یک روش ابتکاری نوین برای مسئله هزینه - زمان پروژه‌ها، با احتساب ارزش زمانی پول

مسعود ربانی [*] ، کامران رضائی [*] و نسیم صیدفروش لاهیجی [**]
گروه مهندسی صنایع ، دانشکده فنی ، دانشگاه تهران

(دریافت مقاله: ۸۲/۳/۱۷ - دریافت نسخه نهایی: ۸۳/۳/۲۴)

چکیده - مسئله تعادل بین هزینه و زمان، یکی از مهمترین مباحث در مدیریت پروژه و مورد علاقه پیمانکاران پروژه هاست. هدف مسئله تعادل بین هزینه و زمان، تحلیل حساسیت هزینه‌های پروژه، نسبت به تغییرات مدت زمان انجام فعالیتها به منظور به دست آوردن بهترین ترکیب کاهش زمانی فعالیتها به نحوی است که مجموع هزینه‌های پروژه مینیمم شود. در الگوریتمهای ابتکاری ارائه شده در این زمینه، تصمیم گیری در زمینه کاهش زمان فعالیتها، بر مبنای مینیمم شیب هزینه فشرده سازی فعالیت صورت می‌گیرد. اما از آنجایی که پروژه‌ها دارای بازه‌های زمانی طولانی‌اند، می‌توان گفت که نرخ بهره بر آنها تأثیرگذار است. در این مقاله، یک روش ابتکاری نوین به منظور به دست آوردن بهترین ترکیب کاهش زمانی فعالیتها با احتساب نرخ بهره و با هدف مینیمم کردن ارزش فعلی هزینه های پروژه ارائه شده است.

واژگان کلیدی : کوتاه سازی زمان پروژه ها، تعادل بین هزینه و زمان، ارزش زمانی پول، نرخ بهره، ارزش فعلی

A New Heuristic Algorithm for Time-cost Trade-off Problem Taking into Account Monetary Value

M. Rabbani, K. Rezaie and N. Seid Foroush Lahiji
Industrial Engineering Dept. , Faculty of Engineering , University of Tehran

Abstract: ***Time-cost trade-off is one of the most important subjects in project management and of interest to contractors. The goal of time-cost trade-off is sensivity analysis of project costs to changes in activity duration in order to obtain the best combination of activity duration decrease, in a way that the sum of project costs is minimized. In the heuristics presented in this area, time crashing is on the base of the minimum cost slope of activities. But since projects are usually performed over***

* - استادیار ** - کارشناسی ارشد

long periods, they can be affected by interest rate. In this paper, a new heuristic algorithm is presented in order to obtain the best combination of activity duration decrease while the monetary value is taken into account, with the goal of minimizing the sum of present value of project costs.

Keywords: *Time crashing Time-cost trade-off, Monetary value, Rate of interest, Present Value*

فهرست علائم

C_{ij}	(مدل ۱ و۲- رابطه ۱ و ۲) هزینه مستقیم مورد نیاز برای اجرای فعالیت ij در زمان معمولی اجرای فعالیت
d_{ij}	(مدل ۱ و۲- رابطه ۱ و ۲) زمان فشرده اجرای فعالیت ij
D_{ij}	(مدل ۱ و۲- رابطه ۱ و ۲) زمان معمولی اجرای فعالیت ij
E_i	(مدل ۱ و۲- رابطه ۱ و ۲) زمان شروع از گره i (زمان عملی وقوع واقعه i)
H	(مدل ۱ و۲- رابطه ۱ و ۲) هزینه بالاسری یک دوره
K_x	(مدل ۲ و رابطه ۲) نرخ بهره
n	(مدل ۱ و۲- رابطه ۱ و ۲) تعداد فعالیتها
NPV COST	(مدل ۲ و رابطه ۲) ارزش فعلی هزینه‌ها
$NPV\ COST_{ij}$	(الگوریتم پیشنهادی) ارزش فعلی هزینه‌ها در صورت فشرده‌سازی فعالیت ij
R_{ij}	(مدل ۱ و۲- رابطه ۱ و ۲) شیب هزینه فعالیت ij (افزایش هزینه های مستقیم فعالیت ij به ازای تغییر یک واحد زمانی)
R'_{ij}	(الگوریتم کلی و پیشنهادی) مجموع R_{ij}های موجود در ترکیب فعالیتهای منتخب در صورت وجود چند مسیر بحرانی
Δt_{ij}	(الگوریتم کلی و پیشنهادی) حداکثر زمانی که می‌توان فعالیت ij را کاهش داد تا مسیرهای زیر بحرانی در آستانه بحرانی شدن قرار گیرند طوریکه $\Delta t_{ij} \le D_{ij} - d_{ij}$
$\Delta t_{ij(com)}$	(الگوریتم کلی و پیشنهادی) مینیمم Δt_{ij} فعالیتهای موجود در ترکیب در صورت وجود چند مسیر بحرانی
T	(مدل ۱ و مدل ۲) زمان تحویل پروژه
y_{ij}	(مدل ۱ و۲- رابطه ۱ و ۲) زمان واقعی انجام فعالیت ij پس از فشرده سازی

۱- مقدمه

کوتاه سازی زمان پروژه ها[1] یک مقوله جدید در مدیریت پروژه نبوده و می توان مطرح شدن این مسئله را همزمان با مطرح شدن سی. پی.ام[2] و پرت[3] دانست. البته در طی این سالها نظریات و روشهای نوینی در این زمینه ارائه شده است[۱]. از مهمترین دلایل توجه به این زمینه را می‌توان تغییر ضرورت و اولویت پروژه‌ها و طرحها (به دلایل تغییر وضعیت سیاسی، اقتصادی و اجتماعی، تغییر دیدگاههای مدیریت ارشد سازمان یا کارفرمای پروژه، تغییر امکانات و منابع اجرایی سازمان)، کاهش زیانهای ناشی از دیرکرد در تحویل پروژه، استفاده بهینه از منابع و در نتیجه انجام پروژه ها به صورت موازی و افزایش درامدهای پروژه‌ها دانست [۲- ۵].

در محاسبات زمان بندی پروژه[4]، معمولاً زودترین زمان تکمیل آخرین فعالیت به عنوان تاریخ تحویل[5] پروژه درنظر گرفته می شود. از سوی دیگر، زمان تکمیل پروژه، بر اساس یک سری از محدودیتها یا نیازهای داخلی و خارجی تعیین می‌شود که در اکثر مواقع، زمان تکمیل تعیین شده بر اساس محدودیتها، طولا نی تر ازتاریخ تحویل محاسبه شده در زمان‌بندی پروژه است. در چنین شرایطی، زمان تکمیل پروژه را می توان به روشهای زیر کاهش داد:

۱- کوتاه سازی زمان تکمیل پروژه از طریق بازنگری منطق

شبکه (اجرای برخی از فعالیتهای بحرانی به صورت موازی)

۲- کوتاه سازی مدت زمان اجرای فعالیتهای بحرانی با صرف هزینه های بیشتر یا فشرده‌سازی[۶] [۲، ۳ و ٤].

کوتاه سازی یا فشرده سازی زمان پروژه به معنای کاهش زمان انجام فعالیتهای مسیر بحرانی با سرمایه گذاری و صرف هزینه های بیشتر به منظور دستیابی به منابع اضافی و یا منابع با کارایی بالاتر (شامل نیروی انسانی، مواد اولیه، تجهیزات و ماشین آلات و سرمایه) است [۱- ٦].

در زمان بندی پروژه‌ها، چون فعالیتهای پروژه، معمولاً بر اساس منابع در دسترس زمان بندی می‌شوند، می‌توان مدت زمان انجام فعالیتها را به عنوان تابعی از منابع در دسترس، مورد توجه قرار داد. از سوی دیگر، هزینه‌های پروژه در قالب تابعی از زمان پروژه و در نتیجه زمان انجام فعالیتهای آن بیان می‌شود. بنابراین می‌توان گفت که تغییر در منابع موجب تغییر در زمان اجرای فعالیتها و همچنین هزینه‌های پروژه می شود. از این رو، در صورت نیاز به کوتاه سازی یا فشرده سازی زمان پروژه و استفاده از منابع اضافی یا منابع با کارایی بالاتر، تخمین زمانی دیگری نیز با عنوان زمان فشرده یا زمان کوتاه شده در زمان بندی ارائه می‌شود که این تخمین به معنای مینیمم زمان حقیقی مورد نیاز برای انجام فعالیتهای پروژه است که معمولاً شامل تخمینی برای مینیمم هزینه مورد نیاز برای دستیابی به این زمان نیز می باشد[۱ و ۸]. در بحث تعادل بین هزینه و زمان پروژه[۷]، یک تحلیل حساسیت هزینه، نسبت به تغییرات مدت زمان انجام فعالیتها انجام می شود که هدف آن به دست آوردن بهترین ترکیب کاهش زمانی فعالیتها به گونه‌ای است که مجموع هزینه‌های پروژه مینیمم شده و بین هزینه‌های مستقیم و غیر مستقیم پروژه، تعادل ایجاد شود.

به منظور به دست آوردن بهترین ترکیب کاهش زمانی فعالیتها، از مدل ریاضی کلاسیک زیر(مدل ۱) استفاده می‌شود:

$$\text{Min} z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} R_{ij} * (D_{ij} - y_{ij}) + H * (E_n - E_1)$$

St:

$$E_j - E_i \ge y_{ij}$$

$$d_{ij} \le y_{ij} \le D_{ij} \qquad \text{(مدل ۱)}$$

$$E_n - E_1 \le T$$

$$E_j, E_i, y_{ij} \ge 0$$

همان طور که ملاحظه می‌شود، تابع هدف این مدل ترکیبی از مجموع هزینه‌های مستقیم پایه (هزینه مستقیم در زمان معمولی)، افزایش هزینه‌های مستقیم به دلیل فشرده سازی و هزینه‌های بالاسری بوده و محدودیتهای آن بیانگر قواعد پیش نیازی شبکه و مدت زمان فعالیتهاست. همچنین ارتباط بین شیب هزینه و زمان کوتاه سازی در مدل به صورت خطی در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که این مدل بیشتر در شبکه‌های کوچک با تعداد محدودی گره، مورد استفاده قرار می‌گیرد و در شبکه‌های بزرگ، به دلیل افزایش متغیرها و در نتیجه پیچیده شدن مدل، معمولاً از الگوریتمهای ابتکاری استفاده می‌شود.

تاکنون مدلهای ریاضی و الگوریتمهای ابتکاری زیادی در بحث تعادل بین هزینه وزمان پروژه‌ها، به منظور مدل بندی هزینه‌های پروژه و حل این مدلها برای به دست آوردن بهترین ترکیب کاهش زمانی فعالیتها، ارائه شده است. تحقیقات انجام شده در این زمینه، مسئله کاهش زمان را ازدیدگاه های مختلفی مورد بررسی قرار داده‌اند. همانند رویکرد برنامه ریزی خطی ارائه شده توسط «کلی» در دهه ٦۰، کارهای مشابه ارائه شده در دهه ۷۰ توسط «گویال» و «زیمنس» [۹] و تحقیقات انجام شده برای ایجاد مدلها، رویه ها و راه حلها برای ترکیب یک ارتباط غیر خطی بین هزینه و زمان انجام فعالیتها در این دو دهه، توسط «برمن»، «فالک»، «فالکرسون»، «شافر»، «میر»، «بوچر»، «فوندال»، «اوپولوس»[۸] انجام شده است. «لیو»، «چن» و «یانگ»[۸] در مقاله خود روشی جدید که اثرات غیر قطعی بودن زمان فعالیتها را همزمان با بحث تعادل بین هزینه و زمان در نظر می گیرد، با کمک نظریه مجموعه فازی و الگوریتم ژنتیک ارائه داده اند. مدلهایی نیز برای زمان بندی پروژه ها، تحت شرایط عدم قطعیت توسط «آنگ»، «آهوجا»، «آنوآچالام»، «پادیلا»، «کار»

و «گنگ» ارائه شده است که بر مبنای نظریه احتمالات است[۸]. همچنین «شاو» و «فنگ» ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و رویکرد پارتو را برای ایجاد راه حل برای مسایل تعادل بین هزینه و زمان در حالت قطعی ارائه کرده‌اند[۸]. «سورش» و «بابو»[۹]، با دخالت دادن کیفیت در بحث فشرده سازی زمان، یک مدل برنامه ریزی خطی را برای مسئله تعادل بین هزینه، زمان و کیفیت[8] ارائه کردند و «توتک» و «گوموسگلو» [۱۰]، از ارتباط اولیه– ثانویه[9] برای فشرده سازی زمان پروژه استفاده کرده‌اند. «لیو»، «فنگ» و «بارنس»[۱۱]، در مقاله خود یک رویکرد ترکیبی از تکنیکهای شبیه سازی و الگوریتم ژنتیک را برای حل مسایل تعادل بین هزینه و زمان تحت شرایط عدم قطعیت ارائه کردند.

«عباسی» و «موکاتاش»[۱۲]، در مقاله خود رویکرد جدیدی را به کمک یک مدل ریاضی که در قالب سرمایه گذاری اضافی بیان شده، برای فشرده سازی زمان بد بینانه در شبکه‌های پرت معرفی کردند که نشان می‌دهد که مینیمم کردن زمان بدبینانه، مدت زمان انجام پروژه و واریانس آن را همزمان کاهش می‌دهد. در همین زمینه، «جورج» و «شو» قوانین کارایی را در شبکه‌های پرت به منظور تسریع در انتخاب فعالیتهایی که باید فشرده شوند ایجاد کردند و «سامان» الگوریتم ابتکاری را برای حل این مسایل پیشنهاد کرد[۱۲].

«لی»، «کااو» و «لاو»[۱۳]، در مقاله خود یک روش ترکیبی از یادگیری ماشینی[10] و الگوریتم ژنتیک را برای حل مسایل تعادل بین هزینه و زمان ارائه کرده‌اند. «فنگ»، «لیو» و «بارنس»[۱٤]، با طرح نامناسب بودن متدهای موجود تجزیه و تحلیل مسایل تعادل بین هزینه برای حل شبکه‌های بزرگ سی.پی.ام.، الگوریتمی را بر پایه قوانین الگوریتم ژنتیک، برای بهینه سازی مسایل تعادل بین هزینه و زمان معرفی کردند. همچنین آنها در مقاله دیگری[۱۵]، یک الگوریتم جدید را با استفاده از برنامه‌ریزی خطی وعدد صحیح برای به دست آوردن تعداد بهینه منابع که زمان و هزینه پروژه را مینیمم می‌کند، ارائه کرده‌اند. «ردا» و «کار» [۱٦]، با طرح وابستگی بین برنامه ریزی فعالیتهای پروژه و تأثیر خصوصیات زمان بندی و تخصیص منابع یک فعالیت بر سایر فعالیتها، عنوان کرده اند که تکنیکهای رایانه‌ای به دلیل مستقل در نظر گرفتن فعالیتها، برای پروژه‌های ساخت و ساز مناسب نیستند.

«گاردینر» و «استوارت»[۱۷]، ارتباط بین بودجه، جریان نقدی، کنترل هزینه و زمان بندی پروژه و اثر نظریه‌وار که هر کدام می‌توانند بر ارزش فعلی خالص[11] بگذارند را مورد بررسی قرار داده و استفاده از تکنیکهای سرمایه گذاری مانند ارزش فعلی خالص را برای کنترل مستمر سلامت پروژه پیشنهاد داده‌اند. «سوند» و «لیشتنبرگ»[۱۸]، در مقاله خود یک روش ابتکاری را برای تعیین، اقتصادی ترین ترکیب فعالیتها با هدف ماکزیمم کردن ارزش فعلی خالص پروژه‌ها که منابع، زمان و هزینه‌ها را متعادل می کند ارائه کرده‌اند.

در تحلیلها و الگوریتمهایی که تاکنون در زمینه تعادل بین هزینه و زمان ارائه شده، مسئله ارزش زمانی پول چندان در نظر گرفته نشده است. اما از آنجایی که پروژه‌ها، به خصوص پروژه‌های دولتی، معمولاً در یک بازه زمانی طولانی تعریف می‌شوند، می‌توان گفت که نرخ بهره می‌تواند یک عامل تأثیر گذار بر پروژه‌ها بوده و در تصمیم گیری به منظور انتخاب فعالیتها برای فشرده سازی مؤثر باشد. در مقاله حاضر، عامل نرخ بهره به عنوان یک عامل تأثیر گذار در مسایل تعادل بین هزینه و زمان معرفی شده و با بررسی الگوریتم کلاسیک مسئله هزینه– زمان و دخالت نرخ بهره، تأثیر این عامل در تصمیم‌گیری برای انتخاب فعالیتها به منظور فشرده‌سازی مورد ارزیابی قرار گرفته و نهایتاً یک الگوریتم ابتکاری در این زمینه با هدف حداقل کردن مجموع ارزش فعلی هزینه‌ها ارائه شده است.

۲– الگوریتم هزینه– زمان با احتساب ارزش زمانی پول

در الگوریتم کلاسیک حل مسایل تعادل بین هزینه و زمان، تصمیم گیری در مورد فشرده‌سازی فعالیتهای مسیر بحرانی برپایه شیب هزینه آنها صورت می‌گیرد. شیب هزینه یک فعالیت در قالب تغییر هزینه‌های مستقیم یک فعالیت به ازای تغییر یک

واحد زمانی (دوره) که می‌تواند بر حسب روز، هفته، ماه یا سال باشد، تعریف می‌شود. در این الگوریتم در هنگام تصمیم گیری در مورد فشرده سازی فعالیتها، هزینه‌های مستقیم اجرای فعالیت در زمان معمولی به دلیل ثابت بودن و هزینه‌های بالاسری طرح در نظر گرفته نشده و تنها معیار تصمیم گیری، حداقل شیب هزینه فعالیتهای مسیر بحرانی است. الگوریتم کلاسیک مسئله هزینه- زمان را می‌توان به صورت ذیل در قالب ۲ دستورالعمل بیان کرد[۲ و۳]:

دستورالعمل ۱: یک مسیر بحرانی در شبکه وجود داشته باشد:

۱- فعالیتهای مسیر بحرانی مشخص شده، R_{ij} و Δt_{ij} هر فعالیت تعیین می‌شود.

۲- R_{ij} فعالیتهای مسیر بحرانی با یکدیگر مقایسه شده و فعالیتی که دارای کمترین شیب هزینه است، انتخاب شده و مدت زمان آن به میزان Δt_{ij} کاهش می یابد، در صورتی‌که R_{ij} چند فعالیت مسیر بحرانی با یکدیگر برابرباشد، فعالیتی که دارای کمترین Δt_{ij} است انتخاب می شود.

دستورالعمل ۲: چند مسیر بحرانی در شبکه وجود داشته باشد:

۱- مسیرهای بحرانی و فعالیتهای هر مسیر مشخص می‌شود.

۲- فعالیتهای مسیر بحرانی به دو مجموعه تقسیم می‌شوند:

مجموعه A: فعالیتهای مشترک در مسیرهای بحرانی و *مجموعه B:* فعالیتهای غیر مشترک در مسیرهای بحرانی

۳- برای فعالیتهای مجموعه A، R_{ij} و Δt_{ij} مشخص شده و از بین فعالیتهای این مجموعه، فعالیتی که دارای کمترین R_{ij} است، انتخاب می‌شود.

٤- در بین فعالیتهای مجموعه B ، ترکیبهای مناسبی از فعالیتها، که بتوانند به طور همزمان، زمان همه مسیرهای بحرانی را تقلیل دهند، مشخص شده، مقدار R'_{ij} که مجموع R_{ij}های موجود در ترکیب فعالیتهاست، به عنوان شیب هزینه هر ترکیب محاسبه می‌شود. همچنین Δt_{ij} فعالیتهای موجود در ترکیب با یکدیگر مقایسه شده و مینیمم Δt_{ij} فعالیتها به عنوان $\Delta t_{ij(com)}$ ترکیب در نظر گرفته می شود. از بین ترکیبات مشخص شده، ترکیبی که دارای کمترین R'_{ij} است، به عنوان منتخب فشرده‌سازی این مجموعه انتخاب می‌شود.

٥- فعالیت انتخاب شده برای فشرده سازی مجموعه A با کاندید فشرده سازی مجموعه B، بر اساس معیار شیب هزینه مقایسه شده و فعالیت یا ترکیبی که دارای شیب کمتری است، انتخاب شده و به میزان Δt_{ij} یا $\Delta t_{ij(com)}$ کاهش می یابد. در صورتیکه R_{ij} چند ترکیب یا فعالیت با هم برابرباشد، فعالیت یا ترکیبی که دارای کمترین Δt_{ij} است انتخاب می شود.

با پیاده سازی مراحل الگوریتم در روی شبکه نهایتاً یک مجموعه جواب برای زمان اجرای فعالیتهای پروژه به دست می‌آید که بر اساس این مجموعه جواب می‌توان مجموع هزینه‌های پروژه را به صورت زیر محاسبه کرد:

مجموع هزینه‌های پروژه= هزینه بالاسری پروژه + مجموع هزینه‌های فشرده‌سازی + مجموع هزینه‌های مستقیم پایه که می‌توان آن را در قالب (رابطه ۱) بیان کرد:

: (۱)

$$\text{Cost} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} R_{ij} * (D_{ij} - y_{ij}) + H * (E_n - E_1)$$

حال در صورت طولانی بودن بازه زمانی پروژه، مسئله ارزش زمانی پول که در اثر وجود نرخ بهره به وجود می‌آید، اهمیت یافته و می‌تواند به عنوان یک عامل تأثیر گذار بر تصمیم گیری در مورد فشرده سازی فعالیتها در مسایل تعادل بین هزینه و زمان مد نظر قرار گیرد. در این حالت به دلیل وجود نرخ بهره، اثر هزینه‌های مستقیم انجام فعالیتها،دیگر ثابت نبوده و می‌بایست به عنوان یکی از عوامل تصمیم گیری در مورد فشرده سازی فعالیتها در نظر گرفته شود. همچنین در صورتی که فعالیتها به یک میزان کاهش داده نشوند، هزینه‌های بالاسری نیز یک عامل تأثیرگذار بر تصمیم‌گیری تبدیل می‌شود. بنابراین معیار تصمیم‌گیری می‌بایست تغییر یابد که این مسئله را می‌توان در قالب لم ۱ بیان کرد:

لم ۱: در هنگام وجود نرخ بهره، با فرض تحقق هزینه فعالیت ij در انتهای زمان اجرای فعالیت، معیار تصمیم گیری در

مورد فشرده‌سازی فعالیتها از مینیمم شیب هزینه به مینیمم ارزش فعلی مجموع هزینه‌ها تغییر می‌یابد:

اثبات: فرض می شود که دو فعالیت kl و mp در روی مسیر بحرانی یک شبکه قرار داشته و کاندید فشرده سازی‌اند و فعالیت mp از لحاظ ترتیبی و پیش نیازی قبل از فعالیت kl در شبکه واقع شده است. مشخصات این دو فعالیت در جدول (۱) درج شده است. همچنین نرخ بهره برابر با Kx است.

در صورتی‌که فشرده‌سازی بر مبنای شیب هزینه صورت گیرد، اگر $Rmp > Rkl$ باشد، فعالیت kl برای فشرده سازی انتخاب می‌شود و در صورتی که $Rmp < Rkl$ باشد، فعالیت mp برای فشرده سازی انتخاب می‌شود و انتخاب فعالیتها بدون توجه به میزان Δtmp و Δtkl صورت می گیرد. اما در صورت دخالت نرخ بهره، Δt یعنی میزان زمان فشرده سازی برای محاسبه ارزش فعلی، اهمیت می‌یابد. در صورتی که فرض شود که $\Delta tkl = \Delta tmp \Rightarrow Dkl - ykl = Dmp - ymp$ است، ارزش فعلی هزینه های فشرده سازی فعالیتها، در صورت فشرده کردن فعالیتkl و فعالیت mp به ترتیب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sum_{i=۱}^{n}\sum_{j=۱}^{n}\frac{Rij*(Dij-yij)}{(۱+Kx)^{Ei+yij}}+\frac{Rkl*(Dkl-ykl)}{(۱+Kx)^{Ek+ykl}}$$

$$\sum_{i=۱}^{n}\sum_{j=۱}^{n}\frac{Rij*(Dij-yij)}{(۱+Kx)^{Ei+yij}}+\frac{Rmp*(Dmp-ymp)}{(۱+Kx)^{Em+ymp}}$$

که در این عبارات، عبارت $\sum_{i=۱}^{n}\sum_{j=۱}^{n}\frac{Rij*(Dij-yij)}{(۱+Kx)^{Ei+yij}}$، بیانگر ارزش فعلی هزینه‌های فشرده سازی تا این مرحله است که در دو عبارت با هم برابرند.

حال در صورتی که $Rkl < Rmp$ باشد،

$$Rkl < Rmp \Rightarrow Rkl*\Delta tkl < Rmp*\Delta tmp \qquad (۲)$$

با توجه به اینکه فعالیت kl در شبکه بعد از فعالیت mp واقع شده و $1+Kx>1$ است، نتیجه می‌شود:

$$(۱+Kx)^{Ek+ykl} > (۱+Kx)^{Em+ymp} \Rightarrow \frac{۱}{(۱+Kx)^{Ek+ykl}} < \frac{۱}{(۱+Kx)^{Em+ymp}} \qquad (۳)$$

با توجه به مثبت بودن عبارات و ضرب طرفین عبارت (۲) و (۳) در یکدیگر نتیجه می‌شود:

$$\frac{Rkl*\Delta tkl}{(1+Kx)^{Ek+ykl}} < \frac{Rmp*\Delta tmp}{(1+Kx)^{Em+ymp}}$$

اما در صورتی‌که $Rkl > Rmp$ باشد،

$$Rkl > Rmp \Rightarrow Rkl*\Delta tkl > Rmp*\Delta tmp \qquad (۴)$$

$$Ek+ykl > Em+ymp \wedge 1+Kx>1 \Rightarrow (1+Kx)^{Ek+ykl} > (1+Kx)^{Em+ymp}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{(1+Kx)^{Ek+ykl}} < \frac{1}{(1+Kx)^{Em+ymp}} \qquad (۵)$$

با ضرب دو عبارت (۴) و (۵) در یکدیگر، نتیجه می‌شود:

$$\frac{Rkl*\Delta tkl}{(1+Kx)^{Ek+ykl}} < or > \frac{Rmp*\Delta tmp}{(1+Kx)^{Em+ymp}}$$

در واقع با توجه به میزان Rkl و Rmp و میزان فاصله بین دو فعالیت mp و kl بر روی مسیر بحرانی که موجب اختلاف در $Ek + ykl$ و $Em + ymp$ می‌شود، می توان در مورد علامت< یا > اظهار نظر کرد. نکته قابل توجه در این مسئله این است، که حتی با وجود کوچکتر بودن Rmp از Rkl در صورت در نظرگیری نرخ بهره و محاسبه ارزش فعلی، ممکن است فعالیت kl به منظور فشرده سازی انتخاب شود. از طرف دیگر در صورت عدم وجود نرخ بهره، هزینه‌های معمولی انجام پروژه که به صورت $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}Cij$ بیان می‌شوند، به علت ثابت بودن، تأثیری در تصمیم گیری ندارند. اما در صورت وجود نرخ بهره می‌توان این هزینه‌ها را نیز در قالب ارزش فعلی بیان کرد که در صورت فشرده سازی دو فعالیت kl و mp به ترتیب به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

γ ارزش فعلی هزینه های معمولی در صورت فشرده سازی فعالیت mp:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{Cij}{(1+Kx)^{Ei+yij}}+\frac{Cmp}{(1+Kx)^{E*m+y*mp}}$$
$$+\frac{Ckl}{(1+Kx)^{Ek+ykl}}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'ij(mp)}{(1+Kx)^{Ei(mp)+yij(mp)}}$$

که در آن اولین عبارت، ارزش فعلی هزینه‌های معمولی کلیه

جدول۱- مشخصات دو فعالیت k1 و mp

فعالیت / داده‌ها	kl	mp
زمان عادی فعالیت	D_{kl}	D_{mp}
زمان فشرده فعالیت	d_{kl}	d_{mp}
زمان واقعی انجام فعالیت پس از فشرده سازی	y_{kl}	y_{mp}
حداکثر زمان فشرده سازی فعالیت به طوری که مسیرهای زیر بحرانی در آستانه بحرانی شدن قرار گیرند، به طوری که $\Delta t = D - y$	Δt_{kl}	Δt_{mp}
شیب هزینه فعالیت	R_{kl}	R_{mp}
هزینه معمولی انجام فعالیت	C_{kl}	C_{mp}

فعالیتهای قبل از فعالیت mp در شبکه و آخرین عبارت، ارزش فعلی هزینه های معمولی کلیه فعالیتهای بعد از mp در شبکه به جز فعالیت kl است.

γ ارزش فعلی هزینه های معمولی در صورت فشرده سازی فعالیت kl:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C_{ij}}{(1+K_x)^{E_i+y_{ij}}}+\frac{C_{mp}}{(1+K_x)^{E_m+y_{mp}}}+\frac{C_{kl}}{(1+K_x)^{E^*_k+y^*_{kl}}}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'_{ij(kl)}}{(1+K_x)^{E_{i(kl)}+y_{ij(kl)}}}$$

که در آن اولین عبارت، ارزش فعلی هزینه های معمولی کلیه فعالیتهای قبل از فعالیت mp در شبکه و آخرین عبارت، ارزش فعلی هزینه های معمولی کلیه فعالیتهای بین mp وkl و بعد از kl در شبکه می باشد.در دو رابطه، عبارتهای $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C_{ij}}{(1+K_x)^{E_i+y_{ij}}}$ با هم برابرند. در صورتی‌که دو فعالیت mp و kl در شبکه پشت سر هم قرار داشته باشند، مقدار عبارات $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'_{ij(mp)}}{(1+K_x)^{E_{i(mp)}+y_{ij(mp)}}}$ و $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'_{ij(kl)}}{(1+K_x)^{E_{i(kl)}+y_{ij(kl)}}}$ نیز با یکدیگر برابرند و در غیر این صورت نتیجه زیر حاصل می‌شود:

با تقسیم عبارت

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'_{ij(mp)}}{(1+K_x)^{E_{i(mp)}+y_{ij(mp)}}} \text{ و } \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'_{ij(kl)}}{(1+K_x)^{E_{i(kl)}+y_{ij(kl)}}}$$

به دو قسمت فعالیتهای میانی mp و kl و فعالیتهای بعد از kl نتیجه می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'_{ij(mp)}}{(1+K_x)^{E_{i(mp)}+y_{ij(mp)}}}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'(B)_{ij(mp)}}{(1+K_x)^{E_{i(mp)}+y_{ij(mp)}}}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'(A)_{ij(mp)}}{(1+K_x)^{E_{i(mp)}+y_{ij(mp)}}}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'_{ij(kl)}}{(1+K_x)^{E_{i(kl)}+y_{ij(kl)}}}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'(B)_{ij(kl)}}{(1+K_x)^{E_{i(kl)}+y_{ij(kl)}}}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'(A)_{ij(kl)}}{(1+K_x)^{E_{i(kl)}+y_{ij(kl)}}}$$

چون میزان فشرده‌سازی فعالیتها به یک میزان است، بنابراین می‌توان گفت که میزان زمان انتهایی فعالیتهای بعد از klدر صورت فشرده سازی فعالیتmp یا kl برابرند، در حالی که در صورت فشرده سازی فعالیتmp و مقایسه آن با حالت فشرده سازی فعالیتkl نتیجه می‌شود:

زمان انتهایی بین فعالیتهای بین mp و kl کاهش می‌یابد $\Rightarrow$ در صورت فشرده سازی فعالیت mp

زمان انتهایی بین فعالیتهای بین mp وkl بدون تغییر می‌ماند $\Rightarrow$ در صورت فشرده سازی فعالیت kl

$$\Rightarrow \quad E_{i(mp)} + y_{ij(mp)} < E_{i(kl)} + y_{ij(kl)}$$

با توجه اینکه $1+K_x > 1$ است

$((1+K_x)^{E_{ij(mp)}+y_{ij(mp)}} < (1+K_x)^{E_{ij(kl)}+y_{ij(kl)}})$ و پس از معکوس

کردن، ضرب $C'(B)ij(mp)$ در طرفین و گرفتن $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}$، نتیجه می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'(B)ij(mp)}{(1+Kx)^{Eij(mp)+yij(mp)}} > \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'(B)ij(kl)}{(1+Kx)^{Eij(kl)+yij(kl)}}$$

(۶)

از طرف دیگر با مقایسه عبارات، نتیجه می‌شود:

در صورت فشرده سازی فعالیت mp، زمان انتهایی فعالیت mp کمتر از زمان غیر فشرده است.

$$E*mp + y*mp < Em + ymp$$
$$\Rightarrow (1+Kx)^{E*mp+y*mp} < (1+Kx)^{Em+ymp} \quad (۷)$$

$$\frac{1}{(1+Kx)^{E*mp+y*mp}} > \frac{1}{(1+Kx)^{Em+ymp}}$$
$$\Rightarrow \frac{Cmp}{(1+Kx)^{E*mp+y*mp}} > \frac{Cmp}{(1+Kx)^{Em+ymp}}$$

به این معنی که با فشرده سازی، میزان ارزش فعلی هزینه ها، نسبت به حالت غیر فشرده افزایش می یابد.

به همین ترتیب

$$\frac{Ckl}{(1+Kx)^{Ek+ykl}} < \frac{Ckl}{(1+Kx)^{E*k+y*kl}} \quad (۸)$$

در صورت جمع عبارات(۶)، (۷) و (۸) زیر با یکدیگر:

$$\frac{Cmp}{(1+Kx)^{E*m+y*mp}} + \frac{Ckl}{(1+Kx)^{Ek+ykl}} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'(B)ij(mp)}{(1+Kx)^{Ei(mp)+yij(mp)}} < \text{or} >$$

$$\frac{Cmp}{(1+Kx)^{Em+ymp}} + \frac{Ckl}{(1+Kx)^{E*k+y*kl}} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'(B)ij(kl)}{(1+Kx)^{Ei(kl)+yij(kl)}}$$

در واقع با توجه به میزان فاصله بین دو فعالیت mp وkl در روی مسیر بحرانی که موجب اختلاف در $Ek + yk$ و $Em + ymp$ می‌شود، می‌توان در مورد علامت < یا > اظهار نظر کرد.

بنابراین ملاحظه می‌شود که علاوه بر ارزش فعلی شیب هزینه، ارزش فعلی هزینه های معمولی نیز یک عامل تأثیرگذار بر تصمیم گیری است. اما چون فشرده سازی زمان برای دو فعالیت یکسان است، میزان ارزش فعلی هزینه های بالاسری با هم برابر است و بنابراین در تصمیم گیری بی تأثیر است.

$$\Delta tkl = \Delta tmp \Rightarrow En(mp) - E1(mp) = En(kl) - E1(kl)$$
$$(1+Kx)^{En(mp)-E1(mp)} = (1+Kx)^{En(kl)-E1(kl)}$$
$$\Rightarrow \frac{H*(En(mp)-E1(mp))}{(1+Kx)^{En(mp)-E1(mp)}} = \frac{H*(En(kl)-E1(kl))}{(1+Kx)^{En(kl)-E1(kl)}}$$

بنابراین با توجه به اثبات، ملاحظه می‌شود که معیار تصمیم گیری برای تعیین فعالیت به منظور فشرده سازی، باید از حداقل شیب هزینه، به حداقل مجموع ارزش فعلی هزینه های معمولی و ارزش فعلی هزینه های فشرده سازی تغییر یابد. و در صورتی که فشرده‌سازی فعالیتها به یک میزان صورت نگیرد، ارزش فعلی هزینه های بالاسری را نیز باید به عنوان یک عام تأثیرگذار در نظر گرفت. بنابراین معیار تصمیم گیری از حداقل شیب هزینه به حداقل مجموع هزینه‌ها که به دلیل وجود نرخ بهره در قالب ارزش فعلی بیان می‌شود، تغییر می یابد، که می‌توان آن را به صورت زیر محاسبه کرد:

ارزش فعلی مجموع هزینه‌های پروژه=

مجموع ارزش فعلی هزینه‌های مستقیم اجرای طرح در زمان معمولی+ ارزش فعلی هزینه‌های بالاسری+ مجموع ارزش فعلی هزینه‌های فشرده‌سازی فعالیتها

با داشتن نرخ بهره (kx) ، می توان ارزش فعلی هزینه ها NPVCOST را در قالب فرمول ریاضی زیر، معادله(۹) بیان کرد:

$$NPVCOST = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{Cij}{(1+kx)^{Ei+yij}} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{Rij*(Dij-dij)}{(1+kx)^{Ei+yij}} + \frac{H*(En-E1)}{(1+Kx)^{Ei+Yij}}$$

(۹)

مدل ریاضی این مسئله را می‌توان در قالب مدل ۲ بیان کرد:

$$Min z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C_{ij}}{(1+k_x)^{E_i+y_{ij}}} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{R_{ij}*(D_{ij}-d_{ij})}{(1+k_x)^{E_i+y_{ij}}} + \frac{H*(E_n-E_1)}{(1+K_x)^{E_i+Y_{ij}}}$$

St:

$$E_j - E_i \geq y_{ij}$$

$$d_{ij} \leq y_{ij} \leq D_{ij} \qquad \text{مدل (۲)}$$

$$E_n - E_1 \leq T$$

$$E_j, E_i, y_{ij} \geq 0$$

بنابراین همان طور که ملاحظه می شود، ایجاد تغییرات لازم در الگوریتم کلی مسایل هزینه- زمان به گونه ای که عامل نرخ بهره را به عنوان یک عامل تأثیرگذار در تصمیم گیری به منظور فشرده سازی فعالیتها در نظر بگیرد، ضروری به نظر می رسد. برای این منظور الگوریتم ذیل که همانند الگوریتم کلاسیک در قالب دو دستورالعمل بیان می شود، پیشنهاد می شود:

دستورالعمل ۱ :در صورتی که تنها یک مسیر بحرانی در شبکه وجود داشته باشد:

۱- فعالیتهای مسیر بحرانی را همراه با Δt_{ij} مربوط به هر کدام مشخص کرده، به ازای کاهش زمان به میزان

$T = \min \Delta t_{ij} : \Delta t_{ij} \in$ {Δt_{ij} فعالیتهای مسیر بحرانی}

برای فعالیتهای مسیر بحرانی، ارزش فعلی هزینه های مستقیم اجرای طرح در زمان معمولی، ارزش فعلی هزینه های بالاسری و ارزش فعلی هزینه های فشرده سازی و مجموع ارزش فعلی هزینه ها $NPVCOST_{ij}$، محاسبه می شود.

۲- $NPVCOST_{ij}$ فعالیتهای مسیر بحرانی با یکدیگر مقایسه می شود و فعالیتی که دارای کمترین ارزش فعلی مجموع هزینه هاست، انتخاب شده و زمان آن به میزانT کاهش می یابد. در صورتیکه NPVCOST چند فعالیت با هم برابر باشند، یک فعالیت به دلخواه انتخاب می‌شود.

دستورالعمل ۲ : در صورتی که چند مسیر بحرانی در شبکه وجود داشته باشد:

۱- مسیرهای بحرانی و فعالیتهای هر مسیر مشخص می‌شود.

۲- فعالیتهای مسیر بحرانی به دو مجموعه تقسیم می‌شوند:

مجموعه A : فعالیتهای مشترک در مسیرهای بحرانی و مجموعه *B* : فعالیتهای غیر مشترک در مسیرهای بحرانی

۳- Δt_{ij} فعالیتهای مجموعه A مشخص می شوند .

٤- در بین فعالیتهای مجموعه B، ترکیبهای مناسبی از فعالیتها که بتوانند به طور همزمان، زمان همه مسیرهای بحرانی را تقلیل دهند، مشخص می‌شوند. همچنین Δt_{ij} فعالیتهای موجود در ترکیب با یکدیگر مقایسه شده و مینیمم Δt_{ij} فعالیتها به عنوان $\Delta t_{ij(com)}$ ترکیب در نظر گرفته می‌شود.

٥- به ازای کاهش زمان به میزان $T = \min \Delta t_{ij} : \Delta t_{ij} \in$ {Δt_{ij} فعالیتهای مسیر بحرانی} ارزش فعلی هزینه های مستقیم اجرای طرح در زمان معمولی، ارزش فعلی هزینه های بالاسری و ارزش فعلی هزینه‌های فشرده سازی و مجموع ارزش فعلی هزینه‌ها برای هر کدام از فعالیتها و ترکیبات موجود در مجموعه های A و B محاسبه شده و به عنوان NPVCOST آن فعالیت یا ترکیب در نظر گرفته می‌شود.

٦- NPVCOST فعالیتها و ترکیبات با یکدیگر مقایسه شده، فعالیت یا ترکیبی که کمترین NPVCOST را دارا باشد، انتخاب شده به میزان T واحد زمانی کاهش می یابد. در صورتی که NPVCOST چند فعالیت یا چند ترکیب با هم برابر باشند، یک فعالیت به دلخواه انتخاب می‌شود.

همان طور که ملاحظه می‌شود، در الگوریتم پیشنهادی، معیار ارزیابی از شیب هزینه به حداقل مجموع ارزش فعلی هزینه‌ها تغییر یافته است، که این مسئله منجر به واقعی تر شدن نتایج فشرده سازی در هر مرحله از اجرای الگوریتم می‌شود. همچنین به دلیل وجود نرخ بهره، در نظرگیری قاعده‌ای برای میزان کاهش زمان در هر مرحله ازاجرای الگوریتم ضروری به نظر می‌رسد که این مسئله منجر به یکسان بودن کلیه شرایط فشرده سازی برای کلیه فعالیتهای منتخب برای فشرده سازی در روی مسیر بحرانی می‌شود. ذکر این نکته ضروری است که کاهش زمان به میزان یک واحد در هر مرحله از اجرای الگوریتم به جای قاعده پیشنهادی، نتایج یکسانی را با این الگوریتم ایجاد می کند و تنها مراحل اجرای الگوریتم و دستیابی

به جواب نهایی را طولانی تر می‌کند. از طرف دیگر در صورتی که کاهش زمان در هر مرحله، به میزان Δt_{ij} (حداکثر زمانی که می‌توان فعالیت ij را کاهش داد تا مسیرهای زیر بحرانی در آستانه بحرانی شدن قرار گیرند) صورت گیرد، به دلیل عدم کاهش زمان فعالیتها به یک میزان، معیار حداقل مجموع ارزش فعلی هزینه ها معیار درستی برای مقایسه فعالیتها نبوده و منجر به ایجاد مجموعه جواب متفاوت با این الگوریتم می‌شود که این مسئله را می‌توان در قالب لم ۲ بیان کرد:

لم ۲: در صورتی که دو فعالیت به یک میزان فشرده نشوند، معیار مینیمم ارزش فعلی هزینه‌ها معیار درستی برای مقایسه فعالیتها نیست:

اثبات: فرض می‌شود که دو فعالیت kl و mp در روی مسیر بحرانی یک شبکه قرار داشتند و کاندید فشرده سازی می‌باشند و فعالیت mp از لحاظ ترتیبی و پیش نیازی، قبل از فعالیت kl در شبکه واقع شده است.

در صورتی که این دو فعالیت دارای مشخصات عنوان شده در لم ۱ باشد و فرض شود که میزان فشرده‌سازی فعالیت kl بیشتر از میزان فشرده سازی فعالیت mp است ($\Delta t_{kl} > \Delta t_{mp} \Rightarrow D_{kl} - y_{kl} > D_{mp} - y_{mp}$) ارزش فعلی هزینه‌ها در صورت فشرده سازی فعالیتهای mp و kl به ترتیب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$NPV\cos t(mp) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C_{ij(mp)}}{(1+K_x)^{E_i+y_{ij}}} + \frac{C_{mp}}{(1+K_x)^{E^*_m+y^*_{mp}}} + \frac{C_{kl}}{(1+K_x)^{E_k+y_{kl}}} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'_{ij(mp)}}{(1+K_x)^{E_{i(mp)}+y_{ij(mp)}}}$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{R_{ij}*(D_{ij}-y_{ij})}{(1+K_x)^{E_i+y_{ij}}} + \frac{R_{mp}*(D_{mp}-y_{mp})}{(1+K_x)^{E_m+y_{mp}}} + \frac{H*(E_{n(mp)}-E_{1(mp)})}{(1+K_x)^{E_{n(mp)}-E_{1(mp)}}}$$

$$NPV\cos t(kl) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C_{ij(kl)}}{(1+K_x)^{E_i+y_{ij}}} + \frac{C_{mp}}{(1+K_x)^{E_m+y_{mp}}} + \frac{C_{kl}}{(1+K_x)^{E^*_k+y^*_{kl}}} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C'_{ij(kl)}}{(1+K_x)^{E_{i(kl)}+y_{ij(kl)}}}$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{R_{ij}*(D_{ij}-y_{ij})}{(1+K_x)^{E_i+y_{ij}}} + \frac{R_{kl}*(D_{kl}-y_{kl})}{(1+K_x)^{E_k+y_{kl}}} + \frac{H*(E_{n(kl)}-E_{1(kl)})}{(1+K_x)^{E_{n(kl)}-E_{1(kl)}}}$$

در صورت مقایسه عبارات نابرابر در دو رابطه نتایج زیر حاصل می‌شود:

$$\Delta t_{kl} > \Delta t_{mp} \Rightarrow D_{kl} - y_{kl} > D_{mp} - y_{mp}$$
$$E_{n(kl)} - E_{1(kl)} < E_{n(mp)} - E_{1(mp)} \quad (۱۰)$$

$$E_{n(kl)} - E_{1(kl)} < E_{n(mp)} - E_{1(mp)} \wedge 1+K_x > 1 \Rightarrow (1+K_x)^{E_{n(kl)}-E_{1(kl)}} < (1+K_x)^{E_{n(mp)}-E_{1(mp)}} \quad (۱۱)$$

$$(۱۰) \wedge (۱۱) \Rightarrow \frac{(E_{n(mp)}-E_{1(mp)})}{(1+K_x)^{E_{n(mp)}-E_{1(mp)}}} < or > \frac{(E_{n(kl)}-E_{1(kl)})}{(1+K_x)^{E_{n(kl)}-E_{1(kl)}}}$$

با فرض $E_{n(mp)} - E_{1(mp)} = a$ و $E_{n(kl)} - E_{1(kl)} = b$ و $1+K_x = k$ نتیجه می شود:

$$a > b \wedge k > 1 \Rightarrow k^a > k^b \Rightarrow \frac{a}{k^a} < or > \frac{b}{k^b}$$

چون $a > b$ است و زمانها به صورت عدد صحیح بیان می‌شوند، می‌توان گفت: $a = b + \Delta x$

$$\frac{a}{k^a} - \frac{b}{k^b} = \frac{b+\Delta x}{k^{b+\Delta x}} - \frac{b}{k^b} = \frac{b+\Delta x - bk^{\Delta x}}{k^{b+\Delta x}} = \frac{b*(1-k^{\Delta x})+\Delta x}{k^{b+\Delta x}}$$

$$k > 1 \Rightarrow k^{\Delta x} > 1 \Rightarrow 1-k^{\Delta x} < 0 \Rightarrow b*(1-k^{\Delta x}) < 0$$

حال در صورتی‌که $b*(1-k^{\Delta x})+\Delta x < 0$ شود، نتیجه می‌شود که افزایش فشرده سازی، موجب افزایش ارزش فعلی هزینه های بالاسری می گردد که این مسئله به سه عامل زمان انتهایی شبکه، تفاوت بین دو مقدار فشرده سازی و نرخ بهره بستگی دارد. در واقع هر چه نرخ بهره بالاتر و زمان انتهایی شبکه بیشتر و اختلاف بین دو مقدار فشرده سازی کمتر باشد، این عبارت منفی تر و هرچه نرخ بهره پایین تر و زمان انتهایی شبکه کمتر و اختلاف بین دو مقدار فشرده سازی بیشتر باشد، این عبارت مثبت تر است. بنابراین در صورتی که فعالیتها به

یک میزان فشرده نشوند، در مورد ارزش فعلی هزینه‌های بالاسری، نمی‌توان نظر قطعی را ابراز کرد. همان طور که ملاحظه می‌شود، عدم فشرده سازی فعالیتها به یک میزان، موجب تبدیل ارزش فعلی هزینه های بالاسری به یک عامل مؤثر می‌شود.

در صورت مقایسه ارزش فعلی هزینه های فشرده سازی، دو حالت زیر مورد بررسی قرار می گیرد:

حالت ۱- $Rmp > Rkl$

در این حالت، شرایط زیر را باید مورد بررسی قرار داد:

الف:

$$Rmp*\Delta tmp > Rkl*\Delta tkl \Rightarrow Rmp*(Dmp-ymp) > Rkl*(Dkl-ykl) \qquad (۱۲)$$

چون فعالیت mp در شبکه قبل از فعالیت kl قرار دارد ($Em + ymp < Ek + ykl$) و ($1+Kx > 1$) و رابطه (۱۲) نتیجه می شود:

$$\frac{Rmp*(Dmp-ymp)}{(1+Kx)^{Em+ymp}} > \frac{Rkl*(Dkl-ykl)}{(1+Kx)^{Ek+ykl}} \qquad (۱۳)$$

ب:

$$Rmp*\Delta tmp = Rkl*\Delta tkl \Rightarrow Rmp*(Dmp-ymp) = Rkl*(Dkl-ykl) \qquad (۱۴)$$

به همین ترتیب

$$\frac{Rmp*(Dmp-ymp)}{(1+Kx)^{Em+ymp}} > \frac{Rkl*(Dkl-ykl)}{(1+Kx)^{Ek+ykl}} \qquad (۱۵)$$

ج:

$$Rmp*\Delta tmp < Rkl*\Delta tkl \Rightarrow Rmp*(Dmp-ymp) < Rkl*(Dkl-ykl) \qquad (۱۶)$$

به همین ترتیب

$$\frac{Rmp*(Dmp-ymp)}{(1+Kx)^{Em+ymp}} < or > \frac{Rkl*(Dkl-ykl)}{(1+Kx)^{Ek+ykl}} \qquad (۱۷)$$

در این حالت بسته به میزان Rmp، Rkl، Δtmp و Δtkl و فاصله بین دو فعالیت در روی مسیر بحرانی، می تواند دو حالت < یا > ایجاد شود.

حالت ۲-

$$Rmp \le Rkl$$
$$Dmp-ymp < Dkl-ykl \Rightarrow Rmp*\Delta tmp < Rkl*\Delta tkl \Rightarrow Rmp*(Dmp-ymp) < Rkl*(Dkl-ykl)$$

که همانند حالت (ج) اظهار نظر قطعی، بسته به میزان Rmp، Rkl، Δtmp و Δtkl و همچنین فاصله بین دو فعالیت در روی مسیر بحرانی است. بنابراین همان طور که ملاحظه می‌شود، عدم فشرده‌سازی فعالیتها به یک میزان موجب تغییر در رفتار ارزش فعلی هزینه‌های فشرده‌سازی می‌شود.

در بررسی و مقایسه ارزش فعلی هزینه‌های معمولی، موارد قابل توجه زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{Cmp}{(1+Kx)^{E^*m+y^*mp}} > \frac{Cmp}{(1+Kx)^{Em+ymp}}$$ و
$$\frac{Ckl}{(1+Kx)^{Ek+ykl}} < \frac{Ckl}{(1+Kx)^{E^*k+y^*kl}}$$

در مورد فعالیتهای بعد از kl و بین دو فعالیت kl و mp نتیجه می‌شود:

۱- فعالیتهایی که تغییری در زمان انتهاییشان به وجود نیامده، ثابت‌اند.

۲- در صورت فشرده سازی فعالیت mp، مجموع ارزش فعلی هزینه های معمولی این فعالیتها بیشتر از زمانی است که فعالیت kl فشرده شود.

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C(B)ij(mp)}{(1+Kx)^{Ei(mp)+yij(mp)}} > \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C(B)ij(kl)}{(1+Kx)^{Ei(kl)+yij(kl)}}$$

۳- در مورد فعالیتهای پس از kl خواهیم داشت:

$$Dmp-ymp < Dkl-ykl \Rightarrow Ei(A)(mp)+yij(A)(mp) > Ei(A)(kl)+yij(A)(kl)$$

با توجه اینکه $1+Kx > 1$ است:

$$(1+Kx)^{Ei(A)(mp)+yij(A)(mp)} > (1+Kx)^{Ei(A)(kl)+yij(A)(kl)}$$

پس از معکوس کردن و ضرب Cij(A) در طرفین رابطه و گرفتن $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}$، نتیجه می شود:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{Cij(A)(mp)}{(1+Kx)^{Ei(A)(mp)+yij(A)(mp)}} < \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{Cij(A)(kl)}{(1+Kx)^{Ei(A)(kl)+yij(A)(kl)}}$$

و این در حالی است که در صورت فشرده سازی زمانها به یک میزان، این دو عبارت مساوی بودند. بنابراین

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C_{ij(A)(mp)}}{(1+K_x)^{E_{i(A)(mp)}+y_{ij(A)(mp)}}}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C_{(B)ij(mp)}}{(1+K_x)^{E_{i(mp)}+y_{ij(mp)}}}$$
$$+\frac{C_{mp}}{(1+K_x)^{E^*_{m}+y^*_{mp}}}+\frac{C_{kl}}{(1+K_x)^{E_{k}+y_{kl}}} < \text{or} >$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C_{ij(A)(kl)}}{(1+K_x)^{E_{i(A)(kl)}+y_{ij(A)(kl)}}}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{C_{(B)ij(kl)}}{(1+K_x)^{E_{i(kl)}+y_{ij(kl)}}}$$
$$+\frac{C_{mp}}{(1+K_x)^{E_{m}+y_{mp}}}+\frac{C_{kl}}{(1+K_x)^{E^*_{k}+y^*_{kl}}}$$

که لزوماً نمی‌توان نتیجه گرفت کـه در صـورت افـزایش زمـان فشرده سازی، میزان ارزش فعلی هزینه هـای معمـولی افـزایش می‌یابد.

همانطور که ملاحظه می‌شود، در صورت عدم فشرده‌سـازی فعالیتها به یک میزان، به دلیل مؤثر بودن ارزش فعلی هزینه‌هـای بالاسری، تغییر در رفتار ارزش فعلی هزینه‌های فشرده سـازی و تغییر در رفتار ارزش فعلی هزینه های معمولی، لزوماً نمی تـوان رفتار فعالیتها را همانند حالتی دانست که فشرده سـازی زمانهـا به یک میزان صورت می‌گیرد.

٤- نتایج عددی و ارزیابی مقایسه‌ای

به منظور بررسی بهتر نتایج حاصل از اجرای این الگوریتم و مقایسه آن با الگوریتم کلاسیک مسایل تعادل بین هزینه و زمـان و مدل ریاضی ارائه شده (مدل ۲)، ٦ مثال که اطلاعات اولیه، در جدول (۳) آمده است، در این زمینه ارائه شده، که نتایج آنهـا در جدول (۲) نشان داده شده است. ذکر این نکته ضـروری اسـت که در کلیه این مسایل میزان نرخ بهره، ١٤٪ در نظر گرفته شـده است. در این جدول ستون سمت راست، بیانگر نتایج به دسـت آمده از حل مدل ریاضـی ارائـه شـده (مـدل ۲)، سـتون وسـط، بیانگر حل مسئله و کاهش مدت زمان فعالیتها به روش الگوریتم پیشنهادی و تعیین مجموعه جـواب و ارزش فعلـی هزینـه‌هـا و ستون سمت چپ، بیانگر حل مسئله، کاهش مدت زمان فعالیتها و تعیین مجموعه جواب به کمـک الگـوریتم کلاسـیک مسـایل تعادل بین هزینه و زمان وسپس محاسبه ارزش فعلی هزینـه هـا با در نظرگیری نرخ بهره١٤٪ ، بر اساس نتایج به دست آمـده از الگوریتم کلاسیک است.

با مقایسه نتایج حاصل از به کارگیری الگوریتم پیشنهادی بـا الگوریتم کلاسیک مسائل تعادل هزینه - زمان نکات قابل توجـه زیر حاصل می‌شود:

١- اساس کار الگوریتم پیشـنهادی هماننـد الگـوریتم کلاسـیک مسئله تعادل بین هزینه و زمان بر مبنای حرکت بـر روی مسـیر بحرانی و کاهش زمان فعالیتهای آن به منظور کاهش زمـان کـل پروژه بوده و تنها معیار تصمیم گیری متفاوت است.

٢- معیار تصمیم گیری در الگوریتم پیشنهادی، به دلیـل وجـود نرخ بهره، حداقل ارزش فعلی مجموع هزینه ها (مجمـوع ارزش فعلی هزینه های مستقیم اجرای طرح در زمـان معمـولی، ارزش فعلی هزینه‌های بالاسری و ارزش فعلی هزینه‌های فشرده‌سازی) است.

٣- الگوریتم پیشنهادی مجموع ارزش فعلی هزینه های کمتـری نسبت به حالتی است که نـرخ بهـره، تنهـا در انتهـای الگـوریتم کلاسیک مسئله تعادل بـین هزینـه و زمـان دخالـت داده شـود، ایجاد می کند.

٤- مجموعه جـواب ایجـاد شـده توسـط الگـوریتم پیشـنهادی متفاوت با مجموعه جواب ایجاد شده توسط الگوریتم کلاسـیک مسئله تعادل بین هزینه و زمان است.

٥- به دلیل وجود نـرخ بهـره و در نتیجـه کمتـر بـودن مجمـوع ارزش فعلی هزینه های ایجاد شده برای فعالیتهای انتهایی شبکه، تمایل الگوریتم پیشنهادی به فشـرده سـازی فعالیتهـای انتهـایی مسیر بحرانی بیشتر است.

٦- در صورت تغییر نرخ بهره، تغییری در مجموعـه جـواب بـه دست آمده حاصل نمی‌شود. اما بـه دلیـل تغییـر مقـدار $1+K_x$ مقدار ارزش فعلی هزینه ها تغییر می‌کند. در این حالت به دلیـل قرار گرفتن $1+K_x$ در مخرج، هر چه مقرار نرخ بهـره افـزایش یابد، ارزش فعلی هزینه ها کمتر و هر چه نرخ بهره کاهش یابد،

جدول۲- ارزیابی مقایسه‌ای الگوریتم پیشنهادی با روشهای کلاسیک

شماره مسئله	الگوریتم کلاسیک حل مسایل تعادل بین هزینه و زمان	الگوریتم پیشنهادی	مدل ریاضی(مدل ۲)
۱	$y_{12}=16$ $y_{24}=7$ $y_{36}=10$ $y_{13}=11$ $y_{25}=16$ $y_{45}=9$ $y_{14}=12$ $y_{34}=12$ $y_{56}=12$ 0.9806= ارزش فعلی هزینه مستقیم معمولی پس از حل 0.0028= ارزش فعلی هزینه بالاسری پس از حل 1.2571= ارزش فعلی هزینه فشرده سازی پس از حل 2.2404= ارزش فعلی مجموع هزینه ها پس از حل	$y_{12}=17$ $y_{24}=6$ $y_{36}=10$ $y_{13}=11$ $y_{25}=15$ $y_{45}=9$ $y_{14}=12$ $y_{34}=12$ $y_{56}=12$ 0.9730 = ارزش فعلی هزینه مستقیم معمولی 0.0028= ارزش فعلی هزینه بالاسری 1.1283= ارزش فعلی هزینه فشرده سازی 2.1041= ارزش فعلی مجموع هزینه‌ها	$y_{12}=17$ $y_{24}=6$ $y_{36}=10$ $y_{13}=11$ $y_{25}=15$ $y_{45}=9$ $y_{14}=12$ $y_{34}=12$ $y_{56}=12$ 2.1041= ارزش فعلی‌مجموع‌هزینه‌ها
۲	$y_{12}=6$ $y_{25}=13$ $y_{56}=6$ $y_{13}=11$ $y_{34}=3$ $y_{57}=9$ $y_{78}=5$ $y_{23}=5$ $y_{36}=11$ $y_{67}=3$ $y_{24}=7$ $y_{45}=5$ $y_{68}=7$ 1.8371= ارزش فعلی هزینه مستقیم معمولی پس از حل 0.0087= ارزش فعلی هزینه بالاسری پس از حل 2.6468= ارزش فعلی هزینه فشرده سازی پس از حل 4.4927= ارزش فعلی مجموع هزینه ها پس از حل	$y_{12}=7$ $y_{25}=12$ $y_{56}=8$ $y_{13}=11$ $y_{34}=3$ $y_{57}=9$ $y_{78}=5$ $y_{23}=4$ $y_{36}=11$ $y_{67}=1$ $y_{24}=7$ $y_{45}=5$ $y_{68}=6$ 1.7446 = ارزش فعلی هزینه مستقیم معمولی 0.0087= ارزش فعلی هزینه بالاسری 2.5938= ارزش فعلی هزینه فشرده سازی 4.3471= ارزش فعلی مجموع هزینه ها	$y_{12}=7$ $y_{25}=12$ $y_{56}=8$ $y_{13}=11$ $y_{34}=3$ $y_{57}=9$ $y_{78}=5$ $y_{23}=4$ $y_{36}=11$ $y_{67}=1$ $y_{24}=7$ $y_{45}=5$ $y_{68}=6$ 4.3471= ارزش فعلی مجموع هزینه‌ها
۳	$y_{12}=14$ $y_{34}=7$ $y_{57}=4$ $y_{13}=13$ $y_{36}=12$ $y_{67}=5$ $y_{24}=6$ $y_{45}=8$ $y_{25}=10$ $y_{46}=7$ 0.7768= ارزش فعلی هزینه مستقیم معمولی پس از حل 0.0097= ارزش فعلی هزینه بالاسری پس از حل 0.9349= ارزش فعلی هزینه فشرده سازی پس از حل 1.7214= ارزش فعلی مجموع هزینه ها پس از حل	$y_{12}=14$ $y_{34}=6$ $y_{13}=14$ $y_{36}=12$ $y_{57}=4$ $y_{24}=6$ $y_{45}=8$ $y_{67}=3$ $y_{25}=10$ $y_{46}=9$ 0.7379= ارزش فعلی هزینه مستقیم معمولی 0.0097= ارزش فعلی هزینه بالاسری 0.8129= ارزش فعلی هزینه فشرده سازی 1.5605= ارزش فعلی مجموع هزینه ها	$y_{12}=14$ $y_{34}=6$ $y_{13}=14$ $y_{36}=12$ $y_{57}=4$ $y_{24}=6$ $y_{45}=8$ $y_{67}=3$ $y_{25}=10$ $y_{46}=9$ 1.5605= ارزش فعلی مجموع هزینه‌ها
٤	$y_{12}=11$ $y_{23}=5$ $y_{36}=10$ $y_{14}=17$ $y_{24}=6$ $y_{45}=6$ $y_{16}=11$ $y_{35}=7$ $y_{56}=4$ 0.8601= ارزش فعلی هزینه مستقیم معمولی پس از حل 0.0157= ارزش فعلی هزینه بالاسری پس از حل 1.3302= ارزش فعلی هزینه فشرده سازی پس از حل 2.2060= ارزش فعلی مجموع هزینه ها پس از حل	$y_{12}=11$ $y_{23}=6$ $y_{36}=10$ $y_{14}=17$ $y_{24}=6$ $y_{45}=6$ $y_{16}=11$ $y_{35}=6$ $y_{56}=4$ 0.8628= ارزش فعلی هزینه مستقیم معمولی 0.0157= ارزش فعلی هزینه بالاسری 1.2828= ارزش فعلی هزینه فشرده سازی 2.1613= ارزش فعلی مجموع هزینه ها	$y_{12}=11$ $y_{23}=6$ $y_{36}=10$ $y_{14}=17$ $y_{24}=6$ $y_{45}=6$ $y_{16}=11$ $y_{35}=6$ $y_{56}=4$ 2.1613= ارزش فعلی مجموع هزینه‌ها
۵	$y_{12}=8$ $y_{23}=5$ $y_{36}=12$ $y_{13}=13$ $y_{34}=3$ $y_{45}=4$ $y_{14}=12$ $y_{35}=7$ $y_{56}=7$ 1.1517= ارزش فعلی هزینه مستقیم معمولی پس از حل 0.0157= ارزش فعلی هزینه بالاسری پس از حل 2.0723= ارزش فعلی هزینه فشرده سازی پس از حل 3.2397= ارزش فعلی مجموع هزینه ها پس از حل	$y_{12}=9$ $y_{23}=4$ $y_{36}=12$ $y_{13}=13$ $y_{34}=4$ $y_{45}=3$ $y_{14}=12$ $y_{35}=7$ $y_{56}=7$ 1.1004 = ارزش فعلی هزینه مستقیم معمولی 0.0157= ارزش فعلی هزینه بالاسری 1.8773= ارزش فعلی هزینه فشرده سازی 2.9935= ارزش فعلی مجموع هزینه ها	$y_{12}=9$ $y_{23}=4$ $y_{36}=12$ $y_{13}=13$ $y_{34}=4$ $y_{45}=3$ $y_{14}=12$ $y_{35}=7$ $y_{56}=7$ 2.9935= ارزش فعلی‌مجموع‌هزینه‌ها

ادامه جدول ۲ -

شماره مسئله	الگوریتم کلاسیک حل مسایل تعادل بین هزینه و زمان	الگوریتم پیشنهادی	مدل ریاضی(مدل ۲)
٦	$y_{12}=8$ $y_{34}=4$ $y_{57}=13$ $y_{13}=10$ $y_{35}=10$ $y_{14}=12$ $y_{46}=13$ $y_{67}=7$ $y_{25}=12$ $y_{56}=7$ 1.2248= ارزش فعلی هزینه مستقیم معمولی‌پس‌ازحل 0.0079= ارزش فعلی هزینه بالاسری پس از حل 1.4640= ارزش فعلی هزینه فشرده سازی پس از حل 2.6968= ارزش فعلی مجموع هزینه ها پس از حل	$y_{12}=8$ $y_{34}=5$ $y_{57}=13$ $y_{13}=11$ $y_{35}=9$ $y_{14}=12$ $y_{46}=11$ $y_{67}=7$ $y_{25}=12$ $y_{56}=7$ 1.1623 = ارزش فعلی هزینه مستقیم معمولی 0.0079= ارزش فعلی هزینه بالاسری 1.4253= ارزش فعلی هزینه فشرده سازی 2.5955= ارزش فعلی مجموع هزینه ها	$y_{12}=8$ $y_{34}=5$ $y_{57}=13$ $y_{13}=11$ $y_{35}=9$ $y_{14}=12$ $y_{46}=11$ $y_{67}=7$ $y_{25}=12$ $y_{56}=7$ 2.5955= ارزش فعلی مجموع هزینه‌ها

جدول ۳- اطلاعات و داده‌های اولیه مثالهای حل شده

شماره مسئله	فعالیت	D_{ij}	d_{ij}	C_{ij}	R_{ij}
۱	1-2	18	16	0.5	1.5
	1-3	16	11	1.4	0.5
	1-4	12	8	1.5	0.8
	2-4	8	6	1.2	1.1
	2-5	17	15	0.8	1.6
	3-4	15	12	1.3	1.2
	3-6	10	7	2	2.1
	4-5	11	9	0.7	1.2
	5-6	14	12	1.1	0.9
۲	1-2	8	6	1	0.5
	1-3	12	11	1.1	0.4
	2-3	7	4	1.5	0.9
	2-4	7	6	1.1	1.5
	2-5	14	12	1.3	0.4
	3-4	7	3	1	1.5
	3-6	11	9	1.4	1.2
	4-5	8	5	1.2	1
	5-6	10	6	1	1.4
	5-7	10	9	0.9	1.4
	6-7	6	1	1.3	1.7
	6-8	7	6	0.8	0.5
	7-8	7	5	1.1	2
۳	1-2	16	14	0.8	0.5
	1-3	14	9	1.2	0.8
	2-4	8	6	1.5	1
	2-5	10	7	0.7	1.2
	3-4	7	5	2	1.1
	3-6	12	10	1	0.7
	4-5	11	8	1.2	2.3
	4-6	10	7	1.1	1.8
	5-7	8	4	1.6	2.5
	6-7	5	3	1.4	2
٤	1-2	14	11	1	0.6
	1-4	18	15	1.1	0.2
	1-6	11	10	0.3	1.6
	2-3	7	5	1.2	0.7
	2-4	8	6	0.7	1.5
	3-5	7	6	1.5	1
	3-6	10	9	1.1	1.7
	4-5	9	6	1.8	1.8
	5-6	6	4	1.3	2.1

ادامه جدول ۳-

شماره مسئله	فعالیت	Dij	dij	Cij	Rij
۵	1-2	10	8	0.7	0.9
	1-3	14	13	0.5	0.7
	1-4	12	11	1	1
	2-3	7	4	1.1	1.2
	3-4	6	3	1.4	1.1
	3-5	8	7	1.2	1.8
	3-6	12	10	0.8	0.5
	4-5	6	3	0.9	1.5
	5-6	9	7	1.8	2.1
٦	1-2	10	8	1.2	0.8
	1-3	12	10	1	0.5
	1-4	12	9	0.5	1
	2-5	14	12	1.1	1.5
	3-4	6	4	0.8	0.3
	3-5	11	9	1.7	1.4
	4-6	13	11	0.6	1.2
	5-6	9	7	1.8	2.3
	5-7	13	12	0.9	1.5
	6-7	10	7	1.5	2.4

ارزش فعلی هزینه ها افزایش می‌یابد.

۷- در صورت وجود محدودیت برای ارزش فعلی سرمایه، اجرای مراحل الگوریتم تا زمان رسیدن به آستانه محدودیت انجام می‌شود. در این حالت در صورتی که زیاد بودن نرخ بهره، به دلیل کمتر شدن ارزش فعلی هزینه‌ها، مراحل الگوریتم برای فشرده سازی فعالیتها بیشتر تکرار می‌شود.

۸- نتایج به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی و مدل ریاضی ارائه شده (مدل ۲)، یکسان است که دلیل این مسئله را می توان مقدار یکسان فشرده سازی دو فعالیت، همانند روش الگوریتمهای کلاسیک حل مسایل برنامه ریزی غیرخطی موجود، برای انتخاب فعالیتها برای فشرده سازی دانست.

۵- جمع بندی

با توجه به الگوریتمها و مدلهای ریاضی ارائه شده، مشخص می‌شود که مسئله ارزش زمانی پول می‌تواند تا حد زیادی بر تصمیم گیریهای مربوط به کاهش زمان پروژه و انتخاب فعالیتها در هر مرحله جهت فشرده سازی، مؤثر باشد. با مقایسه الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم کلی مسئله تعادل بین هزینه و زمان، می توان گفت که این الگوریتم به دلیل در نظرگرفتن نرخ بهره به عنوان یک عامل تأثیر گذار بر تصمیم گیری و تغییر معیار تصمیم گیری به مجموع ارزش فعلی هزینه ها به دلیل تغییر هزینه‌های مستقیم و بالاسری با زمان، وضعیت واقعیتری را نشان داده و اطلاعات کاملتری را در هر مرحله از فشرده‌سازی زمان فعالیتها در اختیار مدیران قرار می‌دهد. از طرفی چون عامل نرخ بهره در هر مرحله از مراحل الگوریتم دخالت داده می شود، می توان ملاحظه کرد که مراحل این الگوریتم، کاملاً با مراحل الگوریتم کلاسیک مسایل تعادل بین هزینه و زمان متفاوت بوده و به دلیل تمایل به فشرده سازی فعالیتهای انتهایی مسیر بحرانی، نتایج کاملاً متفاوت با الگوریتم کلاسیک مسایل تعادل بین هزینه و زمان را در هر مرحله ارائه می‌دهد. این مسئله به خصوص در مواقعی که محدودیت ارزش فعلی سرمایه در دسترس برای هزینه های مستقیم و فشرده‌سازی وجود دارد و فشرده سازی زمان بر طبق محدودیت سرمایه و نه محدودیت شبکه انجام می شود، بسیار حائز اهمیت است. همچنین ملاحظه می‌شود که هر چه شبکه بزرگتر شده و بازه زمانی طولانیتر شود، نتایج متفاوت تری از

الگوریتم کلاسیک مسایل تعادل بین هزینه و زمان به دست می‌آید و هر چه نرخ بهره افزایش یابد، تمایل به فشرده سازی بیشتر و ارزش فعلی هزینه‌ها کمتر می‌شود. لازم به ذکر است که نتایج به دست آمده از این الگوریتم به دلیل تطابق با روش الگوریتمهای کلاسیک حل مسایل برنامه ریزی غیرخطی موجود، با نتایج به دست آمده از مدل ریاضی آن یکسان است. در انتها می‌توان گفت که این الگوریتم و مدل ریاضی آن، می‌تواند با ارائه اطلاعات کامل و واقعی به خصوص در کشورهایی که نرخ بهره بالاست، در هنگام زمان بندی و فشرده‌سازی پروژه‌ها، ابزار مفیدی برای مدیران و برنامه ریزان پروژه‌ها باشد.

واژه‌نامه

1. time crashing
2. CPM
3. PERT
4. scheduling
5. due date
6. time crashing
7. time-cost trade-off
8. time-cost-quality trade-off
9. primal-dual
10. machine learning
11. NPV

مراجع

1. Focken, T. "Review of the Development of Project Management Technology," University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, February 2002
2. حاج شیر محمدی، ع. مدیریت و کنترل پروژه، انتشارات دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ۱۳۷۵.
3. نادری پور، م. برنامه ریزی و کنترل پروژه، انتشارات سازمان برنامه و بودجه، تهران، ۱۳۷٦.
4. Keeling, R. "*Project Management: An International Perspective*," Palgrave McMillan, November 2000.
5. Levin, Richard L. & Kirkpatick, Charles A., *Planning and Control with PERT/CPM*, McGraw Hill Text, June 1966.
6. Goodman, Louis J. & Love, Ralph N., *Project Planning and Management; an Integrated Approach*, Published in cooperation with the East-West center , Hawaii [by] programon press , 1980
7. Etuyre, V., "Linear Programming Methods to Shorten Project Duration," University of Houston, 2002.
8. Leu, Sou-Sen & Chen, An Ting & Yang, Chung-Huei, "A GA-Based Fuzzy Optimal Model f Construction Time-Cost Trade-Off," *International Journal of Project Management*, Vol. 19, No . 1, P. 47-58, Jan. 2001.
9. Babu, A. J. G. & Suresh, N., "Theory and Methodology Project Management with Time, Cost and Quality Consideration," *Journal of Operational Research*, Vol. 88 , No. 2, P. 320- 327, Jan. 1996.
10. Gümüsoglu, Sevkina Z. & Tütek, H. "An Analysis Method in Project Management, Using Primal - Dual Relationships," *International Journal of Project Management*, Vol. 16, No. 5, P. 321-327, Oct. 1998.
11. Feng, Chung-Wei, Liu, Liang & Burns, Scott A., "Stochastic Construction Time-cost Trade-off," *Journal of Computing in Civil Engineering*, Vol. 14, No. 2 , P. 117-126, Apr. 2000.
12. Abbasi, Ghaleb Y., & Mukattash, Adnan M., "Crashing PERT Networks Using Mathematic Programming," *International Journal of Project Management*, Vol. 19, No. 3, P. 181-188, Apr. 2001.
13. Li, Heng, Cao, J.-N. & Love, P.E.D., "Using Machine Learning and GA to Solve Time-Cost Trade-off Problems," *Journal of Construction Engineering and Management*, Vol. 125, No. 5, 347-353. Sep/Oct 1999.
14. Feng, Chung-Wei, Liu, Liang & Burns, Scott A., "Using Genetic Algorithms to Solve Construction Time-Cost Trade-off Problems," *Journal of Computing in Civil Engineering*, Vol. 11 , No. 3, 184-189. July 1997.
15. Feng, Chung-Wei, Liu, Liang & Burns, Scott A., "Construction Time-Cost Trade-off Analysis Using LP/IP Hybrid Method," *Journal of Construction Engineering and Management*, Vol. 121, No. 4, P. 446-454. Dec. 1995.
16. Reda, Rehab & Carr, Robert I.," Time Cost Trade-off Among Related Activity," *Journal of Construction Engineering and Management*, Vol. 115, No. 3, P. 475-486, Sep 1989.
17. Gardiner, Paul D. & Stewart, Kenneth," Revisiting the Golden Triangle of Cost, Time and Quality, the Role of NPV in Project Control Success and Failure," *International journal of project management*, Vol. 18, No. 4, P. 251-256, Aug 2000.
18. Sunde, L., & Lichtenberg," Net Present Value Cost-Time Trade-off," *International Journal of Project Management*, Vol. 13, No. 1, P. 45-49, Feb 1998