

## تخمین رفتار تعقیب خودرو با استفاده از مبانی معادلات دیفرانسیل

سیدصابر ناصرعلوی\*، دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران  
محمود صفارزاده، استاد، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران  
نوید ندیمی، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

Email: [saber\\_alavi@modares.ac.ir](mailto:saber_alavi@modares.ac.ir)

دریافت: ۸۹/۰۳/۲۴ - پذیرش: ۸۹/۱۰/۲۶

### چکیده

بسیاری از تحلیل‌های مهندسی ترافیک با استفاده از ابزار شبیه‌سازی خرد جریان ترافیک صورت می‌پذیرد. مدل‌های تعقیب خودرو از مهم‌ترین زیر مدل‌های شبیه‌سازی خرد جریان ترافیک است که به کنترل رفتار رانندگی در ارتباط با خودروی جلویی واقع در خط عبور مشابه می‌پردازد. تعدد مدل‌های تعقیب خودرو آن چنان زیاد است که ضرورت شناخت هر مدل را، قبل از انتخاب آن، ایجاب می‌کند. در این تحقیق، مدل معروف تعقیب خودروی جنرال موتورز ( $GM$ )، مد نظر قرار می‌گیرد و خصوصیات حالت ساده شده‌ای از این مدل، که زمان عکس‌العمل برای همه راننده‌ها صفر است (مدل رانندگی پاسخ سریع)، بررسی می‌شود. برای این منظور چندین سناریوی ساختگی برای فرآیند تعقیب خودروی معمول، تعریف و با شبیه‌سازی مدل رانندگی پاسخ سریع ویژگی‌های این مدل ارزیابی می‌شود. همچنین، رویکرد استفاده از مبانی معادلات دیفرانسیل برای پیش‌بینی و تخمین رفتار خودروی تعقیب‌کننده با توجه به فرض معلوم بودن رفتار حرکتی خودروی جلویی پیشنهاد می‌شود. به علاوه، برای شناخت بیشتر خصوصیات مدل، از داده‌های سری زمانی فرآیند تعقیب خودروی واقعی استفاده شده و مدل رانندگی پاسخ سریع با این داده‌ها پرداخت می‌شود. نتایج ارزیابی مدل با داده‌های واقعی نشان می‌دهد که مدل تعقیب خودروی پاسخ سریع رفتار دنیای واقعی را به‌طور قابل قبول ( $RMSPE=1.7\%$ ) مدل‌سازی می‌کند. همچنین، نتایج نشان می‌دهند مبانی معادلات دیفرانسیل ابزار قدرتمندی برای تحلیل مدل رانندگی پاسخ سریع است و استفاده از این رویکرد به شناخت بیشتر خصوصیات مدل و کاهش هزینه‌های محاسباتی منجر خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: مدل رانندگی پاسخ سریع، مدل تعقیب خودرو، تحلیل عددی، معادله دیفرانسیل، مدل  $GM$

### ۱. مقدمه

رویکردهای متفاوتی نیز جهت توسعه این مدل‌ها بکار گرفته شده است. برای مثال، مدل‌های تعقیب خودرو، بر اساس منطق مورد استفاده، معمولاً به چند دسته تقسیم‌بندی می‌شوند [Olsam and Tapani, 2004]:

- مدل‌های جنرال موتورز ( $GM^1$ ): در این مدل‌ها شتاب خودروی تعقیب‌کننده (پاسخ) تابعی از اختلاف سرعت بین جفت خودروی جلویی و تعقیب‌کننده (محرک) و پارامتر حساسیت است.
- مدل‌های فاصله ایمن<sup>۲</sup>: در این مدل‌ها فرض می‌شود خودروی

در مدل‌های شبیه‌سازی خرد ترافیک، اندرکنش تک‌تک خودروها با یکدیگر و همچنین با شبکه راه‌ها در نظر گرفته می‌شود. این مدل‌ها معمولاً از تعدادی زیرمدل ساخته می‌شوند که هر یک وظیفه مشخصی از روند شبیه‌سازی را بر عهده دارند.

مدل‌های تعقیب خودرو از جمله این زیر مدل‌هاست که رفتار رانندگی را در ارتباط با خودروی جلویی واقع در خط عبور مشابه کنترل می‌کنند [Olsam and Tapani, 2004]. تحقیقات بسیاری در مورد مدل‌های تعقیب خودرو انجام شده و

GM شامل در نظر نگرفتن پدیده‌های تقریبی بودن طبیعت فرآیند تعقیب وسیله [Herman, 1992] و [Ceder, 1976]، عکس‌العمل نامتقارن [Leutzbach, 1988] و فرآیند دور شدن و نزدیک شدن است.

بیشترین مطالعه مدل‌های تعقیب خودرو شاید در خصوص کلاس خانواده مدل‌های GM انجام شده است [Olsam and Tapani, 2004] و [Brackstone and McDonald, 1999]، با این حال، برخی از ویژگی‌های حالات خاصی از این مدل هنوز به روشنی مشخص نیست. مدل تعقیب خودروی رانندگی پاسخ سریع حالت خاصی از مدل اولیه GM با زمان عکس‌العمل صفر برای همه راننده‌هاست، که در این مقاله، به‌طور چند بعدی و مبسوط بررسی می‌شود. هدف کلان این تحقیق بررسی ویژگی‌های این مدل است که موارد ذیل به‌طور مشخص جز اهداف تحقیق حاضر است:

- حل معادله دیفرانسیل مدل رانندگی پاسخ سریع برای تخمین رفتار حرکتی خودروی تعقیب کننده در صورتی که مجموعه حرکات خودروی جلوئی به شکل یک رابطه ریاضی خوش تعریف مفروض باشد.

- شبیه‌سازی حرکت خودروی تعقیب کننده با مدل تعقیب خودروی پاسخ سریع برای سناریوهای مختلف که در هر یک از آنها رفتار حرکتی خودروی جلوئی مفروض است.

- ارزیابی توانایی مدل تعقیب خودروی پاسخ سریع در بازتولید رفتار حرکتی خودروی تعقیب کننده دنیای واقعی.

شناخت بیشتر خصوصیات هر مدل تعقیب خودرو کمک شایانی به انتخاب مدل برای بکارگیری در شبیه‌سازی خرد ترافیک دارد. این مطالعه می‌تواند منبع اطلاعاتی مفید برای محققین ترافیک و کاربران نرم‌افزارهای شبیه‌سازی خرد ترافیک باشد.

در ادامه مقاله، در قسمت دوم، روش تحقیق و داده‌های به‌کار رفته شرح داده می‌شود. در قسمت سوم، شبیه‌سازی حرکت خودروها با مدل مذکور برای ۴ سناریوی معمول ارائه می‌شود. در همین قسمت جزئیات هر یک از سناریوها نیز بیان می‌شود. در ادامه آن، در قسمت چهارم، مدل رانندگی پاسخ سریع برای حالات کلی‌تر هر یک از سناریوهای قسمت قبل با مبانی معادلات دیفرانسیل به‌منظور تعیین رفتار خودروی تعقیب کننده حل شده و معادلات به‌دست آمده تفسیر می‌شود. ارزیابی مدل با داده‌های

تعقیب‌کننده همواره فاصله ایمن را تا خودروی جلوئی حفظ می‌کند.

- مدل‌های روانی- جسمانی<sup>۳</sup>: در این مدل‌ها برای توصیف تغییر رفتار رانندگی خودروی تعقیب کننده از آستانه‌ها استفاده می‌شود. برای مثال، آستانه درک حداقل اختلاف سرعت بین جفت خودروی جلوئی و تعقیب‌کننده توسط خودروی تعقیب‌کننده.

بیشترین مطالعه مدل‌های تعقیب خودرو در خصوص خانواده مدل‌های GM انجام شده است [Olsam and Tapani, 2004] و [Brackstone and McDonald, 1999]، با این حال، برخی از ویژگی‌های حالات خاصی از این مدل‌ها هنوز به‌روشنی مشخص نیست. به‌همین منظور، مطالعه حاضر به بررسی ویژگی‌های یک حالت خاص از این مدل می‌پردازد. رابطه اساسی بین جفت خودروی جلوئی و تعقیب‌کننده در مدل تعقیب خودروی GM به‌صورت محرک- پاسخ است [Brackstone and McDonald, 1999]. این مدل، علی‌رغم پیچیدگی کمتر نسبت به سایر مدل‌های تعقیب خودرو، از قدرت توضیح دهنده‌ی بیشتری برخوردار است، یعنی، مدل GM نسبت به سایر مدل‌های تعقیب خودرو برآزش بهتری از داده‌های واقعی به دست آمده از میدان ارائه می‌کند [Ranjitkar, Nakatushi, and Kawamua, 2005]. در فرمول معمول مدل‌های تعقیب خودروی GM، راننده خودروی تعقیب‌کننده، شتاب خود را بر اساس سرعت نسبی بین خودروی تعقیب‌کننده و خودروی جلوئی، مطابق رابطه ۱، تنظیم می‌کند [Chandler, Herman and Montroll, 1958]:

$$\frac{d^2 x_1(t+T)}{dt^2} = \lambda \left[ \frac{dx_0(t)}{dt} - \frac{dx_1(t)}{dt} \right] \quad (1)$$

که در آن:  $x_0(t)$  موقعیت خودروی جلوئی در زمان  $t$ ،  $x_1(t)$  موقعیت خودروی تعقیب‌کننده در زمان  $t$ ،  $\lambda$  ضریب حساسیت و  $T$  زمان عکس‌العمل خودروی تعقیب‌کننده است؛ یعنی بعد از سپری شدن زمان  $T$ ، خودروی تعقیب‌کننده به رفتار خودروی جلوئی پاسخ می‌دهد. هر اندازه مقدار ضریب حساسیت  $\lambda$  بیشتر باشد، عکس‌العمل خودروی تعقیب‌کننده به سرعت نسبی بیشتر می‌شود. آزمایش‌های صورت گرفته توسط شرکت جنرال موتورز در دهه ۱۹۵۰ میلادی نشان دادند که مقدار  $\lambda$  در حدود  $0.3$  تا  $0.4 \times 10^{-1}$  است [Chandler, Herman and Montroll, 1958]. مهم‌ترین نقص مدل‌های تعقیب خودرو

به منظور پیشنهاد استفاده از مبانی معادلات دیفرانسیل در مدل، حالت کلی تر این چهار سناریو با مبانی ریاضیات و معادلات دیفرانسیل اثبات شده و روابط ریاضی مشخص آنها ارائه می شود. در این بخش، پس از ارائه فرمولاسیون مدل تحت بررسی، داده های واقعی استفاده شده در تحقیق توصیف شده و در آخر این بخش، معیار ارزیابی مدل در ارتباط با داده های واقعی توضیح داده می شود. لازم به ذکر است در این قسمت مبانی معادلات دیفرانسیل استفاده در این تحقیق به دلیل اختصار آورده نمی شود.

## ۲-۱ مدل رانندگی پاسخ سریع

در فرمول عمومی رابطه ۱،  $\lambda$  تابعی از سرفاصله مکانی بین دو خودرو و سرعت خودروی تعقیب کننده است [Gazis, Herman and Rothery, 1961]؛ اما، در این تحقیق حالت ساده  $\lambda$  برابر با عدد ثابت، در نظر گرفته می شود. حل رابطه ۱ با استفاده از روشهای تبدیل لاپلاس امکان پذیر است. با این حال، در رابطه ۱، جهت ساده سازی، فرض می شود عکس العمل راننده خودروی تعقیب کننده بسیار سریع است ( $T = 0$ ). این فرض منجر به مدل رانندگی پاسخ سریع (رابطه ۲) می شود:

$$\frac{d^2x_1(t)}{dt^2} = \lambda \left[ \frac{dx_0(t)}{dt} - \frac{dx_1(t)}{dt} \right] \quad (2)$$

در این مقاله، در خصوص این مدل ساده شده تعقیب خودرو بحث می شود. این مدل منجر به معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه اول شده که با استفاده از تکنیک استاندارد ضریب انتگرال حل می شود.

## ۲-۲ داده های ترافیک واقعی

در این تحقیق، برای بررسی بیشتر مدل رانندگی پاسخ سریع، از داده های خرد جریان ترافیک آزادراه شش خط عبور I-80 در Emeryville، کالیفرنیا که از پایگاه اینترنتی پروژه NGSIM دانلود شد، برای ارزیابی قدرت توضیح دهنده این مدل استفاده می شود [NGSIM]. برخی ویژگیهای داده های این پروژه از قرار زیر است [NGSIM]:

- با حمایت مالی اداره راه ایالات متحده (Federal FHWA Highway Administration).

واقعی در قسمت پنجم و جمع بندی و نتیجه گیری در قسمت انتهایی مقاله ارائه شده است.

## ۲. روش تحقیق

در این تحقیق، خصوصیات مدل تعقیب خودروی رانندگی پاسخ سریع برای هر دو حالت حرکت تنها دو خودرو و همچنین حرکت گروهی خودروها با بررسی شبیه سازی این مدل ارزیابی شده و پرداخت و اعتبارسنجی این مدل با داده های واقعی یک فرآیند تعقیب خودرو از داده های NGSIM صورت می گیرد. همچنین، استفاده از مبانی معادلات دیفرانسیل در مدل و پیش بینی رفتار خودروی تعقیب کننده با فرض معلوم بودن رفتار خودروی جلویی پیشنهاد می شود. برای این منظور، الگوریتم مدل تعقیب خودروی رانندگی پاسخ سریع در نرم افزار MATLAB کدنویسی و پیاده سازی شده و از آن برای سناریوهای مختلف اجرا گرفته شد تا ویژگیهای این مدل محک زنی شود. گفتنی است، گامهای شبیه سازی برای همه سناریوها، یکدهم ثانیه در نظر گرفته می شود. سناریوهای در نظر گرفته شده در برگزیده شرایط مختلف و حالات معمول و طبیعی است که در جریان ترافیک واقعی به طور مکرر اتفاق می افتد و با بررسی آنها عملکرد مدل به خوبی ارزیابی می شود. این سناریوها حالات مختلف حرکت تنها دو خودرو و حرکت گروهی خودروها را مطابق ذیل، پوشش می دهد. گفتنی است در اینجا فقط عناوین کلی سناریوهای انتخابی ذکر شده و توضیحات بیشتر در مورد خصوصیات هر سناریو در بخش سوم می آید.

### \* حرکت دو خودرو

- سناریوی ۱- رفتار خودروی تعقیب کننده در حالت ایست کامل خودروی جلویی
- سناریوی ۲- رفتار خودروی تعقیب کننده در حالت سرعت نوسانی خودروی جلویی

### \* حرکت گروهی خودروها

- سناریوی ۳- رفتار خودروهای تعقیب کننده ساکن در حالت سرعت ثابت خودروی جلویی
- سناریوی ۴- رفتار خودروهای تعقیب کننده در حالت سرعت نوسانی خودروی جلویی

به‌عنوان آزمایش‌های آماری، به‌کار می‌روند. Hourdakis و همکارانش در سال ۲۰۰۳ میلادی حق مطلب را درخصوص آزمون‌های خوبی برآزش جهت استفاده در اعتباریابی شبیه‌سازی‌های ترافیکی با جزئیات مبسوط ادا کرده و بر اهمیت این آزمون‌ها جهت بیان کفایت مدل در بازتولید شرایط ترافیکی دنیای واقعی تأکید کردند [Hourdakis, Michalopoulos and Kottommannil, 2003].

معمولاً چهار مقدار آماری مختلف برای مقایسه خروجی شبیه‌سازی با اطلاعات واقعی جمع‌آوری شده از میدان، مورد استفاده قرار می‌گیرند: ۱- خطای مربع متوسط ریشه ( $RMSE^1$ ), ۲- ضریب همبستگی  $r^y$ , ۳- ضریب نامساوی  $Theil^h$  و ۴- خطای درصد مطلق متوسط  $(MAPE)^9$ . RMS بیانگر میزان انحراف نتایج شبیه‌سازی در باز تولید داده‌های واقعی است و به‌عنوان خطای استاندارد تخمین در رگرسیون خطی نیز بکار می‌رود. این معیار از لحاظ ریاضی به شکل رابطه ۳ تعریف می‌شود:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{i, sim} - y_{i, obs})^2} \quad (3)$$

که در آن،  $n$  کل تعداد نقاط اطلاعات،  $y_{i, sim}$  نقطه‌های اطلاعات حاصل از شبیه‌سازی،  $y_{i, obs}$  نقطه‌های اطلاعات حاصل از مشاهده میدانی می‌باشند. از آنجا که RMSE با اطلاعات هم واحد است، به‌عنوان یک معیار مناسب خطای نمونه، مفید است. در طی فرآیند پرداخت، RMSE آماره‌ای است که باید کمینه شود. مدلی که مقدار RMSE آن زیاد است، مدل خوبی نیست. شکل دیگر RMSE خطای درصد مربع متوسط ریشه ( $RMSPE^{10}$ ) است که تخمینی از خطای درصد کل است و به شکل رابطه ۴ محاسبه می‌شود:

$$RMSPE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{i, sim} - y_{i, obs}}{y_{i, obs}} \right)^2} \quad (4)$$

از آنجا که RMSPE با واحد درصد کلی بیان می‌شود، نسبت به RMSE مفیدتر است و سریع‌تر نیز درک می‌شود. ادبیات تحقیق هیچ معیار مطلقاً را برای مقدار مناسب RMSE، تصریح نمی‌کند. با این حال، Hourdakis و همکاران مقدار ۱۵ درصد یا کمتر برای RMSPE را جهت دلالت بر برازندگی خوب

• با هدف توسعه الگوریتمهای رفتاری در شبیه‌سازی خرد  
 • مجموعه داده‌های بسیار دقیق و با جزئیات جمع‌آوری شده از سال ۲۰۰۵ میلادی به بعد  
 • قابل دسترس همه پژوهشگران علاقه‌مند (قابل دانلود رایگان)  
 • بازمینی و اعتبارسنجی مدل‌های ترافیکی ده‌ها مقاله (برای مثال: [Herrera and Bayen, 2010], [Chiu, Zhou and Song, 2010], [Chiabaut, Leclercq and Buisson, 2010] و [Hamdar and Mahmassani, 2009]).

• شامل چهار مجموعه داده‌ای از آزادراهها و شریانی‌ها:  
 - آزادراه I-80 در Emeryville، کالیفرنیا (۳ تا ربع ساعت).  
 - آزادراه US-101 در لس‌آنجلس، کالیفرنیا (۳ تا ربع ساعت).  
 - شریانی بلوار Lankershim در لس‌آنجلس، کالیفرنیا (۲ تا ربع ساعت).  
 - شریانی خیابان Peach Tree در آتلانتا، جورجیا (۲ تا ربع ساعت).  
 • ضبط موقعیت خودروها در هر یک‌دهم ثانیه با استفاده از دوربینهای با دقت بالا  
 • علاوه بر جزئیات خط‌سیرهای خودروها، دارای داده‌های شناسگر و سایر داده‌های تکمیلی

از داده‌های ارزشمند فوق‌الذکر یک سری زمانی تعقیب خودرو با داده‌های واقعی ترافیک بین ساعات ۴ تا ۱۵:۴ بعدازظهر، آزادراه I-80 پروژه NGSIM در نظر گرفته می‌شود. همه داده‌های خرد این سری زمانی تعقیب، که ۶۰/۴ ثانیه به‌طول انجامید، اعم از: مکان، سرعت و شتاب جفت خودرو، در هر یک‌دهم ثانیه در اختیار است. بنابراین، برای پرداخت مدل، ۶۰۴ رکورد وجود دارد. به‌علت برخی ناسازگاریها در این داده‌ها، تحلیلهای اولیه‌ای بر روی آنها انجام شده و با هموارسازی<sup>۴</sup> اطلاعات مکانی خودروی تعقیب‌کننده و خودروی جلویی و متعاقب آن، محاسبه سرعت و شتاب خودروها بر اساس مکان آنها، داده‌های موجود فیلتر می‌شوند.

## ۲-۳ ارزیابی مدل

در اعتبارسنجی، ارزیابی آماری تطبیق مدل با دنیای واقعی صورت می‌گیرد. آزمایشهای خوبی‌برآزش<sup>۵</sup> در اعتبارسنجی مدل

سرعت مشابه خودروی جلویی در حرکت است. سرعت حرکت خودروی جلویی،  $u_0(t)$ ، به صورت رابطه ۵ با زمان نوسان می‌کند:

$$u_0(t) = 10(1 + \sin(0.2t)) \quad (5)$$

پاسخ رفتاری خودروی تعقیب‌کننده به این نحوه حرکت خودروی جلویی در شکل ۲ نمایش داده می‌شود. همان‌طور که در شکل مشخص است، عکس‌العمل خودروی تعقیب‌کننده نسبت به عمل خودروی جلویی تقلیل یافته‌تر است. همچنین، به نظر می‌رسد، این عکس‌العمل با تأخیر چند ثانیه‌ای همراه است. رفتار متقارن این مدل نیز در شکل ۲ به وضوح قابل مشاهده است. منظور از رفتار متقارن، رفتار مشابه در دو حالت شتاب مثبت و شتاب منفی است. در این سناریو نیز مشابه سناریوی قبل، مقدار  $\lambda$  برابر ۰/۲ اختیار شد. اگر مقدار  $\lambda$  برای دو حالت شتاب مثبت و شتاب منفی جداگانه منظور شود، آنگاه رفتار مدل غیرمتقارن و واقع‌گرایانه‌تر می‌شود. به دلیل رفتار شدیدتر شتاب منفی (ترمزگیری) نسبت به شتاب مثبت (شتاب‌گیری)، مقدار  $\lambda$  در حالت شتاب مثبت کمتر از حالت شتاب منفی برای مدل غیرمتقارن است.

### ۳-۲ در حالت حرکت گروهی چندین خودروی

#### پشت سر هم

سناریوی ۳- رفتار خودروهای تعقیب‌کننده ساکن در حالت سرعت ثابت خودروی جلویی: برای این سناریو، ۴ خودروی پشت‌سرهم در نظر گرفته می‌شود. در ابتدا، در لحظه  $t = 0$ ، سه خودروی پشت سر خودروی جلویی، در وضعیت ایست کامل به سر می‌برند و در همین لحظه، سرعت خودروی جلویی ۱۰ متر بر ثانیه است. سرعت خودروی جلویی در طول تحلیل عددی این سناریو تغییر نمی‌کند و همان مقدار اولیه را دارد. رفتار اولین، دومین و سومین خودروی تعقیب‌کننده برای این سناریو، در شکل ۳ به نمایش در آمده است. همه خودروهای تعقیب‌کننده سعی در کسب سرعت خودروی جلویی دارند. با توجه به شکل ۳، اولین خودروی تعقیب‌کننده با شتاب (شیب منحنی سرعت) بالایی تعقیب خود را شروع می‌کند و به تدریج این شتاب با گذشت زمان کم شده تا پس از گذشت زمان ۲۵ ثانیه که اختلاف سرعت اولین خودروی تعقیب‌کننده با خودروی جلویی ناچیز است، به نزدیک صفر

مدل شبیه‌سازی ترافیک پیشنهاد کردند [ Hourdakias, Michalopoulos and Kottommannil, 2003]. در این مقاله، جهت پرداخت مدل، یعنی انتخاب پارامتر  $\lambda$ ، از معیار RMSPE استفاده شد.

### ۳. شبیه‌سازی حرکت خودروی تعقیب‌کننده با

#### مدل رانندگی پاسخ سریع

در این قسمت به بررسی رفتار این مدل در دو حالت حرکت تنها دو خودرو و حرکت گروهی خودروها، مطابق بخش روش تحقیق، پرداخته می‌شود.

### ۳-۱ در حالت حرکت دو خودرو پشت سر هم

سناریوی ۱- رفتار خودروی تعقیب‌کننده در حالت ایست کامل خودروی جلویی

در ابتدا خودروی تعقیب‌کننده با سرعت ثابت ۵ متر بر ثانیه در حرکت است و سپس با توقف ناگهانی خودروی جلویی مواجه می‌شود و جهت اجتناب از تصادف با خودروی جلویی، سرعت خود را کم می‌کند. نحوه کاهش سرعت خودروی تعقیب‌کننده بر اساس شکل ۱- الف است. با توجه به شکل، تقریباً بعد از ۳۰ ثانیه سرعت خودروی تعقیب‌کننده به صفر نزدیک می‌شود، ولی هیچگاه به صفر نمی‌رسد. این حقیقت در شکل ۱- ب، نمای بزرگ‌تر شکل ۱- الف، مشخص است. در هر صورت، از زمان ۳۰ ثانیه به بعد اختلاف سرعت جفت خودروی تعقیب‌کننده و جلویی ناچیز است.

شایان ذکر است، اگرچه مقدار پارامتر  $\lambda$  به‌طور مستقیم بر عملکرد مدل تأثیرگذار است، ولی با بررسی بیشتر معلوم شد که این مدل با مقادیر مختلف این پارامتر الگوی رفتاری مشابهی دارد و در این سناریو پارامتر  $\lambda$  برابر ۰/۲ اختیار شد.

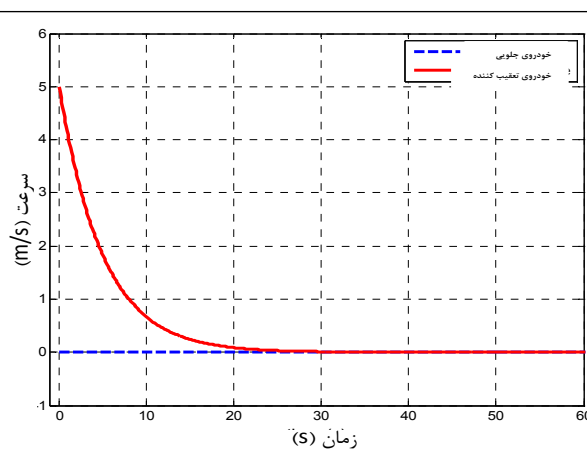
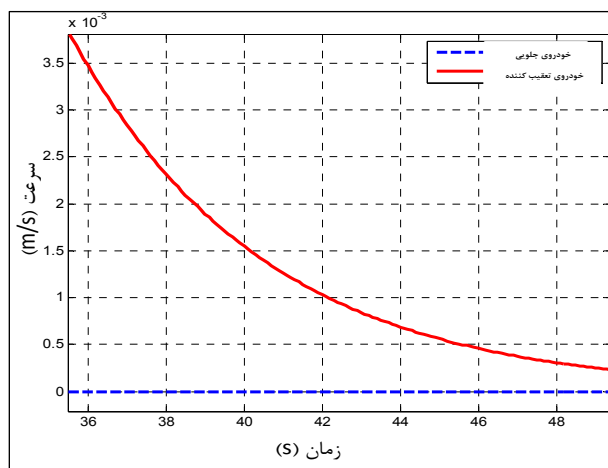
سناریوی ۲- رفتار خودروی تعقیب‌کننده در حالت سرعت نوسانی خودروی جلویی:

خودروها معمولاً در شرایط جریان ترافیک نیمه متراکم به‌طور مرتب گاز می‌دهند و ترمز می‌گیرند. در این سناریو حالتی در نظر گرفته می‌شود که نمایانگر وضعیت جریان ترافیک نیمه متراکم باشد. برای این منظور فرض می‌شود خودروی تعقیب‌کننده با

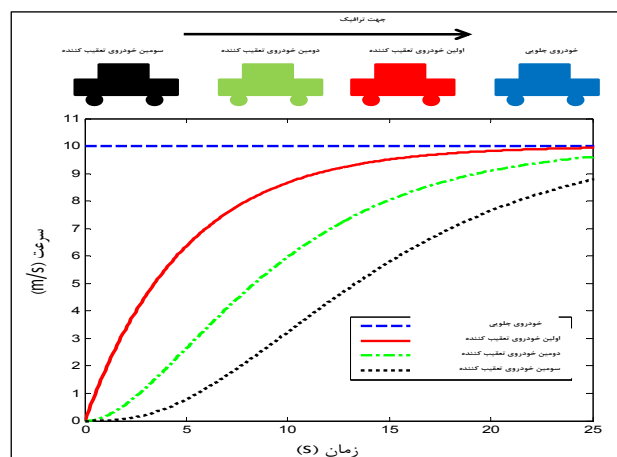
رفتاری خودروهای تعقیب‌کننده به این نحوه حرکت خودرویی جلویی در شکل ۴-الف نمایش داده می‌شود. همان‌طور که در شکل مشخص است، عکس‌العمل خودروهای تعقیب‌کننده نسبت به عمل خودرویی جلویی، مشابه سناریوی ۲، تقلیل یافته‌تر است. در واقع، هر یک از حالات سه فرآیند تعقیب در شکل ۴-الف (۱-اولین خودرویی تعقیب‌کننده به‌دنبال خودرویی جلویی، ۲-دومین خودرویی تعقیب‌کننده به‌دنبال اولین خودرویی تعقیب‌کننده و ۳-سومین خودرویی تعقیب‌کننده به‌دنبال دومین خودرویی تعقیب‌کننده)، مشابه حالت سناریوی ۲ است. بنابراین، انتظار می‌رود انتشار این رفتار تقلیل یافته در طول تعداد بیشتری از خودروها در نهایت به حرکت با سرعت ثابت برای آخرین خودرویی تعقیب‌کننده منجر شود. این بررسی برای نهمین خودرویی تعقیب‌کننده در شکل ۴-ب صورت گرفته است.

می‌رسد. از آنجا که هر خودرو تنها به عمل خودرویی جلویی خود عکس‌العمل نشان می‌دهد، دومین و سومین خودرویی تعقیب‌کننده به‌ترتیب به عمل اولین و دومین خودرویی تعقیب‌کننده پاسخ داده و نسبت به اولین خودرویی تعقیب‌کننده با شتاب کمتری تعقیب خود را شروع می‌کنند، به‌طوری که شتاب سومین خودرویی تعقیب‌کننده برای چند ثانیه صفر است. به نظر می‌رسد، رفتار افزایش سرعت خودروها در این مدل در هنگام انتشار از گروه خودروها از پایین دست به بالا دست هموارتر می‌شود. سناریوی ۴- رفتار خودروهای تعقیب‌کننده در حالت سرعت نوسانی خودرویی جلویی:

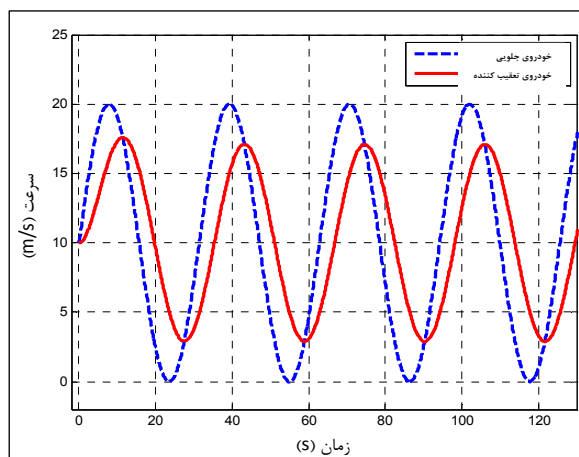
در ابتدا، همه خودروهای تعقیب‌کننده که مشابه سناریوی ۳ تعداد آنها چهار خودرو است، با سرعت مشابه خودرویی جلویی در حرکت هستند و سرعت حرکت خودرویی جلویی، مشابه سناریوی ۲، به‌صورت رابطه ۳ با زمان نوسان می‌کند. پاسخ



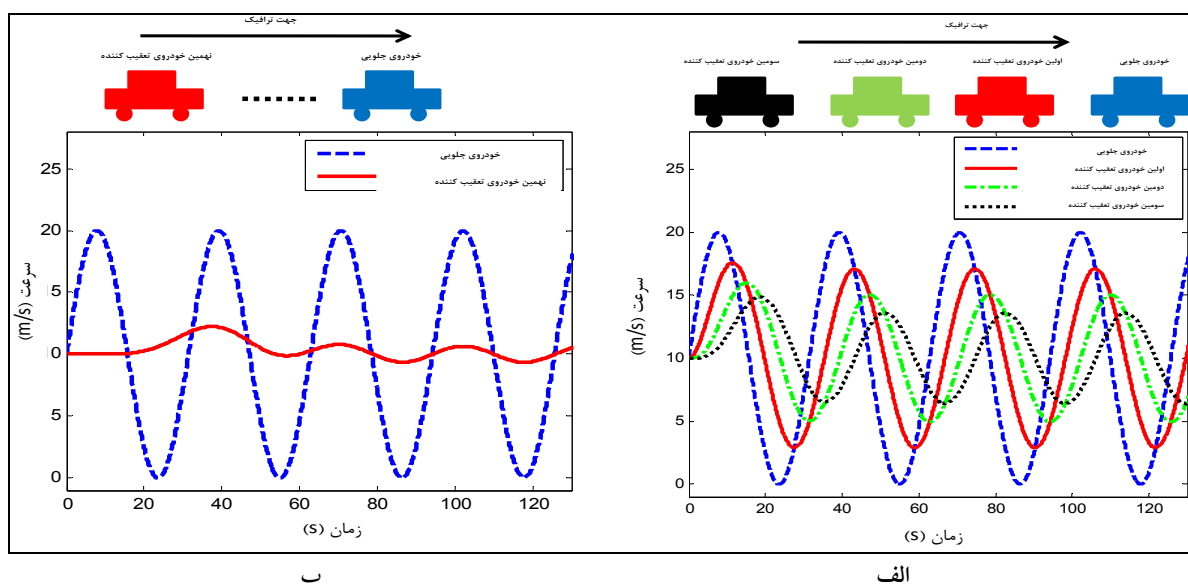
شکل ۱. الف. نحوه کاهش سرعت خودرویی تعقیب‌کننده در برابر زمان در سناریوی اول، ب. نمای بزرگ‌تر الف



شکل ۳. نحوه افزایش سرعت خودروهای تعقیب‌کننده در برابر زمان در سناریوی سوم



شکل ۲. نحوه تغییرات سرعت خودرویی تعقیب‌کننده در برابر زمان در سناریوی دوم



شکل ۴. نحوه تغییرات سرعت خودروهای تعقیب‌کننده در برابر زمان در سناریوی چهارم  
الف- برای سه خودروی تعقیب‌کننده،  
ب- برای نهمین خودروی تعقیب‌کننده

اگر رابطه ۲ به صورت جملاتی از سرعت خودروها بازنویسی شود ( $u_0 = \frac{dx_0}{dt}$  و  $u_1 = \frac{dx_1}{dt}$ )، رابطه ۶ حاصل می‌شود:

$$\frac{du_1}{dt} + \lambda u_1 = \lambda u_0 \quad (6)$$

با فرض معلوم بودن سرعت خودروی جلویی،  $u_0$ ، در زمان  $t$ ، سرعت خودروی تعقیب‌کننده،  $u_1$ ، از حل معادله دیفرانسیل رابطه ۶ به دست می‌آید. در این قسمت، سناریوهای مختلف شبیه‌سازی شده در قسمت قبل، در رویکردی کلی‌تر، بحث می‌شود.

#### ۴-۱ ارزیابی مدل رانندگی پاسخ سریع در حالت حرکت دو خودرو پشت سر هم

#### ۴-۱-۱ ارزیابی مدل رانندگی پاسخ سریع در حالت ایست کامل خودروی جلویی

مشابه سناریوی ۱، حرکت دو خودرو در طول جاده با سرعت ثابت  $U_0$  ( $ms^{-1}$ ) و فاصله مکانی (فاصله بینایی)  $D$  در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود، خودروی جلویی در زمان  $t = 0$  به شدت ترمزگیری می‌کند و در همان لحظه می‌ایستد. بنابراین، از

#### ۴. ارزیابی مدل رانندگی پاسخ سریع با استفاده از معادلات دیفرانسیل

استفاده از مبانی معادلات دیفرانسیل برای مدل تعقیب خودروی رانندگی پاسخ سریع ارائه می‌شود و همه فرمولهای ارائه شده در این بخش پیشنهاد نویسندگان مقاله هستند. در این قسمت چهار سناریوی قسمت قبل، با مبانی معادلات دیفرانسیل بررسی شده و برای حالت کلی‌تر هر کدام از این سناریوها، فرمول ریاضی مشخصی ارائه می‌شود.

به منظور استفاده از مدل رابطه ۱ جهت برآورد رفتار حرکتی خودروها، معمولاً رفتار خودروی جلویی مفروض در نظر گرفته می‌شود و سپس با استفاده از معادلات حرکت با شتاب ثابت و معادله ۱ رفتار حرکتی خودروی تعقیب‌کننده به دست می‌آید. در این مقاله رویکردی نوین جهت برآورد حرکت خودروی تعقیب‌کننده بر اساس مبانی معادلات دیفرانسیل ارائه می‌شود، به این ترتیب که با استفاده از معادله ۱ و با دانستن سرعت خودروی جلویی به شکل یک تابع ریاضی خوش تعریف نسبت به زمان مسأله پیدا کردن رفتار حرکتی خودروی تعقیب‌کننده به یک مسأله معادلات دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل می‌شود که با تکنیکهای موجود در ادبیات، قابل حل است.

$$u_0(t) = U_0(1 + \sin(\omega t)) \quad (9)$$

بنابراین، رابطه ۴ به شکل رابطه ۱۰ در می‌آید:

$$\frac{du_1}{dt} + \lambda u_1 = \lambda U_0(1 + \sin(\omega t)) \quad (10)$$

اگر  $u_1(0) = U_0$ ، بنابراین سرعت دو خودرو در ابتدا دارای مقادیر یکسانی است. حل رابطه ۱۰ با این شرایط اولیه، منجر به روابط ۱۱ و ۱۲ می‌شود: (۱۱۹)

$$u_1 = U_0 \left( 1 + \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + \omega^2}} \sin(\phi) e^{-\lambda t} + \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + \omega^2}} \sin(\omega t - \phi) \right)$$

$$\tan(\phi) = \frac{\omega}{\lambda} \quad (12)$$

جمله دوم داخل براکت در رابطه ۱۱، با زیاد شدن  $t$  به صورت نمایی میرا می‌شود (رابطه ۱۳):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (u_1(t)) = U_0 \left( 1 + \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + \omega^2}} \sin(\omega t - \phi) \right) \quad (13)$$

بنابراین، از مقایسه روابط ۱۳ و ۹ در حالت پایدار (یعنی پس از گذشت رفتار گذرا)، خودروی تعقیب‌کننده، حرکت نوسانی با فراوانی مشابهی نسبت به خودروی جلویی نشان می‌دهد، اما، با این تفاوت که دامنه با ضریب  $\lambda / \sqrt{\lambda^2 + \omega^2}$  کاهش و با فاز  $\phi$  جابه‌جا می‌شود. شایان ذکر است، عکس‌العمل خودروی تعقیب‌کننده در مدل تعقیب خودروی نرم‌افزار معروف MITSIM، که مبتنی بر مدل GM است، نیز کوچک‌تر از عمل خودروی جلویی است [۱]. عکس‌العمل کوچک‌تر خودروی تعقیب‌کننده نسبت به عمل جلویی معمولاً واقعی‌گراست، زیرا این عکس‌العمل برای اجتناب از ناپایداری در طول حرکت گروهی خودروها میرا شده و زمان سفر متناظر با ترافیک واقعی تولید می‌شود.

#### ۲-۴ ارزیابی مدل رانندگی پاسخ سریع در حالت حرکت

##### گروهی چندین خودروی پشت سر هم

به‌جای تنها دو خودرو در جاده، حالتی را با خط طولانی از خودروها در نظر بگیرید. هر خودرو، خودرویی که دقیقاً جلوی آن قرار دارد را تعقیب می‌کند. فرض می‌شود همه واحدهای راننده خودرو دارای خصوصیات یکسانی باشند؛ یعنی، همه آنها

حل رابطه ۶ برای  $t > 0$  و شرایط اولیه  $u_0 = 0$  و

$u_1(0) = U_0$  رابطه ۷ حاصل می‌شود:

$$u_1(t) = U_0 e^{-\lambda t} \quad (7)$$

فاصله طی شده توسط خودروی تعقیب‌کننده از زمان توقف خودروی جلویی،  $d$ ، با انتگرال‌گیری رابطه ۷ از  $t = 0$  تا  $t = \infty$  به دست می‌آید (رابطه ۸):

$$d = \int_0^{\infty} U_0 e^{-\lambda t} dt = \frac{U_0}{\lambda} \quad (8)$$

از بررسی روابط ۷ و ۸ مطالب زیر استنباط می‌شود:

- ۱- علی‌رغم فرض زمان عکس‌العمل صفر برای راننده خودروی تعقیب‌کننده؛ ولی، زمان نامحدودی برای توقف این خودرو، بر اساس رابطه ۷، لازم است.
- ۲- اگرچه زمان نامحدودی برای توقف خودروی تعقیب‌کننده لازم است، ولی فاصله توقف، مبتنی بر رابطه ۸، محدود است.
- ۳- بر اساس رابطه ۸، ضریب  $\lambda$  به‌طور معکوس با فاصله توقف،  $d$ ، متناسب است.
- ۴- بر اساس رابطه ۷، شرط لازم برای عدم برخورد دو خودرو،  $D > U_0 / \lambda$  است.
- ۵- فاصله توقف پیشنهادی بر اساس آیین‌نامه طرح هندسی راه [AASHTO-2004]، با توان دوم سرعت متناسب است؛ در حالیکه، فاصله توقف بر اساس رابطه ۸، به‌صورت خطی با تغییرات سرعت متناسب است. دلیل این تفاوت در این است که، فرض آیین‌نامه طرح هندسی راه مبتنی بر کاهش سرعت یکنواخت، ولی، کاهش سرعت در مدل رانندگی پاسخ سریع به‌صورت نمایی است.

#### ۴-۱-۲ ارزیابی مدل رانندگی پاسخ سریع در حالت سرعت

##### نوسانی خودروی جلویی

مشابه سناریوی ۲ در قسمت ۳-۱، برای بررسی بیشتر خصوصیات مدل رانندگی پاسخ سریع، در این قسمت رفتار غیرمعمول با ویژگی‌های معلوم از طرف خودروی جلویی در نظر گرفته می‌شود. حال، به‌دست آوردن عکس‌العمل خودروی تعقیب‌کننده نسبت به این رفتار خودروی جلویی مورد علاقه است. برای این کار، فرض می‌شود سرعت خودروی جلویی مطابق رابطه ۹ با زمان تغییر می‌کند:



$$u_4(t) = U_0 - U_0 \left( 1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \frac{(\lambda t)^3}{3!} \right) e^{-\lambda t} \quad (20)$$

روابط ۱۶، ۱۸ و ۱۹ مشابه نتایج حاصل از شبیه‌سازی شکل ۳ (سناریوی ۳ در قسمت ۳-۲) است. به‌علاوه، روابط ۱۶، ۱۸، ۱۹ و ۲۰ به‌وسیله استقرا منجر به نتیجه کلی رابطه ۲۱ می‌شود:

$$u_n(t) = U_0 - U_0 e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^i}{i!} \quad (21)$$

شایان ذکر است، جمله دوم رابطه ۲۱ با زمان میرا می‌شود، یعنی:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (u_n(t)) = U_0$$

به‌علاوه، فاصله بین  $n$  امین و  $(n+1)$  امین خودرو در زمان  $t$ ،  $X_{n,n+1}(t)$ ، با انتگرال‌گیری اختلاف سرعت بین دو خودروی پشت‌سرهم به‌دست می‌آید:

$$X_{n,n+1} = \int (u_n(t) - u_{n+1}(t)) dt \quad (22)$$

با استفاده از روابط ۱۴ و ۲۲ و اینکه  $X_{n,n+1}(0) = D$ ، رابطه ۲۳ حاصل می‌شود:

$$X_{n,n+1}(t) = D + \frac{1}{\lambda} u_{n+1}(t) \quad (23)$$

جالب توجه است که:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (X_{n,n+1}(t)) = D + \frac{1}{\lambda} U_0$$

بنابراین، همه خودروها، براساس پیش‌بینی مدل رانندگی پاسخ سریع، سرانجام، به فاصله یکسانی از یکدیگر قرار گرفته و با سرعت ثابت سفر می‌کنند.

#### ۴-۲-۲ حل مدل رانندگی پاسخ سریع در حالت سرعت

##### نوسانی خودروی جلویی

حالتی مشابه با سناریوی ۴ در نظر گرفته می‌شود. با توجه به رابطه ۱۳، در شرایط پایدار، وضعیت حرکتی خودروی تعقیب کننده مشابه با خودروی جلویی است (یعنی موج سینوسی با پیروی  $2\pi/\omega$ ) اما با فاز جابه‌جا شده و دامنه کاهش داده شده با ضریب  $\lambda/\sqrt{\lambda^2 + \omega^2}$ . این دلالت می‌کند که در قطار طولانی از خودروها انتشار نوسان حرکت خودروی جلویی به خودروهای بالادست قطار منجر به کاهش دامنه نوسان می‌شود. بنابراین، حل حالت پایدار برای  $n$  امین خودرو به‌صورت رابطه ۲۴ است.

با ضریب حساسیت،  $\lambda$ ، مشابه توصیف می‌شوند. با تعمیم رابطه ۵، سرعت  $n$  امین خودرو،  $u_n$ ، با حل رابطه ۱۴ به‌دست می‌آید:

$$\frac{du_n}{dt} + \lambda u_n = \lambda u_{n-1} \quad (14)$$

در صورت معلوم بودن رفتار خودروی جلویی،  $u_0(t)$ ، رفتار سایر خودروهای تعقیب‌کننده در قطار ترافیک، با استفاده از رابطه ۱۴، قابل ارزیابی می‌شود.

#### ۴-۲-۱ ارزیابی مدل رانندگی پاسخ سریع در حالت سرعت ثابت خودروی جلویی و حرکت خودروهای تعقیب کننده از وضعیت ایست

مشابه سناریوی ۳، یک قطار خودروی ثابت با فاصله بینابینی  $D$  برای هر دو خودروی پشت سرهم در این قطار در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود خودرویی در جلو این قطار خودرو با سرعت ثابت  $U_0$  در حرکت باشد و خودروهای متعلق به این قطار بلافاصله سعی در تعقیب این خودرو دارند. چگونگی رفتار تعقیب هر یک از خودروهای این قطار خودرو مد نظر است.

برای حل این مسئله رابطه ۱۴ با  $u_0(t) = U_0$  و شرایط اولیه  $u_n(t) = 0$  برای  $n = 1, 2, 3, \dots$  ملاحظه می‌شود. بر اساس رابطه ۱۴، حرکت خودروی ۱، اولین خودروی تعقیب‌کننده، با حل رابطه ۱۵ حاصل می‌شود:

$$\frac{du_1}{dt} + \lambda u_1 = \lambda U_0 \quad (15)$$

حل رابطه ۱۵ با شرط  $u_1(0) = 0$  رابطه ۱۶ را نتیجه می‌دهد:

$$u_1(t) = U_0(1 - e^{-\lambda t}) \quad (16)$$

با قرار دادن رابطه ۱۶ در رابطه ۱۴، رابطه ۱۷ حاصل می‌شود که با حل آن، حرکت خودروی دوم مشخص می‌شود:

$$\frac{du_2}{dt} + \lambda u_2 = \lambda U_0(1 - e^{-\lambda t}) \quad (17)$$

حل رابطه ۱۷ با شرط  $u_2(0) = 0$  رابطه ۱۸ را نتیجه می‌دهد:

$$u_2(t) = U_0 - U_0(1 + \lambda t)e^{-\lambda t} \quad (18)$$

به‌طور مشابه، می‌توان نشان داد که  $u_3$  و  $u_4$  به‌وسیله روابط ۱۹ و ۲۰ به‌دست می‌آیند:

$$u_3(t) = U_0 - U_0 \left( 1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} \right) e^{-\lambda t} \quad (19)$$

۱۵۱ مورد مربوط به شتاب منفی و ۲۶۸ مورد مربوط به سرعت مثبت است. گفتنی است سرعت ثابت برای شتاب در محدوده بین مثبت و منفی ۱ فوت بر مجذور ثانیه در نظر گرفته شد. در این مقاله، جهت پرداخت مدل تعقیب خودروی پاسخ سریع، یعنی تعیین پارامتر  $\lambda$ ، از معیار RMSPE استفاده می‌شود. همان‌طور که در قسمت ۲-۳ تصریح شد، RMSPE نسبت به RMSE مفیدتر است و سریع‌تر درک می‌شود به دلیل اینکه این معیار با واحد درصد کلی بیان می‌شود. خطای درصد مربع متوسط ریشه (RMSPE) است که تخمینی از خطای درصد کل است، برای پرداخت مدل به شکل رابطه ۲۵ (که حالت خاصی از رابطه ۴ است) محاسبه می‌شود:

$$RMSPE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{V_{i, sim}^f - V_{i, obs}^f}{V_{i, obs}^f} \right)^2} \quad (25)$$

که در این رابطه،  $V_{i, obs}^f$  سرعت مشاهده شده خودروی تعقیب کننده و  $V_{i, sim}^f$  سرعت خودروی تعقیب کننده به دست آمده از مدل تعقیب خودروی پاسخ سریع (بقیه پارامترها مشابه تعریف فرمول شماره ۴ است) است. مدل تعقیب خودروی پاسخ سریع هر بار با یک مقدار ضریب حساسیت اجرا و سرعت خودروی تعقیب کننده به دست آمده از مدل برای محاسبه RMSPE به کار می‌رود. در نهایت، با اجرای ۱۰۰ مرتبه مدل برای ضرایب حساسیت ۰ تا ۱۰ و با افزایش یک دهم، طیف وسیعی از مقادیر RMSPE حاصل شد که تغییرات RMSPE با مقادیر مختلف  $\lambda$  در شکل ۸ نشان داده می‌شود.

با توجه به این شکل، حداقل RMSPE به ازای  $\lambda = 0.6$  برابر ۱/۷ درصد است. بنا به [Hourdakakis, Michalopoulos, and Kottommannil, 2003] مدل تعقیب خودروی پاسخ سریع رفتار دنیای واقعی را به‌طور قابل قبول مدل‌سازی می‌کند. شکل ۹ نیز تغییرات سرعت خودروی تعقیب‌کننده واقعی و مدل را در برابر زمان در دو حالت مدل پرداخت‌نشده و مدل پرداخت‌شده نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، از لحاظ گرافیکی اگر چه پرداخت مدل تأثیر بسزایی بر توافق سرعت خودروی تعقیب کننده در مدل با واقعیت دارد، ولی همچنان این مدل نمی‌تواند جزئیات واقعیت را نشان دهد و تنها همراهی قابل قبولی را با نمودار سرعت واقعی ارائه می‌کند.

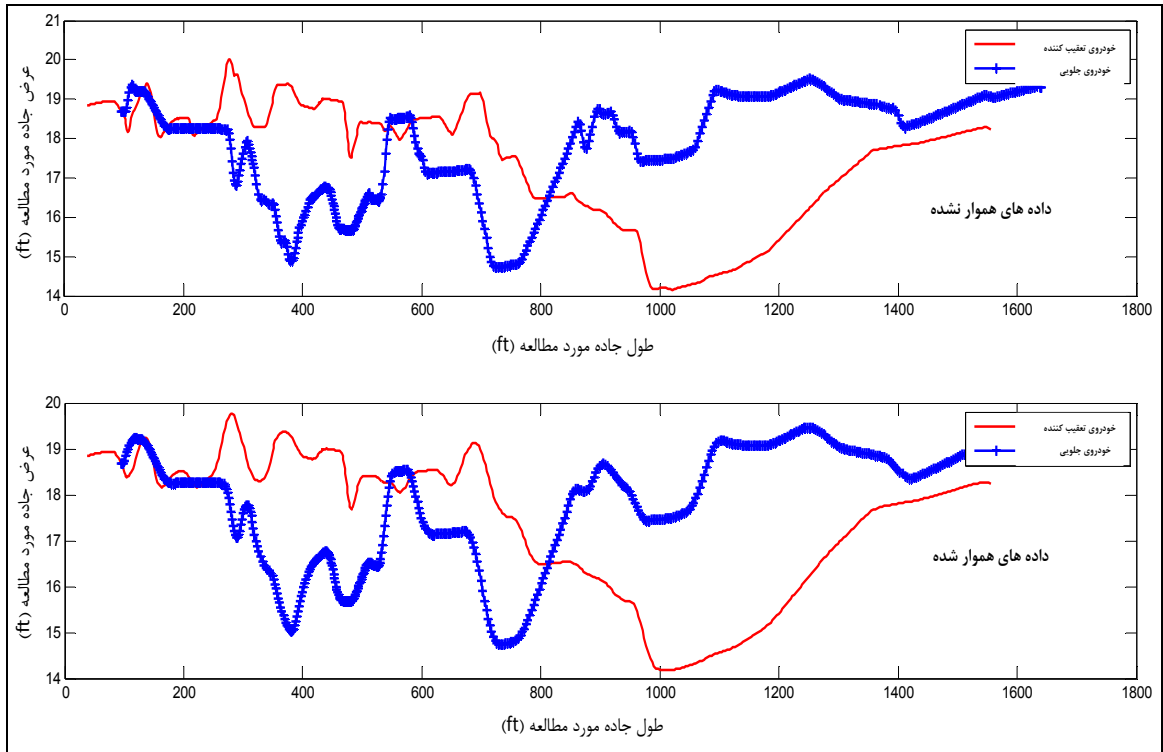
$$\lim_{t \rightarrow \infty} (u_n(t)) = U_0 \left( 1 + \left( \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + \omega^2}} \right)^n \sin(\alpha t - n\phi) \right) \quad (24)$$

برخی اوقات در ترافیک واقعی اختلالات نسبتاً کوچک در وضعیت حرکتی خودروی جلویی در خودروهای بالادست قطار خودرو تقویت شده و گاهی منجر به تصادف بین دو خودرو می‌شود، که مدل رانندگی پاسخ سریع این واقعیت را ارائه نمی‌کند. مدل تعقیب خودروی پیچیده‌تر شامل زمان عکس‌العمل، مثل رابطه ۱، این چنین نتایجی را پیش‌بینی می‌کند.

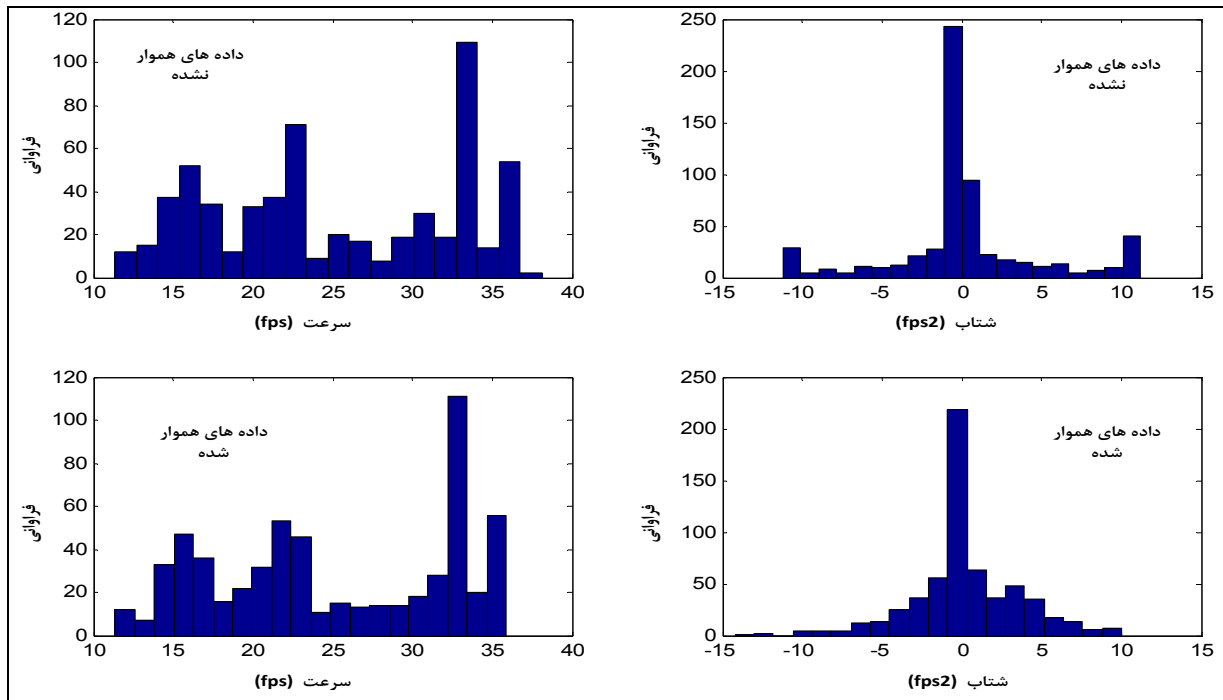
## ۵. ارزیابی مدل با داده‌های واقعی

جهت پرداخت مدل رانندگی پاسخ سریع، همان‌طور که در قسمت ۲-۲ ارائه شد، از داده‌های ترافیکی پروژه NGSIM استفاده می‌شود [NGSIM]. به این ترتیب که یک فرآیند تعقیب خودروی نمونه انتخاب و داده‌های این سری زمانی تعقیب مورد تحلیل قرار گرفت. به‌علت برخی ناسازگاریها در این داده‌ها، اطلاعات مکانی خودروی تعقیب‌کننده و خودروی جلویی هموار شد. شکل ۵ وضعیت مکانی خودروها در دو حالت غیرهموارشده و هموارشده را نشان می‌دهد. این کار (هموارسازی) تأثیر زیادی بر روی واقعی‌گرایی حرکت خودروها دارد. همان‌طور که در شکل ۵ ملاحظه می‌شود رفتار حرکتی خودروها در حالت همواره شده دارای یکنواختی بیشتری نسبت به حالت غیر همواره شده است. شکل ۶، وضعیت هیستوگرام سرعت و شتاب خودروی تعقیب‌کننده در دو حالت هموارشده و غیرهموارشده به‌تصویر می‌کشد. شایان ذکر است که در این شکل، محاسبه سرعت و شتاب خودروها به‌طور غیرمستقیم و بر اساس اطلاعات مکان به‌دست آمده‌اند. همان‌طور که در شکل مشخص است، در حالت غیرهموارشده، هیستوگرام سرعت دارای نقاط اوج جهشی و هیستوگرام شتاب دارای تقارن نسبی غیر واقعی، به‌ویژه در شتابهای بزرگ است که این نواقص در حالت هموارشده، تا حدودی بهبود یافته است. پس از آن، اطلاعات فیلتر شده حرکت خودروها مورد استفاده قرار گرفت و نمودارهای تغییرات مکان طولی، سرعت و شتاب خودروهای جلویی و تعقیب‌کننده با زمان مطابق شکل ۷ حاصل شد. تحلیل سری زمانی تعقیب خودرو نشان می‌دهد، از ۶۰۴ رکورد موجود برای خودروی تعقیب‌کننده، ۱۸۵ مورد مربوط به شتاب مثبت،

تخمین رفتار تعقیب خودرو با استفاده از معادلات دیفرانسیل

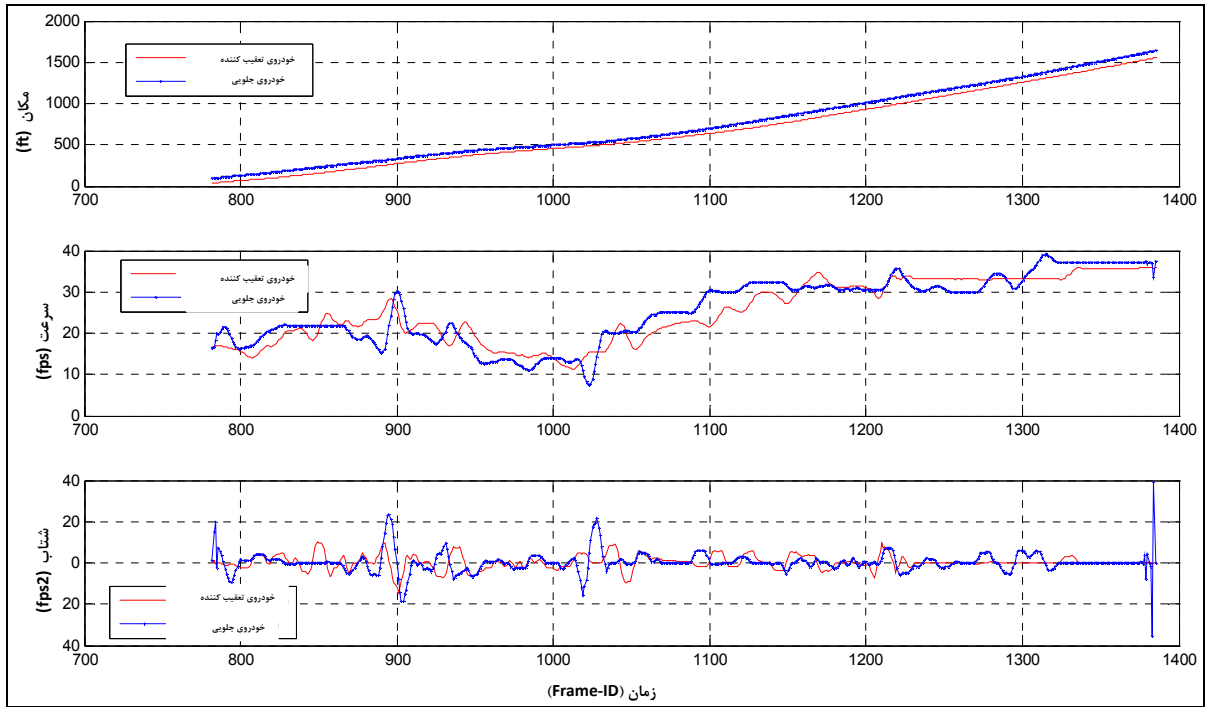


شکل ۵. وضعیت مکانی خودروها در دو حالت غیرهموار شده (بالا) و هموار شده (پایین)

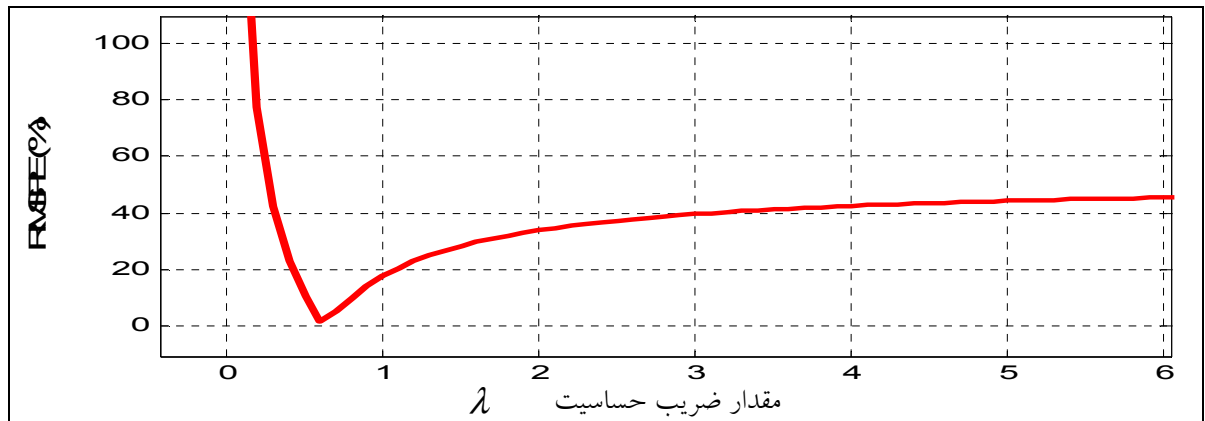


شکل ۶. هیستوگرام سرعت و شتاب خودروی تعقیب کننده در دو حالت هموار شده و غیرهموار شده

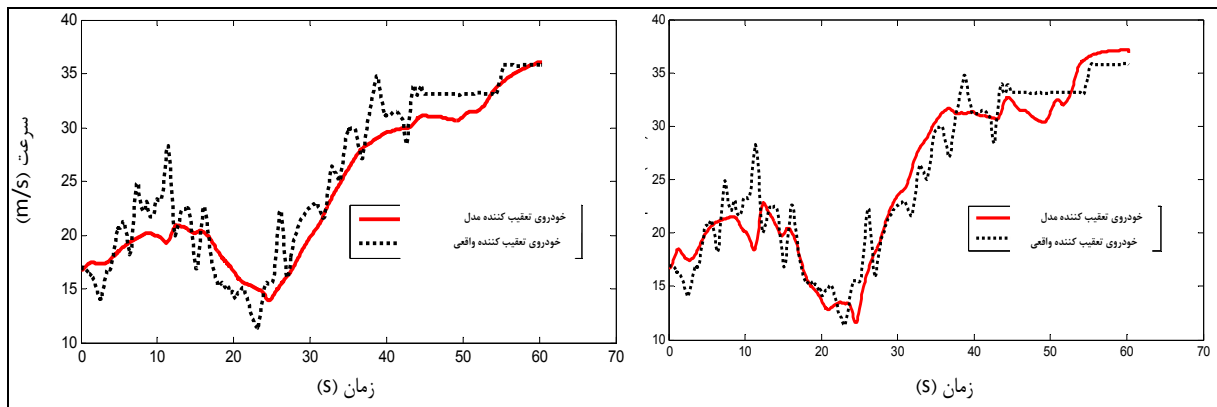
بالا- چپ و راست: به ترتیب نمایانگر هیستوگرام سرعت و شتاب حالت غیرهموار شده و پایین- چپ و راست: به ترتیب نمایانگر هیستوگرام سرعت و شتاب حالت هموار شده



شکل ۷. تغییرات مکان، سرعت و شتاب در برابر زمان



شکل ۸. تغییرات RMSPE با مقادیر مختلف  $\lambda$



شکل ۹. تغییرات سرعت خودروها در برابر زمان در حالت پرداخت نشده (چپ) و پرداخت شده (راست)

## ۶. نتیجه گیری

انواع مختلفی از مدل‌های تعقیب خودرو با رویکردهای مختلف، از دهه ۱۹۵۰ توسعه یافتند. با وجود تعداد زیاد مدل‌های توسعه داده شده قبلی، این محدوده تحقیقاتی همچنان فعال محسوب می‌شود. فرآیند واقعی تعقیب خودرو بسیار پیچیده و بنابراین، مدل‌سازی این فرآیند نیز دشوار است. درحقیقت، توسعه مدل تعقیب خودروی کامل غیرممکن است و هر مدل تعقیب خودرو مزایا و معایبی دارد. به علاوه، انتخاب مدل تعقیب خودرو بسته به کاربرد آن متفاوت است. برای مثال، ملزومات مدل تعقیب خودرو جهت خروجی‌های کلان (مثل، جریان متوسط و سرعت) نسبت به ملزومات مدل‌های تعقیب خودرو برای تولید خروجی‌های خرد (مثل، سرعت تک‌تک خودروها و تغییر مکان خودروها) کمتر است. در واقع، هنگامی که خروجی‌های خرد مورد نیاز باشد، مدل باید قادر به توصیف جزئیات رفتار خودروی تعقیب‌کننده باشد. در مقابل، اگر خروجی‌های کلان مورد نیاز باشد، از یک رویکرد کلی‌تر استفاده می‌شود. صرف نظر از سطح جزئیات، یک مدل تعقیب خودرو باید امکان پرداخت زمان عکس‌العمل و بزرگی عکس‌العمل را ارائه کند. شایان ذکر است که شناخت بیشتر خصوصیات هر مدل تعقیب خودرو کمک شایانی به انتخاب مدل برای بکارگیری در شبیه‌سازی خرد ترافیک دارد.

در این تحقیق حالت خاصی از مدل GM (مدل رانندگی پاسخ سریع) در نظر گرفته شده و بررسی گردید. مدل تعقیب خودروی رانندگی پاسخ سریع حالت خاصی از مدل اولیه GM با زمان عکس‌العمل صفر برای همه راننده‌هاست. برای شناخت بیشتر این مدل سناریوهای مختلفی که به‌طور معمول برای رانندگان در فرآیند تعقیب خودرو پیش می‌آید، تعریف شد. برای شبیه‌سازی حرکت خودروی تعقیب‌کننده، شرایط قطعی برای خودروی جلویی در هر سناریو نظر گرفته شده و رفتار خودروی تعقیب‌کننده به وسیله مدل مذکور به‌دست آمد. الگوریتم مدل تعقیب خودروی رانندگی پاسخ سریع در نرم‌افزار MATLAB پیاده‌سازی شده و برای سناریوهای مختلف در دو حالت حرکت تنها دو خودرو و حرکت گروهی خودروها از آن اجرا گرفته شد و ویژگی‌های این مدل مشخص گردید. سپس، با در نظر گرفتن حالات کلی‌تر سناریوهای معمول در فرآیند تعقیب خودرو و با

فرض معلوم بودن عملکرد خودروی جلویی، رفتار خودروی تعقیب‌کننده در قالب یک مسئله معادلات دیفرانسیل مرتبه اول توسط مبانی معادلات دیفرانسیل حل و رفتار حرکتی خودروی تعقیب‌کننده به‌همراه روابط ریاضی مشخص آنها به دست آمد. نتایج نشان می‌دهد، استفاده از رویکرد معادلات دیفرانسیل در تخمین رفتار تعقیب خودرو به شناخت بیشتر خصوصیات این مدل‌ها و کاهش هزینه‌های محاسباتی منجر می‌شود. همچنین، برای شناخت بیشتر خصوصیات مدل، با داده‌های ترافیک واقعی خرد مربوط به یک فرآیند تعقیب خودرو از داده‌های NGSIM استفاده و مدل رانندگی پاسخ سریع با این داده‌ها، پرداخت شد. برای پرداخت این مدل مقدار بهینه ضریب حساسیت به‌دست آمد. در مدل تعقیب خودروی رانندگی پاسخ سریع امکان پرداخت زمان عکس‌العمل وجود نداشت، چون زمان عکس‌العمل برای همه راننده‌ها صفر فرض شد.

در هر صورت، نتایج ارزیابی مدل با داده‌های واقعی حکایت از این دارد که مدل تعقیب خودروی پاسخ سریع رفتار دنیای واقعی را به‌طور قابل‌قبول ( $RMSPE = 1.1\%$ ) مدل‌سازی می‌کند و توصیف خوبی از داده‌های واقعی نشان می‌دهد، هر چند که نمی‌تواند جزئیات رفتار حرکتی خودرو را نشان دهد. در این پژوهش، به جهت ساده‌سازی، زمان عکس‌العمل خودروها در مدل GM صفر در نظر گرفته شد و مدل تعقیب خودروی GM به مدل رانندگی پاسخ سریع تبدیل شد، که البته این کار از واقعگرایی مدل کم می‌کند. برای ادامه تحقیق حاضر پیشنهاد می‌شود مدل تعقیب خودروی GM به‌شکل طبیعی خود مورد بررسی قرار گرفته و سعی شود با مبانی معادلات دیفرانسیل روشی برای حل آن توسعه داده شود.

## ۷. پی‌نوشت‌ها

1. General Motors models
2. Safety-distance models
3. Psycho-physical models
4. Smoothing
5. Goodness-of-fit test
6. Route Mean Square Error
7. Coefficient of correlation
8. Theil's Inequality Coefficient
9. Mean Absolute Percent Error
10. Root Mean Square Percent Error

- Hamdar, S. H. and Mahmassani, H. S. (2009) "Life in the fast lane duration-based investigation of driver behavior differences across freeway lanes", *Transportation Research Record* (2124), pp.89-102.
- Herman, R. (1992) "Technology, human interaction and complexity: reflection on vehicular traffic science", *Operations Research*, 40 (2), pp.199-212.
- Herrera, J. C. and Bayen, A. M. (2010) "Incorporation of Lagrangian measurements in freeway traffic state estimation", *Transportation Research Part B-Methodological*, 44(4), pp.460-481.
- Hourdakakis, J., Michalopoulos, P.G. and Kottommannil, J. (2003) "Practical rocedure for calibrating microscopic traffic simulation models", *Transportation Research Board, Annual Meeting*, Washington D.C.
- Leutzbach, W. (1988) "Introduction to the theory of traffic flow", Springer, Berlin.
- NGSIM (2008) "Next generation simulation", URL :<http://ngsim.fhwa.dot.gov/>, accessed June 5.
- Olsam, J. J. and Tapani, A. (2004) "Comparison of car-following models", VTI, Linköping.
- Ranjitkar, P., Nakatushi, T. and Kawamua, A. (2005) "Car-following models :An experiment model based benchmarking ", *Journal of Eastern Asia Society for Transportation Studies*, Vol .6, pp.1582–1596.
- American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO) (2004) "A policy on geometric design of highways and streets ", Washington, D.C.
- Brackstone, M. and McDonald, M. (1999) "Car-following :A historical review ", *Transportation Research, Part F 2*: pp.181–196.
- Ceder, A. (1976) "A deterministic traffic flow model for the two regime approach", *Transportation Research Record*, 567, pp.16-30.
- Chandler, R.E., Herman, R. and Montroll, E.W. (1958) "Traffic dynamics :Studies in car following", *Operation Research*, 6, pp.165-184.
- Chiabaut, N., Leclercq, L. and Buisson, C. (2010) "From heterogeneous drivers to macroscopic patterns in congestion." *Transportation Research Part B-Methodological*, 44(2), pp. 299-308.
- Chiu, Y. C., Zhou, L., and Song, H. B. (2010) "Development and calibration of the anisotropic mesoscopic simulation model for uninterrupted flow facilities." *Transportation Research Part B-Methodological*, 44(1), pp. 152-174.
- Gazis, D.C., Herman, R. and Rothery, R. (1961) "Nonlinear follow-the-leader models of traffic flow ", *Operation Research*, 9, pp. 545-567.