکانس‌های طبیعی به دست آمده اگرچه دارای خطا هستند، ولی با توجه به گزارش‌های ارائه شده توسط دیگر محققین بر روی پل‌های مشابه این مقادیر قابل قبول‌اند [۲۱]. از طرفی با محاسبه مقدار MAC برای مقایسه شکل‌های مودی پل بتنی به دست آمده از آزمایش و تحلیل اجزاء محدود مطابق شکل (۱۶) دیده می‌شود که تطابق خوبی بین این نتایج وجود دارد. البته مودهای چهارم و پنجم نسبت به سه مود اول تطابق



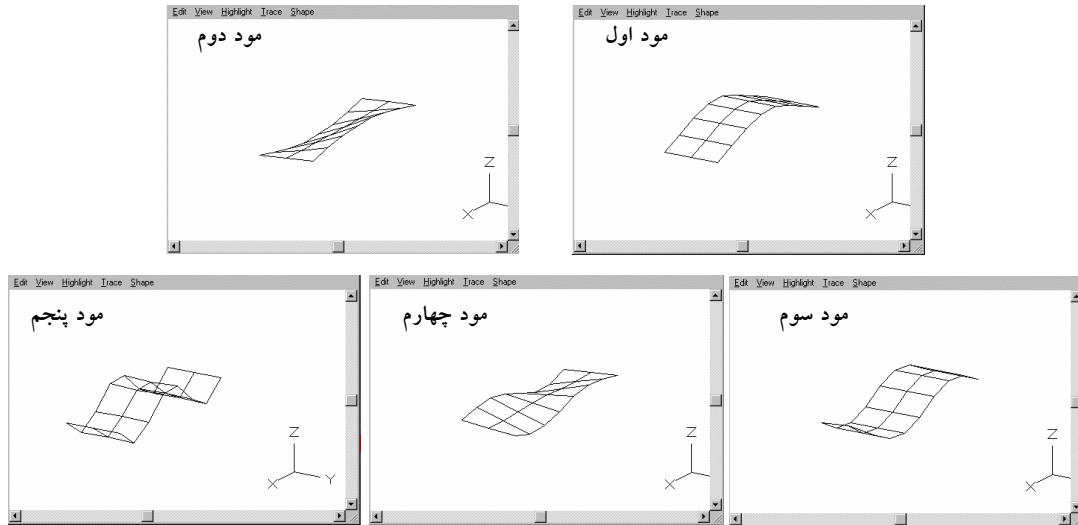
شکل ۱۵. منحنی تغییرات تابع پاسخ فرکانس در مقابل فرکانس طبیعی پل بتنی حاصل از آزمایش

جدول ۳. مقایسه فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از آزمایش مودال و تحلیل اجزاء محدود

مود	اول	دوم	دوم	سوم
	پنجشی	پنجشی	خمش	خمش
فرکانس طبیعی حاصل از آزمایش مودال بر روی پل (Hz)	۲/۹۰	۹/۸۸	۱۱/۲	۲۳/۸۳
فرکانس طبیعی حاصل از تحلیل اجزاء محدود (Hz)	۳/۲۲	۱۰/۹۹	۱۲/۸۷	۲۸/۵۷
درصد نتایج آزمایش نسبت به تحلیل خطا (%)	۱۱/۰۳	۱۱/۲۳	۱۴/۹۱	۲۱/۷۳



شکل ۱۶. نمودار مقدار MAC برای مقایسه شکل‌های مودی پل بتنی حاصل از آزمایش و تحلیل اجزاء



شکل ۱۷. شکل‌های مودی اول تا پنجم به دست آمده از آزمایش مودال برای پل بتنی

## ۹. جمع‌بندی

در این مطالعه تلاش شده ضمن مرور بر روش‌ها و ابزارهای مورد نیاز در تحریک سازه‌ها دو چکش برای ارتعاش و آزمایش مودال سازه‌های مهندسی عمران نظیر تیرها و پل‌ها با هدف بررسی تأثیر خسارت بر مشخصه‌های دینامیکی شامل شکل‌های مودی و فرکانس‌های طبیعی طراحی و ساخته شود. از عمده کاربردهای آزمایش مودال در صنعت عبارتند از: شناخت رفتار دینامیکی سازه، پیش‌بینی پاسخ سازه در مقابل ارتعاشات و عیب‌یابی سازه‌ای. آزمایش مودال از سه مرحله عمده شامل تحصیل اطلاعات تجربی، پردازش سیگنال و تحلیل مودال تشکیل می‌شود. در مرحله اول با استفاده از وسایل اندازه‌گیری (نیروسنج‌ها و یا عموماً شتاب‌سنج‌ها) نیروی وارد به سازه و پاسخ آن در اثر نیروی وارده در حوزه زمان اندازه‌گیری می‌شود، در مرحله دوم توسط دستگاهی بنام پردازشگر سیگنال یا تحلیل‌گر داده‌ها، پردازش لازم بر روی نتایج مرحله قبلی در محدوده زمان یا فرکانس انجام گرفته و نهایتاً با استفاده از روش‌های خاص مشخصات مودی سازه نظیر هر مود ارتعاشی به دست می‌آیند.

بنابر این یکی از مهم‌ترین بخش‌های آنالیز مودال مرحله تحریک سازه است. در این مقاله به جزئیات دو چکش ساخته شده پرداخته شده است. یکی از چکش‌ها برای تحریک تیرها و دیگری برای ارتعاش پل‌ها بکار برده می‌شود. چکش کوچک‌تر

که برای تحریک تیرها استفاده می‌شود، ترکیب متعارف چکش را داشته و با هدایت دست به سازه ضربه وارد می‌کند. ولی چکش دیگر متشکل از یک وزنه سنگین بوده که با رها شدن از ارتفاع موجب ارتعاش سازه می‌شود. در چکش بزرگ‌تر برای تحریک پل‌ها، وزنه داخل یک قاب مستطیل شکل ایستاده قرار می‌گیرد و برای این که ضربه درست به نقطه مورد نظر فرودآید یک ریل هدایت برای آن در نظر گرفته شده است. وزنه مذکور توسط چرخاندن دسته‌ای که در بدنه آن تعبیه شده تا ارتفاع مورد نظر به سمت بالا حرکت کرده و با رها کردن ضامنی به پایین سقوط می‌کند. این ارتفاع با توجه به انرژی لازم برای تحریک سازه قابل محاسبه است. برای جلوگیری از برخورد مستقیم وزنه با سطح بتن روی عرشه پل از لاستیک درمحل برخورد ضربه استفاده می‌شود. همچنین برای آنکه پس از برخورد وزنه با سطح بتن و جهش آن ضربه دیگری به سازه وارد نشود، اهرمی تعبیه شده که بلافاصله پس از ضربه اول رها شده و زیر وزنه قرار می‌گیرد.

نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که هر دو چکش قادر به تحریک سازه‌ها بوده و ضربه ایجاد شده توسط آنها قادر است سازه را در محدوده فرکانسی مورد نیاز تحریک کند. با نصب سنسورهای مناسب در انتهای چکش‌ها، جمع‌آوری اطلاعات و پردازش سیگنال‌ها انجام و توابع پاسخ فرکانسی محاسبه و ذخیره شده‌اند. در تحقیقات انجام گرفته با استفاده از هر دو چکش ساخته شده

8. Salawu, O. S. and Williams, C (1995) "Review of full-scale dynamic testing of bridge structures", *Engineering Structures*, 17, No. 2, pp. 113- 121.

9. Bakht, B. and Pinjarkar, S. G. (1989) "Dynamic testing of highway bridges- A review", *Transportation Research Record*, 1223, pp.93-100.

10. American Society of Civil Engineers. Committee on Bridge Safety (1980) "A guide for field testing of bridges", New York, ASCE.

11. RILEM Committee 20-TBS TBS-3 (1983) "Testing bridges in situ", *Journal of Materials and Structures*, 96, pp. 421-431.

12. Askegaard, V. and Mossing, P. (1988) "Long term observation of RC-bridge using changes in natural frequencies", *Nordic Concrete Research*, 7, pp. 20-27.

13. Agardh, L. (1991) "Modal analysis of two concrete bridges in Sweden", *Structural Engineering International*, 4, pp. 34-39.

14. Wood, M.G., Friswell, M. I. J.E.T. and Penny, T. (1992) "Exciting large structures using a bolt gun", *Proc. of the 10th Int. Modal Analysis Conference*, pp. 233-238.

15. Dossing, O. (1988) "Structural testing Part I: Mechanical mobility measurements, Bruel & Kjaer, Denmark.

16. Bhuvanagiri, V.K. and Swartz, S.E. (2000) "Ensuring consistency in impact-vibration signature tests", *Experimental Techniques*, 24(1), pp. 24-26.

۱۷. طاحونی، شاپور (۱۳۶۹) "طراحی پل"، جلد اول، انتشارات دانشگاه تهران.

۱۸. قاری قرآن، علیرضا (۱۳۸۶) ارزیابی خسارت در عرشه پل‌ها از طریق ردیابی تغییرات در مشخصه‌های دینامیکی. پایان‌نامه دکتری، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی مهندسی تهران.

۱۹. دانشجو، فرهاد و قاری قرآن، علیرضا (۱۳۸۵) "شناسایی سیستم و ارزیابی دینامیکی آزمایشگاهی تیرهای بتنی خسارت دیده در پل‌ها"، پژوهشنامه حمل و نقل، سال سوم، شماره ۲.

سازه‌هایی مورد آزمایش مودال قرار گرفته‌اند که نتایج مودال و تحلیل اجزاء محدود آنها در این مقاله ارائه شده است. این سازه‌ها شامل یک نمونه تیر بتنی، یک پل فلزی عابر پیاده و یک پل بتنی ماشین‌رو است. نتایج کسب شده از آزمایش‌های مودال و آنالیز مودال به وسیله نتایج حاصل از تحلیل مدل ایجاد شده تأیید و دلالت بر صحت نتایج دارند. بنابراین می‌توان ادعا کرد که تکنیک مورد استفاده در طراحی و ساخت آنها مناسب و قابل کاربرد در مطالعات میدانی، در دیگر پروژه‌های عمرانی و مکانیکی هستند.

## ۱۰. مراجع

1. Doebling, S. W., Farrar, C. R., Prime, M. B. and Shevitz, D. W. (1996) "Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature Review", *Research Report LA-13070-MS. ESA-EA Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM, USA.*

2. Farrar, C. R., Duffey, T.A., P. J., Cornwell, P. J., Doebling, S. W. and Cundy, A. L. (1999) "Dynamic testing of bridge structures; A review." *Los Alamos National Laboratory Report, in preparation.*

3. Green, M. F. (1995) "Modal test methods for bridges: A review", *Proceedings of the 14th International Modal Analysis Conference, Nashville, TN, 1, pp.552-558.*

4. Varney, R. F. and Galambos, C. F. (1966) "Field dynamic loading studies of highway bridges in the U. S., 1948 1965", *Transportation Research Record*, pp.285-304.

5. Iwasaki, T., Penzien, J. and Clough, R. (1972) "Literature survey - seismic effects on highway bridges", *EERC Report 72-11, University of California, Berkeley.*

6. Ganga Rao, H. V. S. (1977) "Survey of field and laboratory tests on bridge systems", *Bridge Tests, Transportation Research Record 645, National Academy of Sciences, Washington D.C.*

7. Cantieni, R. (1984) "Dynamic load testing of highway bridges", *Transportation Research Record*, 950, pp.141-148.

۲۵. ضیایی راد، سعید و صالحی، مهدی (۱۳۸۲) "آزمایش مودال سازه یک هواپیمای مدل و مقایسه نتایج با مدل اجزاء محدود"، پنجمین کنفرانس سراسری و دومین کنفرانس بین‌المللی هوافضا، اصفهان، ص. ۲۷-۲۹.

۲۶. قاری قرآن، علیرضا و ضیایی راد، سعید (۱۳۸۳) "استخراج پارامترهای مودی سازه‌ها از طریق اندازه‌گیری FRF و مقایسه نتایج با تحلیل المان محدود"، هشتمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی عمران، اصفهان، ص. ۱۶-۱۸.

۲۷. ضیایی راد، سعید و صالحی، مهدی (۱۳۸۳) "تست مودال و تخمین پارامترهای مودال سازه هواپیمای مدل به کمک چند جمله‌ای‌های کسری گویا"، هشتمین کنفرانس بین‌المللی و دوازدهمین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک، تهران، ص. ۲۹-۳۱.

۲۰. ضیایی راد، سعید و صالحی، مهدی (۱۳۸۴) "آنالیز مودال"، انتشارات مؤسسه علمی دانش پژوهان برین، انتشارات ارکان.

21. Ewins, D. J. (2000) "Modal testing: Theory and practice", Research Studies Press Ltd., England.

22. Peeters, B. (2000) "System identification and damage detection civil engineering", Ph.D. thesis, K.U.Leuven, Belgium.

23. Maeck, J. (2003) "Damage assessment of civil engineering structures by vibration monitoring", Ph.D. thesis, K.U.Leuven, Belgium.

24. Ziaei-Rad, S. (2005) "Finite element, modal testing and modal analysis of a radial flow impeller", Iranian Journal of Science & Technology, Vol. 29, No. B2, pp. 157-169.