

آشکارسازی سیگنال رادار در کلاتر با توزیع K با استفاده از تقریب Pade

میرزمان غفاری^{*}، محمدرضا تابان^{**}، محمدمهدی نایبی^{***} و قاسم میرجلیلی^{**}
دانشکده مهندسی برق، مجتمع فنی و مهندسی دانشگاه یزد

(دریافت مقاله: ۸۴/۸/۹ - دریافت نسخه نهایی: ۸۶/۴/۳۱)

چکیده - در این مقاله دو آشکارساز شبه بهینه برای آشکارسازی همدوس سیگنال رادار در کلاتر K ارائه شده است. با فرض اینکه چند ممان اولیه دامنه کلاتر در اختیار است، تابع مشخصه دامنه کلاتر به صورت یک سری، با جملات محدود تقریب زده شده و بر اساس آن با استفاده از تقریب Pade، به صورت یک کسر گویا در آمده و در نتیجه تابع احتمال دامنه کلاتر به صورت مجموعی از توابع نمایی به دست می آید. با استفاده از تابع احتمال حاصل، آشکارسازهای شبه بهینه GLR و AALR ساده می شوند. آشکارسازهای حاصل را به ترتیب PGLR و PAALR می نامیم. شبیه سازی رایانه ای نشان دهنده عملکرد مطلوب دو آشکارساز پیشنهادی در مقایسه با عملکرد آشکارساز OLD، GLR و AALR است.

واژگان کلیدی: رادار، آشکارسازی، شبه بهینه، همدوس، غیرگوسی، توزیع K، تقریب Pade

Radar Signal Detection in K-distributed Clutter by Pade Approximation

M. Ghaffari, M.R. Taban, M.M. Nayebi, and G. Mirjalily

Electrical Department, Engineering Faculty, Yazd University

Abstract: *In this paper, two suboptimum detectors are proposed for coherent radar signal detection in K-distributed clutter. Assuming certain values for several initial moments of clutter amplitude, the characteristic function of the clutter amplitude is approximated by a limited series. Using the Pade approximation, it is then converted to a rational fraction. Thus, the pdf of the clutter amplitude is obtained as a sum of simple exponential functions. Using such a pdf, we develop the suboptimum detectors PGLR and PAALR, which are simplified forms of the GLR and AALR. Computer simulations show that the suggested detectors have appropriate performance compared to OLD, GLR and AALR detectors.*

Keywords: *Radar, Detection, Suboptimum, Coherent, Non-Gaussian, K-distributed, Pade approximation.*

فهرست علائم

دامنه نمونه‌های هدف	A	طول بردارهای تحت پردازش	N
پارامتر توان توزیع K	b	ضریب نمای i ام در تقریب	P_i
ضرایب بسط تابع چگالی احتمال توام تقریبی	$B_k^{(i,N)}$	نرخ ارسال پالس رادار	PRF
تابع مشخصه دامنه	$C_A(s)$	توان نمونه‌های سیگنال	P_s
امید ریاضی	$E(.)$	تقریب Pade درجه m+l	$P_{m+l}^{[l]}(.)$
تابع چگالی احتمال دامنه	$f_A(.)$	تابع تقریب Pade	$r(s)$
شیفت دوپلر هدف	f_d	بردار سیگنال هدف	\underline{s}
تابع چگالی احتمال بردار کلاتر	$f_{\underline{n}}(.)$	تخمین ML بردار سیگنال	$\hat{\underline{s}}_{ML}$
تابع چگالی احتمال بردار هدف	$f_{\underline{s}}(.)$	نسبت سیگنال به کلاتر	SCR
تابع چگالی احتمال بردار دریافتی	$f_{\underline{y}}(.)$	سطح آستانه آشکارسازی	T
تابع چگالی احتمال مشخصه کلاتر	$f_r(.)$	پارامتر شکل توزیع K	ν
تابع مرکزی احتمال توام کلاتر	$g_N(.)$	بردار گوسی مولد \underline{y}	\underline{x}
فرضیه عدم وجود هدف	H_0	بردار دریافتی	\underline{y}
فرضیه وجود هدف	H_1	فضای نمونه پارامترهای تصادفی سیگنال	Γ_s
تابع نورم M	$h_M(.)$	بردار سیگنال مربوط به شیفت دوپلر	$\underline{\delta}$
توزیع K	K	ضریب بسط نمایی	λ_i
تابع بسل تعمیم یافته نوع دوم	$K_\nu(.)$	انحراف معیار کلاتر	σ
درجه صورت تقریب Pade	l	مولفه توان تصادفی در مدل شبه گوسی	τ
درجه منخرج تقریب Pade	m	فاز نمونه سیگنال بدون اثر شیفت دوپلر	φ
ماتریس کوواریانس کلاتر	M	فاز نمونه سیگنال ناشی از شیفت دوپلر	Ω
بردار کلاتر	\underline{n}		

۱- مقدمه

از فیلترشدن و تقویت در باند میانی، دمدوله شده و در باند پایه نمونه‌برداری می‌شود. برای بالا رفتن احتمال آشکارسازی صحیح هدف، معمولاً از N اکوی متوالی برای پردازش آشکارسازی در هر سلول راداری استفاده می‌شود. لذا آشکارسازی در هر سلول در واقع پردازش روی یک بردار دریافتی N بعدی \underline{y} و تصمیم‌گیری در مورد وجود یا عدم وجود هدف است. در سالهای اخیر با پیشرفته شدن سیستمهای راداری، آشکارسازی هم‌دوس سیگنال رادار بیشتر مورد توجه

آشکارسازی اهداف راداری توسط یک رادار دیدبان پالسی در حضور سیگنال ناخواسته کلاتر ناشی از دریا، خشکی، کوه و غیره دارای سابقه طولانی است [۱]. رادار پالسی یک قطار پالس مدوله شده با پهنای زمانی بسیار کوچک و با فرکانس تکرار PRF^۱ را در جهت بیم آنتن به فضا ارسال می‌کند. با ارسال هر پالس، انعکاسهای آن به صورت زمانبندی شده تا قبل از ارسال پالس بعدی، تحت پردازش قرار می‌گیرد. سیگنال بازگشتی پس

شکل پیچیده ارائه می دهد. لذا مسئله ای که مطرح می شود این است که آیا امکان تقریب، ساده سازی یا استفاده از بسط مناسب برای یک تابع چگالی احتمال توام بردار شبه گوسی برای استفاده در آشکارسازی بهینه راداری وجود دارد؟ چنین تقریبی برای متغیر تصادفی K ، اولین بار توسط رزولسکی^۱ و جاکویاک^{۱۱} مطرح شد. در [۱۲] نامبردگان ایده چندی کردن پارامتر شکل متغیر تصادفی K به اعداد $۰/۵$ ، ۱ ، $۱/۵$ ، ۲ ، $۲/۵$ و ۳ را مطرح کردند. تحت این مقادیر، تابع توزیع K شکل ساده تری پیدا می کند. تابان و عارف با تعمیم تقریب فوق به کلیه پارامترهای شکل توزیع K (حتی پارامترهای منفی)، اقدام به تقریب تابع چگالی احتمال توام بردار کلاتر با توزیع K کرده و بر این اساس به آشکارسازی شبه بهینه اقدام کردند [۱۳]. از طرف دیگر کتته در [۱۱] با میل دادن تعداد نمونه ها (N) به سمت بی نهایت، به طور مجانبی اقدام به تقریب تابع درستنمایی در آزمون GLR کرد. در حالی که در این تقریبات، نوع توزیع کلاتر باید مشخص باشد، تقریب اولی خطای ناشی از چندی کردن پارامتر شکل و تقریب دومی محدودیت ناشی از حالت مجانبی را به آشکارساز تحمیل می کند. اگر چه جینی^{۱۲} در [۱۰] با تخمین ML ^{۱۳} متغیر تصادفی τ در مدل کلاتر شبه گوسی، مستقل از نوع توزیع کلاتر به تقریب تابع درستنمایی اقدام کرد با این حال معیار وی به آزمون GLR محدود بوده و همچنین استفاده از تخمین ML متغیر تصادفی τ نشان دهنده چشمپوشی از نوع توزیع آن در آشکارسازی است.

در این مقاله از تقریب $Pade$ برای تقریب تابع چگالی احتمال دامنه نمونه های کلاتر و به تبع آن تقریب تابع چگالی احتمال توام بردار کلاتر شبه گوسی استفاده شده است. استفاده از این تقریب علاوه بر کاهش قابل توجه پیچیدگی توابع دخیل در آشکارسازی، باعث حذف وابستگی آشکارساز به نوع توزیع کلاتر شبه گوسی می شود. بر اساس این روش، تخمین پیچیده تابع چگالی احتمال توام بردار کلاتر، محدود به تخمین چند ممان اولیه از متغیر تصادفی دامنه نمونه های کلاتر می شود. این مسئله به ویژه در محیطی که آمارگان کلاتر با ناهمگونی و

محققان در زمینه رادار قرار گرفته است. در آشکارسازی همدوس، علاوه بر اطلاعات دامنه از اطلاعات فاز سیگنال نیز استفاده و لذا عملکرد آشکارسازی بهتر می شود. از این رو در این مقاله، با استفاده از فرضهای همدوس و چند نمونه ای بودن پردازش آشکارسازی، سیگنال دریافتی یک بردار مختلط y به طول N در نظر گرفته می شود. آشکارسازی در رادار معادل با آزمون دو فرضیه ای زیر است:

$$\begin{cases} H_0 : \underline{y} = \underline{n} \\ H_1 : \underline{y} = \underline{s} + \underline{n} \end{cases} \quad (1)$$

که در آن H_0 و H_1 به ترتیب فرضیه های عدم وجود و وجود هدف و \underline{n} و \underline{s} به ترتیب بردارهای مستقل از هم کلاتر و سیگنال بوده که به علت همدوس بودن آشکارسازی، بردارهایی مختلط و به طول N می باشند.

در این مقاله، براساس نظریه آشکارسازی، به آشکارسازی بهینه^۲ سیگنال رادار در کلاتر غیرگوسی اقدام شده است. از آنجایی که تابع چگالی احتمال توام بردار کلاتر غیرگوسی دارای شکل پیچیده ای است، غالباً امکان رسیدن به آزمون آشکارسازی بهینه یا ALR ^۳ ناممکن است. خوشبختانه نتایج تجربی و تحقیقات نظری نشان دهنده پیروی توزیع آماری کلاتر غیرگوسی از مدلی تحت عنوان شبه گوسی^۴ یا $SIRP$ ^۵ است [۲-۴]. بر این اساس، تلاشهای زیادی برای نزدیک شدن به آزمون آشکارسازی بهینه انجام شده است [۵-۱۰]. از این میان می توان به پژوهشهای محققان صاحب نامی چون فارینا^۶ و کتته^۷ اشاره کرد. در اکثر این تحقیقات توزیع کلاتر غیرگوسی، K فرض شده و به خاطر ماهیت پیچیده آشکارساز بهینه، غالباً از آزمون شبه بهینه^۸ GLR استفاده شده است [۵، ۸ و ۱۰]. مقالاتی که به نوعی به حل تقریبی آزمون آشکارسازی بهینه یا ALR پرداخته اند، از فرضهای ساده کننده ای چون سیگنال معلوم یا حالت های مجانبی استفاده کرده اند [۱۱ و ۱۰]. علی ایحال در هرگونه آزمون آشکارسازی شبه بهینه، فرم پیچیده تابع چگالی احتمال توام کلاتر شبه گوسی، علاوه بر اینکه باعث پیچیده شدن روش حل و تحلیل ریاضی این آزمونها می شود، نهایتاً الگوریتمی با

تغییرات مواجهه است، می‌تواند قابل توجه باشد.

در بخش دوم ابتدا تقریب Pade معرفی شده و به کمک آن تابع چگالی احتمال دامنه کلاتر به صورت مجموعی از نمایها تقریب زده می‌شود. در بخش سوم با استفاده از تقریب اعمال شده روی تابع چگالی احتمال دامنه کلاتر، ابتدا تابع چگالی احتمال توام بردار کلاتر شبه گوسی به صورت تقریبی به دست آمده و سپس با به‌کارگیری آن در آزمونهای آشکارسازی شبه بهینه GLR و AALR^{۱۴}، به آشکارسازهایی می‌رسیم که آنها را PGLR و PAALR می‌نامیم. در بخش چهارم با استفاده از شبیه‌سازی رایانه‌ای، عملکرد آشکارسازهای پیشنهادی بررسی می‌شود.

۲- آشکارسازی بهینه و مدلسازی سیگنال و کلاتر

بر اساس نظریه آشکارسازی، معیار بهینگی در آشکارسازی رادار معیار نیمین پیروسون (NP)^{۱۵} است [۱۴]. بر اساس این معیار، آشکارساز بهینه آشکارسازی است که به ازای هر مقدار احتمال هشدار غلط^{۱۶} ثابت و دلخواه، احتمال آشکارسازی^{۱۷} را به بیشترین مقدار ممکن برساند. اگر سیگنال \underline{s} کاملاً معلوم باشد، آشکارساز بهینه طبق معیار NP به صورت زیر خواهد شد [۱۵]:

$$\Lambda(\underline{y}) = \frac{f_{\underline{y}}(\underline{y} | H_1)}{f_{\underline{y}}(\underline{y} | H_0)} > T \quad (2)$$

که در آن $f_{\underline{y}}(\underline{y} | \cdot)$ تابع چگالی احتمال توام شرطی بردار \underline{y} و $\Lambda(\underline{y})$ تابع نسبت درست‌نمایی^{۱۸} اند. همچنین T سطح آستانه‌ای است که توسط احتمال هشدار غلط تعیین می‌شود. اگر سیگنال \underline{s} کاملاً معلوم باشد، آشکارساز بهینه به صورت زیر در می‌آید:

$$\Lambda(\underline{y} | \underline{s}) = \frac{f_{\underline{n}}(\underline{y} - \underline{s})}{f_{\underline{n}}(\underline{y})} > T \quad (3)$$

که در آن $f_{\underline{n}}(\cdot)$ تابع چگالی احتمال بردار کلاتر \underline{n} بوده و $\Lambda(\underline{y} | \underline{s})$ تابع نسبت درست‌نمایی شرطی است. در صورتی که \underline{s} تصادفی باشد آزمون بهینه با میانگین‌گیری از تابع نسبت درست‌نمایی شرطی نسبت به پارامترهای تصادفی \underline{s} به صورت

زیر به دست می‌آید:

$$\int_{\Gamma_s} \frac{f_{\underline{n}}(\underline{y} - \underline{s})}{f_{\underline{n}}(\underline{y})} f_{\underline{s}}(\underline{s}) d\underline{s} > T \quad (4)$$

که در آن $f_{\underline{s}}(\cdot)$ تابع چگالی احتمال توام بردار سیگنال \underline{s} و Γ_s فضای نمونه‌ای آن هستند. آزمون بهینه (۴) آزمون میانگین نسبت درست‌نمایی یا ALR نامیده می‌شود. بر این اساس برای آشکارسازی بهینه سیگنال رادار باید مدل مناسبی از سیگنال هدف و کلاتر انتخاب شود.

از آنجایی که مدل سورلینگ I مهم‌ترین و متداولترین مدل برای سیگنال هدف است، این مدل برای مدلسازی دامنه سیگنال هدف در نظر گرفته شده است. در این صورت بردار سیگنال به صورت زیر قابل نمایش است [۱۳]:

$$\underline{s} = A \exp(j\varphi) \underline{\delta} \quad (5)$$

که در آن φ فاز نمونه‌های سیگنال هدف، یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $[0, 2\pi)$ و A دامنه نمونه‌های سیگنال هدف، متغیری تصادفی با تابع چگالی احتمال رابلی به صورت زیر است:

$$f_A(x) = \frac{2x}{P_s} \exp\left(-\frac{x}{P_s}\right) \quad x \geq 0 \quad (6)$$

که در آن P_s توان نمونه‌های سیگنال هدف بوده و بردار $\underline{\delta}$ دارای معادله زیر است:

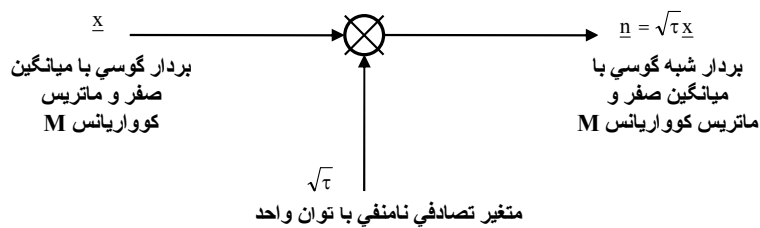
$$\underline{\delta} = [1, \exp(j\Omega), \dots, \exp(j(N-1)\Omega)]^T \quad (7)$$

که در آن Ω فاز ناشی از شیفت دوپلر هدف به صورت زیر است:

$$\Omega = \frac{2\pi f_d}{PRF} \quad (8)$$

در این معادله f_d شیفت دوپلر هدف است. در این مقاله f_d مقداری معلوم فرض شده است. از آنجا که در اکثر سیستمهای راداری از بانک فیلتر استفاده می‌شود، می‌توان در محدوده هر فیلتر (زیر بانده) مقدار f_d را تقریباً معلوم فرض کرد. لذا در مدل سیگنال معادله (۵)، $\underline{\delta}$ یک بردار معلوم فرض می‌شود.

در آزمون بهینه آشکارسازی، به تابع چگالی احتمال توام بردار کلاتر نیاز است. این در حالی است که در اکثر تحقیقات و



شکل ۱- مدل ترکیبی برای کلاتر شبه گوسی

توزیع کلی دامنه کلاتر شبه گوسی به دست آمده است. با این حال به علت اهمیت توزیع K ، در شبیه سازیها توزیع دامنه کلاتر K در نظر گرفته می شود. اگر متغیر تصادفی A دارای توزیع K باشد، تابع چگالی احتمال آن به صورت زیر است [۴]:

$$f_A(x) = \frac{b^{v+1} x^v}{2^{v-1} \Gamma(v)} K_{v-1}(bx) \quad (9)$$

که در آن v پارامتر شکل و b پارامتر توان توزیع K ، $K_v(\cdot)$ تابع بسل تعمیم یافته نوع دوم و $\Gamma(\cdot)$ تابع گاما هستند. یکی از روشهای مدلسازی بردارهای تصادفی شبه گوسی، استفاده از مدل ترکیبی^{۲۲} است. بر اساس این مدل، یک بردار تصادفی شبه گوسی \underline{n} با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس M را می توان به صورت زیر نوشت [۱۸]:

$$\underline{n} = \sqrt{\tau} \underline{x} \quad (10)$$

که در آن τ یک متغیر تصادفی مثبت و با میانگین واحد و \underline{x} یک بردار گوسی با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس M مستقل از τ است. در واقع هر بردار شبه گوسی را می توان برداری گوسی با توان تصادفی دانست. شکل (۱) نمودار جعبه ای مدل ترکیبی را نشان می دهد. با استفاده از این مدل، می توان تابع چگالی احتمال توام بردار تصادفی شبه گوسی \underline{n} را به صورت یک عبارت انتگرالی با شکل بسته زیر نوشت [۱۹]:

$$f_{\underline{n}}(\underline{n}) = \int_0^{\infty} \frac{1}{0 \pi^N \det(M) \tau^N} \exp\left(-\frac{\underline{n}^H M^{-1} \underline{n}}{\tau}\right) f_{\tau}(\tau) d\tau \quad (11)$$

$f_{\tau}(\tau)$ که تابع چگالی احتمال τ است، تابع مشخصه کلاتر^{۲۳} نیز نامیده می شود. متغیر τ برای کلاتر K ، یک متغیر تصادفی گاما با تابع چگالی احتمال زیر است:

$$f_{\tau}(\tau) = \frac{v^v}{\Gamma(v)} \tau^{v-1} \exp(-v\tau) \quad \tau \geq 0 \quad (12)$$

اندازه گیریهای آماری، توابع احتمال فاز و دامنه نمونه های کلاتر مورد توجه و اندازه گیری قرار گرفته اند. بر مبنای اکثر این نتایج، فاز نمونه های کلاتر غالباً به صورت یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $[0, 2\pi]$ مدل می شود. در خصوص توزیع دامنه کلاتر که معمولاً مستقل از فاز است، نتایج مشاهدات از تنوع بیشتری برخوردار است. بر اساس تحقیقات انجام شده بر روی رادارهای اولیه، توزیع دامنه کلاتر تا سالها رایلی فرض می شد [۱]. ولی امروزه اطلاعات تجربی به دست آمده از مراکز معتبر تحقیقات راداری [۳ و ۲] نشان می دهد که در رادارهای با تفکیک پذیری بالا^{۱۹} و یا با زاویه میل کم^{۲۰} مدل دامنه کلاتر انحراف قابل توجهی از مدل رایلی دارد [۴]. تحت چنین شرایطی به خاطر طبیعت ضربه ای نمونه های دامنه کلاتر، دم تابع چگالی احتمال دامنه کلاتر در مقایسه با توزیع رایلی، طولانی تر و نسبت انحراف معیار به میانگین دامنه آن بیشتر است. مشاهدات و تحقیقات کاملتر نشان داد که در واقع در رادارهای با تفکیک پذیری بالا و یا با زاویه میل کم توزیع دامنه کلاتر در خانواده توزیعهای شبه رایلی^{۲۱} قرار می گیرد که مدل رایلی را به عنوان یک حالت خاص در خود دارد [۱۶]. در چنین خانواده ای توزیع احتمال توام بردار کلاتر نیز به صورت شبه گوسی خواهد بود. این ویژگی باعث می شود که مانند بردار کلاتر گوسی، برای بردار شبه گوسی نیز با در اختیار داشتن تابع چگالی احتمال دامنه و فاز نمونه های کلاتر، بتوانیم تابع چگالی احتمال توام بردار کلاتر را که در آزمون آشکارسازی مورد نیاز است در اختیار داشته باشیم. توزیع K و توزیع ویبول دو توزیع معروف در خانواده توزیع شبه گوسی هستند که برای توصیف آماری کلاتر دریا و خشکی مناسب اند [۴ و ۱۷]. در این مقاله، تحلیلها و نتایج ریاضی بر اساس

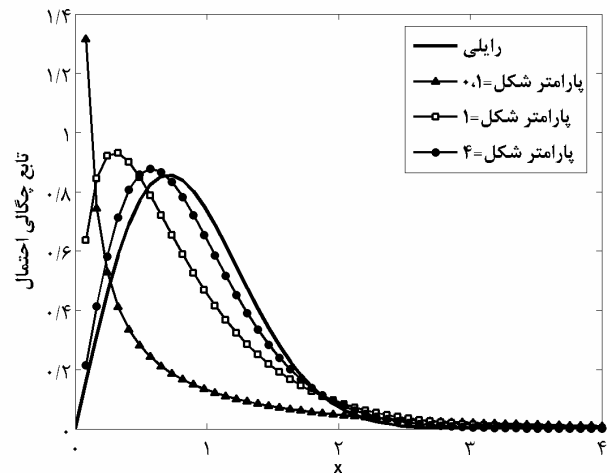
امین داور^{۲۴} و ریت سی^{۲۵} از تقریب Pade در تقریب تابع چگالی احتمال کلاتر، برای انجام تحلیل‌های آشکارسازی رادار استفاده کرده‌اند [۲۱ و ۲۲]. آنها از این تقریب برای ساده سازی روابط تحلیلی احتمال هشدار غلط و آشکارسازی، بدون دخالت مستقیم در پردازش آشکارسازی و برای آشکارسازهای کلاسیک استفاده کرده‌اند. تابان و عارف برای اولین بار ایده استفاده از تقریب Pade را در تقریب آزمون آشکارسازی بهینه رادار مطرح کردند [۲۳]. همچنین در [۲۴-۲۶] تقریب Pade برای پردازش و آشکارسازی سیگنال رادار مورد توجه قرار گرفته است. در مراجع [۲۱-۲۲] و [۲۴-۲۵] از فرضهای محدود کننده‌ای چون آشکارسازی خطی (که در حالت کلی غیر بهینه است)، آشکارسازی ناهمدوس و یا آشکارسازی تک نمونه‌ای استفاده شده است. در این مقالات تنها در [۲۶] آشکارسازی همدوس سیگنال رادار در کلاتر K مورد توجه قرار گرفته است. با این حال در این مقاله از تقریب Pade برای تابع مشخصه کلاتر استفاده شده است. چنین شیوه‌ای اگر چه تا حدی باعث ساده‌تر شدن آزمون آشکارسازی می‌شود ولی همچنان به‌نوعی پیچیدگی قبلی (از جمله وجود تابع بسط تعمیم یافته نوع دوم) وجود دارد. در این مقاله با استفاده از این تقریب بر روی تابع چگالی احتمال دامنه کلاتر، شیوه‌ای مناسبتر و اساسیتر در آزمون آشکارسازی رادار مطرح شده است.

فرض می‌شود $l+m$ ممان اولیه دامنه کلاتر A در اختیار است. به عبارت دیگر با معلوم بودن توزیع دامنه کلاتر، این ممانها قابل محاسبه بوده و در صورت معلوم نبودن نوع توزیع دامنه، چند ممان اول آنها از روی داده‌های دریافتی رادار تخمین زده شده باشد. به عنوان مثال ممان مرتبه n ام یک متغیر تصادفی با توزیع K دارای معادله زیر است:

$$E\{A^n\} = \left(\frac{2}{b}\right)^n \frac{\Gamma(v + \frac{n}{2})\Gamma(\frac{n}{2} + 1)}{\Gamma(v)} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

بنابراین تابع مشخصه دامنه کلاتر حول نقطه $s=0$ به صورت زیر می‌تواند تقریب زده شود [۲۷]:

$$C_A(s) \approx \sum_{n=0}^{l+m} c_n s^n \quad (14)$$



شکل ۲- تابع چگالی احتمال توزیع K به ازای چند پارامتر شکل

از دید نظری اگر پارامتر شکل v بینهایت شود، توزیع K بر توزیع رایلی منطبق خواهد شد. با این وجود در عمل به ازای پارامترهای شکل بزرگتر از ۴ توزیع K به توزیع رایلی بسیار نزدیک می‌شود. شکل (۲) چند منحنی تابع چگالی احتمال دامنه K را به ازای پارامترهای شکل مختلف نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که هرچه پارامتر شکل کوچکتر شود، انحراف توزیع K از توزیع رایلی بیشتر می‌شود.

تابع چگالی احتمال توام بردار کلاتر که از معادله (۱۱) به دست می‌آید، دارای شکل پیچیده‌ای بوده و غالباً امکان رسیدن به آزمون آشکارسازی بهینه را ناممکن می‌سازد. در بخش بعدی با معرفی تقریب Pade، شیوه‌ای را برای تقریب تابع چگالی احتمال دامنه کلاتر مطرح می‌کنیم که با به‌کارگیری آن، امکان تحقق آشکارساز بهینه به صورت تقریبی و با عملکرد مناسب ایجاد می‌شود.

۳- استفاده از تقریب Pade در تقریب تابع چگالی احتمال کلاتر

تقریب Pade تعمیم بسط تایلور به توابع کسری گویاست. به عبارت دیگر این تقریب، یک چندجمله‌ای (یا بسط چندجمله‌ای یک تابع) با جملات محدود را به نسبت دو چندجمله‌ای (کسر گویا) تقریب می‌زند [۲۰].

که در آن c_n با ممان m از A به شکل زیر رابطه دارد:

$$c_n = \frac{(-1)^n}{n!} E\{A^n\} \quad (15)$$

تقریب Pade از چند جمله‌ای $C_A(s)$ حول $s=0$ ، تابع گویای $r(s)$ از درجه $l+m$ به صورت زیر است [20]:

$$r(s) = P \left[\frac{l}{m} \right] (s) = \frac{\sum_{n=0}^l a_n s^n}{1 + \sum_{n=1}^m b_n s^n} \quad (16)$$

به طوری که مشتقهای مرتبه k چند جمله‌ای $C_A(s)$ و تقریب کسری آن تا مرتبه $l+m$ با یکدیگر برابر باشند:

$$C_A^{(k)}(0) = r^{(k)}(0) \quad k = 0, 1, \dots, l+m \quad (17)$$

با توجه به اینکه تابع چگالی احتمال دامنه کلاتر دارای مولفه تابع ضربه نیست و با توجه به خواص تابع مشخصه لازم است که $l < m$ باشد که معمولاً $l=m-1$ انتخاب می‌شود. با استفاده از معادله (14) الی (17)، برای پیدا کردن ضرایب a_n و b_n ، باید ضرایب جملات درجه صفر تا درجه $l+m$ در عبارت زیر برابر صفر قرار گیرند [20]:

$$\left(\sum_{n=0}^{l+m} c_n s^n \right) \left(1 + \sum_{n=1}^m b_n s^n \right) - \sum_{n=0}^l a_n s^n \quad (18)$$

با انتخاب $l=m-1$ در معادله (18)، محاسبه ضرایب a_n و b_n از طریق فوق منجر به ایجاد دستگاه معادلات به صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_{m-1} \\ c_1 & c_2 & \dots & c_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m-1} & c_m & \dots & c_{2m-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_m \\ b_{m-1} \\ \dots \\ b_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_m \\ c_{m+1} \\ \dots \\ c_{2m-1} \end{bmatrix}$$

$$a_j = c_j + \sum_{i=1}^j b_i c_{j-i} \quad 1 \leq j \leq m-1$$

$$a_0 = c_0 = 1 \quad (19)$$

با محاسبه ضرایب تقریب Pade، تابع مشخصه احتمال متغیر تصادفی دامنه به صورت یک کسر گویای $r(s)$ با درجه مخرج بزرگتر از صورت به دست آمده است. لذا می‌توان $r(s)$ را به

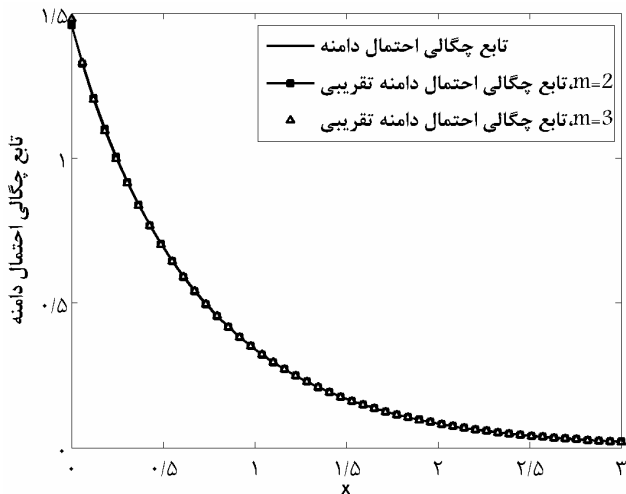
مجموع کسرهای جزئی تجزیه کرده و از آن عکس تبدیل لاپلاس گرفته و به تابع چگالی احتمال تقریبی دامنه بردار کلاتر $f_A(x)$ به صورت مجموعی از نمایها رسید. به عبارت دیگر با استفاده از این شیوه، $f_A(x)$ که به خاطر وجود تابع بسط تعمیم یافته نوع دوم، یک تابع پیچیده است، به صورت مجموعی از چند نمایی تقریب زده می‌شود. با توجه به اینکه غالباً قطب تکراری برای تابع مشخصه مشاهده نمی‌شود [25]، لذا تابع چگالی احتمال تقریبی دامنه را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f_A(x) \approx \sum_{i=1}^m \lambda_i \exp(-p_i x) \quad (20)$$

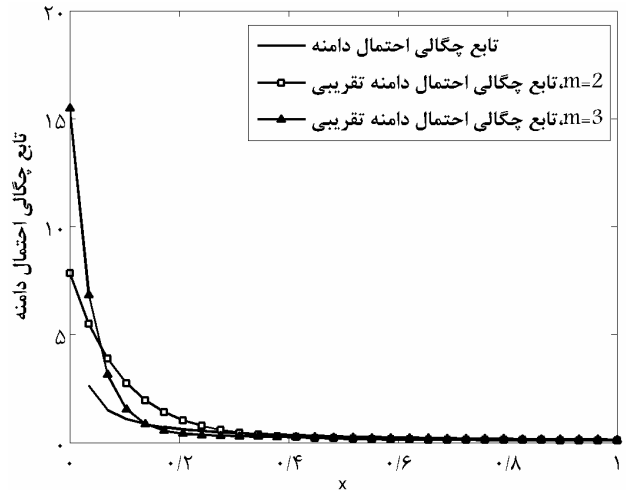
که در آن p_i قطب i ام تابع گویای $r(s)$ و λ_i ضریب جملات در تجزیه $r(s)$ به کسرهای جزئی است. لازم به ذکر است که در این تقریب تنها مسئله مهم پایداری بوده و در این صورت حتی وجود قطب مختلط مشکلی ایجاد نخواهد کرد. در شکلهای (3) تا (5) تابع چگالی احتمال دقیق و تابع چگالی احتمال تقریب زده شده یک متغیر تصادفی با توزیع K با پارامتر شکل به ترتیب $\nu = 0.1$ ، $\nu = 0.5$ و $\nu = 1$ و با ازای پارامتر توان $b = \sqrt{4\nu}$ با یکدیگر مقایسه شده‌اند. تقریب Pade به کار رفته، تک نقطه‌ای و با درجه 3 ($m=2, l=1$) است. ملاحظه می‌شود که تقریب ذکر شده به ازای پارامترهای شکل مختلف توزیع K از دقت قابل قبولی برخوردار است، در حالی که درجه تقریب مقدار نه چندان بزرگ است.

۴- آشکارسازهای PGLR و PAALR

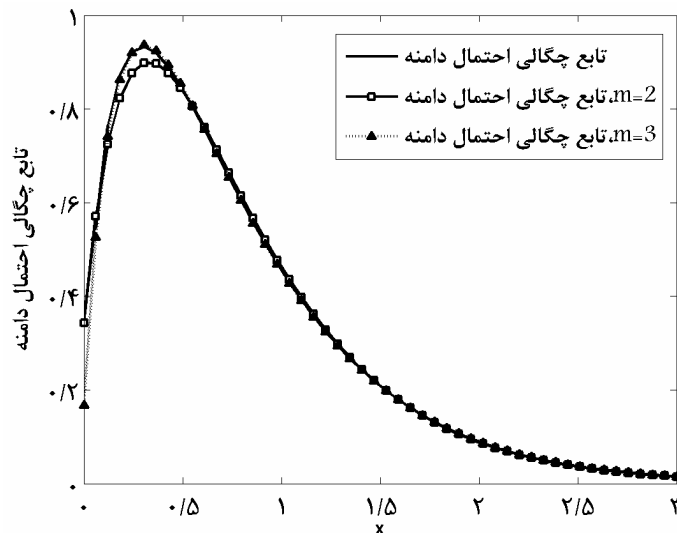
همان‌گونه که در بخش (1) ملاحظه شد، تحت مدل‌های مطرح شده، آزمون آشکارسازی بهینه طبق معادله (4) منجر به مقایسه یک رابطه انتگرالی بسیار پیچیده با یک سطح آستانه می‌شود. در حالت کلی و از جمله در حالت کلاتر با توزیع K ، محاسبه انتگرالها و تحقق آزمون ALR، معادله (4) به طور تحلیلی قابل حل نیست. ضمناً حل عددی این انتگرالها از حجم محاسباتی بسیار بالایی برخوردار است. لذا پیاده سازی این آشکارساز در یک سیستم رادار غیر عملی بوده و استفاده از آن



شکل ۴- مقایسه pdf دامنه K با دو تقریب حاصل از تکنیک pade به ازای $v = 0.5$ و $b = \sqrt{2}$



شکل ۳- مقایسه pdf دامنه K با دو تقریب حاصل از تکنیک Pade به ازای $v = 0.1$ و $b = \sqrt{0.4}$



شکل ۵- مقایسه pdf دامنه K با دو تقریب حاصل از تکنیک Pade به ازای $v = 1$ و $b = 2$

سیگنال \underline{y} است که تابع چگالی احتمال شرطی مشاهدات بشرط \underline{s} ، و یا به طور معادل تابع درستنمایی شرطی را به بیشترین مقدار ممکن برساند. به سادگی می توان نشان داد که تخمین ML سیگنال \underline{s} برای هدف با تموج آهسته (از جمله سورلینگ I) برابر است با [۱۹ و ۲۳]:

$$\hat{\underline{s}}_{ML} = \frac{\delta^H M^{-1} \underline{y}}{\delta^H M^{-1} \delta} \quad (21)$$

اگر تابع مرکزی تابع چگالی احتمال توأم یک بردار تصافی شبه

حتی در موارد تحقیقاتی نیز مشکل و دشوار است. بنابراین در این مقاله نیز همچون سایر محققان از آشکارسازهای شبه بهینه GLR و AALR استفاده می شود [۱۳].

اگر بردار سیگنال \underline{s} از روی بردار دریافتی \underline{y} تخمین ML زده شود، در این صورت می توان با در نظر گرفتن تخمین \underline{s} به جای بردار \underline{s} ، از فرض \underline{s} معلوم استفاده کرد و از آزمون آشکارسازی معادله (۳) استفاده کرد. به این آشکارساز شبه بهینه GLR گویند. تخمین ML سیگنال \underline{s} ، انتخابی از

گوسی به طول N را $g_N(\cdot)$ به صورت زیر تعریف کنیم:

$$g_N(x) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\tau^N} \exp\left(-\frac{x}{\tau}\right) f_{\tau}(\tau) d\tau \quad (22)$$

در این صورت آزمون آشکارساز GLR به صورت زیر در می آید:

$$\frac{g_N(h_M(\underline{y} - \hat{\underline{s}}_{ML}))}{g_N(h_M(\underline{y}))} \underset{H_0}{>} \underset{H_1}{T} \quad (23)$$

که در آن $h_M(\underline{y})$ نورم M بردار \underline{y} به صورت زیر است:

$$h_M(\underline{y}) = \underline{y}^H M^{-1} \underline{y} \quad (24)$$

و همچنین:

$$\begin{aligned} h_M(\underline{y} - \hat{\underline{s}}_{ML}) &= (\underline{y} - \hat{\underline{s}}_{ML})^H M^{-1} (\underline{y} - \hat{\underline{s}}_{ML}) \\ &= \underline{y}^H M^{-1} \underline{y} - \frac{|\underline{y}^H M^{-1} \hat{\underline{s}}|^2}{\hat{\underline{s}}^H M^{-1} \hat{\underline{s}}} \end{aligned} \quad (25)$$

می توان نشان داد که تابع $g_N(\cdot)$ برای بردار تصادفی با توزیع K به صورت زیر است [28]:

$$g_N(x) = \frac{2v}{\Gamma(v)} x^{\frac{v-N}{2}} K_{v-N}(\sqrt{4vx}) \quad (26)$$

برای حل تقریبی آزمون ALR برای آشکارسازی هدف با تموج آهسته طبق مدل سورلینگ I و تحت شرایط قبلی از آزمون AALR پیشنهادی در [28] استفاده شده است. برای بردار کلاتر شبه گوسی و بردار هدف با مدل دامنه سورلینگ I و شیفیت دوپلر معلوم آزمون آشکارسازی بهینه در معادله (4) دارای یک انتگرال سه گانه است. در [28]، انتگرالهای روی دامنه و فاز هدف در معادله (4) به صورت تحلیلی حل شده و با اعمال تقریب مناسب روی انتگرال سوم، آزمون آشکارساز AALR به صورت زیر به دست آمده است:

$$\frac{g_{N-1}(h_M(\underline{y} - \hat{\underline{s}}_{ML}))}{g_N(h_M(\underline{y}))} \underset{H_0}{>} \underset{H_1}{T} \quad (27)$$

ملاحظه می شود که رابطه این آزمون بسیار شبیه به رابطه آشکارساز GLR است؛ علی رغم اینکه در به دست آمدن این آزمون از هیچ تخمینی استفاده نشده و حداقل تقریب در آن

به کار رفته است.

آشکارسازهای GLR و AALR همان گونه که شبیه سازیهای این مقاله نیز نشان می دهد، دارای عملکرد قابل قبول و مناسبی اند. با این حال وجود تابع بسط، پیاده سازی این آشکارسازها را بسیار مشکل می کند. ایده ما در ارائه دو آشکارساز جدید تقریب زدن $g_N(x)$ با تابعی ساده تر است. برای این منظور، رابطه تابع چگالی احتمال توام یک بردار کلاتر شبه گوسی \underline{n} بر حسب تابع چگالی احتمال دامنه نمونه هایش به صورت زیر در نظر گرفته می شود [19]:

$$f_{\underline{n}}(\underline{n}) = \frac{(-1)^{N-1}}{\pi^N \det(M)} \frac{d^{N-1}}{dt^{N-1}} \left\{ \frac{\sigma f_{\Lambda}(\sigma\sqrt{2t})}{\sqrt{2t}} \right\} \Big|_{t=\underline{n}^H M^{-1} \underline{n}} \quad (28)$$

که در آن σ^2 واریانس مولفه های هم فاز و متعامد نمونه های کلاتر است. اگر از تقریب Pade برای تقریب تابع چگالی احتمال دامنه $f_{\Lambda}(x)$ استفاده شود، معادله (28)، در این صورت با جاگذاری معادله (28) در معادله (28) به معادله زیر می رسمیم:

$$f_{\underline{n}}(\underline{n}) = \frac{(-1)^N}{\pi^N \det(M)} \sum_{i=0}^m \frac{(-\lambda_i)}{P_i} \frac{d^N}{dt^N} \left[\exp(-p_i \sigma\sqrt{2t}) \right] \Big|_{t=\underline{n}^H M^{-1} \underline{n}} \quad (29)$$

برای ادامه، معادله زیر را در نظر می گیریم [23]:

$$-\frac{d^N}{dt^N} \left\{ \exp(-a_i \sqrt{t}) \right\} = \exp(-a_i \sqrt{t}) \sum_{k=1}^N \frac{a_i^k}{k!} \left\{ \sum_{j=1}^k (-1)^{j+1} \binom{k}{j} \prod_{l=0}^{j-1} \left(\frac{j}{2} - l \right) \right\} t^{\frac{k}{2}-N} \quad (30)$$

که در آن $a_i = p_i \sigma\sqrt{2}$ است. با جاگذاری معادله (30) در معادله (29) خواهیم داشت:

$$f_{\underline{n}}(\underline{n}) = \frac{1}{\pi^N \det(M)} \sum_{i=0}^m \frac{\lambda_i}{P_i} \exp(-a_i \sqrt{t}) \sum_{k=1}^N B_k^{(i,N)} t^{\frac{k}{2}-N} \Big|_{t=\underline{n}^H M^{-1} \underline{n}} \quad (31)$$

که ضرایب $B_k^{(i,N)}$ از معادله زیر به دست می آیند:

$$B_k^{(i,N)} = \frac{(a_i)^k}{k!} \sum_{j=1}^k (-1)^{N+j} \binom{k}{j} \prod_{r=0}^{j-1} \left(\frac{j}{2} - r \right) \quad (32)$$

$$i = 0, 1, \dots, m, k = 1, 2, \dots, N$$

با استفاده از معادله (۳۲) و با توجه به معادلات (۱۱) و (۲۲) تابع مرکزی $g_N(x)$ به صورت زیر به دست می آید:

$$g_N(x) = \sum_{i=0}^m \frac{\lambda_i}{P_i} \exp(-a_i \sqrt{x}) \sum_{k=1}^N B_k^{(i,N)} x^{\frac{k}{2}-N} \quad (33)$$

بدین ترتیب روابط آشکارسازهای PGLR و PAALR به ترتیب به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{\sum_{i=0}^m \frac{\lambda_i}{P_i} \exp(-a_i \sqrt{x}) \sum_{k=1}^N B_k^{(i,N)} x^{\frac{k}{2}-N} \Big|_{x=y^H M^{-1} \underline{y} - \frac{|y^H M^{-1} \underline{\delta}|^2}{\delta^H M^{-1} \underline{\delta}}}}{\sum_{i=0}^m \frac{\lambda_i}{P_i} \exp(-a_i \sqrt{x}) \sum_{k=1}^N B_k^{(i,N)} x^{\frac{k}{2}-N} \Big|_{x=y^H M^{-1} \underline{y}}} > T \quad H_1$$

$$< T \quad H_0 \quad (\text{آزمون PGLR}) \quad (34)$$

$$\frac{\sum_{i=0}^m \frac{\lambda_i}{P_i} \exp(-a_i \sqrt{x}) \sum_{k=1}^{N-1} B_k^{(i,N-1)} x^{\frac{k}{2}-N+1} \Big|_{x=y^H M^{-1} \underline{y} - \frac{|y^H M^{-1} \underline{\delta}|^2}{\delta^H M^{-1} \underline{\delta}}}}{\sum_{i=0}^m \frac{\lambda_i}{P_i} \exp(-a_i \sqrt{x}) \sum_{k=1}^N B_k^{(i,N)} x^{\frac{k}{2}-N} \Big|_{x=y^H M^{-1} \underline{y}}} > T \quad H_1$$

$$< T \quad H_0 \quad (\text{آزمون PAALR}) \quad (35)$$

اگرچه در مقایسه با آشکارسازهای کلاسیک این آزمونها نیز از پیچیدگی قابل توجه برخوردارند، ولی با توجه به عدم وجود تابع بسل تعمیم یافته نوع دوم در این آزمونها، آشکارسازهای PGLR و PAALR ساختاری بسیار ساده تر از آشکارسازهای GLR و AALR دارند. توجه کنید که آشکارسازهای پیشنهادی در حالت نامعلوم بودن پارامترهای توزیع کلاتر و حتی در حالت نامعلوم بودن نوع توزیع شبه گوسی آن نیز کاربرد دارند. اگر پارامترهای توزیع مشخص باشند ممانهای مورد نیاز را می توان به راحتی از معادلاتی همچون معادله (۱۳) محاسبه کرده و سپس تقریب Pade تابع چگالی احتمال دامنه را به صورتی که قبلا توصیف شد به دست آورد. در صورت نامعلوم بودن این پارامترها با تخمین مناسب از ممانهای مورد نیاز دامنه کلاتر و استفاده از معادلات (۱۵) و (۱۹) باز هم می توان به تقریب

Pade توزیع دامنه دست یافت و آشکارسازهای پیشنهادی، قابل پیاده سازی اند. به منظور کاهش پیچیدگی آشکارسازهای PGLR و PAALR، مطلوب است که m حتی الامکان مقدار کوچکی باشد. خوشبختانه و همان گونه که در شکلهای (۳) تا (۵) ملاحظه می شود در عمل با مقدار کوچکی از m مانند $m=2$ می توان به تقریب مناسبی از $g_N(x)$ دست یافت.

۵- بررسی عملکرد آشکارسازهای پیشنهادی

در این قسمت با استفاده از شبیه سازی رایانه ای عملکرد آشکارسازهای PGLR و PAALR را مورد ارزیابی قرار می دهیم. برای این منظور از منحنیهای تغییرات احتمال آشکارسازی بر حسب احتمال هشدار غلط (ROC)^{۲۶} و احتمال آشکارسازی بر حسب نسبت سیگنال به کلاتر (SCR)^{۲۷} آشکارسازها استفاده و بر آن اساس عملکرد آنها را بررسی کرده و با آشکارسازهای بدون تقریب و OLD^{۲۸} مقایسه می کنیم. آشکارساز OLD بهترین آشکارساز خطی با رابطه زیر است [۲۹]:

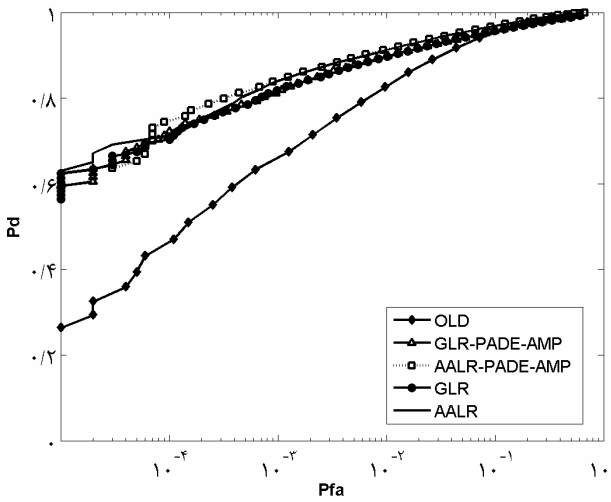
$$H_1$$

$$\left| y^H M^{-1} \underline{\delta} \right| > T$$

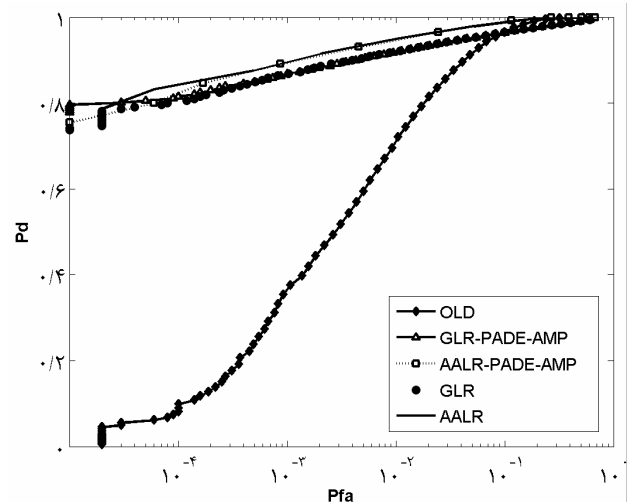
$$H_0$$

$$(36)$$

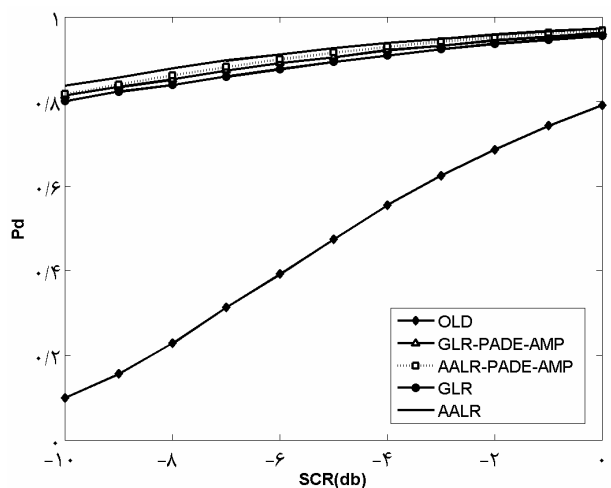
در شبیه سازیها، کلاتر با توزیع K ، تابع همبستگی گوسی و پهنای باند نرمالیزه به PRF رادار 0.1 و هدف با توجع آهسته و مدل دامنه سورلینگ I و شیفت دوپلر نرمالیزه به PRF رادار 0.1 در نظر گرفته شده اند. تحت شرایط فوق و با در نظر گرفتن نسبت سیگنال به کلاتر -10 dB منحنی ROC آشکارسازهای پیشنهادی در مقایسه با آشکارسازهای OLD، GLR و AALR به ازای پارامتر شکل توزیع کلاتر $v=0.1$ ، $v=0.5$ و $v=1$ به ترتیب در شکلهای (۶) تا (۸) نمایش داده شده اند. همچنین منحنیهای احتمال آشکارسازی بر حسب نسبت سیگنال به کلاتر این آشکارسازها به ازای احتمال هشدار غلط 10^{-4} و به ترتیب به ازای همان پارامترهای شکل توزیع کلاتر در شکلهای (۹) تا (۱۱) مورد مقایسه قرار گرفته اند. قابل توجه



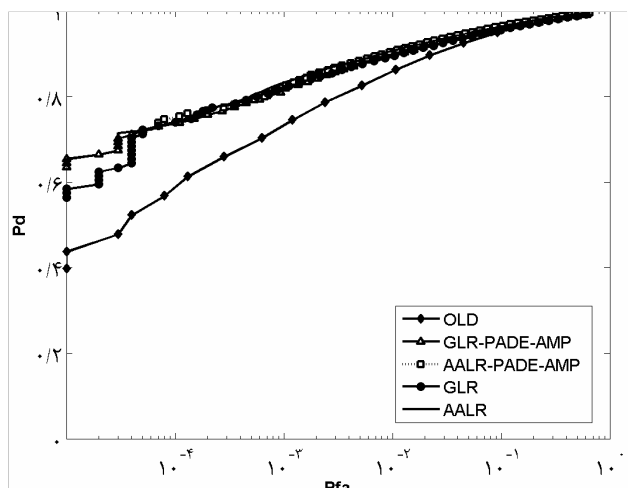
شکل ۷- مقایسه ROCها به ازای $\nu = 0.5$



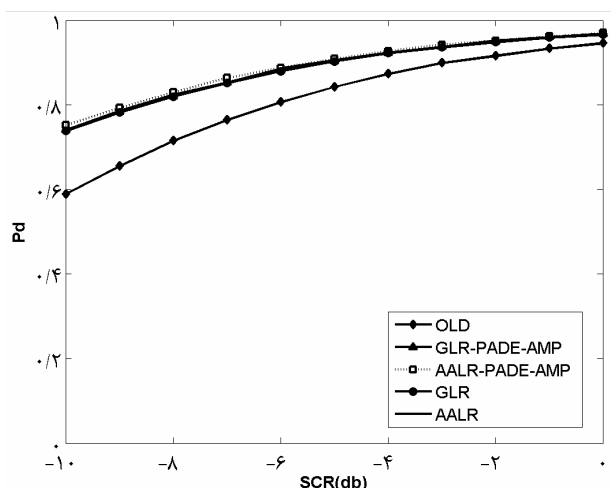
شکل ۶- مقایسه ROCها به ازای $\nu = 0.1$



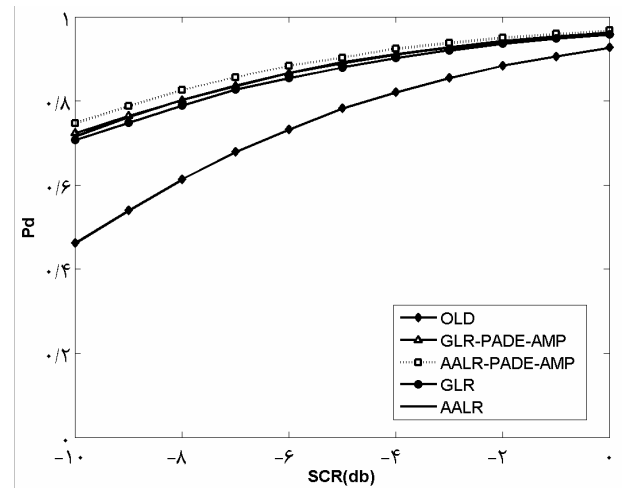
شکل ۹- منحنی احتمال آشکارسازی بر حسب نسبت سیگنال به کلاتر به ازای $\nu = 0.1$ و $Pfa = 10^{-4}$



شکل ۸- مقایسه ROCها به ازای $\nu = 1$



شکل ۱۱- منحنی احتمال آشکارسازی بر حسب نسبت سیگنال به کلاتر به ازای $\nu = 1$ و $Pfa = 10^{-4}$



شکل ۱۰- منحنی احتمال آشکارسازی بر حسب نسبت سیگنال به کلاتر به ازای $\nu = 0.5$ و $Pfa = 10^{-4}$

می‌شود (یادآور می‌شود که در این حالت آزمونهای ALR و GLR با آزمون OLD یکسان می‌شوند).

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از تقریب Pade دو آشکارساز شبه بهینه برای آشکارسازی سیگنال رادار در کلاتر K به دست آمده و عملکرد قابل قبول این آشکارسازها به خصوص به ازای پارامترهای شکل کوچکتر از طریق شبیه سازی نشان داده شده است.

برای پیاده سازی آشکارسازهای مطرح شده، تنها چند ممان اولیه دامنه کلاتر مورد نیاز است. بنابراین حتی اگر توزیع دامنه کلاتر مشخص نباشد، امکان تحقق آشکارسازهای پیشنهادی فقط با در اختیار داشتن چند ممان اولیه آن وجود دارد. با این وجود حتی در حالتی که توزیع دامنه کلاتر به طور کامل نیز مشخص باشد، استفاده از تقریب Pade، باعث جلوگیری از ظهور شکل پیچیده تابع بسل تعمیم یافته نوع دوم در آشکارسازهای GLR و AALR شده و در نتیجه ساختار بسیار ساده‌تر می‌شود.

اینکه در تحقق آزمونهای PGLR و PAALR و درتقریب زدن تابع چگالی احتمال دامنه کلاتر از تقریب Pade درجه ۳ استفاده شده است (درجه مخرج $m=2$ و درجه صورت $m-1=1$). ملاحظه می‌شود که در کلیه شکلهای مذکور آشکارسازهای پیشنهادی به طور نسبی از عملکرد بسیار خوبی برخوردارند. در تمامی این شکلها، آزمونهای PGLR و PAALR دارای عملکرد بسیار نزدیک به آزمونهای شبه بهینه GLR و AALR بوده و این در حالی است که ساختار به مراتب ساده‌تری دارند. عملکرد این آزمونها همواره بر OLD برتری دارد. این برتری به ویژه به ازای پارامترهای شکل کوچکتر بارزتر است. به عبارت دیگر هر چه پارامتر شکل کوچکتر شود (هر چه انحراف مدل دامنه کلاتر از مدل رایلی بیشتر شود)، آشکارساز OLD دارای افت عملکرد بیشتری می‌شود؛ در حالی که آشکارسازهای جدید همچنان عملکرد مطلوب و نزدیک به شبه بهینه دارند. توجه شود که با بزرگ شدن پارامتر شکل توزیع کلاتر، عملکرد آشکارساز OLD به آزمونهای شبه بهینه، نزدیک می‌شود، شکلهای (۷) و (۱۰). البته این مسئله قابل پیش بینی بوده زیرا هرچه پارامتر شکل بزرگتر شود مدل کلاتر به مدل گوسی نزدیکتر

واژه نامه

- | | | |
|---|---------------------------|------------------------------|
| 1. pulse repetition frequency | 11. Jakubiak, A. | 21. pseudo-Rayleigh |
| 2. optimum detector | 12. Gini, F. | 22. mixture |
| 3. average likelihood ratio | 13. maximum likelihood | 23. characteristic function |
| 4. pseudo-Gaussian | 14. approximated ALR | 24. Amindavar, H. |
| 5. spherically invariant random processes | 15. Neyman-Pearson | 25. Ritcey, J.A. |
| 6. Farina, A. | 16. false alarm | 26. receiver operating curve |
| 7. Conte, E. | 17. detection probability | 27. signal to clutter ratio |
| 8. suboptimum | 18. likelihood ratio | 28. optimal linear detector |
| 9. generalized likelihood ratio | 19. high resolution | |
| 10. Rezulski, M. | 20. low grazing angle | |

مراجع

- Skolnik, M.I., *Introduction to Radar Systems*, 2nd ed., Mc Graw-Hill, New York, 1980.
- Billingsley, J. B., *Ground Clutter Measurement for Surface-Sited Radar*, Technical Report 780, MIT, 1993.
- Baker, R., and Currie, B., *The McMaster IPIX Radar Sea Clutter Database*.
- Conte, E., Demaio, A., and Galdi, C., "Statistical Analysis of Real Clutter at Different Range Resolutions," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 40, No. 3, pp. 903-919, 2004.
- Farina, A., Russo, A., Scannapieco F., and Barbarossa, S., "Theory of Radar Detection in Coherent Weibull Clutter," *IEE Proceedings, Part F - Communications, Radar and Signal Processing*, Vol. 134, No. 2, pp. 174-189, 1987.

6. Conte, E., Longo, M., Lops, M., and Ullo, S.L., "Radar Detection of Signals with Unknown Parameters in K-distributed Clutter," *IEE Proceedings, Part F - Communications, Radar and Signal Processing*, Vol. 138, No. 2, pp. 174-189, 1991.
 7. Conte, E., Longo, M., and Ricci, G., "Radar Detection in K-Distributed Clutter," *IEE Proceedings, Part F - Radar, Sonar and Navigation*, Vol. 141, No. 2, pp. 116-118, 1994.
 8. Farina, A., and Lombardo, P., "Modeling of a Mixture of K-distributed and Gaussian Clutter for Coherent Radar Detection," *Electronic Letters*, Vol. 30, No. 6, pp. 520-521, 1994.
 9. Conte, E., Isso, L., Longo, M., and Paura, L., "Asymptotically Optimum Radar Detectors on Non-Rayleigh Clutter," *IEE Proceedings, Part F - Communications, Radar and Signal Processing*, Vol. 134, No. 7, pp. 667-672, Dec 1987.
 10. Gini, F., "Sub-Optimum Coherent Radar Detection in a Mixture of K-Distributed and Gaussian Clutter," *IEE Proceedings, Part F - Radar, Sonar and Navigation*, Vol. 144, No. 1, pp. 39-48, 1997.
 11. Conte, E., Lops, M., and Ricci, G., "Asymptotically Optimum Radar Detection in Compound-Gaussian Clutter," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 31, No.2, pp. 617-625, 1995.
 12. Rezulski, M., and Jakubiak A., "Computer Modeling of K-Distributed Clutter," *Proceedings of the International AMSE Conference on Modeling and Simulation*, Karlsruhe (W. Germany), Vol. I A, pp. 117-120, 1987.
 13. Taban, M.R., Aref, M.R., Alavi, H., and Nayebi, M.M., "A New Approach for Coherent Radar Detection in K-Distributed Interference," *Scientia Iranica*, Vol. 5, Nos. 1&2, pp. 16-23, 1998.
 14. Mc Donough, R.N., and Whalen, A.D., *Detection of Signals in Noise*, 2nd ed., Academic Press, New York, 1995.
 15. Barkat, M., *Signal Detection and Estimation*, Artech House, Boston, 1991.
 16. Yao, K., "A Representation Theorem and Its Applications to Spherically-Invariant Random Processes," *IEEE Transactions On Information Theory*, Vol. 19, No. 5, pp. 600-608, 1973.
 17. Ward, K.D., "Compound Representation of High Resolution Sea Clutter," *Electronic Letters*, Vol. 17, No. 16, pp. 561-563, 1981.
 18. Conte, E., and Longo, M., "Modeling and Simulation of Non-Rayleigh Radar Clutter," *IEE Proceedings, Part F- Communications, Radar and Signal Processing*, Vol. 138, No. 2, pp. 121-130, 1991.
 19. Sangston, K.J., and Geriach, K. R., "Coherent Detection of Radar Targets in Non-Gaussian Background," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 30, No. 2, pp. 330-340, 1994.
 20. Burden, R.L., and Fairs, J.D., *Numerical Analysis*, 6th ed., PWS-Kent, 1997.
 21. Amindavar, H., and Ritcey, J.A., "Pade Approximations of Probability Density Functions," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 30, No. 2, pp. 416-424, 1994.
 22. Amindavar, H., and Ritcey, J.A., "Pade Approximations for Detectability in K-Clutter and Noise," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 30, No. 2, pp. 425-434, 1994.
۲۳. تابان، م.ر.، "آشکارسازی سیگنال رادار در حالت غیر گوسی"، رساله دکتری، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ۱۳۷۷.
24. Jay, E., Ovarzel, J.P., and Duvaut, P., "New Methods of Radar Performance Analysis," *Elsevier, Signal Processing*, Vol. 80, No. 12, pp. 2527-2540, 2000.
 25. Drumheller, D.M., "Pade Approximation to Matched Filter Amplitude Probability Functions," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 35, No. 3, pp. 1033-1045, 1999.
 26. Jay, E., Ovarzel, J.P., Declerq, D. and Duvaut, P., "PEOD: Pade Estimated Optimum (Radar) Detector," *Proceedings of 2001 IEEE Radar Conference, Atlanta, GA, USA*, pp. 270-274, 2001.
 27. Papoulis, A., and Pillai, S.U., *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, 4th ed., Mc Graw-Hill, New York, 2002.
۲۸. تابان، م.ر.، عارف، م.ر.، نایبی، م.م. و علوی، ح.، "آشکارسازی بهینه سیگنال هدف با تموج آهسته در تداخل غیر گوسی"، ششمین کنفرانس مهندسی برق ایران، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۴، ص ۲۵۹-۲۶۴، اردیبهشت ۱۳۷۷.
29. Taban, M.R., Aref, M.R., Alavi, H., and Nayebi, M.M., "Coherent Optimal Linear Detector for Radar Detection in Pseudo-Gaussian Noise," *Proceedings of the International Conference on Telecommunication (ICT- 98)*, Porto Carras, Greece, Vol. 1, pp. 393-397, 1998.