

## مسیریابی لکوموتیوها در شبکه با استفاده از یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی

کیوان قصیری، استادیار، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران  
سید فرید قنادپور، کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران  
E-mail: ghosieri@iust.ac.ir

### چکیده

هدف از انجام تحقیق حاضر حل مسئله مسیریابی لکوموتیوها در شبکه ریلی است که از نیازهای عمده صنعت ریلی به شمار می آید. در این پژوهش از مسأله مسیریابی وسایل نقلیه همراه با پنجره زمانی (VRPTW)<sup>۱</sup> به منظور مدلسازی مسأله مسیریابی لکوموتیوها استفاده می شود. در این مقاله پس از مرور تکنیک های حل مسأله VRPTW و مسیریابی لکوموتیوها، الگوریتم ژنتیک بعنوان الگوریتم اصلی حل مسأله برگزیده شده است و از الگوریتم های ابتکاری PFIH<sup>۲</sup> به منظور تعیین جواب اولیه و مکانیزم  $\lambda$ -interchange برای جستجوی همسایگی و بهبود در الگوریتم استفاده شده است. شایان ذکر است که الگوریتم ترکیبی ژنتیک، PFIH و  $\lambda$ -interchange کلاس پیچیدگی زمان محاسباتی الگوریتم حل را از طبقه نمایی<sup>۳</sup> به چندجمله ای<sup>۴</sup> تبدیل کرده که یکی از مزیت های عمده این روش محسوب می شود. دو سناریوی متفاوت از مسأله مسیریابی لکوموتیوها مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته و نتایج حاصل از آن ارائه شده است. همچنین برای تعیین اعتبار مدل بیان شده، نتایج مقایسه جواب های حاصل از الگوریتم ژنتیک ترکیبی با جواب های قطعی حاصله از نرم افزاری بهینه ساز ارائه شده است. نتایج حاصله بر کیفیت خوب جواب ها و صرفه جویی مناسب در زمان حل تأکید دارند.

واژه های کلیدی: مسأله مسیریابی وسایل نقلیه همراه با پنجره زمانی، الگوریتم ژنتیک، مسأله مسیریابی لکوموتیوها

### ۱. مقدمه

محدود  $q$  است) جمع آوری شود و به دپو بازگردانده شود. بنابراین مجموع تقاضاهایی که در طول یک مسیر توسط وسیله نقلیه  $k$  ام ( $k \in V$ ) جمع آوری می شود می بایست از ظرفیت آن وسیله نقلیه تجاوز نکند. برای هر وسیله نقلیه  $k$  ( $k \in V$ ) یک حداکثر زمان سیر ( $T_k$ ) تعریف می شود که تجاوز از این زمان قابل قبول نبوده و هر وسیله نقلیه قبل از رسیدن به آن زمان می بایست به دپو بازگشته باشد. در نتیجه عواملی که باعث بازگشت وسیله نقلیه به دپو و خاتمه مسیر آغاز شده است، حداکثر زمان سیر و یا تکمیل شدن ظرفیت وسیله نقلیه است که تجاوز از این دو مورد به هیچ وجه قابل قبول نیست. شایان ذکر است که مسافت  $D_{ij}$  و زمان سفر  $t_{ij}$  نیز به هر یک از کمان ها در شبکه برای سفر از مشتری  $i$  به  $j$  ( $i, j \in C$ ) در نظر گرفته می شوند. از طرف دیگر

مسأله مسیریابی وسایل نقلیه همراه با پنجره زمانی (VRPTW) نوع خاصی از مسأله مسیریابی وسایل نقلیه (VRP)<sup>۵</sup> است که در آن هر وسیله نقلیه مسیری را از دپو آغاز کرده و پس از ارائه سرویس به تعدادی از مشتریان (در یک بازه زمانی تعریف شده از جانب آنها)، مسیر خود را با برگشت به دپو خاتمه می دهد. این مسأله با فرض دارا بودن مجموعه ای به نام  $V$  شامل  $K$  وسیله نقلیه به صورت  $V = \{1, 2, \dots, K\}$ ، مجموعه  $C$  شامل  $N+1$  مشتری به صورت  $C = \{0, 1, 2, \dots, N\}$ ، یک دپوی مرکزی (که در مجموعه  $C$  با مشتری 0 نمایش داده شده) و یک شبکه جهت دار که دپو و مشتریان را به هم متصل می کند، تعریف می شود. در این مسأله هر مشتری  $i$  که  $i \in C$ ،  $i \neq 0$  دارای تقاضای  $m_i$  بوده و می بایست تنها یکبار و توسط یک وسیله نقلیه (که دارای ظرفیت

## ۲. مروری بر مطالعات انجام شده

به علت کاربرد وسیع انواع مختلف مسأله مسیریابی وسایل نقلیه، محققان مختلف تلاش‌های بسیاری را روی دیدگاه‌های حل این مسائل انجام داده‌اند که یک مطالعه جامع از آنها را می‌توان در مطالعات گندریو و همکارانش [۱]، کردئو و لاپورته [۲]، هیزل [۳]، پیسینگر و راپکه [۴] و تان و همکارانش [۵] یافت. به طور کلی مطابق با مطالعات لاپورته و اسمیت [۶]، گندریو و همکارانش [۷]، کردئو و لاپورته [۸] و برایسی و گندریو [۹]، دیدگاه‌های متفاوتی در حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه دیده می‌شود که به سه دسته عمده تقسیم می‌شوند: روش‌های دقیق، روش‌های ابتکاری کلاسیک<sup>۱</sup> که بین سالهای ۱۹۶۰ تا ۱۹۹۰ توسعه چشمگیری داشته‌اند و روش‌های فراابتکاری<sup>۲</sup> که در دهه اخیر توسعه پیدا کرده‌اند. برای حل مسائلی با ابعاد بزرگ و یا یافتن جواب بهینه در زمان سریع‌تر، الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری توصیه می‌شوند که در ادامه توضیح داده خواهند شد. روش‌های ابتکاری کلاسیک با انجام یک جستجوی نسبی و محدود در فضای جواب، جوابی با کیفیت خوب و در زمان حلی متوسط پیدا می‌کنند و به طور کلی به سه دسته عمده تقسیم می‌شوند. روش‌های ابتکاری سازنده<sup>۳</sup> که در ابتدا هیچ توجهی به هزینه جواب تولید نشده ندارند و به صورت تدریجی جوابی موجه را ایجاد می‌کنند. از مهم‌ترین مطالعات صورت گرفته در این حوزه می‌توان به کارهای کلارک و رایت [۱۰]، دسروچرز و ورهوک [۱۱]، آلتینکمر و گراویش [۱۲] اشاره کرد. روش‌های دو مرحله‌ای<sup>۴</sup> که خود به دو دسته تقسیم می‌شوند: اول دسته‌بندی رثوس، سپس مسیریابی<sup>۱</sup> و اول مسیریابی و سپس دسته‌بندی<sup>۱۱</sup>. در نوع اول ابتدا رثوس (مشتریان) به دسته‌ها یا گروه‌های موجه تقسیم می‌گردند سپس با تخصیص یک وسیله نقلیه به هر گروه مسیر بهینه برای آن ایجاد می‌کنیم. در نوع دوم ابتدا یک تور بزرگ برای تمامی رثوس تعیین می‌شود (مانند تور  $TSP$ )<sup>۱۲</sup> سپس این تور به بخش‌های کوچک‌تر و موجهی تجزیه می‌شود که هر کدام به منزله یک مسیر برای یک وسیله نقلیه است. بیشتر مطالعات مهم صورت گرفته در این حوزه شامل کارهای هالییدی و ورن [۱۳] و کریستوفایدز و همکارانش [۱۴] است. در نهایت روش‌های ابتکاری بهبود<sup>۱۳</sup> که این روش‌ها در تلاش هستند تا جواب بهینه یافت شده را بهبود و ارتقا بخشند و این کار را توسط تبادل پی در پی رثوس یا کناره‌ها در یک مسیر و یا بین دو

هر مشتری  $i$  ( $i \in C, i \neq 0$ ) می‌بایست در پنجره زمانی خودش که از قبل به صورت  $[e_i, l_i]$  تعریف شده است و محدود به یک زودترین زمان شروع سرویس  $(e_i)$  و یک دیرترین زمان  $(l_i)$  است سرویس داده شوند. وسایل نقلیه‌ای که بعد از دیرترین زمان شروع سرویس به یک مشتری می‌رسند می‌بایست به علت تأخیر در شروع سرویس جریمه شوند، ولی وسایل نقلیه‌ای که زودتر از زودترین زمان شروع سرویس به یک مشتری می‌رسند متحمل یک زمان انتظار اضافی می‌گردند. در نتیجه هدف در این مسأله طراحی و بهینه کردن مجموعه‌ای از مسیرها برای وسایل نقلیه است که در آن تمامی مشتریان در بازه زمانی تعریف شده‌ی خود سرویس بگیرند و همچنین بدون تجاوز از ظرفیت و حداکثر زمان سیر وسایل نقلیه، زمان کل سفر، مسافت کل طی شده و مجموع زمان انتظارات و تأخیرات برای وسایل نقلیه به حداقل ممکن برسد.

در این پژوهش قصد بر آن است تا با جایگزین کردن وسیله نقلیه با لکوموتیو، مسأله مسیریابی لکوموتیوها در شبکه ریلی از منظر مسیریابی وسایل نقلیه همراه با پنجره زمانی مدلسازی شود و با توجه به ابعاد شبکه‌های واقعی در حمل‌ونقل ریلی از روش‌های فرا ابتکاری و ترکیبی جهت سرعت دادن به فرآیند حل استفاده شود.

در ادامه، این پژوهش به صورت ذیل ساختاردهی شده است: در بخش دوم تاریخچه مختصری از مطالعات صورت گرفته روی مسأله  $VRP$  و روش‌های حل بیان می‌شود. در بخش سوم به بیان توضیحاتی روی مسأله مسیریابی لکوموتیوها همراه با پنجره زمانی  $(LRPTW)$  و مدلسازی ریاضی آن پرداخته می‌شود و سپس به بیان فرضیات و محدودیت‌های تکمیلی جهت تبدیل مدل پیشنهادی به یک نمونه واقعی‌تر می‌پردازیم که در قالب سناریویی متفاوت مطرح می‌شود. در بخش چهارم تکنیک پیشنهادی حل این مسأله مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد و در بخش پنجم به منظور روشن کردن مدلسازی و راه‌حل ارائه شده یک مثال عددی با ابعاد کوچک مطرح و حل می‌شود و فرآیند حل از ابتدا تا انتها نمایش داده می‌شود. در فصل ششم ابتدا مطالبی در خصوص اعتبارسنجی مدل بیان می‌شود و سپس با معرفی یک مسأله مسیریابی لکوموتیوها با ابعاد بزرگ به تحلیل و بررسی نتایج حاصل از سناریوهای مختلف پرداخته می‌شود. بخش هفتم شامل نتیجه‌گیری و کاربردی‌تر کردن نتایج و مطالعات آتی است.

الگوریتم‌ها، الگوریتم  $GA$ ،  $TS$  و  $AS$  روش‌هایی هستند که در خلال اجرای فرآیند جستجو، اطلاعات جواب‌هایی که با آنها روبرو می‌شوند را ذخیره کرده تا به جواب قابل قبولی دست پیدا کنند. الگوریتم شبکه‌های عصبی نیز یک فرآیند یادگیرنده است که دارای کاربرد اندک و ضعیفی در زمینه  $VRP$  است. از اهم مطالعات صورت گرفته در این حوزه می‌توان به مطالعات سزینچ و سزارناس [۲۰] اشاره کرد که کاربرد  $SA$  را روی  $VRPTW$  بررسی کرده‌اند، گامباردلا و همکارانش [۲۱] الگوریتم مورچگان چند وجهی را مطرح کردند که جواب‌های بسیار خوبی را تولید کرده بود. همچنین از کاربرد الگوریتم ژنتیک روی مسأله  $VRP$  و انواع آن می‌توان به مطالعات تانگیا [۲۲]، امبوکی و همکارانش [۲۳]، ژوو [۲۴]، بارکویی و برگر [۲۵] و آلوارنگا و همکارانش [۲۶] اشاره کرد. در این زمینه امبوکی و همکارانش [۲۷] و همچنین تان و همکارانش [۲۸] و [۲۹] با استفاده از الگوریتم ژنتیک به حل مسأله  $VRPTW$  و مسأله  $VRP$  احتمالی در فضایی چند هدفه پرداخته‌اند که نتایج بسیار خوبی را در پی داشته است. با توجه به اینکه مسأله  $VRPTW$  یک مسأله  $NP-hard$  است [۲۷] و زمان حل مسأله با بزرگ‌تر شدن ابعاد آن به طور نمایی رشد می‌کند، الگوریتم اصلی انتخابی برای این پژوهش از انواع الگوریتم‌های فراابتکاری است تا برای حل مسائلی به ابعاد بزرگ کارایی لازم را داشته باشد. با توجه به بررسی‌های صورت گرفته در مطالعات انجام شده، الگوریتم ژنتیک عملکرد خوبی از نظر زمان حل و کیفیت جواب حاصله نسبت به سایر الگوریتم‌های فراابتکاری روی حل مسأله  $VRPTW$  داشته است و بنابراین این الگوریتم به عنوان الگوریتم اصلی حل مسأله برگزیده شده است. به علاوه بررسی مطالعات اخیر نشان داده است که الگوریتم‌های فراابتکاری به همراه الگوریتم‌های ابتکاری، جواب‌های به مراتب مناسب‌تری را ارائه می‌کنند. بنابراین در این پژوهش یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی با تعریف اپراتورهایی جدید که شامل استفاده از دو الگوریتم ابتکاری  $PFIH$  و  $\lambda$ -interchange است و در ادامه توضیح داده می‌شوند پیشنهاد می‌شود.

در این مقاله سعی بر آن است که با استفاده از منطق مسأله  $VRPTW$  به ارائه مدلی برای مسیریابی لکوموتیوها (تخصیص لکوموتیو) پرداخته شود. ولی شایان ذکر است که درخصوص مسأله مسیریابی لکوموتیوها تاکنون مطالعات اندکی صورت گرفته است که اهم آنها به شرح ذیل‌اند. در مطالعات اولیه روی این

مسیر وسیله نقلیه به طور همزمان انجام می‌دهند. یکی از مطالعات مهم صورت گرفته در این حوزه مطالعه تانگیا و همکارانش [۱۵] است. همچنین در استفاده از روش‌های ابتکاری می‌توان به مطالعات کورا و دوندا [۱۶]، لی و همکارانش [۱۷]، ایرنچ و همکارانش [۱۸] و کرویر و همکارانش [۱۹] اشاره کرد که با استفاده از ترکیب روش‌های ابتکاری گوناگون و در نظر گرفتن محدودیت‌هایی نظیر استفاده از چندین دپو به جای یک دپو و با استفاده از وسایل نقلیه غیریکسان به حل مسأله  $VRP$  و انواع آن پرداخته‌اند.

الگوریتم‌های فراابتکاری که در سال‌های اخیر مطرح شده‌اند با جستجوی عمیق‌تر در فضای جواب در پی یافتن جواب‌هایی با کیفیت بالاتر هستند و معمولاً الگوریتم‌های ابتکاری سازنده و بهبود را نیز در برمی‌گیرند. برخلاف الگوریتم‌های ابتکاری، الگوریتم‌های فراابتکاری ممکن است با جواب‌های نامناسب و یا حتی غیرموجه در خلال فرآیند جستجو مواجه شوند [۱۵]. الگوریتم‌های فراابتکاری مطرح شده در زمینه  $VRP$  معمولاً جواب‌های بهینه بهتری را نسبت به الگوریتم‌های ابتکاری کلاسیک تولید کرده، در حالی که تمایل به زمان حل بیشتر دارند [۱۵]. الگوریتم فراابتکاری معروف در این زمینه شامل الگوریتم شبیه‌سازی تبردیدی  $(SA)$ <sup>۱۴</sup>، الگوریتم تبردیدی غیراحتمالی  $(DA)$ <sup>۱۵</sup>، الگوریتم جستجوی ممنوع  $(TS)$ <sup>۱۶</sup>، الگوریتم ژنتیک  $(GA)$ <sup>۱۷</sup>، الگوریتم مورچگان  $(AS)$ <sup>۱۸</sup> و الگوریتم‌های شبکه‌های عصبی  $(NN)$ <sup>۱۹</sup> هستند.

در بین الگوریتم‌های فوق، سه الگوریتم اول بر این اساس کار می‌کنند که از یک جواب اولیه مانند  $x_t$  شروع به حرکت کرده و در هر تکرار  $t$ ، از  $x_t$  به جواب  $x_{t+1}$  در همسایگی  $N(x_t)$  از  $x_t$  حرکت می‌کنند تا زمانی که به شرایط توقف برسند. اگر  $f(x)$  را به عنوان هزینه جواب  $x$  در نظر بگیریم آنگاه  $f(x_{t+1})$  لزوماً کمتر از  $f(x_t)$  است. (در این الگوریتم‌ها باید دقت کرد در دام یک چرخه متوالی برای یافتن جواب قرار نگیریم). الگوریتم ژنتیک در هر تکرار یک جمعیتی از جواب‌ها را مورد ارزیابی قرار می‌دهد که در حقیقت این جمعیت از ترکیب بهترین اجزای جمعیت قبل و چشم‌پوشی از بدترین‌های آن حاصل شده است. الگوریتم مورچگان، یک دیدگاه سازنده جواب که در آن در هر تکرار تعدادی جواب‌های جدید حاصل شده است که برای یافتن آنها از اطلاعات تکرارهای قبل نیز استفاده می‌شود. در میان این

مورد بررسی قرار می‌گیرند:

### ۳-۱ سناریوی شماره (۱) - مسأله $LRPTW$

در تعریف مسأله مسیریابی لکوموتیوها فرض شده است که یک ناحیه مرکزی وجود دارد که لکوموتیو مورد نیاز نواحی اطرافش را تأمین می‌کند. در هر یک این نواحی یک قطار تشکیل شده و میبایست به نقطه دیگری که مقصد قطار مفروض اعزام شود، لذا قطار تشکیل شده در این نواحی در بازه زمانی مشخص شده‌ای منتظر دریافت لکوموتیو از ناحیه مرکزی برای اعزام قطار مفروض است. در این صورت اگر لکوموتیو اعزامی قبل از ساعت تعیین شده به ناحیه مورد نظر برسد متحمل یک زمان انتظار می‌شود که امری نامطلوب است. همچنین اگر لکوموتیو بعد از زمان تعیین شده به ناحیه مفروض برسد باعث ایجاد یک زمان تأخیر می‌شود که آن نیز نامطلوب بوده و می‌بایست جریمه در نظر گرفته شود. در این شبکه فرض شده است که در ابتدا لکوموتیوها در ناحیه مرکزی مستقر بوده و در ساعتی مشخص از ناحیه مرکزی به نواحی اطراف که نیاز به لکوموتیو دارند اعزام می‌شوند. نکته دیگر این است که برای لکوموتیوها یک حداکثر زمان سیر تعریف شده است که لکوموتیوها باید تا قبل از رسیدن این زمان به ناحیه مرکزی بازگشته باشند. تجاوز از این حداکثر زمان تعیین شده به هیچ وجه قابل قبول نبوده و به نوعی این موضوع شرط توجیه پذیری مسأله مورد نظر فرض شده است. بنابراین هدف در این مسأله، تهیه یک برنامه تخصیص لکوموتیو به نواحی اطراف است که در آن به تقاضای تمامی نواحی پاسخ داده شود و همچنین زمان کل سفر، مسافت کل طی شده، زمان تأخیرات و زمان انتظار برای لکوموتیوها به حداقل ممکن برسد.

در این مسأله برخلاف مسأله  $VRPTW$ ، هر گره پراکنده شده حول دپو نشان‌دهنده یک مشتری است و تمامی گره‌ها به دو دسته گره‌های مبدا و گره‌های مقصد تقسیم می‌شوند. بنابراین یک قطار در گره مبدا  $i$  یا  $O_i$  ( $i \in C, i \neq 0$ ) تشکیل شده و منتظر تخصیص یک لکوموتیو برای اعزام این قطار به مقصد  $i$  یا  $D_i$  است که در این صورت مجموعه گره مبدا  $i$  و مقصد  $i$  ( $i \in C, i \neq 0$ ) به عنوان مشتری  $C_i$  ( $i \in C, i \neq 0$ ) و قطار تشکیل شده در مبدا مشتری  $C_i$  که می‌بایست به مقصد  $i$  اعزام شود به عنوان تقاضای مشتری  $C_i$  ام ( $m_i$ ) در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌کنیم که طبق برنامه‌ای از پیش تعیین شده مبدا و مقصد

موضوع، فلوریان و همکارانش [۳۰] یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای این مسأله معرفی کردند که برای شبکه‌های چند محموله‌ای طراحی شده بود و در آن می‌بایست چندین لکوموتیو به قطارهایی تشکیل شده تخصیص یابند. به منظور تکمیل مدل فلوریان، زیارتی و همکارانش [۳۱] محدودیت‌های دیگری از قبیل در نظر گرفتن پارامترهای تعمیرات و نگهداری را اضافه کردند و مدل را برای راه‌آهن امریکای شمالی به کار بردند و نتیجه قابل قبولی را نیز تولید کردند. مدل‌های فوق از مدل‌های دقیق ریاضی استفاده می‌کردند و برای شبکه‌هایی با ابعاد وسیع‌تر نسبتاً کارآمد نبودند، لذا بروکر و همکارانش [۳۲] بر اساس الگوریتم شبیه‌سازی تیریدی مدلی را برای مسأله تخصیص لکوموتیو بیان کردند که می‌بایست طبق یک برنامه زمانی از پیش تعریف شده لکوموتیوها را اعزام کنند. این مدل در زمانی مناسب جواب‌های خوبی را تولید کرده است. از مطالعات بارز دیگر در این حوزه می‌توان مطالعات آهوچا و همکارانش [۳۳]، کردئو و همکارانش [۳۴]، فیوله و همکارانش [۳۵] و ... را نام برد. بنابراین اکثر مطالعات صورت گرفته در خصوص مسأله تخصیص یا مسیریابی لکوموتیوها با استفاده از روش‌های دقیق است که در پژوهش حاضر قصد بر آن است که با رویکرد استفاده از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری به حل این مسأله پرداخته شود. شایان ذکر است که یکی از ایده‌های اساسی که در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته است، بحث اولویت‌دار کردن مشتریان است. در تمامی مطالعاتی که تاکنون روی مسأله  $VRP$  و انواع آن از جمله  $VRPTW$  صورت گرفته است، تمامی مشتریان دارای اولویت یکسان در سرویس‌گیری هستند که این امر در صنعت حمل‌ونقل ریلی به گونه‌ای دیگر است. در این صنعت قطارها (متناظر با مشتریان در مسأله  $VRPTW$ ) هر کدام دارای اولویت‌های متفاوت بوده و به قطاری با اولویت بالاتر می‌بایست با تأخیر کمتر و همچنین زودتر از قطارهایی با اولویت پایین‌تر لکوموتیو تخصیص داده شود. بنابراین در این پژوهش تأثیر اولویت‌دار کردن مشتریان نیز در قالب یک سناریوی دیگر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### ۳. مسأله مسیریابی لکوموتیوها همراه با پنجره زمانی $(LRPTW)^*$

در تعریف مسأله مسیریابی لکوموتیوها در این پژوهش، دو سناریو برای حل و بررسی در نظر گرفته شده است که در ادامه

### ۲-۳ سناریوی شماره (۲) - مسأله LRPTW

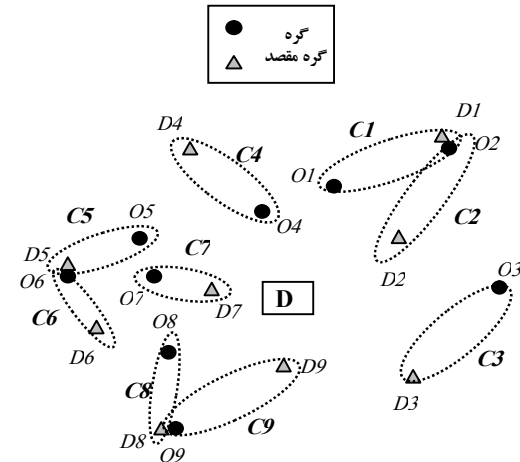
سناریوی شماره (۲) در نظر گرفته شده برای مسأله LRPTW علاوه بر اینکه شامل تمام مفروضات و تعاریف بخش ۱-۳ می‌شود، شامل یک فرض دیگری می‌باشد تا تعریف بیان شده برای مسأله LRPTW را با شرایط دنیای واقعی منطبق‌تر سازد. در این سناریو برای تمامی مشتریان (قطارها) یک درجه اولویت در سرویس‌گیری تعریف می‌شود که بر طبق آن قطارهای تشکیل شده در نواحی با درجه اولویت بالاتر می‌بایست زودتر از قطارهایی با درجه اولویت پایین‌تر لکوموتیو دریافت کنند. به عبارت دیگر در این سناریو فرض شده است که زمان‌های تأخیر ایجاد برای قطارهایی با درجه اولویت بالاتر می‌بایست به حداقل ممکن برسد.

### ۳-۳ مدل‌سازی ریاضی مسأله LRPTW

مدل ریاضی ذیل مدل‌سازی ریاضی مسأله LRPTW با فرضیات بیان شده در فوق را نمایش می‌دهد که بر پایه مدل‌سازی مسأله VRPTW در مطالعه [۵] طراحی گردیده است. پارامترها و متغیرهای استفاده شده در مدل به شرح ذیل است:

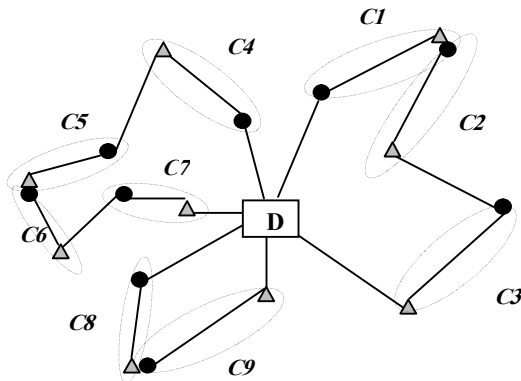
- مبدا قطار  $i$  ام  $O(i)$
- مقصد قطار  $i$  ام  $D(i)$
- تعداد لکوموتیوها  $K$
- تعداد قطارها و یا مجموعه مبدا - مقصدها  $N$
- هزینه سفر از مشتری یا قطار  $i$  به  $j$   $C_{D(i)O(j)}$
- زمان سفر از مشتری یا قطار  $i$  به  $j$   $t_{D(i)O(j)}$
- زمان سفر از مشتری یا قطار  $i$  به  $j$   $D_{D(i)O(j)}$
- زمان ورود لکوموتیو به مبدا قطار  $i$   $t_{O(i)}$
- زودترین زمان شروع سرویس برای قطار  $i$   $e_i$
- دیرترین زمان شروع سرویس برای قطار  $i$   $I_i$
- زمان سرویس برای قطار  $i$   $f_i$
- زمان انتظار در مبدا قطار  $i$   $w_i$
- حداکثر زمان مجاز برای لکوموتیو  $k$  ام  $r_k$
- متغیر تصمیم  $x_{ijk}$  = در صورتی که لکوموتیو  $k$  ام از قطار  $i$  به سمت  $j$  حرکت کند مقدار یک و در غیر اینصورت صفر است. در پارامترهای فوق  $i, j \in C$  و  $k \in V$  است که در مدل‌سازی ذیل دقیق‌تر بیان شده‌اند.

هر قطار (تقاضا) مشخص شده و به این ترتیب مجموعه مشتریان که هر کدام شامل یک مبدا و یک مقصد هستند تعیین می‌شود و سپس با تبدیل هر مبدا  $i$  و هر مقصد  $i$  به مشتری  $C_i$  شبکه به فرم شبکه VRPTW تبدیل می‌شود. شکل شماره (۱) یک نمونه ورودی را برای مسأله تخصیص لکوموتیو با مفروضات بیان شده در فوق نمایش می‌دهد که در آن ۱۸ گره متناظر با ۹ مشتری نشان داده شده است:



شکل ۱. یک نمونه ورودی برای مسأله LRPTW

در این مسأله فاصله بین مشتری  $C_i$  تا  $C_j$  در حقیقت برابر است با فاصله مقصد مشتری  $C_i$  تا مبدا مشتری  $C_j$ . بنابراین شبکه نامتقارن است به این معنا که فاصله مشتری  $C_i$  تا  $C_j$  برابر با فاصله مشتری  $C_j$  تا  $C_i$  است. زمان سرویس در مشتری  $C_i$  برابر با زمان سیر قطار  $i$  بین مبدا و مقصد مشتری  $i$  در نظر گرفته می‌شود که از لحظه شروع سرویس، این زمان آغاز می‌شود. در این مسأله فرض شده است که در ابتدا تعداد لکوموتیوها نامحدود بوده و با حل مدل تعداد بهینه و حداقل تعداد مورد نیاز لکوموتیوها تعیین می‌شود. شکل شماره (۲) یک نمونه خروجی برای مسأله تخصیص لکوموتیو را نمایش می‌دهد.



شکل ۲. یک نمونه خروجی برای مسأله LRPTW

$$\text{Minimize} \quad \sum_{i=0}^N \sum_{j=0, j \neq i}^N \sum_{k=1}^K c_{D(i)O(j)} x_{ijk} \quad (1)$$

Subject to:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^N x_{ijk} \leq K \quad \text{for } i = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^N x_{ijk} = \sum_{j=1, j \neq i}^N x_{jik} \leq 1 \quad \text{for } i = \{0, \dots, N\} \text{ and } k \in \{1, \dots, K\} \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=0, j \neq i}^N x_{ijk} = 1 \quad \text{for } i \in \{1, \dots, N\} \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=0, i \neq j}^N x_{ijk} = 1 \quad \text{for } j \in \{1, \dots, N\} \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0, j \neq i}^N x_{ijk} (T_{D(i)O(j)} + f_i + w_i) \leq r_k \quad \text{for } k = \{1, \dots, K\} \quad (6)$$

$$t_0 = w_0 = f_0 = D_{O(0)D(0)} = 0 \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=0, i \neq j}^N x_{ijk} (t_{O(i)} + T_{D(i)O(j)} + f_i + w_i) \leq t_{O(j)} \quad \text{for } j \in \{1, \dots, N\} \quad (8)$$

$$e_i \leq (t_{O(i)} + w_i) \leq l_i \quad \text{for } i \in \{1, \dots, N\} \quad (9)$$

#### ۴-۱ روش ابتکاری PFIH

در این پژوهش از ایده الگوریتم PFIH برای یافتن یک جواب اولیه خوب و موجه استفاده می‌شود که برای اولین بار توسط سالومون [۳۶] مطرح شده است. روش PFIH یک روش مؤثر برای وارد کردن مشتریان به مسیرهای جدید که یک مسیر جدید را با انتخاب اولین مشتری شروع می‌کند و سپس با وارد کردن مشتریان به مسیر فعلی تا زمانی که ظرفیت تجاوز نکرده و یا جواب غیر موجه حاصل نشده است مسیر را توسعه می‌دهد. در این پژوهش تابع هزینه اولیه برای وارد کردن یک مشتری به عنوان گره اول  $C_i$  به مسیر جدید برای دو سناریوی ۱ و ۲ به ترتیب توسط روابط (۱۰) و (۱۱) تعریف شده است:

(۱۰)

$$\text{Cost}(C_i) = -\alpha t_{\alpha(0)\alpha(i)} + \beta I_{C_i} + \gamma \left( \frac{|\theta_{\alpha(i)} - \theta_{D(i)}|}{360} \times t_{\alpha(0)\alpha(i)} \right)$$

(۱۱)

$$\text{Cost}(C_i) = \alpha \frac{I_{C_i} \times w_i}{t_{\alpha(0)\alpha(i)}} + \beta \left( \frac{|\theta_{\alpha(i)} - \theta_{D(i)}|}{360} \times t_{\alpha(0)\alpha(i)} \right)$$

که در آن  $\theta_{O(i)}$  زاویه قطبی مبدا مشتری  $i$  ام و  $\theta_{D(j)}$  زاویه قطبی مقصد آخرین مشتری ملاقات شده از مسیر قبلی،  $t_{O(i)}$  زمان

در مدلسازی فوق تابع هدف یا رابطه (۱) نشان دهنده حداقل کردن کل هزینه تخصیص لکوموتیوها در شبکه است که شامل هزینه مسافت، زمان، هزینه تأخیرات و انتظارات است. محدودیت (۲) تضمین می‌کند که حداکثر  $K$  لکوموتیو از ناحیه مرکزی خارج شوند. محدودیت (۳) تضمین می‌کند که شروع و پایان مسیر هر لکوموتیو در ناحیه مرکزی باشد. محدودیت (۴) و (۵) تضمین می‌کند که هر قطار تنها یکبار و توسط یک لکوموتیو سرویس داده شود. محدودیت (۶) موضوع حداکثر زمان سیر هر لکوموتیو را اعمال می‌کند. محدودیت (۷) تا (۹) نیز پنجره زمانی هر قطار را تعریف و کنترل می‌کند.

#### ۴. الگوریتم پیشنهادی حل مسأله مسیریابی

##### لکوموتیوها همراه با پنجره زمانی (LRPTW)

همان‌طور که در گذشته نیز ذکر شد الگوریتم پیشنهادی یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی است که در آن از دو الگوریتم ابتکاری PFIH و  $\lambda$ -interchange استفاده شده است و در ادامه بیان شوند.

$$T'_{K_i} = \max\{0, e_{O(i)} - t_{O(i)}\} \quad (15)$$

در سناریو دو مجموع زمان تأخیرات مطابق با رابطه (۱۶) محاسبه می‌شود:

$$T_K = \max\{0, \frac{t_{O(i)} - I_{C_i}}{W_i}\} \quad (16)$$

#### ۴-۲ روش جستجوی همسایگی $\lambda$ -interchange

در این مقاله از الگوریتم  $\lambda$ -interchange برای جستجوی همسایگی و بهبود جواب‌های به دست آمده استفاده می‌شود که بر مبنای تبادل مشتریان بین یک مجموعه از مسیرهای وسایل برای مسأله  $VRPTW$ . فرض می‌کنیم که یک جواب موجه برای مسأله  $VRPTW$  به فرم  $S = \{R_1, \dots, R_p, \dots, R_q, \dots, R_k\}$  باشد که در آن مجموعه مشتریانی هستند که توسط مسیر وسیله نقلیه  $p$  سرویس می‌بینند. روش  $\lambda$ -interchange بین دو مسیر  $R_p$  و  $R_q$ ، جابجایی یک زیر مجموعه  $S_1 \subseteq R_p$  که در آن  $|S_1| \leq \lambda$  با زیرمجموعه دیگر  $S_2 \subseteq R_q$  که در آن  $|S_2| \leq \lambda$  است که مجموعه مسیر جدیدی به فرم (۱۷) را به وجود می‌آورد:

$$R'_p = (R_p - S_1) \cup S_2, R'_q = (R_q - S_2) \cup S_1 \quad (17)$$

که باعث ایجاد همسایگی جدیدی به شکل  $S' = \{R_1, \dots, R'_p, \dots, R'_q, \dots, R_k\}$  می‌شود. بنابراین همسایگی  $N_i(S)$  برای جواب معین  $S$  برابر است با همه همسایگی‌های  $\{S'\}$  که به ازای یک  $\lambda$  مشخص حاصل شده‌اند.

این الگوریتم دارای دو نوع استراتژی اولین بهبود (FB) <sup>۲۱</sup> و بهترین بهبود (GB) <sup>۲۲</sup> که استراتژی اول، اولین جواب  $S'$  را در همسایگی  $N_i(S)$  باعث کاهش در هزینه مسأله می‌شود را می‌پذیرد و استراتژی دوم کلیه جواب‌های  $S'$  را در همسایگی مورد بررسی قرار می‌دهد و جوابی که باعث بهترین بهبود شده است انتخاب می‌شود.

#### ۴-۳ الگوریتم ژنتیک

الگوریتم اصلی در این پژوهش الگوریتم ژنتیک است که ایده استفاده از آن، نخستین بار توسط هلند در دهه ۱۹۷۰ میلادی در دانشگاه میشیگان [۳۷] مطرح شد. این الگوریتم با مجموعه‌ای از کروموزوم‌ها که هر کدام نشان‌دهنده یک جواب برای مسأله مفروض‌اند، تحت عنوان جمعیت اولیه شروع به کار می‌کند و سپس با یک ساز و کار انتخاب خاصی که برای انتخاب والدین

سفر بین گره صفر تا مبدا مشتری  $i$  بوده و  $I_i$  دیرترین زمان شروع سرویس در گره  $i$  است. در این مورد یک مشتری با حداقل هزینه برای وارد شدن به مسیر جدید به عنوان اولین مشتری انتخاب می‌شود. در سناریوی شماره دو برای هر مشتری یک درجه اولویت بین ۱ تا ۵ در نظر گرفته شده است. بنابراین مشتری با عدد تخصیص داده شده کمتر دارای اولویت بالاتری نسبت به سایرین فرض شده است. در این سناریو درجه اولویت تخصیص داده شده به مشتری  $i$  را با  $W_i$  نشان می‌دهیم و رابطه (۱۰) به فرم (۱۱) اصلاح شده است. لازم به ذکر است که ضرایب ثابت استفاده شده در رابطه شماره (۱۰) و (۱۱) به صورت تجربی تنظیم شده‌اند. هنگامی که اولین مشتری به مسیر فعلی وارد شد، الگوریتم از بین تمام مشتریان مسیر، مشتری  $j^*$  را دارای کمترین هزینه وارد شدن در بین هر کناره  $\{k, l\}$  را انتخاب می‌کند و به نحوی که به محدودیت‌های زمان و ظرفیت تجاوز نشود به مسیر وارد می‌کند. هزینه وارد کردن گره‌های دیگر به یک مسیر با استفاده از رابطه (۱۲) به دست می‌آید:

$$Cos(C_i) = \delta D_K + \phi W_K + \eta O_K + \kappa T_K + \kappa' T'_K \quad (12)$$

در رابطه فوق  $D_K$  کل مسافت طی شده توسط وسیله نقلیه  $k$ ،  $W_K$  کل زمان سفر مصرف شده توسط وسیله نقلیه  $k$ ،  $O_K$  تجاوز از ظرفیت وسیله نقلیه  $k$  و  $T_K$  مجموع زمان تأخیراتی که وسیله نقلیه  $k$  در هر مشتری داشته است. تجاوز از ظرفیت و تأخیری که یک وسیله نقلیه داشته است نامطلوب بوده و در تابع هزینه جریمه می‌شود. ضرایب  $\delta$ ،  $\phi$ ،  $\eta$ ،  $\kappa$  و  $\kappa'$  ضرایب اوزان اهمیت بوده که به صورت تجربی تنظیم می‌شوند.

مقدار تجاوز از حداکثر زمان سیر برای هر لکوموتیو مطابق با رابطه (۱۳):

$$O_K = \max\{0, W_K - T_K\} \quad (13)$$

مطابق با رابطه (۱۴) زمان تأخیرات حاصل شده برای هر لکوموتیو در هر مشتری محاسبه می‌شود که برای هر لکوموتیو در طول مسیر  $K$  برابر با مجموع زمان تأخیرات رابطه (۱۴) برای مشتریان در طول مسیر:

$$T_K = \max\{0, t_{O(i)} - I_{C_i}\} \quad (14)$$

زمان انتظار تحمیل شده به هر لکوموتیو در هر مشتری مطابق رابطه (۱۵) که برای هر لکوموتیو  $K$  در طول مسیر، این زمان یا  $T'_K$  برابر با مجموع زمان انتظارات رابطه (۱۵) برای مشتریان در طول مسیر است.

می‌گیرند و آن کروموزومی که دارای مقدار برازندگی بهتری باشد پتانسیل وارد شدن به مرحله تولید مثل را پیدا می‌کند. این کار دقیقاً در جمعیت دوم ( $P_2$ ) نیز صورت می‌گیرد و دو کروموزوم برای تولید مثل انتخاب می‌شوند.

#### ۴-۳-۴ مرحله باز ترکیبی<sup>۲۴</sup>

عملگرهای سستی باز ترکیبی مانند باز ترکیبی یک نقطه‌ای، باز ترکیبی  $n$  نقطه‌ای و ... در مسائل ترتیبی مانند  $TSP$  و  $VRP$  مناسب نیستند، چراکه ممکن است دچار تکرار و یا حذف برخی ژن‌ها (مشتریان) شوند که موجه نیست. بنابراین در این پژوهش از دو عملگر  $Heuristic$  و  $Merge$  به شرح ذیل استفاده شده است: در عملگر باز ترکیبی  $Heuristic$  ابتدا یک نقطه تصادفی در هر دو کروموزوم انتخاب می‌شود. سپس از گره بعد از نقطه تصادفی انتخابی، کوتاه‌ترین فاصله بین دو کناره خروجی از این گره انتخاب می‌شود و این عمل تا جایی که تمام ژن‌ها مورد بررسی قرار گیرند ادامه می‌یابد. به عنوان مثال والدین زیر را فرض می‌کنیم:

Parent 1:	H K C E F D	B L A I G J
Parent 2:	A B C D E F	G H I J K L

روند عملکرد به این صورت است که فرض می‌کنیم ژن  $B$  به طور اختیاری انتخاب شود، آنگاه در کروموزوم دوم می‌بایست ژن  $G$  به  $B$  تبدیل شود.

Parent 1:	H K C E F D	B L A I G J
Parent 2:	A G C D E F	B H I J K L

حال بررسی می‌کنیم که اگر  $d_{BL} > d_{BH}$  برقرار است، آنگاه  $H$  انتخاب شده و می‌بایست در کروموزوم اول ژن  $H$  با  $L$  جابجا شود یا  $H$  از کروموزوم اول به منظور جلوگیری از تکرار حذف شود. این فرآیند تا زمانی که فرزند جدید به طور کامل ایجاد شود ادامه می‌یابد. عملگر باز ترکیبی  $Merge$  نیز مانند عملگر قبل اجرا می‌شود، با این تفاوت که فرزندان به جای این که بر اساس مسافت تولید شوند بر اساس تقدم زمانی تعریف شده از قبل که بر مبنای پنجره زمانی تعیین شده است تولید می‌شوند. در نتیجه در این عملگر معیار انتخاب ژن بعدی در فرزند جدید، ژنی است که از لحاظ تقدم زمانی جلوتر باشد. نکته قابل ذکر این که لزومی ندارد که روی هر جفت از والدین، باز ترکیبی صورت گیرد، بنابراین با تعریف پارامتری تحت عنوان احتمال باز ترکیبی، درصد والدینی که وارد مرحله باز ترکیبی می‌شوند تعیین می‌شود. در این

در نظر گرفته می‌شود، آنها را تحت عملگرهای باز ترکیبی و جهش قرار داده و از آنها فرزندان جدیدی تولید و جایگزین والدین می‌کند. این الگوریتم آنقدر تکرار می‌شود تا تعداد تولید نسل‌ها (تکرارها) به میزان تعریف شده رسیده باشد و یا دیگر بهبودی در جمعیت‌های جدید حاصل شده ایجاد نشده باشد.

#### ۴-۳-۱ نمایش کروموزوم‌ها

در این الگوریتم برای نمایش یک جواب مسأله  $VRPTW$  از رشته‌های عدد صحیح به طول  $N$  استفاده شده است که  $N$  تعداد مشتریان در مسأله مفروض است. هر ژن در رشته یا کروموزوم فوق یک عدد صحیحی است که به هر یک از مشتریان تخصیص داده شده است و توالی ژن‌ها در این رشته نشان دهنده ترتیب سرویس دهی به مشتریان است. برای تبدیل کروموزوم‌ها به جواب‌هایی موجه به این صورت عمل می‌شود که مقادیر ژن‌ها را به ترتیب وارد مسیر جدید می‌کنیم تا وقتی یکی از شرایط توجیه پذیری مانند حداکثر زمان سفر نقض شود. هنگامی که یکی از شرایط نقض شود مسیر تمام می‌شود و این کار با ایجاد یک مسیر جدید ادامه می‌یابد تا تمامی مشتریان در یک مسیر قرار گیرند.

#### ۴-۳-۲ تشکیل جمعیت اولیه

در این پژوهش برای تشکیل جمعیت اولیه فرض می‌کنیم که  $S_0$  جواب حاصل شده از الگوریتم  $PFIH$  باشد، بنابراین سهمی از جمعیت اولیه از  $S_0$  و انتخاب تصادفی از همسایگی آن یعنی  $\forall S \in N_x(S_0)$  ایجاد می‌شود و سهم باقیمانده از جمعیت به طور کلی بر پایه تصادفی و غیر مرتبط با  $S_0$  تولید می‌شود تا جمعیت تکمیل شود. این کار به علت این که الگوریتم شانس جستجو در مناطق دیگر را نیز داشته باشد و نواحی دیگری نیز برای یافتن جواب بررسی شدند تا الگوریتم در دام جواب بهینه موضعی قرار نگیرد، انجام می‌شود.

#### ۴-۳-۳ روش انتخاب

روش انتخاب والدین برای ورود به مرحله باز ترکیبی و تولید فرزندان جدید روش انتخاب تورنمنتی<sup>۳۳</sup> است که در این روش در هر تکرار از فرآیند، دو کپی یکسان از جمعیت کنونی به اندازه  $N$  گرفته می‌شود. سپس هر کدام از این جمعیت‌ها به طور دلخواه رتبه‌بندی می‌شوند. در جمعیت  $P_1$  هر جفت از کروموزوم‌های مجاور از لحاظ مقدار برازندگی مورد مقایسه قرار



## مسیریابی لکوموتیوها در شبکه با استفاده از یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی

شده استفاده می‌شود. در این فرآیند سهمی از جمعیت مورد نظر به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند و پس از نمایش به صورت یک جواب، در خلال تکرارهایی، بهبود یافته و جایگزین کروموزوم‌های قبل می‌شوند. در انتها به منظور بهبود بیشتر در جواب‌های تولید شده، عملیات بازیافت نیز صورت می‌گیرد که در این کار مبنای جابجایی درصدی از بهترین کروموزوم‌های والدین با بدترین کروموزوم‌های جمعیت جدید است.

### ۵. بررسی یک مثال عددی کوچک

در این بخش به منظور روشن‌تر کردن نحوه مدلسازی و راه‌حل ارائه شده، یک مثال عددی با ابعاد کوچک به شرح ذیل تعریف و در ادامه نحوه حل آن بیان می‌شود. این مسأله شامل ۳۲ گره و یا به عبارت دیگر شامل ۱۶ قطار است که هر کدام دارای یک مبدا و مقصد از پیش تعیین شده اند و در بازه زمانی تعیین شده‌ای می‌بایست لکوموتیوی از ناحیه مرکزی دریافت کنند. مشخصات دقیق این ۱۶ قطار به شرح جدول شماره (۱) است. در این جدول مشخصات مبدا و مقصد هر مشتری، پنجره زمانی دریافت لکوموتیو، زمان سرویس و مسافت مبدا تا مقصد هر کدام از قطارها ارائه شده است.

جدول ۱. مشخصات دقیق مسأله طراحی شده

$D_{O(i)D(i)}$	$f_i$	$l_i$	$e_i$	
۳	۱۸۰/۰۵	۹۶۷	۹۱۲	قطار ۱
۳/۶	۱۸۰/۰۶	۷۸۲	۷۲۷	قطار ۲
۱	۱۸۰/۰۱	۶۷	۱۵	قطار ۳
۲/۸	۱۸۰/۰۴	۲۲۵	۱۷۰	قطار ۴
۲/۲	۱۸۰/۰۳	۶۰۵	۵۳۴	قطار ۵
۳	۱۸۰/۰۵	۴۱۰	۳۵۷	قطار ۶
۲	۱۸۰/۰۳	۲۳۵	۱۶۶	قطار ۷
۳	۱۸۰/۰۵	۸۰	۱۶	قطار ۸
۲/۸	۱۸۰/۰۴	۴۱۲	۳۵۹	قطار ۹
۲	۱۸۰/۰۳	۶۰۰	۵۴۱	قطار ۱۰
۲/۲	۱۸۰/۰۳	۷۸۶	۷۲۵	قطار ۱۱
۳	۱۸۰/۰۵	۹۶۹	۹۱۲	قطار ۱۲
۵/۳	۱۸۰/۰۸	۲۵۷	۱۸۶	قطار ۱۳
۲	۱۸۰/۰۳	۴۳۶	۳۸۵	قطار ۱۴
۲	۱۸۰/۰۳	۸۷	۳۵	قطار ۱۵
۱۰/۴	۱۸۰/۱۷	۶۲۹	۵۶۲	قطار ۱۶

میان والدینی که روی آنها عملگرهایی صورت نگرفته است عیناً به عنوان فرزندان به نسل بعدی منتقل می‌شوند.

### ۴-۳-۵ مرحله جهش<sup>۲۵</sup>

در این پژوهش برای اعمال عملگرهای جهش، از یک رابطه احتمالی استفاده شده است که به صورت تابعی از انحراف استاندارد و تغییرات میزان برازندگی جمعیت بوده و به صورت (۱۸):

$$P_{mutation} = 0.06 + 0.1 \times (MINPOPDEV - S) \quad (18)$$

که  $S$  انحراف استاندارد جمعیت مورد بررسی بوده و از رابطه (۱۹) به دست می‌آید:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (X_i - \bar{X})^2}{N-1}} \quad (19)$$

که در آن  $X_i$  مقدار تابع برازندگی برای کروموزوم  $i$  و  $\bar{X}$  متوسط برازندگی برای جمعیت است.

### ۴-۳-۶ مرحله بهبود

در این پژوهش از مفهوم *Hill\_Climbing* که اخیراً در الگوریتم ژنتیک کاربرد بسیاری دارد به منظور بهبود کروموزوم‌های تولید

شکل (۳) ورودی مسأله طراحی شده برای ۱۶ قطار را نمایش می‌دهد که به صورت ۳۲ گره مبدا - مقصد از پیش تعیین شده است. در این شکل به طور مثال مبدا و مقصد برای دو قطار ۱۴ و ۱۵ نمایش داده شده‌اند. شکل (۴) جواب اولیه حاصل از روش *PFIH* را نشان می‌دهد که دارای هزینه‌ای معادل با ۵۹۴/۳۵۰۵ است. در این شکل همان طور که دیده می‌شود، مسیری که با خط‌چین نمایش داده شده با انتخاب نادرست قطارها باعث افزایش تابع هزینه شده است و دو مسیر دیگر کوتاه‌ترین مسیر را برای سرویس دهی انتخاب کرده‌اند. بنابراین، این جواب به عنوان یک جواب اولیه خوب و قابل قبول وارد تکرارهای الگوریتم ژنتیک ترکیبی می‌شود که نتیجه نهایی آن به فرم شکل شماره (۵) است. جواب به دست آمده از سه لکوموتیو برای پاسخ‌گویی برای سرویس‌دهی در شبکه استفاده کرده است که هزینه‌ای معادل ۳۲۳/۰۹۴۶ واحد را در بر داشته است. قطارهایی را که این سه لکوموتیو پوشش داده‌اند به ترتیب به شرح ذیل است:

- لکوموتیو اول قطارهای ۳، ۴، ۵، ۶، ۲، ۱ را به ترتیب پوشش داده است.

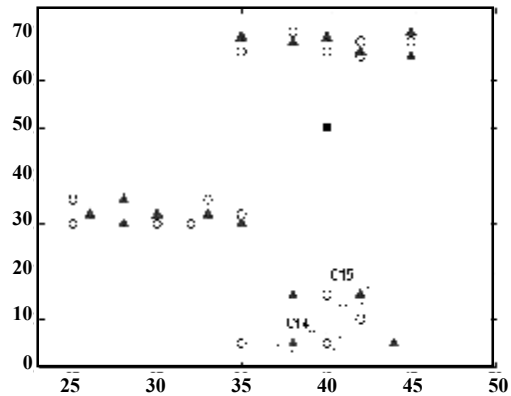
- لکوموتیو دوم قطارهای ۸، ۷، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ را به ترتیب پوشش داده است
- لکوموتیو سوم قطارهای ۱۵، ۱۳، ۱۴، ۱۶ را به ترتیب پوشش داده است.

زمان تأخیر در کل شبکه و برای قطارها صفر به دست آمده است و زمان‌های انتظاری که هر کدام از لکوموتیوها متحمل شده‌اند به ترتیب ۸/۷۴، ۹/۷۲ و ۲۸/۴۱ است. شایان ذکر است که به منظور اطمینان از این که جواب به دست آمده در فوق بهترین جواب شبکه طراحی شده است، می‌بایست الگوریتم پیشنهادی تعیین اعتبار شود که در بخش بعدی به آن پرداخته می‌شود.

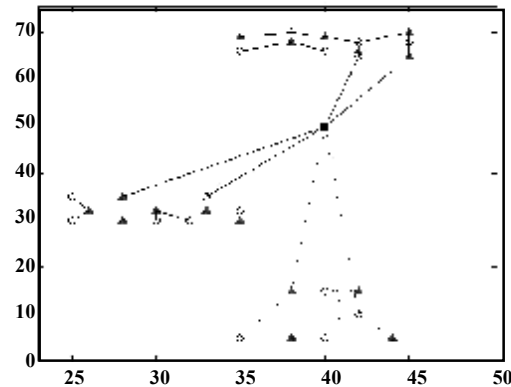
### ۶. حل یک نمونه مطالعاتی و تجزیه و تحلیل نتایج

برای حل یک نمونه مطالعاتی، یک مسأله کاملاً تصادفی در نظر گرفته می‌شود که دارای ۸۴ گره و یا به عبارت دیگر دارای ۴۲ مشتری است. زمان اعزام لکوموتیوها از دپو به سمت نواحی ساعت شش صبح در نظر گرفته شده است. همان طور که در گذشته نیز عنوان شد این مسأله در دو سناریوی متفاوت حل می‌شود که نتایج آنها مورد مقایسه قرار می‌گیرند. در سناریوی شماره دو برای هر مشتری یک درجه اولویت سرویس‌دهی از ۱

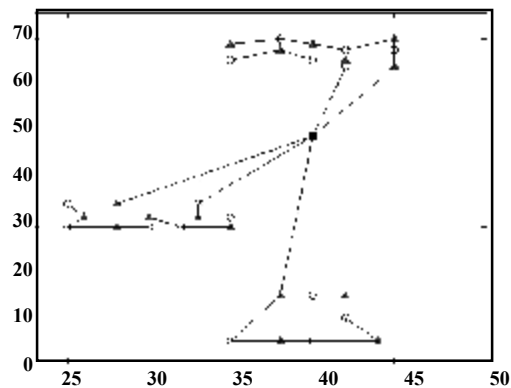
شایان ذکر است که در این مسأله حداکثر زمان سیر مجاز لکوموتیوها برابر ۱۱۰۰ واحد زمانی فرض شده است. این مسأله با الگوریتم پیشنهادی حل شده است که نتایج حاصل شده از ابتدا تا انتها به فرم اشکال شماره (۳) تا (۵) است.



شکل ۳. ورودی مسأله طراحی شده

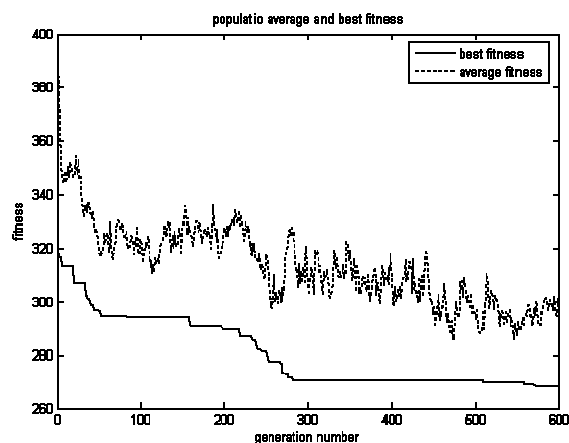


شکل ۴. جواب اولیه حاصل از روش *PFIH*



شکل ۵. جواب نهایی حاصل شده از الگوریتم پیشنهادی

## مسیریابی لکوموتیوها در شبکه با استفاده از یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی



شکل ۶. کردار همگرایی حاصل از اجرای سناریوی شماره یک

مقدار تابع برازندگی برای جواب اولیه حاصل از روش *PFIH* در این مسئله برابر است با ۳۲۰,۲۲۷۱ و بهترین جواب حاصل شده توسط الگوریتم ژنتیک با جواب اولیه فوق به صورت جدول شماره (۳):

جدول ۳. بهترین جواب سناریوی شماره یک

No	مسیرها										
	0	23	42	1	40	2	32	17	0	-	-
1	0	27	12	16	34	25	13	33	15	20	14
2	0	36	22	19	38	10	7	0	-	-	-
3	0	3	39	24	5	37	4	0	-	-	-
4	0	18	31	6	21	0	-	-	-	-	-
5	0	11	29	8	41	0	-	-	-	-	-
6	0	26	30	28	0	-	-	-	-	-	-
7	0	35	9	0	-	-	-	-	-	-	-
8	0	35	9	0	-	-	-	-	-	-	-

مقدار تابع برازندگی برای این جواب برابر با ۲۶۶,۹۰۴۰ که بهترین جواب مسئله برای در طی ۶۰۰ تولید نسل است.

بنابراین ۸ مسیر ایجاد می‌شود که در هر کدام مطابق با جواب فوق به یکسری از مشتریان سرویس داده می‌شوند. به عنوان مثال در جواب فوق لکوموتیو ششم به ترتیب قطارهای ۱۱، ۲۹، ۸ و ۴۱ را به مقاصدشان اعزام کرده و به ناحیه مرکزی بازمی‌شود. در حقیقت در این مسیر لکوموتیو ششم ابتدا به گره مبدا قطار ۱۱ ام رفته و قطار را به گره مقصد قطار ۱۱ ام برده و سپس از آنجا به مبدا قطار ۲۹ رفته و ادامه سیر می‌دهد. به عبارت دیگر مسیر ششم که در مسئله فوق به صورت  $\{11, 29, 8, 41\}$  بیان شده به صورت زیر است:

$\{O_{11}, D_{11}, O_{29}, D_{29}, O_8, D_8, O_{41}, D_{41}\}$

تا ۵ و به طور تصادفی در نظر گرفته است که عدد کوچک تر به معنای اولویت بالاتر است. لازم به ذکر است که در این مسئله سرعت لکوموتیوها ثابت و برابر ۶۰ کیلومتر بر ساعت در نظر گرفته شده است. حداکثر زمان سفر در این مسئله به طور ثابت برای سناریوهای متفاوت برابر با ۱۸ ساعت فرض شده است. ولی قبل از آنکه به تحلیل نتایج پردازیم ابتدا به تعیین اعتبار الگوریتم پیشنهادی می‌پردازیم و سپس تحلیل نتایج ارائه می‌شود.

### ۱-۶ تعیین اعتبار الگوریتم پیشنهادی

در این بخش به منظور تعیین اعتبار الگوریتم پیشنهادی چندین مسئله از *LRPTW* در ابعاد متفاوت به طور کاملاً تصادفی طرح شده و با نرم افزار بهینه ساز *Lingo-8* حل گردیده است که نتایج آن در جدول شماره (۱) قابل مشاهده است.

مطابق با نتایج به دست آمده در جدول (۲) کاملاً واضح است که الگوریتم پیشنهادی از نظر کیفیت جواب حاصل شده و همچنین زمان حل، الگوریتمی کاملاً کارا و مؤثر بوده و می‌تواند برای مسائلی با ابعاد بزرگ‌تر بسیار مناسب باشد. همان طور که مشاهده می‌شود با بزرگ شدن ابعاد مسئله زمان حل توسط روش‌های دقیق به طور نمایی افزایش می‌یابد و روش‌های دقیق ریاضی برای مسائلی با ابعاد بزرگ از نظر زمان حل مورد نیاز به هیچ عنوان مناسب نیستند.

### جدول ۲. تعیین اعتبار الگوریتم پیشنهادی

شماره مسئله	تعداد گره	زمان حل		مقدار برازندگی		درصد خطا
		<i>Lingo</i>	<i>Loco-GA</i>	<i>Lingo</i>	<i>Loco-GA</i>	
۱	۴	۰/۱۰ ثانیه	۲ ثانیه	۵۱/۲۵	۵۱/۲۵	۰٪
۲	۸	۰/۱۴ ثانیه	۲۱ ثانیه	۶۷/۵	۶۷/۵	۰٪
۳	۱۲	۰/۲۹ ثانیه	۹ دقیقه	۵۹/۴۵	۵۹/۴۵	۰٪
۴	۱۶	۲ ثانیه	۷۹ ساعت	۷/۶۵	۷/۶۵	۰٪
۵	۲۰	۳/۱ ثانیه	—	—	۷۰/۳۵	—

### ۲-۶ بررسی نتایج حاصل از اجرای سناریوی شماره یک

شکل (۶) کردار همگرایی جواب را در ۶۰۰ تولید نسل نشان می‌دهد:

۳-۶ بررسی نتایج حاصل از اجرای سناریوی شماره دو

بهترین جواب حاصل شده توسط الگوریتم ژنتیک برای این سناریو به صورت جدول شماره (۴) حاصل شده است:  
جدول ۴. بهترین جواب سناریوی شماره دو

No.	مسیرها									
	0	39	36	13	33	25	21	30	28	0
1	0	39	36	13	33	25	21	30	28	0
2	0	18	17	31	6	0	-	-	-	-
3	0	12	34	29	11	15	20	14	0	-
4	0	16	19	41	32	0	-	-	-	-
5	0	24	22	5	10	7	0	-	-	-
6	0	23	42	1	27	4	38	37	0	-
7	0	3	40	26	35	0	-	-	-	-
8	0	8	9	0	-	-	-	-	-	-

مقدار تابع برازندگی برای این جواب برابر با ۲۵۹/۲۷۵۵ که بهترین جواب مسأله برای در طی ۶۰۰ تولید مثل است.

برای اینکه تأثیر این سناریو برای مشتریان با درجه اولویت بالاتر بررسی شود، مقایسه‌ای بین اطلاعات این سناریو که مشتریان دارای درجه اولویت هستند و سناریوی شماره یک که بحث اولویت مطرح نشده است صورت گرفته که نتایج آن در جدول شماره (۵) آورده شده است. با توجه به این جدول زمان تأخیر اکثریت مشتریان با اولویت بالاتر کاهش یافته و یا به صفر رسیده است. در این جدول سه مشتری با اولویت شماره یک با افزایش زمان تأخیر همراه بوده‌اند که مشتریان شماره ۳۶، ۲۸ و ۲۵ هستند. این امر به این علت است که در تابع هدف ضرایب وزنی دو پارامتر زمان انتظار و زمان تأخیر هر دو بالا و برابر در نظر گرفته شده است، بنابراین هم زمان انتظارات و هم زمان تأخیرها در تعیین جواب بهینه مؤثر هستند. در این مثال مشتری شماره ۳۶ دارای زمان انتظار بسیار بالایی است که در سناریوی شماره ۲ این عدد به صفر رسیده است و به مشتریان شماره ۲۸ و ۲۶ که در ادامه همین مسیر هستند زمان تأخیر اضافه شده است.

جدول ۵. مقایسه بین سناریوی شماره ۱ و ۲

مشتری	درجه اولویت	زمان تأخیر سناریوی ۱	زمان انتظار سناریوی ۱	زمان تأخیر سناریوی ۲	زمان انتظار سناریوی ۲
1	3	0	0.6259	0	0.6259
2	4	0.6354	0	0	8.6525
3	5	0	4.6000	0	4.6000
4	3	1.0791	0	0	1.1564
5	4	0	0	0	1.3217
6	4	1.2556	0	0.4822	0
7	4	4.0909	0	0.5464	0
8	2	0	0.1585	0	0.7629
9	2	0	0.2970	0	0
10	3	0	0	0	1.1513
11	1	0	6.2469	0	0
12	1	0.1509	0	0	1.0998
13	4	0	0	0	0
14	3	0	0	0	0.1740
15	3	0	0	0	0
16	1	0	0.6569	0	5.0389
17	1	1.0695	0	0	0
18	5	0	9.7196	0	9.7196
19	1	3.5504	0	2.0698	0
20	1	0.6412	0	0	0
21	4	0	0	0	0
22	2	0	0	0	0.9693
23	1	0	0.8218	0	0.8218
24	4	0.2365	0	0	4.5917
25	1	0	0.3976	1.1437	0

ادامه جدول ۵. مقایسه بین سناریوی شماره ۱ و ۲

مشتری	درجه اولویت	زمان تاخیر سناریوی ۱	زمان انتظار سناریوی ۱	زمان تاخیر سناریوی ۲	زمان انتظار سناریوی ۲
26	1	0	11.4127	0	1.4582
27	4	0	2.2208	1.0309	0
28	1	0.9717	0	2.8011	0
29	3	0.4153	0	0	0.4031
30	3	0	0	0.3713	0
31	3	0.3443	0	0.3392	0
32	3	0	1.3448	0	0.2560
33	1	0	0	0	0.4748
34	4	1.3838	0	0	1.1497
35	5	0	9.9610	0.3964	0
36	1	0	5.2957	0.7202	0
37	5	0	0	0.1533	0
38	1	0	0	0	0
39	2	0	0	0	6.1720
40	2	0	1.5579	0	3.0582
41	1	0.3487	0	0	1.2672
42	4	0	0	0	0

از نرم افزار بهینه‌ساز *Lingo* صورت گرفت که نتایج آن از لحاظ زمان مورد نیاز برای حل و کیفیت جواب حاصله مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت.

در پایان لازم به ذکر است که برای حل یک مسأله واقعی از مسیریابی لکوموتیوها در شبکه حمل‌ونقل ریلی محدودیت‌ها و فرضیات مهم دیگری علاوه بر آنچه در این پژوهش اشاره شد وجود دارند که اضافه کردن آنها با این مدل برای هر چه کاربردی‌تر کردن نتایج جهت انجام پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شوند. از جمله این موارد می‌توان به استفاده از چندین دپو به جای یک دپو برای استقرار لکوموتیوها و اعزام آنها، اضافه کردن چندین دپو دیگر به منظور تعمیرات اساسی در این شبکه و جایگزین کردن حداکثر زمان سفر مجاز تعریف شده با حداکثر زمان یا کیلومتر از سیر برای تعمیرات اساسی، وجود تنوع در لکوموتیوها، و اعمال محدودیت قدرت کشش لکوموتیو، اشاره کرد. در این پژوهش فرض شده است که قطارهای تشکیل شده در نواحی بر اساس قدرت کشش هر لکوموتیو تشکیل شده اند و برای هر کدام یک لکوموتیو اعزام می‌شود که در صورت توسعه و تکمیل مدل این امکان ایجاد می‌شود که در هر ناحیه مستقل از این موضوع یک قطار تشکیل شده باشد و بر اساس قطارهای تشکیل شده در نواحی، لکوموتیو متناسب تخصیص داده شود. در این حالت ممکن است محدودیت‌های دیگری از قبیل ترکیب

#### ۷. نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای پژوهش‌های آتی

مسأله مسیریابی لکوموتیوها یا تخصیص لکوموتیو با هدف حداقل هزینه و طبق یک برنامه زمان‌بندی از پیش تعیین شده، لکوموتیوهایی را از یک ناحیه مرکزی به نواحی اطراف که در آنها قطاری تشکیل شده است، تخصیص و اعزام می‌کند تا نیروی لازم برای اعزام آن قطار از مبدا تشکیل قطار، به سمت مقصد آن فراهم شود. در این پژوهش پس از بررسی‌های صورت گرفته روی انواع *VRP*، از مسأله مسیریابی وسایل نقلیه همراه با پنجره زمانی (*VRPTW*) به منظور ارائه مدلی ابتکاری جهت حل مسأله مسیریابی لکوموتیوها استفاده شده است و پس از انجام یک مطالعه جامع تکنیک‌های حل مسأله *VRP* و *VRPTW*، الگوریتم ژنتیک به‌عنوان الگوریتم اصلی این تحقیق انتخاب شده است. همچنین از الگوریتم ابتکاری *PFIH* به عنوان تعیین جواب اولیه و ساز و کار  *$\lambda$ -interchange* به منظور جستجوی همسایگی و روش بهبود برای الگوریتم فوق استفاده شده است. الگوریتم مفروض کلاس پیچیدگی زمان محاسباتی مسأله را از طبقه نمایی به چندجمله‌ای تبدیل کرده که یکی از مزیت‌های عمده این روش محسوب می‌شود. در انتها، برنامه الگوریتم انتخابی فوق‌الذکر برای دو سناریوی متفاوت مسأله تخصیص لکوموتیو مورد بررسی قرار گرفت و نتایج حاصل از آن ارائه شد. همچنین به منظور تعیین اعتبار مدل بیان شده، مقایسه‌ای با جواب‌های حاصله

problem", Les Cahiers du GERARD, G-2002-30, Montréal, Canada H3T 2A7.

3. Hasle, G. (2003) "Heuristic for rich VRP models", working paper, Department of Optimization, Department of Informatics, University of Oslo.

4. Pisinger, D. and Ropke, S. (2005) "A general heuristic for vehicle routing problem", Department of Computer Science, University of Copenhagen.

5. Tan, K.C., Lee, L.H., Hu, K.Q. and Qu, K. (2001) "Heuristic methods for vehicle routing problem with time windows", Artificial Intelligence in Engineering, 15, pp. 281-295.

6. Laporte, G. and Semet F. (1999) "Classical heuristics for the vehicle routing problem", Les Cahiers du GERAD, G98-54, Group for Research in Decision Analysis, Montreal, Canada.

7. Gendreau, M., Laporte, G. and Potvin, J.Y. (1999) "Metaheuristics for the vehicle routing problem", Technical Report CRT-963, Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montréal.

8. Cordeau, J.F. and Laporte, G. (2002) "Modeling and optimization of vehicle routing and arc routing problem", Les Cahiers du GERAD, G-2002-30, Montréal, Canada H3T 2A7.

9. Bräysy, O. and Gendreau, M. (2001) "Metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows", SINTEF Applied Mathematics, Research Council of Norway.

10. Clarke, G. and Wright, J. (1964) "Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points", Operations Research, 12 #4, pp.568-581.

11. Desrochers, M. and Verhoog, T.W. (1989) "A matching based savings algorithm for the vehicle routing problem", Les Cahiers du GERAD G-89-04, École des Hautes Études Commerciales de Montréal.

12. Altinkemer, K. and Gavish, B. (1991) "Parallel savings based heuristic for the delivery problem". Operations Research, 39, pp.456-469.

13. Wren, A. and Holliday, A. (1972) "Computer scheduling of vehicles from one or more depots to a number of delivery points", Operational Research Quarterly, 23, pp.333-344.

14. Cheristofides, N., Mingozzi, A. and Toth, P. (1979) "The vehicle routing problem", In Cheristofides, N., Mingozzi, A., Toth, P. and Sandi, C. editors, combinatorial optimization, pp. 315-338. Wiley, Chichester.

15. Thangiah, S.R., Osman, I. H. and Sun, T. (1994) "Hybrid genetic algorithm simulated annealing and tabu search methods for vehicle routing problem with time windows", Technical Report 27, Computer Science Department, Slippery Rock University.

کردن لکوموتیوها و یا استفاده همزمان از چندین لکوموتیو برای زمانی که قطار تشکیل شده به تعداد بیشتری لکوموتیو نیاز دارد نیز مطرح شود. عامل مهم دیگری که می‌تواند جهت تکمیل کردن مدل در نظر گرفته شود بحث در نظر گرفتن عوامل احتمالی و تصادفی می‌باشد که در آن پارامترهایی مانند وجود قطار و یا عدم وجود آن و یا زمان سرویس به هر قطار بر اساس یک توزیع احتمالی مستخرج از داده‌های موجود در نظر گرفته شود.

## ۸. پانویس‌ها

1. Vehicle Routing Problem with Time Windows
2. Push Forward Insertion Heuristic
3. Exponential
4. Polynomial
5. Vehicle Routing Problem
6. Classical heuristics
7. Metaheuristics
8. Constructive heuristic methods
9. Two phases methods
10. Cluster first, route second
11. Route first, cluster second
12. Traveling Salesman Problem
13. Improvement heuristic methods
14. Simulated Annealing
15. Deterministic Annealing
16. Tabu Search
17. Genetic Algorithm
18. Ant System
19. Neural Network
20. Locomotive Routing Problem with Time Windows
21. First Best
22. Global Best
23. Tournament selection
24. Crossover
25. Mutation

## ۹. مراجع

1. Gendreau, M., Laporte, G. and Potvin, J.Y. (1999) "Metaheuristics for the vehicle routing problem", Technical Report CRT-963, Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montréal.
2. Cordeau, J.F. and Laporte, G. (2002) "Modeling and optimization of vehicle routing and arc routing

27. Ombuki, B., Ross, B. and Hanshar, F. (2006) "Multi-objective genetic algorithm for vehicle routing problem with time windows", *Applied Intelligence*, 24, pp.17-30.
28. Tan, K.C., Chew, Y.H. and Lee, L.H. (2006) "A hybrid multi-objective evolutionary algorithm for solving vehicle routing problem with time windows", *Computational Optimization and Application*, 34, pp. 115-151.
29. Tan, K.C., Cheong, C.Y. and Goh, C.K. (2007) "Solving multi objective vehicle routing problem with stochastic demand via evolutionary computation", *European Journal of Operational Research*, 177, pp. 813-839.
30. Florian, M., Bushell, G., Ferland, J., Guerin, G. and Nastansky, L. (1976) "The engine scheduling problem in a railway network", *INFOR*, 14.
31. Ziarati, K., Soumis, F., Desrosiers, J., Gelinas, S. and Saintonge, A. (1997) "Locomotive assignment with heterogeneous consists at CN North America", *European Journal of Operation Research*, 97, pp. 281-292.
32. Brucker, P., Hurink, J. and Rolfes, T. (1998) "Routing of railway carriages", A case study, *Osnabrücker Schriften zur Mathematik, Reihe P, Heft 205*.
33. Ahuja, R.K., Liu, J., Orlin, J.B., Sharma, D. and Shughart, L.A. (2002) "Solving real-life locomotive scheduling problems", Working Paper. MIT Operation Research Center, Massachusetts Institute of Technology.
34. Cordeau, J.F., Soumins, F. and Desrosiers, J. (2001) "Simultaneous assignment of locomotives and cars to passenger trains", *Operation Research*, 49, pp. 531-548.
35. Fioole, P.J., Kroon, L., Maroti, G. and Schrijver, A. (2006) "A rolling stock circulation model for combining and splitting of passenger trains", *European Journal of Operation Research*, 174, pp. 1281-1297.
36. Solomon, M.M. (1987) "Algorithms for vehicle Routing problem and scheduling problems with time window constraints", *Operation Research* 35, p. 2.
37. Holland, J.H. (1975) "Adaptation in natural and artificial system", Ann Arbor, Michigan: The University of Michigan Press.
16. Cerda, J. and Dondo, R. (2007) "A cluster-based optimization approach for the multi-depot heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows", *European Journal of Operational Research*, 176, pp.1478-1507
17. Li, F., Golden, B. and Wasil, E. (2005) "Very large scale vehicle routing: new test problems algorithms and results", *Computer & Operations Research*, 32, pp.1165-1179.
18. Irnich, S., Funke, B. and Grunert, T. (2006) "Sequential search and its application to vehicle routing problem", *Computer & Operation Research*, 33, pp. 2405-2429.
19. Crevier, B., Cordeau, J.F. and Laporte, G. (2007) "The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes", *European Journal of Computational Research*, 176, pp. 765-773.
20. Czech, Z.J. and Czarnas, P. (2002) "Parallel simulated annealing for the vehicle routing problem with time windows", 10th. Euromicro Workshop on Parallel, Distributed and Network-based Processing, Canary Islands - Spain, 376-383.
21. Gambardella, L.M., Taillard, E. and Agazzi, G. (1999) "MACS-VRPTW: A multiple ant colony system for vehicle routing problems with time windows", In Corne, D., Dorigo, N. and Glover, F. editors, *New Ideas in Optimization*. McGraw-Hill.
22. Thangiah, S.R. (1993) "Vehicle routing with time windows using genetic algorithms", Technical Report SRU-CpSc-TR-93-23, Computer Science Department, Slippery Rock University, Slippery Rock, PA.
23. Ombuki, B., Ross, B.J. and Hanshar, F. (2004) "Multi-objective genetic algorithm for vehicle routing problem with time windows", Department of Computer Science, Brock University.
24. Hu, K.Q. (2000) "A new genetic algorithm for VRPTW", Working Paper, National University of Singapore.
25. Berger, J. and Barkaoui, M. (2003) "A hybrid genetic algorithm for the capacitated vehicle routing problem", In Cantú-Paz, E., ed.: *GECCO03. LNCS 2723*, Illinois, Chicago, USA, Springer-Verlag.
26. Alvarenga, G.B., Mateus, G.R. and Tomi, G. (2007) "A genetic and set partitioning two-phase approach for the vehicle routing problem with time windows", *Computer & Operation Research*, 37, pp. 1561-1584.