

زمانبندی حرکت قطارها به کمک روش فوق ابتکاری عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده

امین جمیلی، دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
فریدون کیانفر، استاد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران
E-mail: a_jamili@iust.ac.ir

چکیده

در این مقاله مسئله زمانبندی حرکت قطارها با هدف حداقل کردن تأخیر قطارها مورد بررسی قرار گرفته است. مسئله زمانبندی تعریف شده در این مقاله، یک مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح است که به کمک روش‌های معمول حل چون روش شاخه و حد ۲ قابل حل است. از آنجائی که رسیدن به جواب بهینه به کمک روش‌های دقیق چون شاخه و حد با افزایش متغیرها و محدودیت‌ها در مدت زمان قابل قبول غیر عملی است، استفاده از روش‌های فوق ابتکاری چون روش عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده^۳ می‌تواند برای رسیدن به جواب‌هایی نزدیک به جواب بهینه برای مسائل بزرگ کارساز باشد. در این مقاله پس از تعریف مسئله به صورت توضیحی و سپس مدل ریاضی، الگوریتم حل این مسئله به کمک روش عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده ارائه می‌شود. در ادامه مقادیر پارامترهای مربوط به الگوریتم ارائه شده تنظیم و در انتها نیز بخش اعتبار الگوریتم بیان می‌شود.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی حرکت قطار، برنامه‌ریزی عدد صحیح، الگوریتم‌های فوق ابتکاری، عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده

۱. مقدمه

زمانبندی حرکت قطار، تعیین زمان‌های ورود و خروج هر قطار در هر ایستگاه با توجه به محدودیت‌های زمان سفر و محدودیت‌های ایمنی حرکت قطارهاست. در حال حاضر در راه‌آهن ایران زمانبندی حرکت قطارهای مسافری به روش دستی و با سعی و خطا انجام می‌شود و زمانبندی برنامه‌ریزی شده برای قطارهای باری صورت نمی‌گیرد، به این صورت که قطارهای باری هنگامی می‌توانند از ایستگاه خارج شوند که مسئول اعزام قطارها در ایستگاه با توجه به خالی بودن بلاک مقابل اجازه حرکت قطار را صادر کند. با توجه به هزینه‌های زیادی که این گونه زمانبندی بر راه‌آهن تحمیل می‌کند و نیز اهمیت کیفیت خدمات رسانی به مشتریان راه‌آهن و در نتیجه مسئله بازاریابی که یکی از فاکتورهای اساسی رقابت بین حمل‌ونقل ریلی با دیگر انواع حمل‌ونقل است، اهمیت زیاد بهبود زمانبندی حرکت قطارها آشکار می‌شود.

۲. ادبیات موضوع

پژوهشگران زمانبندی حرکت قطارها، مدل‌های ریاضی متفاوتی را با توجه به شرایط خاص راه‌آهن کشورشان ارائه کرده‌اند. در زیر به تعدادی از این مدل‌ها اشاره می‌شود. مدل کرای [۱]: این مدل در آمریکای شمالی برای قطارهای باری بکار رفته است. کاربرد مدل در خطوط تک خطه و سرعت متغیر است و سطح تصمیم‌گیری تاکتیکی است. این مدل به دنبال کاهش انحراف از برنامه‌ریزی زمان‌های ورود و خروج، انحراف از قانون کار برای خدمه و انحراف از زمانبندی برای تفکیک و تشکیل واگن‌های قطار است. مدل هیگینز [۲]: این مدل در استرالیا مورد استفاده قرار گرفته است، زیر ساختار مسیر در این مدل یک خطه و در برخی موارد در جایی دو خطه است. در مسیرهای دو خطه فرض بر آن است که یکی از خط‌ها به مسیر رفت و دیگری به مسیر برگشت اختصاص یافته است.

زیادی برخوردار است نوشته شده است. همچنین الگوریتم ژنتیک شفاهی [۸] نمونه‌ای دیگر از بکارگیری الگوریتم ژنتیک در مسئله زمانبندی حرکت قطارهاست. همچنین در زمینه بکارگیری روش فوق ابتکاری جستجوی ممنوع می‌توان به الگوریتم جستجوی مبتنی بر منع شفاهی [۹] همچنین مدل هیت من [۱۰] اشاره کرد. در زمینه بکارگیری روش‌های ابتکاری در حل مسئله زمانبندی حرکت قطارها می‌توان به مدل جوانویک [۱۱] اشاره کرد، این شخص یک مدل ریاضی تحت عنوان مسئله اعزام قطارها با حداقل تخبیر^۴ به همراه دو الگوریتم دقیق و یک الگوریتم ابتکاری (غیر دقیق) ارائه کرده است. الگوریتم ابتکاری جمیلی [۱۲] نمونه‌ای دیگر از بکارگیری روش‌های ابتکاری در حل مسئله زمانبندی حرکت قطار است. علاوه بر این موارد، الگوریتم ابتکاری لاگرانژ برای مسئله زمانبندی قطارها با اعمال یک سری محدودیت‌های اضافی مربوط به یکی از خطوط راه‌آهن ایتالیا به همراه یک مطالعه موردی [۱۳] از جمله کارهای ارائه شده در این مسئله خاص راه‌آهن است.

از دیگر کارها در زمینه زمانبندی حرکت قطارها در ایران می‌توان به مدل اولیه زمانبندی حرکت قطارها با توجه به زمان مسدودی بلاک‌ها [۱۴]، همچنین مدل شبیه‌سازی زمانبندی حرکت قطارها با هدف افزایش قابلیت اطمینان [۱۵] اشاره کرد. همچنین در مقاله‌ای با عنوان برنامه‌ریزی حرکت قطارها در خطوط یک خطه [۱۶] پس از ارائه یک مدل ریاضی مخلوط صفر و با بکارگیری روش‌هایی چون تولید محدودیت، نامساوی‌های معتبر، کوچک کردن ابعاد مسئله و استفاده از یک روش ابتکاری برای یافتن یک حد بالای مؤثر موفق به دست یافتن به جواب‌هایی نزدیک بهینه با اختلافی ناچیز نسبت به جواب بهینه شده است. علاوه بر این در پایان نامه دکترای آقای با عنوان زمانبندی حرکت قطارها در شبکه‌های یک خطه راه‌آهن [۱۷] مسیر تک خطه تهران- اهواز که شامل ۵۱ بلاک می‌شود مورد بررسی قرار گرفته است و در نهایت با کمک روش‌های ابتکاری جهت کاهش حجم مسئله به میزانی قابل حل توسط روش‌های دقیق، زمانبندی بهینه این مسیر حاصل شده، به گونه‌ای که میزان تأخیر قطارها به بیش از نصف نسبت به حالت سعی و خطای بکار رفته توسط راه‌آهن، کاهش یافته است.

علاوه بر تمامی مواردی که به آن اشاره شد، مسئله زمانبندی قطارها به عنوان یکی از کاربردهای مسئله کار کارگاهی^۵ شناخته

در ضمن مدل برای یک کریدور کاربرد دارد نه شبکه، همچنین سطح تصمیم‌گیری تاکتیکی است. این مدل به دنبال کاهش تأخیر قطارها و نیز هزینه‌های عملیاتی است.

مدل میس [۳]: این مدل برای یک شرکت حمل سنگ معدن در استرالیا نوشته شد، این شبکه به طول ۴۰۰ کیلومتر و از غرب استرالیا به یکی از بنادر این کشور است. در این مدل شبکه راه‌آهن به صورت گراف در نظر گرفته شده است، به طوری که کمان‌ها بلاک و گره‌ها ایستگاه در نظر گرفته می‌شوند. مدل میس برای مسیرهای تک خطه و دو خطه کاربرد دارد و سطح تصمیم‌گیری تاکتیکی و عملیاتی است.

مدل میلز [۴]: این مدل در استرالیا ارائه شده است و به دنبال کاهش تأخیر قطارها و نیز مصرف انرژی است. روش مورد استفاده در این مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مخلوط غیر خطی است و برای خطوط تک خطه با فرض سرعت ثابت کاربرد دارد. **مدل قصیری [۵]:** در این مدل شبکه راه‌آهن در نظر گرفته شده است. روش مورد استفاده در این مدل برنامه‌ریزی چند هدفه عدد صحیح مخلوط غیر خطی است و کاربرد آن در شبکه ریلی، خطوط تک خطه و دو خطه است. این مدل سرعت متغیر است و سبقت در آن مجاز است. تابع هدف این مدل به دنبال کمینه کردن هزینه مصرف سوخت و نیز هزینه ناشی از تأخیر قطارهاست.

از دیگر مواردی که به زمانبندی شبکه راه‌آهن پرداخته است می‌توان به زمانبندی حرکت قطارها در یک شبکه راه‌آهن با ایستگاه‌های پیچیده و شلوغ اشاره کرد [۶].

حل مدل‌های ریاضی به کمک روش‌هایی چون شاخه و حد و... مدت زمان زیادی را می‌طلبد. بر این اساس به جهت حل مسائل کاربردی که بالطبع دارای متغیرها و محدودیت‌های زیادی است، می‌توان از روش‌های فوق ابتکاری کمک گرفت تا در مدت زمانی قابل قبول بتوان به جوابی مناسب و نزدیک به جواب بهینه دست یافت. در این مورد می‌توان کارهای زیر را در ارتباط با حل مسئله زمانبندی حرکت قطار به کمک روش‌های فوق ابتکاری برشمرد.

از بین روش‌های فوق ابتکاری، بکارگیری الگوریتم ژنتیک در زمینه زمانبندی حرکت قطارها محبوبیت بیشتری دارد. در این خصوص می‌توان به مدل سلیم و شای [۷] اشاره کرد. این مدل در استرالیا که از حجم بالای سنگ معدن و نیز طول خطوط

شده است. در بسیاری از تحقیقات ارائه شده به این مسئله اشاره

چندانی نشده است و مسئله زمانبندی حرکت قطارها به صورت

جداگانه مورد بررسی قرار گرفته است. در چند سال اخیر این

مسئله بیشتر مورد توجه محققین قرار گرفته است. [۱۸] و [۱۹].

$$K_i^1 \subseteq B$$

K_i^0 : مجموعه بلاک‌هایی است که قطار جنوبی \bar{a} طی می‌کند.

$$K_i^0 \subseteq B$$

۳. تعریف توضیحی مسئله

یک مسیر راه‌آهن تک خطه جنوبی-شمالی را در نظر بگیرید.

ایستگاههای مبدأ و مقصد قطارها مشخص و از بین ایستگاههای

داخل مسیر هستند. برای تمامی قطارها زودترین زمان شروع به

حرکت مشخص وجود دارد. به این معنی که قطارها نمی‌توانند

زودتر از این زمان از ایستگاه مبدأشان شروع به حرکت کنند.

همچنین زمان طی بلاک‌ها توسط قطارها مشخص است.

اصلی‌ترین بخش این مسئله محدودیت تلاقی قطارهاست. طبق

قوانین راه‌آهن ایران تنها یک قطار حق قرار داشتن در یک بلاک

را دارد [۲۰]. در نهایت هدف مسئله کاهش تأخیر قطارها {تأخیر

قطار برابر اختلاف زمان رسیدن به مقصد قطار با مجموع

زمان‌های طی بلاک از پیش تعیین شده، توقف در ایستگاههای از

پیش تعیین شده و زمان شروع به حرکت قطار از مبدأ است}

است به صورتی که تمامی محدودیت‌های مسئله ارضا شود.

این مسئله با فرض سرعت ثابت در نظر گرفته شده است.

۴-۱-۲ پارامترها

B_k : مدت زمان لازم برای طی بلاک k که برای سادگی برای

مسیر رفت و برگشت یکسان در نظر گرفته می‌شود و برای تمامی

قطارها یکسان است.

ad_i^1 : زمان مطلوب رسیدن قطار شمالی \bar{a} به مقصد

ad_i^0 : زمان مطلوب رسیدن قطار جنوبی \bar{a} به مقصد

do_i^1 : زمان از پیش تعیین شده شروع به حرکت قطار شمالی

\bar{a} از ابتدای بلاک مبدأ آن

do_i^0 : زمان از پیش تعیین شده شروع به حرکت قطار جنوبی

\bar{a} از ابتدای بلاک مبدأ آن

M : عدد بسیار بزرگ

۴-۱-۳ متغیرهای اصلی

X_{ik}^1 : زمان رسیدن قطار شمالی \bar{a} به انتهای بلاک k ام

$$k \in K^1_i, \quad i \in N$$

X_{ik}^0 : زمان رسیدن قطار جنوبی \bar{a} به انتهای بلاک k ام

$$k \in K^0_i, \quad i \in S$$

Y_{ik}^1 : زمان شروع به حرکت قطار شمالی \bar{a} از ابتدای بلاک k ام

$$k \in K^1_i, \quad i \in N$$

Y_{ik}^0 : زمان شروع به حرکت قطار جنوبی \bar{a} از ابتدای بلاک k ام

$$k \in K^0_i, \quad i \in S$$

یادآوری می‌شود که در تعریف چهار دسته متغیرهای بالا، ابتدا و

انتهای بلاک در جهت حرکت قطار در نظر گرفته می‌شود.

$$\left. \begin{aligned} &= \text{اگر قطار شمالی } \bar{a} \text{ زودتر از قطار شمالی } \bar{a} \text{ بلاک} \\ & \text{ } \end{aligned} \right\} A_{ijk}^1$$

$$\left. \begin{aligned} &= \text{اگر قطار جنوبی } \bar{a} \text{ زودتر از قطار جنوبی } \bar{a} \text{ بلاک} \\ & \text{ } \end{aligned} \right\} A_{ijk}^0$$

$$\left. \begin{aligned} &= \text{اگر قطار شمالی } \bar{a} \text{ زودتر از قطار جنوبی } \bar{a} \text{ بلاک} \\ & \text{ } \end{aligned} \right\} B_{ijk}$$

۴. مدل ریاضی

این مسئله یک حالت خاص از مسئله گردش کارگاهی است که

در آن بلاک‌ها نقش ماشین و قطارها نقش کار را در مسئله

گردش کارگاهی دارند. علاوه بر این در این مسئله خاص از

گردش کارگاهی، کارها همواره در یک جهت مشخص حرکت

می‌کنند و ماشین‌ها را به صورت متوالی طی می‌کنند (ماشینی را از

قلم نمی‌اندازند). با الگوبری از مدل ریاضی ارائه شده در [۲۱]،

مدل ریاضی مسئله زمانبندی حرکت قطار که در بخش قبل بیان

شد، به صورت زیر ارائه می‌شود.

۴-۱-۱ مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرها

۴-۱-۱-۱ مجموعه‌ها

N : مجموعه قطارهایی که به سمت شمال حرکت می‌کنند.

S : مجموعه قطارهایی که به سمت جنوب حرکت می‌کنند.

B : مجموعه بلاک‌های مسیر

$$X_{ik}^1 = Y_{ik}^1 + B_k, \quad \forall i \in N, \forall k \in K_i^1 \quad (1)$$

$$X_{ik}^0 = Y_{ik}^0 + B_k, \quad \forall i \in S, \forall k \in K_i^0 \quad (2)$$

این محدودیت‌ها بیانگر این مطلب‌اند که زمان رسیدن به انتهای هر بلاک برابر زمان عزیمت از ابتدای بلاک به علاوه زمان طی بلاک است.

$$Y_{ik}^1 \geq do_i^1, \quad \forall i \in N \quad (3)$$

$$Y_{ik}^0 \geq do_i^0, \quad \forall i \in S \quad (4)$$

در این محدودیت k^* شماره اولین بلاکی است که قطار i وارد آن می‌شود، به عبارت دیگر این بلاک اولین بلاک بعد از ایستگاه مبدأ قطار i است. این محدودیت بیانگر این است که زمان آغاز به حرکت هر قطار از ایستگاه مبدأ آن قطار بایستی از زمان از پیش تعیین شده شروع به حرکت قطار بیشتر باشد.

$$X_{i(k-1)}^1 \leq Y_{ik}^1, \quad \forall i \in N, \forall k \in K_i^1, \quad k > k^* + 1$$

این محدودیت خاص قطارهای شمالی است و بیانگر این مطلب است که زمان شروع به حرکت قطار شمالی i ام از ابتدای بلاک k ام بایستی همواره بزرگ‌تر یا برابر زمان رسیدن قطار شمالی i ام به انتهای بلاک $k-1$ ام باشد، به بیان دیگر این محدودیت باعث می‌شود که قطارهای شمالی، بلاک‌ها را یکی پس از دیگری طی کنند.

$$(6)$$

$$X_{i(k+1)}^0 \leq Y_{ik}^0, \quad \forall i \in S, \forall k \in K_i^0, \quad k < k^* - 1$$

این محدودیت خاص قطارهای جنوبی است و بیانگر این مطلب است که زمان شروع به حرکت قطار جنوبی i ام از ابتدای بلاک k ام بایستی همواره بزرگ‌تر یا برابر زمان رسیدن قطار جنوبی i ام به انتهای بلاک $k+1$ ام باشد. به بیان دیگر این محدودیت باعث می‌شود که قطارهای جنوبی، بلاک‌ها را یکی پس از دیگری طی کنند.

$$(7)$$

$$\begin{cases} Y_{ik}^1 + M \times (1 - A_{ijk}^1) \geq X_{jk}^1, \quad \forall i, j \in N, \forall k \in B \\ Y_{jk}^1 + M \times A_{ijk}^1 \geq X_{ik}^1, \quad \forall i, j \in N, \forall k \in B \end{cases} \quad (8)$$

$$Min: \sum_{i \in N} (X_{ik}^1 - ad_i^1)^p + \sum_{i \in S} (X_{ik}^0 - ad_i^0)^p, \quad p \geq 1$$

تابع هدف به دنبال حداقل کردن تأخیر قطارهاست و برابر است با مجموع توان p م اختلاف بین زمان رسیدن به مقصد پس از طی تمامی بلاک‌ها با زمان مطلوب رسیدن به مقصد. k^* شماره آخرین بلاک قبل از رسیدن به مقصد قطار است و همچنین مقدار ad_i^1 (یا ad_i^0) همواره یک مقدار آرمانی (حداقل مقدار ممکن برای طی مسیر شامل مجموع مدت زمان‌های طی بلاک‌ها + مدت زمان‌های توقف پیش‌بینی شده در ایستگاهها + زمان شروع به حرکت) خواهد بود که در نتیجه هیچگاه قطاری زودتر از آن به مقصد نخواهد رسید.

مقدار p در صورتی که برابر ۱ در نظر گرفته شود، مدل منتج به یک مدل MIP خواهد شد. در صورتی که مقدار p بیش از ۱ در نظر گرفته شود، مدل نهایی یک مدل Non-Linear MIP خواهد شد که با بکارگیری روش‌های غیر خطی، جواب بهینه محلی حاصل خواهد شد. به جهت روشن شدن اثر مقدار p در جواب نهایی مثال زیر را در نظر بگیرید.

فرض کنید مقدار آرمانی رسیدن به مقصد دو قطار ۱ و ۲ به ترتیب برابر ۱۰۰ و ۲۰۰ باشد. حال در نظر بگیرید با احتساب $p=1$ و حل مسئله دو جواب بهینه حاصل شده است. در جواب بهینه اول، قطار ۱ در زمان ۱۴۰ و قطار ۲ در زمان ۲۰۰ به مقصد خود خواهند رسید و در جواب دوم قطار ۱ در زمان ۱۲۰ و قطار ۲ در زمان ۲۲۰ به مقصد خود خواهند رسید. مجموع تأخیر هر دو قطار در هر دو حال برابر ۴۰ است، ولی مشخصاً حالت دوم، با در نظر گرفتن وزنی برابر برای هر دو قطار، مطلوب‌تر از حالت اول از دید مدیریت بهره‌برداری راه‌آهن خواهد بود، چرا که حالت ۱، نارضایتی مسافران قطار اول را به همراه دارد. حال با در نظر گرفتن مقداری بیش از ۱ برای پارامتر p مثلاً ۲، مجذور تأخیر قطارها در حالت ۱ برابر $1600 = 40^2 + 0^2$ و در حالت ۲ برابر $800 = 20^2 + 20^2$ خواهد شد و در نتیجه به این وسیله مطلوبیت مورد نظر مدیریت راه‌آهن مبنی بر نزدیکی میزان تأخیر قطارها به یکدیگر در مدل در نظر گرفته خواهد شد. علاوه بر این، کاربرد دیگر پارامتر p اعمال وزن‌های مختلف برای قطارهای با اولویت‌های متفاوت است.

۵. حل مدل ریاضی

این مدل یک مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح مخلوط صفر و یک است و از دسته مسائل NP-Hard^۱ است [۲۲] و حل آن از طریق روش‌های دقیق که منجر به جواب بهینه شود برای مسائل بزرگ غیر عملی است. از این روی مسائل واقعی زمانبندی حرکت قطار، از آنجا که این گونه مسائل دارای قطارها و ایستگاههای زیادی هستند، به کمک روش‌های دقیق عملاً قابل حل نیستند. برای رسیدن به یک جواب مطلوب (نزدیک به جواب بهینه) در مدت زمان اندک می‌توان رو به روش‌های فوق ابتکاری آورد. در ادامه نحوه به دست آوردن جوابی مناسب نزدیک بهینه برای مسئله زمانبندی حرکت قطار به کمک یکی از روش‌های فوق ابتکاری به نام عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده ارائه می‌شود. لازم به ذکر است در بخش آزمون الگوریتم، به علت عدم وجود مسائل استاندارد که در آن تمامی مشخصات مسائل بصورت کامل ارائه شده باشد، جواب‌های حاصله از این الگوریتم با جواب‌های حاصله از مدل ریاضی که به آن اشاره شد، مقایسه می‌شود. در ادامه جهت بررسی جواب‌های حاصله توسط مدل ریاضی چند مثال به شرح ذیل ارائه شده است.

مثال ۱: مسیری شامل ۱۲ ایستگاه و ۷ قطار که ۳ قطار از راست به چپ و مابقی از چپ به راست حرکت می‌کنند، فرض شده است. مبدأ و مقصد قطارهای راست رو، به ترتیب ایستگاههای ۱ و ۱۲ است. همچنین مبدأ و مقصد قطارهای چپ رو نیز به ترتیب ایستگاههای ۱۲ و ۱ هستند. زمان شروع به حرکت این قطارها از ایستگاه مبدأشان متناسب با شماره قطارها به ترتیب برابر زمان ۰، ۲۰، ۴۰ و ۶۰ فرض شده است. رواداری این زمان‌ها برابر صفر در نظر گرفته شده است. به این معنی که قطارها در صورت عدم شروع به حرکت در زمان مقرر، دارای تأخیر خواهند بود. مدت زمان طی فاصله بین هر دو ایستگاه متوالی برای تمامی قطارها و تمامی بلاک‌ها در هر جهت برابر ۱۵ دقیقه فرض شده است. همچنین زمان توقف از پیش تعیین شده در تمام ایستگاهها برابر صفر در نظر گرفته شده است. مقدار پارامتر p در تابع هدف برابر ۱، فرض شده است. در نهایت با استفاده از نرم افزار لینگو و بکارگیری روش شاخه و حد در مدت زمانی معادل ۱۰ دقیقه، جواب بهینه توسط رایانه‌ای با مشخصات ۳/۲ گیگا هرتز و ۱ گیگابایت، حاصل شد. گراف بهینه حرکت قطارها مطابق شکل ۱ است.

$$\begin{cases} Y_{ik}^0 + M \times (1 - A_{ijk}^0) \geq X_{jk}^0, \quad \forall i, j \in S, \forall k \in B & (9) \\ Y_{jk}^0 + M \times A_{ijk}^0 \geq X_{ik}^0, \quad \forall i, j \in S, \forall k \in B & (10) \end{cases}$$

این محدودیت بیانگر این است که اگر مقدار A_{ijk}^0 (A_{ijk}^1) یک متغیر صفر یا یک است، یک شد، محدودیت ۷ (۹) فعال خواهد بود و در غیر این صورت محدودیت ۸ (۱۰) فعال خواهد بود. در صورتی که محدودیت ۷ (۹) فعال باشد، به این معنی خواهد بود که زمان شروع به حرکت قطار i در بلاک k بایستی برابر یا بیش از زمان رسیدن به انتهای بلاک k قطار j باشد و در صورتی که محدودیت ۸ (۱۰) فعال باشد به این معنی خواهد بود که زمان شروع به حرکت قطار j در بلاک k بایستی بیش از زمان رسیدن به انتهای بلاک k قطار i باشد.

این دسته محدودیت به همراه محدودیت‌های ۱ و ۲ مانع از برخورد قطارهای هم جهت در یک بلاک می‌شود.

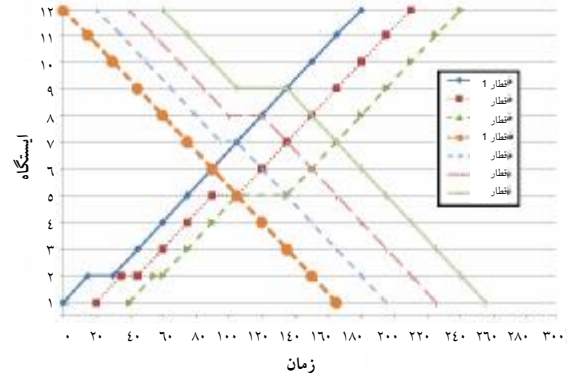
$$\begin{cases} Y_{ik}^0 + M \times (1 - B_{ijk}^1) \geq X_{jk}^1, \quad \forall i \in S, j \in N, \forall k \in B & (11) \\ Y_{jk}^1 + M \times B_{ijk}^1 \geq X_{ik}^0, \quad \forall i \in S, j \in N, \forall k \in B & (12) \end{cases}$$

محدودیت‌های ۱۱ و ۱۲ بیانگر این مطلب‌اند که اگر مقدار B_{ijk}^1 یک متغیر صفر یا یک است، صفر شد محدودیت ۱۲ فعال خواهد بود و در غیر این صورت محدودیت ۱۱ فعال خواهد شد. در صورتی که محدودیت ۱۱ فعال باشد، به این معنی خواهد بود که زمان شروع به حرکت قطار جنوبی i در بلاک k بایستی بیش از یا برابر زمان رسیدن به انتهای بلاک k قطار شمالی j باشد. یعنی قطار شمالی j زودتر از قطار جنوبی i بلاک k را طی می‌کند و در صورتی که محدودیت ۱۲ فعال باشد به این معنی خواهد بود که زمان شروع به حرکت قطار شمالی j در بلاک k بایستی بیش از یا برابر زمان رسیدن به انتهای بلاک k قطار جنوبی i باشد.

این دسته محدودیت‌ها به همراه محدودیت‌های ۱ و ۲ مانع از برخورد قطارهای با جهت مخالف در یک بلاک می‌شود.

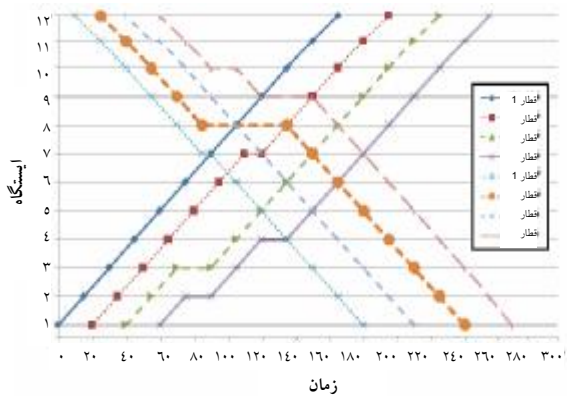
$$\begin{aligned} X_{ik}^1, X_{ik}^0, Y_{ik}^1, Y_{ik}^0 &\geq 0, \quad \forall i, k \\ A_{ijk}^1, A_{ijk}^0, B_{ijk} &\in \{0,1\}, \quad \forall i, j, k \end{aligned}$$

برای تحقیقات آتی نویسندگان این مقاله، به جهت کاربردی‌تر کردن مسئله مورد بررسی، بکارگیری توابع هدف مختلف مانند تابع هدفی که مجذور تاخیر قطارها را در تمامی ایستگاه‌های بین راهی حداقل سازد و کاربرد فرضیاتی چون فزونی بودن زمان شروع به حرکت قطارها جهت دستیابی به مصالحه‌ای بین دو هدف، کاهش مدت زمان تاخیر قطارها و حداکثر کردن فاصله زمانی شروع به حرکت قطارها از مبادی به جهت جلوگیری از ازدحام مسافر در مبدأ قطارها، را پیشنهاد می‌کند.



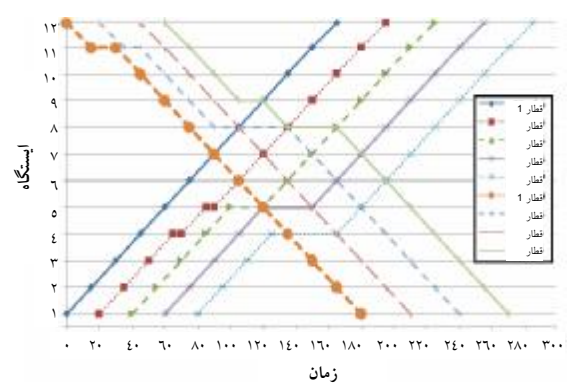
شکل ۱. گراف حرکت قطارها- مثال ۱

مثال ۲: با اضافه کردن یک قطار راست رو به مثال ۱ و در نظر گرفتن زمان از پیش تعیین شده ۶۰ برای این قطار، گراف نهایی حل بهینه مسئله پس از ۲۵ دقیقه حل توسط نرم افزار و کامپیوتر اشاره شده در مثال ۱، مطابق شکل ۲، خواهد بود.



شکل ۲. گراف حرکت قطارها- مثال ۲

مثال ۳: با اضافه کردن یک قطار راست رو به مثال ۲ و در نظر گرفتن زمان از پیش تعیین شده ۸۰ برای این قطار، گراف نهایی حل بهینه مسئله پس از ۴۵ دقیقه حل توسط نرم افزار و رایانه اشاره شده در مثال ۱، مطابق شکل ۳، خواهد بود.



شکل ۳. گراف حرکت قطارها- مثال ۳

۶. مراحل تولید جواب خوب برای مسئله زمانبندی حرکت قطارها به کمک روش عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده

مبانی علمی روش عملیات شبیه‌سازی شده

روش عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده یکی از پرکاربردترین الگوریتم‌های فوق‌ابتکاری به شمار می‌رود. این روش از یک پدیده عملی در ترمودینامیک و متالورژی بهره می‌گیرد. وقتی که آهن مذاب سرد می‌شود به سمت ساختاری جامد که دارای حداقل انرژی است تمایل دارد فرآیند کاهش تدریجی دما به نحوی که به تعادل پایدار برسیم فرآیند عملیات حرارتی نامیده می‌شود. عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده از مفهوم این فرآیند در الگوریتم‌های جستجوی محلی برای مسائل بهینه‌سازی ترکیبی^۷ استفاده کرده است [۲۳].

عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده یک استراتژی جستجوی محلی است که به منظور فرار از گیر افتادن در یک بهینه محلی با پذیرش جواب‌های بدتر (نسبت به جواب بهینه محلی) با احتمالی مشخص سعی در رسیدن به جوابی مناسب دارد. در هر مرحله یک جواب $s' \in N(s)$ به صورت تصادفی تولید می‌شود. (s' جواب همسایه در هر تکرار، s آخرین جواب پذیرفته شده، $N(s)$ مجموعه جواب‌های همسایه s و $f(s)$ بیانگر مقدار تابع هدف جواب s است) در صورتی که s' نسبت به s بهتر باشد پذیرفته خواهد شد. در صورتی که s' نسبت به s بدتر باشد، این جواب با احتمالی که به اختلاف توابع هدف در دو حالت وابسته است ($f(s) - f(s')$) پذیرفته می‌شود.

پارامتر مؤثر این الگوریتم، پارامتر T است که "دما" نامیده می‌شود. این پارامتر در خلال اجرای الگوریتم یک روند کاهنده را

قطارهای جنوبی قرار دارد. در این صورت این ترتیب حرکتی، از چپ به راست، برای قطارهای شمالی $(1, 2, 3, 4, \dots, n_n)$ و برای قطارهای جنوبی $(n'_s, 4', 3', 2', 1')$ است.

مهم‌ترین بخش مسئله زمانبندی حرکت قطارها، با فرض غیرمجاز بودن سبقت، اولویت‌دهی قطارهای با جهت‌های گوناگون در هر بلاک است. بر این اساس به ازای هر قطار و هر بلاک (اصطلاحاً ترکیب قطار-بلاک) یک شماره تخصیص داده می‌شود. برای قطارهای شمالی، ترکیب هر قطار-بلاک به صورت (i, j) نمایش داده می‌شود. i بیانگر شماره قطار و j بیانگر شماره بلاک است. برای قطارهای جنوبی نیز، ترکیب هر قطار بلاک به صورت (i', j') نمایش داده می‌شود. در این حالت i' بیانگر شماره قطار جنوبی است. نمایش یک زمانبندی به صورت یک فهرست مرتب، از چپ به راست، متشکل از $m \times (n_s + n_n)$ ترکیب قطار-بلاک، (i, j) یا (i', j') است به طوری که اگر از سمت چپ فهرست شروع کنیم و مطابق روش شرح داده شده در بخش "ایجاد زمانبندی"، زمانبندی را انجام دهیم نتیجه یک زمانبندی شدنی شود. شماره تخصیص داده شده به هر قطار-بلاک برابر محل قرار گرفتن این قطار-بلاک از سمت چپ فهرست است. این فهرست را فهرست اولویت می‌نامیم. برای زمانبندی ابتدائی، اولویت در تمام بلاک‌ها با قطارهای شمالی در نظر گرفته می‌شود و این فهرست به صورت زیر خواهد بود.

$$\{ (1,1), (2,1), \dots, (n_n,1), \dots, (n_n,m), \dots, (n'_s,1), \dots, (n'_s,m) \}$$

این فهرست اولویت‌شدنی است به عبارت دیگر یک زمانبندی شدنی تولید می‌کند. فهرست‌های بعدی که مطابق روش شرح داده شده در بخش "نحوه تولید جواب همسایه" ایجاد می‌شوند به گونه‌ای خواهند بود که شدنی باشند.

ایجاد زمانبندی

از هر فهرست اولویت یک زمانبندی منحصر به فرد مطابق روش زیر ایجاد می‌شود. از سمت چپ فهرست اولویت شروع می‌کنیم و به سمت راست حرکت می‌کنیم. در هر مرحله به یک ترکیب قطار-بلاک می‌رسیم که نوبت زمانبندی آن است. فرض کنید این ترکیب (i, j) باشد (قطار i شمالی است). چون فهرست اولویت شدنی است قطار i در بلاک $j-1$ زمانبندی شده است. در صورتی که بلاک مقابل قطار i (بلاک j در شکل ۱) برای مدت زمان لازم

پیش می‌گیرد. روند کاهشی در مقدار این پارامتر به گونه‌ای که در ادامه بیان خواهد شد باعث می‌شود تا احتمال پذیرش جواب‌های بدتر رفته رفته در حین اجرای الگوریتم کاهش یابد.

تابع احتمال پذیرش جواب متروپلیس^۴ که با نماد P_{accept} نمایش داده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$P_{accept}(s, s', T) = \begin{cases} 1 & \text{if } f(s') < f(s) \\ \exp\left(\frac{f(s) - f(s')}{T}\right) & \text{Otherwise} \end{cases}$$

طرح کلی روش عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده به صورت زیر است:

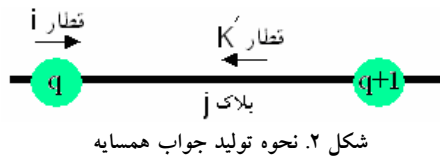
```

s → تولید جواب اولیه
( n ← 0 , s ← s_best ) تخصیص مقادیر اولیه به پارامترها
do ( شرایط توقف حلقه خارجی برنامه محقق شود ) While
do ( شرایط توقف حلقه داخلی برنامه محقق شود ) While
تولید جواب همسایه s' ← s
پذیرش جواب با استفاده از P_accept(s, s', T) ← s
if ( f(s) < f(s_best) ) then
    s_best ← s
end-if
end-while
بهنگام سازی پارامتر دما ( T_n ) ; n ← n + 1
end-while
مقدار s_best را نمایش بده
پایان
    
```

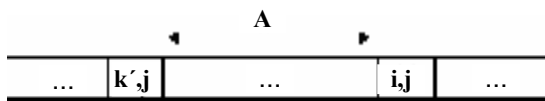
نمایش زمانبندی^۴ و تولید جواب شدنی اولیه

فرض کنید تعداد قطارهای شمالی n_n و تعداد قطارهای جنوبی برابر n_s و تعداد بلاک‌های مسیر برابر m باشد. در هر زمانبندی، قطارهای جنوبی و شمالی به صورت جداگانه دارای یک ترتیب مشخص برای حرکت در بلاک‌ها هستند که همواره تا آخر الگوریتم این ترتیب به صورت ثابت وجود خواهد داشت (فرض غیر مجاز بودن سبقت). این ترتیب بر اساس درجه اهمیت قطارها صورت می‌گیرد و یک تصمیم‌مدیریتی است. شماره‌گذاری قطارها به گونه‌ای انجام می‌شود که در آن i شماره قطار شمالی است که در محل i ام ترتیب قطارهای شمالی قرار می‌گیرد و i' شماره قطار جنوبی است که در محل i ام ترتیب

شده است، ولی بلاک مربوطه توسط یک قطار با جهت حرکت مقابل اشغال باشد. به طور مشخص شکل ۲ را در نظر بگیرید و فرض کنید نوبت قطار- بلاک (i, j) برای زمانبندی است و قطار i در ایستگاه q است و قطار جنوبی k در داخل بلاک j است. در این صورت گفته می‌شود در این زمانبندی قطار i با قطار k در بلاک j تلاقی دارد. این به این معنی است که قطار جنوبی k زودتر از قطار شمالی i در بلاک j زمانبندی شده است. به عبارت دیگر در فهرست اولویت برای زمانبندی S قطار- بلاک (k', j) در سمت چپ قطار- بلاک (i, j) بوده است.



با توجه به مطالب فوق می‌توان از فهرست اولویت برای زمانبندی S ، فهرست شدنی دیگری به شرح زیر به دست آورد. فرض کنید در هنگام ایجاد زمانبندی S از فهرست اولویت آن، دیده می‌شود که قطار i با قطار k در بلاک j تلاقی دارد. در این صورت در فهرست اولویت S ، قطار- بلاک (k', j) در سمت چپ قطار- بلاک (i, j) است. از نظر تصویری این فهرست مطابق شکل ۳ نشان داده می‌شود.

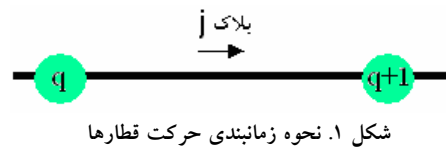


شکل ۳. فهرست اولویت به صورت تصویری

در فاصله A از فهرست می‌تواند تعدادی قطار- بلاک (k', p) ، اگر $p < j$ باشد. اگر (k', j) و این (k', p) ها را بدون تغییر اولویت درست بعد از قطار- بلاک (i, j) قرار دهیم فهرست اولویت جدیدی به دست می‌آید که شدنی است. هنگامی که قطار جنوبی i با قطار شمالی k در بلاک j تلاقی داشته باشد، به روشی مشابه می‌توان فهرست اولویت شدنی جدیدی به دست آورد. این فرآیند ایجاد فهرست اولویت شدنی جدید از یک فهرست اولویت موجود با استفاده از یک تلاقی را "فرآیند جابجایی تلاقی" می‌نامیم. حال به شرح قدم‌های ایجاد هر جواب همسایه k' برای زمانبندی S پرداخته می‌شود.

جهت طی بلاک j توسط قطار i آزاد باشد، زمان شروع به حرکت این قطار از ابتدای بلاک j (ایستگاه q) برابر زمان رسیدن قطار i به انتهای بلاک ماقبل (ایستگاه q) + مدت زمان اجباری (از قبل تعیین شده) توقف در ایستگاه انتهای بلاک $j-1$ (ایستگاه q) است. در غیر این صورت این قطار مجبور به توقف در ایستگاه q ، تا زمانی که بلاک j برای مدت زمان لازم جهت طی بلاک j توسط قطار i آزاد شود، است.

اگر نوبت زمانبندی برای قطار- بلاک (i', j) باشد، چون فهرست اولویت، یک زمانبندی شدنی می‌دهد، قطار جنوبی i' در بلاک $j+1$ زمانبندی شده است. زمانبندی قطار i' در بلاک j شبیه شرح بالا است.



نحوه تولید جواب همسایه

نحوه تولید جواب اولیه شدنی در بالا توضیح داده شد. پس از تولید هر زمانبندی S به تعداد itr ، جواب همسایه (S') تولید می‌شود itr عدد ثابتی است و یکی از پارامترهای روش پیشنهادی است). هر یک از این جواب‌های همسایه با توجه به تابع احتمال P_{accept} پذیرفته می‌شود، در این بین بهترین جواب همسایه پذیرفته شده (دارای کمترین مقدار تابع هدف) به عنوان S جدید شناخته می‌شود.

روش ایجاد هر جواب همسایه S' ، برای زمانبندی S به شرح زیر است:

زمانبندی S از یک فهرست اولویت به دست آمده است. این فهرست شدنی است، به عبارت دیگر برای هر قطار- بلاک (i, j) تمام قطارها - بلاک‌های $(i, j-1), (i, j-2), \dots, (i, 1)$ در سمت چپ (i, j) در فهرست قرار دارند و همچنین برای هر قطار- بلاک (i', j) تمام قطار- بلاک‌های $(i', j+1), (i', j+2), \dots, (i', m)$ در سمت چپ (i', j) هستند. در این صورت اگر از سمت چپ فهرست شروع به زمانبندی کنیم، برای هر قطار- بلاکی که نوبت زمانبندی آن رسیده است، زمانبندی تمام بلاک‌هایی که قطار مربوطه قبلاً باید طی کند، صورت گرفته است. در زمانبندی S تلاقی هنگامی اتفاق می‌افتد که قطار- بلاکی نوبت زمانبندی آن

بنابراین ضریب α بایستی همواره بزرگ‌تر از ۱ باشد تا رابطه تبرید بیان شده یک رابطه نزولی باشد.

۷. تنظیم پارامترهای الگوریتم

نحوه تنظیم

در این بخش به دنبال تنظیم پارامترهای مؤثر الگوریتم در رسیدن به جواب مناسب و در مدت زمان قابل قبولی هستیم. برای رسیدن به این هدف ۱۰ مسئله با فرضیات مشخص در حالات مختلف توسط الگوریتم حل شد. همان طور که در ادامه خواهد آمد پارامتر T در ۴ حالت، پارامتر α در چهار حالت، پارامتر P_{accept} در دو حالت و پارامتر Stg در دو حالت مورد بررسی قرار خواهد گرفت. بر این اساس مجموعاً هر یک از ۱۰ مسئله تعریف شده $64 = 2 \times 2 \times 4 \times 4$ مرتبه توسط الگوریتم، حل شد. برای هر یک از ۶۴۰ مرتبه اجرای الگوریتم با پارامترهای مختلف مسائل مورد بررسی ($640 = 10 \times 64$)، علاوه بر مقدار تابع هدف، مقداری با عنوان درصد خطا طبق رابطه ۱۳ محاسبه شد. درصد خطا بیانگر نسبت انحراف مقدار تابع هدف نهایی، از بهترین جواب حاصله پس از ۶۴ بار اجرای الگوریتم برای هر یک از ۱۰ نوع مسئله بکار رفته است.

$$EP(n,i,j,k,l) = 100 \times \frac{Opt(n) - FA(n,i,j,k,l)}{Opt(n)} \quad (13)$$

$EP(n,i,j,k,l)$: بیانگر درصد خطا برای مسئله n ام، که در آن پارامتر T در حالت i ، پارامتر α در حالت j ، پارامتر P_{accept} در حالت k و پارامتر Stg در حالت l باشد. ($n=1,2,\dots,10$)، ($i=1,\dots,4$)، ($j=1,\dots,4$)، ($k=1,2$)، ($l=1,2$)
 $Opt(n)$: بیانگر بهترین مقدار به دست آمده برای مسئله n ام در بین ۶۴ بار تعیین جواب پایانی توسط الگوریتم پیشنهادی با پارامترهای مختلف است.

$FA(n,i,j,k,l)$: بیانگر جواب نهایی برای مسئله n ام، که در آن پارامتر T در حالت i ، پارامتر α در حالت j ، پارامتر P_{accept} در حالت k و پارامتر Stg در حالت l باشد.

انتخاب مقدار هر یک از پارامترهای T ، α ، P_{accept} و Stg ، برای مسائل کوچک و بزرگ، جداگانه صورت گرفت. برای این منظور ۱۰ مسئله به دو دسته ۵ مسئله‌ای مطابق جدول ۱، مسائل کوچک

۱- از بین تلاقی‌های موجود در زمانبندی S یکی را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم.

۲- با استفاده از فرآیند جابجایی تلاقی، یک فهرست اولویت‌شدنی جدید ایجاد می‌کنیم و آن را زمانبندی کرده و تلاقی‌های آن را مشخص می‌کنیم و یکی از این تلاقی‌ها را به‌طور تصادفی انتخاب می‌کنیم.

۳- روی آخرین فهرست اولویت جدید به دست آمده فرآیند جابجایی تلاقی (قدم ۲) اعمال می‌شود و این کار به تعداد Stg بار تکرار می‌شود. عدد ثابتی است و از پارامترهای روش محسوب می‌شود.

۴- آخرین فهرست اولویت یک زمانبندی S' می‌دهد.

یادآوری می‌شود هرگاه زمانبندی‌یی ایجاد شود که تلاقی نداشته باشد، این زمانبندی، بهینه است. همچنین اگر تعداد تلاقی‌های S کمتر از Itr باشد، برای این S به تعداد تلاقی‌های S زمانبندی S' ایجاد می‌شود و S جدید از بین این S' ها مشخص می‌شود.

پذیرش جواب جدید بر اساس تابع احتمال پذیرش جواب متروپلیس (P_{accept}) صورت می‌گیرد.

در صورتی که جواب جدید از بهترین جواب حاصله تاکنون بهتر باشد ($f(S) < f(S_{best})$)، بهترین جواب حاصله بهنگام‌سازی خواهد شد ($S_{best} \leftarrow S$).

در نهایت الگوریتم پس از ایجاد تعداد مشخص S (پارامتر F) خاتمه می‌یابد.

بهنگام‌سازی پارامتر دما

همان طور که در بخش بالا توضیح داده شد از هر S به تعداد Itr جواب همسایه (S') تولید می‌شود که در نهایت بهترین زمانبندی به دست آمده در بین S' های پذیرفته شده به عنوان زمانبندی S جدید در نظر گرفته می‌شود. پارامتر دما نیز به همراه بهنگام‌سازی زمانبندی S ، بهنگام می‌شود. برنامه تبرید (روند خنک‌سازی دما) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T_s = T_{s-1} / \alpha, \quad \alpha > 0 \text{ and integer}$$

T_0 پارامتر دما نامیده می‌شود و بیانگر دمای اولیه است. در ادامه از T به جای T_0 به عنوان پارامتر دما استفاده می‌شود. همچنین ضریب α شدت خنک شدن دما را تحت تأثیر قرار می‌دهد،

- روند خنک شدن (رابطه تبرید) $(T=(T/\alpha))$ با تغییر پارامتر α در ۴ حالت ۱/۳۵، ۱/۲۵، ۱/۱۵، ۱/۱۰
 - احتمال پذیرش جواب ضعیف‌تر از S ، P_{accept} (حالت ۱ و حالت ۲)

- تعداد k' ایجاد شده از هر S (پارامتر Itr)
 - پارامتر Stg با دو مقدار ۱ و ۲
 - تعداد مراحل خنک‌کاری (پس از اینکه دما از حداکثر خود به حداقل رسید مجدداً به حداکثر (و یا درصدی از حداکثر) بازگردانده می‌شود. منظور از این پارامتر این است که پارامتر دما چند دفعه به طور آرام سرد شود و سپس مجدداً گرم شود). این پارامتر با نماد N مشخص می‌شود.
 - پارامتر F ، بیانگر تعداد S مورد نیاز تا توقف نهایی.

تحلیل نتایج تنظیم پارامترها

تحلیل نتایج با بکارگیری نرم افزار Minitab و استفاده از روش طراحی آزمایش‌ها^۱ به صورت زیر حاصل می‌شود.
 - احتمال پذیرش جواب بد (P_{accept}) در حالت ۲ منتج به جواب‌های بهتری شد، ضمن اینکه اثر متقابل مهمی در ارتباط با سایر پارامترها برای این پارامتر شناخته نشد.
 - پارامتر مربوط به تولید جواب در حالت $Stg=2$ مطلوب‌تر از $Stg=1$ است. ضمن اینکه اثر متقابل مهمی در ارتباط با سایر پارامترها برای پارامتر Stg شناخته نشد.
 - در ارتباط با تنظیم پارامترهای T و α این نتیجه به دست آمد که دمای ۱۰ درجه کاملاً نامناسب است. به هر حال از آنجاکه این دو پارامتر دارای اثر متقابل با یکدیگرند باید بیشتر بررسی شوند. بر این اساس با مقایسه مقادیر P_{value} پارامتر دما و اثر متقابل کاملاً مؤثر شناخته شده‌اند، همچنین پارامتر روند خنک‌سازی تا حدی مهم است. نمودارهای مربوطه در شکل ۳ نشان داده شده است.
 بر اساس نمودار اثر متقابل، می‌توان نتیجه گرفت روند خنک‌سازی ۱/۰۵ و دمای ۲۰۰ درجه مناسب است. همچنین بر اساس نمودار اثرات اصلی مربوط به پارامتر دما، هر دو دمای ۲۰۰ و ۵۰۰ مناسب تشخیص داده شده‌اند. بنابراین با در نظر گرفتن دما در بازه [۲۰۰، ۵۰۰] و تنظیم روند خنک‌سازی در مقداری پایین، مثلاً ۱/۰۵ نتایج مناسبی حاصل خواهد شد.

مقیاس و مسائل بزرگ مقیاس، تقسیم شدند. به عنوان مثال برای تنظیم پارامتر T به شرح زیر عمل شد:
 مقدار T برای دو دسته مسائل جداگانه مشخص شد. برای دسته کوچک مقیاس برای مثال، انتخاب T از بین چهار حالت باید صورت می‌گرفت. برای هر یک از این چهار حالت میانگین درصد خطا برای کلیه مواردی که دسته مسائل کوچک مقیاس برای آن حالت حل شده بودند، محاسبه شد و حالتی که کمترین میانگین را داشت به عنوان مقدار پارامتر T برای دسته مسائل کوچک مقیاس در نظر گرفته شد. این روش برای تمام پارامترها به تفکیک نوع مسئله بکار گرفته شد.

مشخصات مسئله‌های بکاررفته

همان طور که اشاره شد جهت تنظیم پارامترهای الگوریتم، ۱۰ مسئله بکار گرفته شد. تعداد قطارهای شمالی، قطارهای جنوبی و بلاک‌ها در این ۱۰ مسئله در جدول ۱ نشان داده شده است.
 در تمامی مسائل حل شده در این بخش شرایط زیر برقرار بوده است:
 - مدت زمان طی هر یک از بلاک‌ها ۱۵ دقیقه فرض شده است.
 - تمامی قطارهای شمالی از ایستگاه ۱ شروع به حرکت و تا انتهای مسیر تمامی ایستگاهها را طی می‌کنند.
 - تمامی قطارهای جنوبی از ایستگاه انتهایی شروع به حرکت می‌کنند و پس از طی تمامی ایستگاهها به ایستگاه ۱ وارد می‌شوند.
 - زمان شروع به حرکت قطارها به فاصله ۲۰ دقیقه از یکدیگر است.
 - مدت زمان توقف از پیش تعیین شده قطارها در ایستگاهها صفر در نظر گرفته شده است.
 - مقدار پارامتر Itr برابر ۱۰ و معیار توقف الگوریتم تولید ۸۵۰ زمانبندی مختلف است.
 - پارامتر p مربوط به تابع هدف برابر ۱ در نظر گرفته شده است.

پارامترهای مورد تنظیم

پارامترهای مطرح در الگوریتم به همراه مقادیرهای در نظر گرفته شده برای آن به صورت زیرند:
 - پارامتر دما (T) در ۴ حالت ۱۰، ۲۰۰، ۵۰۰، ۱۰۰۰

زمانبندی حرکت قطارها به کمک روش فوق ابتکاری عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده

جدول ۱. مشخصات ۱۰ مسئله مورد بررسی جهت تنظیم پارامترهای الگوریتم

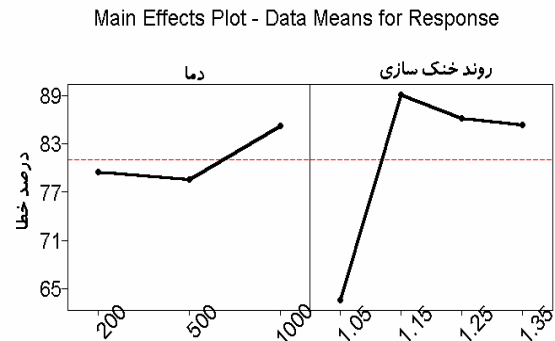
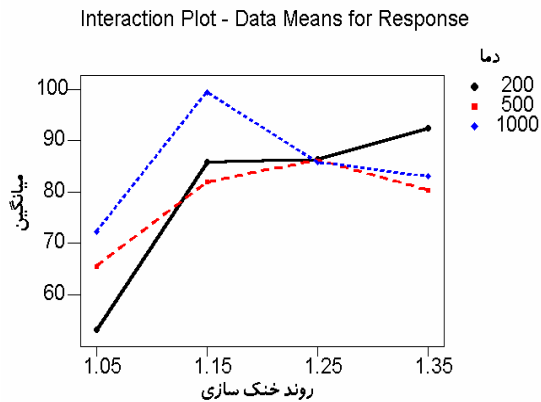
شماره مسئله	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد بلاک‌ها	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۲	۱۹	۲۰	۴۰	۲۵	۴۰
تعداد قطارهای شمالی	۳	۵	۷	۶	۹	۱۰	۱۲	۱۰	۱۴	۱۴
تعداد قطارهای جنوبی	۳	۵	۷	۹	۹	۱۰	۱۲	۱۴	۱۴	۱۴

حالت ۱:

$$P_{accept}(s, s', T) = \begin{cases} 1 & \text{if } f(s') < f(s) \\ \exp\left(-\frac{f(s) - f(s')}{T}\right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

حالت ۲:

$$P_{accept}(s, s', T) = \begin{cases} 1 & \text{if } f(s') < f(s) \text{ or } \exp\left(-\frac{f(s) - f(s')}{T}\right) > 0.5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



شکل ۳. نتایج حاصله از روش DOE جهت تنظیم پارامترها

۸. آزمون الگوریتم

زمانی کوتاه رسید. بر این اساس و به جهت مقایسه جواب‌ها با یکدیگر، در جدول ۲ مقدار تابع هدف جواب نهایی حاصله توسط روش عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده با حد بالایی روش شاخه و حد در مثال‌های مختلف مقایسه شده‌اند. حد بالایی بیانگر مقدار تابع هدف برای بهترین جواب شدنی به دست آمده در مدت زمان ۶۰ دقیقه توسط نرم افزار Lingo است.

در این بخش مقدار تابع هدف جواب‌های حاصل از روش فوق ابتکاری عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده با روش دقیق شاخه و حد به دست آمده توسط نرم افزار Lingo 8.0 مقایسه می‌شود. از آنجاکه اصل بکارگیری روش فوق ابتکاری در حل مسئله زمانبندی حرکت قطار، عدم دستیابی به یک جواب بهینه در مدت زمان معقول برای مسائل با ابعاد بزرگ است، بدیهی است توسط روش شاخه و حد نمی‌توان به جواب بهینه مسائل نسبتاً بزرگ در مدت

۹. حل یک مسئله واقعی با کمک الگوریتم ارائه شده

جهت بررسی میزان کارایی الگوریتم ارائه شده، یک مسئله واقعی از زمانبندی حرکت قطارهای مسافربری رجا با مشخصاتی که در ادامه خواهد آمد، به کمک الگوریتم پیشنهادی حل شد و جواب‌های مناسبی در نهایت حاصل شد.

مشخصات مسئله واقعی

این مسئله به مسیر تهران- بندرعباس در تابستان سال ۱۳۸۵ مربوط می‌شود. در طول هفته قطارهای مختلفی در این مسیر در حال آمد و شدند. یکی از شلوغ‌ترین روزهای این مسیر روز دوشنبه است که زمانبندی همین روز مورد آزمایش قرار گرفته است.

در طول این روز کلاً ۷ قطار از سمت شمال به سمت جنوب و ۹ قطار از سمت جنوب به سمت شمال حرکت می‌کنند. این مسیر کلاً شامل ۴۹ ایستگاه است و مبدأ و مقصد قطارها با یکدیگر متفاوت‌اند. از آنجاکه این مسئله تعیین استراتژی یک فصل زمانبندی حرکت قطارهاست، زمان شروع به حرکت قطارها با رواداری برابر ± 25 نسبت به زمانبندی ارائه شده حل شد. مجموع تأخیر قطارها در زمانبندی ارائه شده توسط شرکت رجا برای مسئله فوق‌الذکر ۱۷۷ دقیقه است، در حالی که مجموع تأخیر قطارها در زمانبندی به دست آمده از الگوریتم ارائه شده ۸۰ دقیقه به دست آمده است.

لازم به ذکر است تمامی مسائل حل شده در جدول ۲ با مشخصاتی مشابه مثال‌های مربوط به تنظیم پارامترها در نظر گرفته شده‌اند و پارامترهای تنظیمی الگوریتم به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند.

$$Stg=2, P_{accept}=2, T=200, \alpha=1.05$$

مشخصات رایانه مورد استفاده برای تعیین جواب‌های نهایی الگوریتم پیشنهادی و همچنین مقدار حد بالایی حاصله از نرم افزار Lingo به صورت زیر است:

Pentium II, 333 MHz, 256 MB RAM

با بررسی جواب‌های الگوریتم پیشنهادی با حدود بالای به دست آمده از روش شاخه و حد در مدت زمان یک ساعت، مشاهده می‌شود که برای مسائل که توسط روش شاخه و حد به جواب بهینه دست یافته‌اند (مسائل شماره ۱، ۲، ۳)، الگوریتم پیشنهادی فوق‌ابتکاری عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده توانسته است به جواب بهینه دست یابد. در باقی مسائل نیز (بجز یک مورد) جواب نهایی به دست آمده توسط الگوریتم پیشنهادی کمتر از حد بالا به دست آمده توسط روش شاخه و حد است که نشان‌دهنده کارایی الگوریتم پیشنهادی است.

جدول ۲. مقایسه مقادیر تابع هدف الگوریتم ارائه شده با حد بالای روش شاخه و حد

شماره	تعداد ایستگاه	تعداد قطار شمالی	تعداد قطار جنوبی	تابع هدف حاصله از روش S.A. ^{۱۱}	جواب حاصله از روش B&B
					حد بالایی ^{۱۲}
۱	۷	۳	۳	۶۰	۶۰
۲	۷	۴	۴	۱۲۰	۱۲۰
۳	۹	۴	۵	۱۶۰	۱۶۰
۴	۹	۶	۴	۲۱۰	۲۰۵ ^{۱۳}
۵	۱۰	۵	۵	۲۸۰	۲۸۰
۶	۱۲	۶	۷	۵۲۵	۸۰۵
۷	۱۳	۷	۷	۴۶۰	۱۱۷۵
۸	۱۵	۴	۴	۱۲۰	۱۲۰
۹	۱۶	۵	۵	۲۸۰	۵۸۰
۱۰	۱۶	۶	۹	۶۰۵	۹۷۵
۱۱	۲۰	۴	۴	۱۲۰	۱۸۰
۱۲	۲۰	۶	۵	۳۳۵	۳۸۵
۱۳	۲۶	۴	۵	۲۲۰	۲۶۰
۱۴ ^{۱۴}	۴۱	۱۰	۱۴	۱۷۵۰	-----

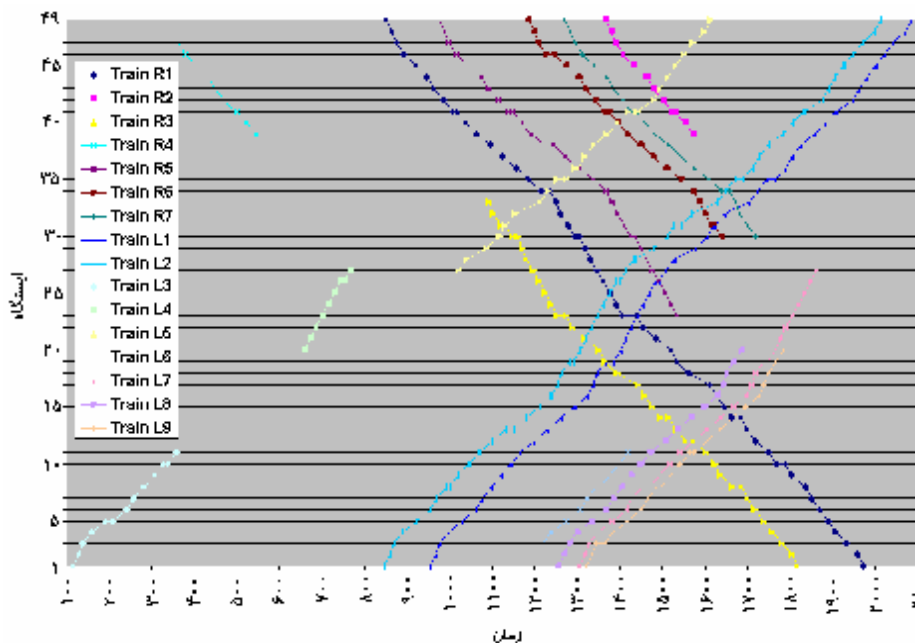
حلی به کمک روش فوق ابتکاری عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده ارائه شد. سپس پارامترهای الگوریتم ارائه شده تنظیم شد. در انتها با مقایسه جواب‌های این الگوریتم با حد بالای حاصله از روش شاخه و حد، تا حدودی به کارایی الگوریتم ارائه شده پی بردیم. در نهایت پیشنهادات زیر برای توسعه این مقاله ارائه می‌شدند.

- چند هدفه شدن مسئله، در این مقاله هدف حداقل کردن مدت زمان تأخیر قطارها بود. حال می‌توان به دنبال سایر اهداف دیگر نظیر کمینه سازی مصرف سوخت، کمینه‌سازی انحراف از قانون کار خدومه و ... نیز بود.
- اضافه شدن محدودیت‌هایی که در این مسئله مورد استفاده قرار نگرفتند (از جمله محدودیت‌های مربوط به اقامه نماز در ایستگاههای دارای نمازخانه، تعداد خطوط ایستگاه و ...)
- بکارگیری سایر روش‌های فوق ابتکاری در حل مسئله و مقایسه روش‌ها با یکدیگر
- بکارگیری روش‌های آماری دقیق‌تر در زمینه تنظیم پارامترهای الگوریتم
- بکارگیری روش‌های آماری جهت آزمون الگوریتم حل ارائه شده برای مسئله زمانبندی حرکت قطارها

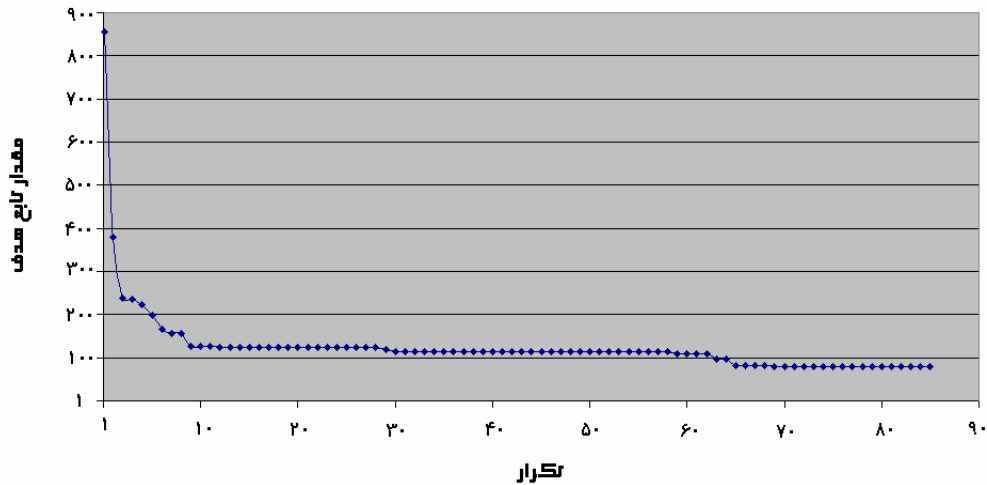
لازم به ذکر است که این جواب پس از ۸۵۰ تکرار و در مدت زمانی برابر ۲۶ ثانیه به کمک یک رایانه پنتیوم II، ۳۳۳ مگا هرتز به دست آمده است. گراف حرکت قطارها در حل به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی در شکل ۴ نشان داده شده است. لازم به ذکر است پارامترهای تنظیمی مربوط به حل این مطالعه موردی مشابه پارامترهای مربوط به بخش آزمون الگوریتم در نظر گرفته شده است. همچنین نمودار روند همگرا برای رسیدن به بهترین جواب در شکل ۵ نشان داده شده است. همان طور که در نمودار مشخص است در ابتدا روند همگرایی بسیار سریع است که با افزایش تکرار و نزدیک شدن به جواب بهینه، روند همگرایی به سرعت کاهش پیدا می‌کند.

۱۰. نتایج و پیشنهادات

در این پروژه پس از معرفی مسئله زمانبندی حرکت قطارها و ارائه مدل ریاضی حل این مسئله، بیان شد که از آنجاکه این مسئله از دسته مسائل NP-Hard شناخته شده است، حل آن به کمک روش‌های دقیقی چون روش شاخه و حد برای مسائل با مقیاس بزرگ در زمانی معقول امکان‌پذیر نیست. بر این اساس الگوریتم



شکل ۴. گراف حرکت قطارها



شکل ۵. نمودار روند همگرایی به بهترین جواب

۱۱. پانویس

۱۲. مراجع

1. Kraay, D., Harker, P. T. and Chen, B. (1991) "Optimal pacing of trains in freight railroads; Model formulation and solution" Operations Research, 39: pp. 82-99 .
2. Higgins, A., Kozen, E. and Ferreira, L. (1996) "Optimal scheduling of trains on a single line track, Transportation Research 30B; pp. 147-161 .
3. Mees, A. I. (1991) "Railway scheduling by network optimization", Mathematical Computer Modeling 15, pp. 33-42.
4. Mills, G. J. R., Perkins, E. S. and Pudney, J. P. (1991) "Dynamic rescheduling of long-haul trains for improved timekeeping and energy conservation", Asia-Pacific Journal of Operational Research, 8.
5. Ghoseiri, K., Szidarovzky, F. and Asgharpour, M. J. (2004) "A multi-objective train scheduling: model and solution", Journal of Transportation Research, Part B .
6. Carey, M. and Crawford, I. (2005) "Scheduling trains on a network of busy complex stations", Transportation Research, Part B.
7. Salim, V. and Cai, X. (1997) "A genetic algorithm for railway scheduling with environmental considerations", Department of Information, Managing and Marketing, University of Western Australia, Department of Systems Engineering Management, and Chinese University of Hong Kong.
1. Integer Programming
2. Branch & Bound
3. Simulated Annealing
4. The minimum tardiness cost train dispatching problem
5. Job-Shop Scheduling Problem
6. Nondeterministic Polynomial
7. Combinatorial Optimization Problems
8. Metropolis Distribution
9. Schedule representation
10. Design of Experiments (DOE)
11. مقدار نهایی تابع هدف به دست آمده توسط الگوریتم پیشنهادی عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده
12. بیانگر حد بالایی به دست آمده در حل به روش شاخه و حد توسط نرم افزار لینگو است.
13. از این مسئله به بعد با توجه به بزرگ‌تر شدن مقیاس مسائل در مدت زمان یک ساعت، برنامه لینگو به جواب بهینه نرسید. ولی برای سه مورد قبل، حد بالایی، همان مقدار بهینه تابع هدف است که توسط SA نیز به دست آمده است
14. به کمک نرم افزار لینگو پس از حدود ۱۳ ساعت از حل این مسئله هیچ جواب شدنی حاصل نشد.

زمانبندی حرکت قطارها به کمک روش فوق ابتکاری عملیات حرارتی شبیه‌سازی شده

- برنامه زمانبندی"، هفتمین کنفرانس حمل‌ونقل ریلی، تهران، دانشگاه صنعتی شریف.
۱۶. سپهری، محمد مهدی و پور سید آقایی، محسن (۱۳۷۸) "برنامه ریزی حرکت قطارها در خطوط یک خطه"، نشریه دانشکده فنی، جلد ۳۳، شماره ۲، ص. ۸۷-۹۷.
۱۷. پور سید آقایی، محسن (۱۳۷۷) " زمانبندی حرکت قطارها در شبکه های یک خطه راه‌آهن"، پایان نامه دوره دکتری، دانشگاه تربیت مدرس.
18. D'Ariano, A., Pacciarelli, D. and Pranzo, M. (2007) "A branch and bound algorithm for scheduling trains in a railway network, *European Journal of Operational Research*, Volume 183, Issue 2, pp. 643-657.
19. Oliveira and Smith, B. M. (2000) "A job-shop scheduling model for the single-track railway scheduling problem, *Technical Report 2000. 21*, School of Computing Research Report, University of Leeds.
۲۰. راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران (۱۳۶۹) " مقررات عمومی حرکت راه‌آهن"، تهران، راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران.
21. Baker, Kenneth R. (1974) "Introduction to sequencing and scheduling", Wiley, New York.
22. Cai, X. and Goh, C. J. (1994) "A fast heuristic for the train scheduling problem", *Computers and Operations Research*, Volume 21, Issue 5, pp. 499-5101
23. Glover, F. and Kochenberger, G. A. (2003) "Handbook of metaheuristics", Kluwer Academic Publishers.
۸. شفاهی، یوسف و عزیزخانی، علیرضا (۱۳۸۳) "زمانبندی حرکت قطارها با روشی ابتکاری مبتنی بر الگوریتم ژنتیک"، کنفرانس حمل‌ونقل ریلی، تهران، دانشگاه صنعتی شریف.
۹. شفاهی، یوسف و عابدینی، ایمان (۱۳۸۳) "زمانبندی حرکت قطارها با استفاده از یک روش ابتکاری جستجوی مبتنی بر منع"، کنفرانس حمل‌ونقل ریلی، تهران، دانشگاه صنعتی شریف.
10. Heitmann, S. and Brucker P. (1999) "Scheduling of trains on a single-track railway-line", University of Twente, Faculty of Mathematical Sciences, NL-7500 AE Enschede.
11. Jovanovic, D. (1989) "Improving railroad on-time performance: models, algorithms and applications, Ph. D. thesis at Decision Sciences Department, The Wharton School, University of Pennsylvania (Philadelphia, Pennsylvania).
۱۲. جمیلی، امین (۱۳۸۵) "ارائه الگوریتم ابتکاری زمانبندی حرکت قطارها"، هشتمین کنفرانس حمل‌ونقل ریلی، دانشگاه علم و صنعت ایران.
13. Caprara, A. , Monaci, M. Toth, P. and Guida, P. L. (2006) "A Lagrangian Heuristic algorithm for a real-world train timetabling problem", *Discrete Applied Mathematics*, Volume 154, Issue 5, 1 April 2006, pp. 738-753
۱۴. شفاهی، یوسف و فندرسکی، علیرضا (۱۳۸۰) "مدل اولیه برای زمانبندی حرکت قطارها با توجه به زمان مسدودی بلاک‌ها"، کنفرانس حمل‌ونقل ریلی، تهران، دانشگاه امیرکبیر.
15. شفاهی، یوسف و صادقی، نازنین (۱۳۸۳) "مدل شبیه‌سازی برای زمانبندی حرکت قطارها با هدف افزایش قابلیت اطمینان