# بهینه‌سازی سبد سهام با رویکرد «میانگین- نیم واریانس» و با استفاده از روش «جستجوی هارمونی»

**رضا راعی[۱*]، شاپور محمدی[۲]، هدایت علی بیکی[۳]**

۱- دانشیار گروه مدیریت دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران
۲- استادیار گروه مدیریت دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران
۳- دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مدیریت دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

دریافت: ۸۹/۹/۸ پذیرش: ۸۹/۱۲/۱۸

## چکیده

برای رسم مرز کارا و تشکیل پرتفوی بهینه معمولاً واریانس به‌عنوان عامل خطرپذیری عمومی در نظر گرفته می‌شود. اما از آن جا که نیم‌واریانس تخمین بهتری از خطرپذیری واقعی پرتفوی ارائه می‌دهد، در این تحقیق نیم‌واریانس به عنوان عامل اصلی خطرپذیری در نظر گرفته می‌شود. مسأله بهینه‌سازی پورتفوی ترکیبی از مسأله برنامه‌ریزی عدد صحیح و برنامه‌ریزی درجه ۲ است که برای حل این‌گونه مسائل الگوریتم‌های مشخص و کارایی وجود ندارد.

هدف این تحقیق حل مسأله بهینه‌سازی مقید پرتفوی سهام با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی (HS) است. این الگوریتم با الهام از فرایند بهبود و تکامل هارمونی به‌وسیله مجموعه نوازندگان موسیقی جهت حل مسائل بهینه‌سازی به وجود آمده است. به منظور حل مسأله بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از اطلاعات قیمت ۲۰ سهم پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران از مهر ۱۳۸۵ تا اسفند ۱۳۸۷، مرز کارای سرمایه‌گذاری برای دو الگو با عامل خطرپذیری واریانس و نیم‌واریانس رسم می‌گردد.

نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که روش جستجوی هارمونی در بهینه‌سازی مقید پرتفوی سهام، موفق عمل می‌کند و در یافتن جواب‌های بهینه در تمامی سطوح خطرپذیری و بازده از دقت قابل قبولی برخوردار است.

---

* نویسنده مسؤول مقاله: E-mail: rraie@ut.ac.ir

**کلیدواژه‌ها**: بهینه‌سازی پرتفوی، تکنیک جستجوی هارمونی، نظریه مدرن پرتفوی، الگوی میانگین- نیم‌واریانس، مرز کارای سرمایه‌گذاری.

## ۱- مقدمه

در بهینه‌سازی پرتفوی، مسأله اصلی انتخاب بهینه دارایی‌ها و اوراق بهاداری است که با مقدار مشخصی سرمایه می‌توان تهیه کرد [۱]. اگرچه کمینه کردن خطرپذیری و بیشنه کردن بازده سرمایه‌گذاری به نظر ساده می‌رسد، اما در عمل روش‌های متعددی برای تشکیل پرتفوی بهینه به کار رفته است، مارکویتز نظریه مدرن پرتفوی را به‌عنوان یک روش کلاسیک به‌صورت فرمول ریاضی بیان کرد [۲، صص۷۷-۹۱]. در الگوی میانگین- واریانس طراحی شده به‌وسیله وی میانگین بازده مورد انتظار را نشان می‌دهد و واریانس بیانگر خطرپذیری پرتفوی می‌باشد. بعد از الگوی مارکویتز افراد زیادی سعی در توسعه و اصلاح این الگو داشته‌اند؛ از جمله خود مارکویتز که بعدها اظهار می‌کند که " تحلیل‌های مبتنی بر نیم‌واریانس نسبت به آن‌هایی که به واریانس متکی هستند، سبدهای سهام بهتری ایجاد می‌کنند" [۳].

کونو و یامازاکی [٤، صص۵۱۹-۵۳۱] الگوی میانگین- انحراف مطلق (MAD) را توسعه دادند که در الگوی آن‌ها انحراف مطلق به نوعی بیانگر خطرپذیری می‌باشد. این الگوها به دلیل عدم توجه به محدودیت‌های کارکردی در بسیاری شرایط پاسخگوی نیازهای سرمایه‌گذاران نمی‌باشند. مانسینی و اسپرنزا [۵، صص۲۱۹-۲۳۳] در این رابطه خاطر نشان می‌کنند که بیش‌تر الگوهای انتخاب پرتفوی تقسیم‌پذیری سرمایه‌گذاری را بی‌نهایت فرض می‌کنند؛ در حالی که در دنیای واقعی اوراق بهادار به تعداد مشخص (ضرایبی از یک ضریب معاملاتی حداقلی) معامله می‌شوند.

بنابراین آن‌ها پیشنهاد می‌کنند که از یک الگوی برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط با ملاحظه محدودیت‌های مربوط به حداقل معاملات استفاده شود. باید توجه داشت که الگوی استاندارد مارکویتز محدودیت مربوط به تعداد دارایی‌های منتخب و همچنین محدودیت‌های مربوط به حد پایین و بالای نسبت سرمایه‌گذاری در هر دارایی در سبد را در بر ندارد. چانگ و دیگران [٦، صص۱۲۷۱-۱۳۰۲] و فرناندز و گومز [۷، صص۱۱۷۷-۱۱۹۱] الگوی اصلاح یافته مارکویتز را با عنوان "مدل میانگین- واریانس با مؤلفه‌های محدود" (CCMV) به‌کار گرفتند.

در این مقاله علاوه بر الگوی CCMV، الگوی " میانگین- نیمواریانس با مؤلفه‌های محدود" (CCMSV) نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. تنها تفاوت مدل CCMSV با الگوی CCMV در این است که الگوی CCMSV نیمواریانس را به‌عنوان سنجه خطرپذیری نامطلوب وارد الگو می‌کند.

در ایران تاکنون تحقیقی در زمینه استفاده از روش جستجوی هارمونی در جهت یافتن پرتفوی بهینه انجام نشده است و این مقاله نتایج اولین مطالعه در زمینه بهینه‌سازی پورتفوی سهام با استفاده از تکنیک جستجوی هارمونی را در ایران ارائه می‌دهد. اما در زمینه انتخاب پرتفوی بهینه با استفاده از سایر الگوریتم‌های تکاملی، عبدالعلی‌زاده شهیر و عشقی [۸، صص۱۷۵-۱۹۲] تحقیقی را در زمینه بهینه‌سازی پرتفوی به‌وسیله الگوریتم ژنتیک انجام دادند.

تقوی‌فرد، منصوری و خوش‌سیرت [۹، صص٤٩-٦٩] با افزودن محدودیت‌های دیگری به الگوی قبلی نشان دادند که با استفاده از الگوریتم ژنتیک می‌توان مرز کارایی را به‌دست آورد که به مقدار زیادی تخمین زننده مرز کارای به‌دست آمده به‌وسیله روش‌های کوادراتیک[۱] برنامه‌ریزی ریاضی است. محدودیت‌هایی که آن‌ها به مسأله اضافه کردند، محدودیت عدد صحیح بودن تعداد سهام موجود در پرتفوی و همچنین محدودیت حد بالای اوزان دارایی‌ها بود.

## ۲- مسأله بهینه‌سازی پرتفوی

بهینه‌سازی پرتفوی عبارت است از انتخاب بهترین ترکیب از دارایی‌های مالی به نحوی که باعث شود تا حد امکان بازده پرتفوی سرمایه‌گذاری حداکثر و خطرپذیری پرتفوی حداقل شود. ایده اساسی نظریه مدرن پرتفوی[۲] این است که اگر در دارایی‌هایی که به طور کامل با هم همبستگی ندارند، سرمایه‌گذاری شود، خطرپذیری آن دارایی‌ها یکدیگر را خنثی می‌کنند. در این صورت می‌توان یک بازده ثابت را با خطرپذیری کم‌تر به‌دست آورد [۲،صص۷۷-۹۱].

برای اولین بار در سال ۱۹۵۲ مارکویتز [۲،صص۷۷-۹۱] الگوی حل مسأله انتخاب مجموعه بهینه دارایی‌ها (نظریه میانگین- واریانس) را ارائه داد. وی مسأله را به صورت یک

1. Quadratic
2. Modern Portfolio Theory (MPT)

برنامه‌ریزی کوادراتیک با هدف کمینه‌سازی واریانس مجموعه دارایی‌ها با این شرط که بازده مورد انتظار با یک مقدار ثابت برابر باشد، مطرح کرد. خطرگریز بودن کلیه سرمایه‌گذاران، فرض اصلی این الگو می‌باشد. این مسأله یک محدودیت کارکردی دیگر نیز دارد که براساس آن مجموع اوزان دارایی‌ها باید برابر با یک شود. هم‌چنین وزن هر یک از دارایی‌ها در پرتفوی باید عددی حقیقی و غیر منفی باشد.

فرناندز و گومز [۷،صص۱۱۷۷-۱۱۹۱] الگوی مارکویتز را با افزودن محدودیت‌های حد بالا و پایین برای متغیرها، اصلاح کردند و الگوی CCMV یا «میانگین- واریانس با مؤلفه‌های مقید»[1] را به وجود آوردند؛ در صورتی که محدودیت مربوط به تعداد دارایی‌های منتخب نیز به مسأله فوق اضافه شود، الگوی مربوطه به شکل زیر در می‌آید.

$$\begin{aligned}
&\text{Minimize}\ \lambda\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} z_i x_i z_j x_j \sigma_{ij}\right]-(1-\lambda)\left[\sum_{i=1}^{N} z_i x_i \mu_i\right]\\
&\text{Subject to}\quad \sum_{i=1}^{N} x_i = 1\\
&\sum_{i=1}^{N} z_i = K \qquad\qquad (۱)\\
&\varepsilon_i z_i \le x_i \le \delta_i z_i \quad (i=1,\dots,N)\\
&z_i \in \{0,1\} \quad (i=1,\dots,N)\\
&x_i \ge 0 \quad (i=1,\dots,N)
\end{aligned}$$

که در آن $\varepsilon_i$ و $\delta_i$ به‌ترتیب حد پایین و بالای متغیر $i$-ام (نسبت سهم $i$ در سبد سرمایه‌گذاری) می‌باشند. در الگوی فوق λ پارامتری است که مقدار آن در فاصله [۱و۰] تغییر می‌کند، به طوری که با قرار دادن λ=۰ کل مقدار ضریب وزنی به بازده تخصیص داده می‌شود و بدون توجه به خطرپذیری، سبد سهام دارای بیش‌ترین بازده انتخاب می‌شود و با در نظر گرفتن λ=۱ کل مقدار ضریب وزنی به خطرپذیری داده شده و بدون توجه به بازده، سبد سهام دارای کم‌ترین خطرپذیری انتخاب می‌شود. در فاصله بین صفر و یک، سبدهایی با در نظر گرفتن هر دو عامل خطرپذیری و بازده بهینه می‌گردند؛ به‌عبارت دیگر با افزوده شدن

1. Cardinality constrained mean-variance

مقدار ضریب $\lambda$، هدف کاهش خطرپذیری اهمیت بیش‌تری پیدا کرده و در این صورت چون مقدار $(1-\lambda)$ کاهش پیدا می‌کند، بیشینه کردن بازده اهمیت کم‌تری می‌یابد.

$z_i$ متغیر تصمیم در مورد سرمایه‌گذاری در هر سهم است. اگر $z_i$ برابر ۱ باشد؛ یعنی سهم $i$ در سبد قرار خواهد گرفت. مجموع تعداد سهامی که در سبد خواهند بود بنا به محدودیت سوم مسأله $K$ تا خواهد بود و $\varepsilon_i$ و $\delta_i$ به‌ترتیب حد پایین و بالای متغیر $i$-ام (نسبت سهم $i$ در سبد سرمایه‌گذاری) می‌باشند.

حال اگر در الگوی فوق نیم‌واریانس جایگزین واریانس شود، الگوی پیش‌گفته به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned}
&Minimize\ \lambda\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} z_i x_i z_j x_j \sigma_{ij}\right]-(1-\lambda)\left[\sum_{i=1}^{N} z_i x_i \mu_i\right]\\
&\text{Subject to}\quad \sum_{i=1}^{N} x_i = 1\\
&\sum_{i=1}^{N} z_i = K\\
&\varepsilon_i z_i \le x_i \le \delta_i z_i \quad (i=1,\dots,N)\\
&z_i \in \{0,1\}\quad (i=1,\dots,N)\\
&x_i \ge 0\quad (i=1,\dots,N)
\end{aligned} \tag{1}$$

در مسأله فوق برای محاسبه نیم‌واریانس از رابطه استرادا استفاده می‌شود. استرادا "نیم‌کواریانس تحت مقدار هدف" بین دو سهم را به صورت زیر تعریف کرده است [۱۰،صص ۳۶۵-۳۷۹؛ ۱۱،صص ۱۶۹-۱۸۵].

$$\begin{aligned}
\Sigma_{ijB} &= E\{Min(R_i - B, 0).Min(R_j - B, 0)\}\\
&= (1/T).\sum_{t=1}^{T}[Min(R_{it} - B, 0).Min(R_{jt} - B, 0)]
\end{aligned} \tag{2}$$

که در آن B مقدار بازدهی بنچمارک مورد نظر سرمایه‌گذار می‌باشد. اگر به جای مقدار

بازدهی مورد هدف (B)، میانگین بازده ( $\overline{R}$ ) در فرمول فوق جایگزین شود، "نیم‌کواریانس تحت میانگین" به دست می‌آید.

$$\Sigma_{ij\overline{R}} = E\{Min(R_i - \overline{R},0).Min(R_j - \overline{R},0)\} \\ = (1/T).\sum_{t=1}^{T}[Min(R_{it} - \overline{R},0).Min(R_{jt} - \overline{R},0)] \quad (4)$$

مجموعه معادلات الگوی CCMV و CCMSV ترکیبی از مسأله برنامه‌ریزی عدد صحیح و مسأله برنامه‌ریزی درجه دوم می‌باشند؛ رویکرد زیربنایی این معادلات، رویکرد میانگین-واریانس است و نه رویکردهای مبتنی بر سناریو [۱۲، صص ۱۰-۲۲]. برای حل دقیق این نوع مسائل الگوریتم‌های مؤثر و کارایی در برنامه‌ریزی ریاضی وجود ندارد. در این تحقیق با هدف تشکیل پرتفوی بهینه و شناسایی مرز کارای سرمایه‌گذاری، به بررسی امکان شناسایی و تشکیل پرتفوی بهینه به‌وسیله تکنیک فراابتکاری «جستجوی هارمونی یا HS» پرداخته می‌شود.

## ۳- روش جستجوی هارمونی [1]

در چند سال اخیر با توجه به محدودیت‌های موجود در روش‌های ریاضی، تحقیقات زیادی در زمینه استفاده از الگوریتم‌های تکاملی در جهت بهینه‌سازی پرتفوی انجام شده است. یکی از جدیدترین تکنیک‌های استفاده شده در این زمینه، تکنیک جستجوی هارمونی می‌باشد. روش HS یا «جستجوی هارمونی» که به‌وسیله گیم و لوگاناتان [۱۳] ایجاد شده است، یکی از بهترین روش‌های تکاملی بهینه‌سازی می‌باشد. این تکنیک با الهام از فرایند بهبود و تکامل هارمونی (همسازی یا هم‌آهنگی) به‌وسیله مجموعه نوازندگان موسیقی به وجود آمده است.

این الگوریتم برای حل مسائل مختلفی در دنیای واقعی از جمله مسأله فروشنده دوره‌گرد (TPS) [۱۴،صص ۷۴۱-۷۵۰]، بهینه‌سازی پارامترهای مدل جریان رودخانه [۱۵،صص ۱۱۳۱-۱۱۳۸]، طراحی شبکه خطوط لوله [۱۶، صص ۱۲۵-۱۳۳] و طراحی سازه خرپا

1. Harmony search

[۱۷،صص۷۸۱-۷۹۸] به‌کارگرفته شده است.

هر نوازنده یا ابزار موسیقی[1] در این روش، متغیر تصمیم[2]را نشان می‌دهد. در طول اجرای الگوریتم هر نوازنده، نوتی [3] را می‌نوازد و در واقع به هر متغیر تصمیم مقداری تخصیص پیدا می‌کند. هدف از تکرار الگوریتم، یافتن بهترین هارمونی[4] بین نوازندگان یا نقطه بهینه سراسری[5] می‌باشد. در این روش، الزامی برای مشتق‌پذیر بودن تابع هدف وجود ندارد و متغیرهای مسأله می‌توانند پیوسته یا گسسته باشند. هم‌چنین به دلیل تصادفی بودن عملیات در مراحل مختلف، احتمال این‌که الگوریتم فوق در نقاط بهینه محلی[6] متوقف شود، بسیار کم است [۱۸،صص۳۹۰۲-۳۹۳۳].

در این تحقیق هر نوازنده نمایانگر یک سبد سهام (ضرایب وزنی سرمایه‌گذاری در سهم‌های مختلف) می‌باشد و مقادیر متغیرهای تصمیم در بهترین هارمونی، مرز کارای سرمایه‌گذاری را شکل می‌دهند.

گام‌های لازم در فرایند جستجوی هارمونی به‌ترتیب زیر می‌باشند [۱۸، صص۳۹۰۲-۳۹۳۳].

- گام ۱: تعریف مقادیر اولیه برای پارامترهای مسأله و الگوریتم
- گام ۲: تعریف مقادیر اولیه برای حافظه هارمونی
- گام ۳: ایجاد یک هارمونی جدید
- گام ٤: به‌هنگام‌سازی حافظه هارمونی
- گام ٥: بررسی معیار توقف الگوریتم

در ادامه هریک از گام‌های فوق به طور مختصر ارائه می‌شود.

گام ۱: تعریف مقادیر اولیه برای پارامترهای مسأله و الگوریتم

در گام اول، شکل کلی مسأله بهینه‌سازی به صورت زیر تعریف می‌شود:

1. Musician
2. Decision Variable
3. Note
4. Best Harmony
5. Global optimum
6. Local optima

$$
\begin{aligned}
& Minimize\ f(x) \\
& \text{Subject to} \quad g_i(\vec{x}) \geq 0 \quad i = 1, 2, ..., M \\
& \qquad h_j(\vec{x}) = 0 \quad j = 1, 2, ..., P \\
& \qquad \varepsilon_k \leq x_k \leq \delta_k \quad k = 1, 2, ..., N
\end{aligned}
$$

که در آن $f(x)$ تابع هدف است و $M$ تعداد محدودیت‌های نامساوی و $P$ تعداد محدودیت‌های مساوی است. $x$ مجموعه متغیرهای تصمیم است. $N$ تعداد متغیرهای تصمیم را نشان می‌دهد. حد پایین و حد بالا برای هر متغیر تصمیم به ترتیب $\varepsilon_k$ و $\delta_k$ می‌باشد.

در این گام علاوه بر پارامترهای مسأله، پارامترهای الگوریتم HS نیز تعیین می‌شود. پارامترهای الگوریتم عبارتند از اندازه حافظه هارمونی یا تعداد بردارهای جواب در حافظه هارمونی (HMS)، نرخ انتخاب از حافظه هارمونی (HMCR)، نرخ تنظیم گام (PAR)، تعداد تکرار الگوریتم (NI) یا به عبارت دیگر معیار توقف الگوریتم. حافظه هارمونی (HM) یک موقعیت حافظه است که در آن تمامی بردارهای جواب (مجموعه متغیرهای تصمیم) ذخیره می‌شود. HMCR و PAR پارامترهایی هستند که به منظور بهبود بردارهای جواب به‌کار می‌روند.

گام ۲: تعریف مقادیر اولیه برای حافظه هارمونی

در این گام ماتریس HM با مقادیر تصادفی پر می‌شود و به عبارت دیگر بردارهای جواب تصادفی تشکیل می‌شوند.

$$
HM = \begin{bmatrix}
x_1^1 & x_2^1 & \ldots & x_{N-1}^1 & x_N^1 \\
x_1^2 & x_2^2 & \ldots & x_{N-1}^2 & x_N^2 \\
. & . & . & . & . \\
. & . & . & . & . \\
. & . & . & . & . \\
x_1^{HMS-1} & x_2^{HMS-1} & \ldots & x_{N-1}^{HMS-1} & x_N^{HMS-1} \\
x_1^{HMS} & x_2^{HMS} & \ldots & x_{N-1}^{HMS} & x_N^{HMS}
\end{bmatrix}
$$

برای جلوگیری از ورود جواب‌های غیرموجه به HM معمولاً جریمه‌ای به تابع هدف

اضافه می‌شود. هزینه کل (تابع هدف کل) برای هر بردار جواب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$fitness(\vec{x})=f(\vec{x})+\sum_{i=1}^{M}\alpha_i \times \min\left(0, g_i(\vec{x})\right)^2+\sum_{j=1}^{P}\beta_j \times \min\left(0, h_j(\vec{x})\right)^2 \quad (5)$$

که در آن $\alpha_i$ و $\beta_j$ ضرایب جریمه هستند. معمولاً نمی‌توان برای تعیین مقادیر ضرایب جریمه قاعده مشخصی را به‌کار برد و این پارامترها بسته به نوع هر مسأله تعیین می‌شوند.

گام ۳: ایجاد یک هارمونی جدید

بردار هارمونی جدید $\vec{x}' = (x_1', x_2', ..., x_N')$، برمبنای سه قاعده ایجاد می‌شود:

۱- انتخاب مؤلفه‌ها از حافظه قبلی

۲- تنظیم گام

۳- انتخاب تصادفی

تولید یک هارمونی جدید را بدیهه‌گویی[1] نیز می‌گویند [۱۸،صص۳۹۰۲-۳۹۳۳]. در انتخاب مؤلفه‌ها از حافظه، مقدار اولین متغیر تصمیم در بردار جدید ($x_1'$) از میان مقادیر مشخص در دامنه HS ($x_1^1 - x_1^{HMS}$) انتخاب می‌شود. مقادیر سایر متغیرهای تصمیم ($x_2', x_3', ..., x_N'$) نیز به همین ترتیب انتخاب می‌شوند. HMCR که مقدار آن از ۰ تا ۱ تغییر می‌کند، نرخ انتخاب مقدار یک متغیر تصمیم از مقادیر ذخیره شده در HM است. (1-HMCR) نرخ انتخاب تصادفی مقدار یک متغیر از دامنه مقادیر ممکن است. نحوه انتخاب مؤلفه‌ها از حافظه به صورت زیر انجام می‌شود.

1. Improvisation

$$\begin{aligned}
&if\ \left(rand\,() < \mathrm{HMCR}\right)\\
&\quad x_i' \longleftarrow x_i' \in \{x_i^{1}, x_i^{2}, \dots, x_i^{HMS}\}\\
&else\\
&\quad x_i' \longleftarrow x_i' \in X_i\\
&end
\end{aligned} \tag{6}$$

که $rand()$ مقدار تصادفی با توزیع یکنواخت بین ۰ و ۱ است و $X_i$ مجموعه اعداد تصادفی ممکن ($\varepsilon_i \le X_i \le \delta_i$) برای هر متغیر تصمیم است. به عنوان مثال در صورتی که HMCR=۰/۸۵ باشد، الگوریتم HS مقادیر متغیرهای تصمیم را با احتمال ۸۵ درصد از میان مقادیر قبلی ذخیره شده در HM و با احتمال ۱۵ درصد از میان مجموعه کل مقادیر ممکن انتخاب می‌کند. در مرحله بعد هر مؤلفه به دست آمده براساس حافظه، به منظور تنظیم گام بررسی می‌شود. برای این کار از پارامتر PAR که نرخ تنظیم گام است، استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned}
&if\ \left(rand() < \mathrm{PAR}\right)\\
&\quad x_i' \longleftarrow x_i' + rand() \times bw\\
&else\\
&\quad x_i' \longleftarrow x_i'\\
&end
\end{aligned} \tag{7}$$

که در آن bw پهنای باند فاصله‌ای دلخواه است.

برای بهبود عملکرد الگوریتم HS و مقابله با ضعف‌های ناشی از مقادیر ثابت PAR و bw مهدوی و دیگران [۱۹،صص۱۵۶۷-۱۵۷۹] الگوریتم جستجوی هارمونی بهبود یافته (IHS) را پیشنهاد دادند که در آن از PAR و bw متغیر استفاده می‌شود. در روش آن‌ها PAR و bw با افزایش شماره تکرار الگوریتم به صورت پویا افزایش پیدا می‌کند.

$$PAR(gn) = PAR_{\min} + \frac{\left(PAR_{\max} - PAR_{\min}\right)}{NI} \times gn, \tag{8}$$

که در آن PAR(gn) نرخ تنظیم گام در هر تکرار است. $PAR_{min}$ و $PAR_{max}$ به‌ترتیب حداقل و حداکثر نرخ تنظیم می‌باشند. gn نیز شماره تکرار الگوریتم است.

$$bw(gn) = bw_{\max} \exp(c.gn)$$
$$c = \frac{Ln\left(\frac{bw_{\min}}{bw_{\max}}\right)}{NI} \qquad (۹)$$

که در آن bw(gn) پهنای باند برای تکرار شماره gn است. $bw_{min}$ و $bw_{max}$ به‌ترتیب حداقل و حداکثر پهنای باند را نشان می‌دهند.

به‌تازگی تغییرات دیگری نیز در جستجوی هارمونی پیشنهاد شده است. عمران و مهدوی [۲۰] تغییر جدیدی را پیشنهاد کردند و آن را جستجوی هارمونی بهینه سراسری (GHS) نامیدند. در الگوریتم آن‌ها از مفاهیم هوش جمعی برای افزایش عملکرد الگوریتم جستجوی هارمونی استفاده شده است، به‌نحوی که هارمونی جدید می‌تواند از بهترین هارمونی موجود در HM تقلید کند. گیم براساس الگوریتم جستجوی هارمونی یک مشتق تصادفی جدید برای متغیرهای گسسته پیشنهاد داد که با آن می‌توان مسائل با متغیرهای گسسته و مسائلی را که در آن‌ها مشتق ریاضی توابع به صورت تحلیلی به دست نمی‌آید، حل کرد [۲۱].

گام ٤: به‌هنگام‌سازی حافظه هارمونی

اگر مقدار تابع هدف برای بردار هارمونی جدید $\vec{x}' = (x'_۱, x'_۲, ..., x'_N)$ از بدترین هارمونی در HM بهتر باشد، هارمونی جدید به HM اضافه می‌شود و بدترین هارمونی موجود از HM حذف می‌شود.

گام ٥: بررسی معیار توقف الگوریتم

زمانی که شرط توقف الگوریتم (به عنوان مثال حداکثر تعداد تکرار الگوریتم) برآورده شود، الگوریتم جستجوی هارمونی متوقف می‌شود. در غیر این صورت گام‌های ۳ و ٤ تکرار می‌شوند.

### ۳-۱- تابع برازش

در این مطالعه تابع برازش مدل میانگین- واریانس به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$f(x) = \lambda\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} z_i x_i z_j x_j \sigma_{ij}\right] - (1-\lambda)\left[\sum_{i=1}^{N} z_i x_i \mu_i\right] \qquad (10)$$

که $f(x)$ مقدار برازش بردار جواب $x$ است. $z_i$ متغیر صفر و یک است که در صورت انتخاب سهم $i$ مقدار یک می‌گیرد. $x_i$ مقدار متغیر تصمیم را در بردار جواب نشان می‌دهد. تابع برازش مدل میانگین- نیم‌واریانس نیز به‌صورت زیر می‌باشد.

$$f(x) = \lambda\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} z_i x_i z_j x_j \Sigma_{ij}\right] - (1-\lambda)\left[\sum_{i=1}^{N} z_i x_i \mu_i\right] \qquad (11)$$

در این تابع عامل خطرپذیری نامطلوب ($\Sigma_{ij}$) جایگزین عامل عمومی خطرپذیری ($\sigma_{ij}$) شده است.

### ۳-۲- محدودیت‌های الگو

همان‌طور که در گام دوم الگوریتم HS شرح داده شد، معمولاً در مواردی که از روش‌های فراابتکاری برای حل مسائل بهینه‌سازی استفاده می‌شود، محدودیت‌ها را به صورت ضرایب جریمه در تابع برازش در نظر می‌گیرند.

در این مقاله با رویکردی مشابه رویکرد چانگ و دیگران [٦، صص۱۲۷۱-۱۳۰۲] و رویکرد کورا [۲۲،صص۲۳۹٦-۲٤۰٦] خرده الگوریتم‌هایی برای برآوردن محدودیت‌های

مسأله در نظر گرفته شده است.

به منظور اعمال محدودیت مربوط به تعداد سهام منتخب، متغیر $K^* = \sum_{i=1}^{N} z_i$ و مجموعه $Q$ تعریف می‌شود. $Q$ مجموعه سهامی است که بردار جواب $x$ در بر دارد و $K^*$ تعداد سهام موجود در مجموعه $Q$ را نشان می‌دهد. اگر فرض شود که $K$ تعداد دارایی مطلوب در سبد سهام باشد، در حالتی که $K^* < K$ باشد، به $Q$ تعدادی سهام باید اضافه گردد. اگر $K^* > K$ باشد، از $Q$ تعدادی سهم باید کم شود تا زمانی که $K^* = K$ شود. برای تصمیم‌گیری در مورد این‌که کدام سهم باید به مجموعه $Q$ اضافه یا کم شود، میزان تأثیر نسبی هریک از سهام بر تابع برازش ($c_i$) اندازه‌گیری می‌شود. سهام یا دارایی‌هایی که اثر نسبی آن‌ها بر تابع برازش زیاد باشد، برای اضافه شدن به مجموعه $Q$ در اولویت هستند و بالعکس، سهم‌هایی که اثر آن‌ها بر تابع برازش کم باشد، برای حذف شدن از مجموعه $Q$ در اولویت هستند. محاسبه $c_i$ بر اساس فرمول‌های زیر انجام می‌شود.

$$\theta_i = 1 + (1 - \lambda)\mu_i \qquad i = 1,\dots,N \tag{12}$$

$$\rho_i = 1 + \lambda \frac{\sum_{j=1}^{N} \sigma_{ij}}{N} \qquad i = 1,\dots,N \tag{13}$$

$$\Omega = -1 \times \min(0, \theta_1, \dots, \theta_N) \tag{14}$$

$$\psi = -1 \times \min(0, \rho_1, \dots, \rho_N) \tag{15}$$

$$c_i = \frac{\theta_i + \Omega}{\rho_i + \psi} \qquad i = 1,\dots,N \tag{16}$$

معادلات ۱۴ و ۱۵ به منظور جلوگیری از وقوع حالت‌های خاص از جمله $-1 > (1-\lambda)\mu_i$ و یا $-1 > \lambda \sum_{j=1}^{N} \sigma_{ij} \big/ N$ استفاده شده است. بنابراین در حالتی که $K^* > K$، سهم با کم‌ترین مقدار $c$ از مجموعه $Q$ حذف می‌شود و در حالتی که $K^* < K$، سهم با بیش‌ترین مقدار $c$ به مجموعه $Q$ اضافه می‌شود.

$x_i$ نسبت سرمایه‌گذاری در سهم $i$ را نمایش می‌دهد. مجموع $x_i$ها برای سهم‌هایی که

در مجموعه $Q$ هستند، باید برابر با یک باشد. اگر $\chi$ مجموع $x_i$ها باشد، با تبدیل $x_i = x_i / \chi$ برای تمامی سهم‌های عضو $Q$، محدودیت مربوط به برابر یک بودن مجموع اوزان، برآورده می‌شود.

محدودیت حد پایین و بالای سرمایه‌گذاری (نامعادله $\varepsilon_i \le x_i \le \delta_i$) نیز برای سهم‌های عضو $Q$ باید برقرار شود. برای اعمال این محدودیت متغیرهای $t_i = \delta_i - x_i$ و $e_i = x_i - \varepsilon_i$ برای سهام عضو مجموعه $Q$ تعریف می‌شوند. $\delta^*$ مجموع $t_i$ها و $\varepsilon^*$ مجموع $e_i$هاست. $\eta$ مجموع ($-۱\times t_i$)هایی است که $t_i < 0$ باشد. $\phi$ مجموع ($-۱\times e_i$)هایی است که $e_i < 0$ باشد. در صورتی که ابعاد یک ذره از حد بالای سرمایه‌گذاری تجاوز کند یا از حد پایین کم‌تر شود، براساس معادله زیر محدودیت مربوطه برآورده می‌شود.

$$x_i = \begin{cases} x_i + \frac{t_i}{d^*} h & \text{اگر } t_i > ۰ \\ d_i & \text{اگر } t_i < ۰ \\ x_i + \frac{e_i}{e^*} f & \text{اگر } e_i > ۰ \\ e_i & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \qquad \text{برای تمامی اعضای مجموعه } Q \qquad (۱۷)$$

## ۴- مطالعات موردی

همان‌طور که پیش‌تر نیز ذکر شد در این مقاله حل مسأله بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش جستجوی هارمونی مورد بررسی قرار می‌گیرد. به این منظور یک بار مسأله بهینه‌سازی پرتفوی سهام با عامل خطرپذیری عمومی (واریانس) و بار دیگر با عامل خطرپذیری نامطلوب (نیم‌واریانس) مطرح می‌شود. برای بررسی دقت و کارایی روش جستجوی هارمونی مرز کارای به دست آمده از این روش با مرز کارای استاندارد که از الگوریتم‌های برنامه‌ریزی ریاضی حاصل شده، مقایسه می‌شود.

جامعه آماری تحقیق شامل کلیه شرکت‌های فعال در بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی مهر ۱۳۸۵ تا اسفند ۱۳۸۷ می‌باشد. برای حل الگو از اطلاعات قیمت سهام ۲۰ شرکت

پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران استفاده می‌شود. اطلاعات مربوط به شرکت‌ها در جدول ۱ ارائه شده است.

مسأله بهینه‌سازی پرتفوی سهام که در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد به صورت مجموعه فرمول‌های ۱ و ۲ است. در فرمول ۱، واریانس ($\sigma^2$) و در فرمول ۲، نیم‌واریانس ($\Sigma^2$) به عنوان عامل خطرپذیری در نظر گرفته شده است. معادله $\sum_{i=1}^{N} z_i = K$ محدودیت تعداد سهام منتخب را نشان می‌دهد؛ به‌عبارت دیگر با اعمال این محدودیت، به طور دقیق تعداد K سهم از میان N سهم موجود در پرتفوی انتخابی قرار می‌گیرند. نامعادله $\varepsilon_i z_i \le x_i \le \delta_i z_i \ (i = 1, \ldots, N)$ محدودیت حد بالا و پایین را برای سرمایه‌گذاری در سهام مختلف نشان می‌دهد.

**جدول ۱** اطلاعات قیمت ۲۰ سهم پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران

| شماره سهم | میانگین قیمت | میانگین بازده | انحراف معیار بازده ($\sigma$) | نیم‌انحراف معیار بازده ($\Sigma$) | تعداد روزهای معامله شده |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ٤٨٤٢/٨ | -۰/۰۰۱۵ | ۰/۰۳۰۲ | ۰/۰۲۷۱ | ٥٤۰ |
| ۲ | ۱۲٤٨/٥ | -۰/۰۰۱۳ | ۰/۰۱۹۸ | ۰/۰۱٦۲ | ٥۰٦ |
| ۳ | ۳٤۲۲/۳ | -۰/۰۰۰٥ | ۰/۰۲۲۱ | ۰/۰۱۹۲ | ٥۲۰ |
| ٤ | ۱۳۸۱/٥ | ۰/۰۰۰٦ | ۰/۰۱۸۳ | ۰/۰۱٥۷ | ٥۳۳ |
| ٥ | ۹۱۰۸/۳ | -۰/۰۰۰۲ | ۰/۰٤۳٦ | ۰/۰٤۱۲ | ٥۱۲ |
| ٦ | ۱۹۷٦/٦ | ۰/۰۰۰۲ | ۰/۰۲۰۷ | ۰/۰۱۸٤ | ٥۲۷ |
| ۷ | ۸٦٦۰/۳ | ۰/۰۰۰۱ | ۰/۰٤۱۱ | ۰/۰۳۹۳ | ٥۰۹ |
| ۸ | ۱۷۷٤/۱ | -۰/۰۰۱۰ | ۰/۰۲۹۳ | ۰/۰۲٦۹ | ٤۹۳ |
| ۹ | ۳۳٤۸/۲ | ۰/۰۰۰۹ | ۰/۰۲۷۰ | ۰/۰۱۸٤ | ٤٦٤ |
| ۱۰ | ۱۷۱٦/۸ | ۰/۰۰۰٤ | ۰/۰۱۷۰ | ۰/۰۱۲۷ | ٥۲٥ |
| ۱۱ | ۱٤۹٥/۲ | -۰/۰۰۱۰ | ۰/۰۳۰۲ | ۰/۰۲۸۹ | ٥٤۰ |
| ۱۲ | ٥٥۳۱/۳ | -۰/۰۰۲٤ | ۰/۰۳۱٦ | ۰/۰۳۰٥ | ٤۸۰ |
| ۱۳ | ٤۱۰٤/۷ | -۰/۰۰۰۲ | ۰/۰۲٥٦ | ۰/۰۲۱۳ | ٥۲۰ |

ادامه **جدول۲**

| شماره سهم | میانگین قیمت | میانگین بازده | انحراف معیار بازده ($\sigma$) | نیم‌انحراف معیار بازده ($\Sigma$) | تعداد روزهای معامله شده |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱٤ | ٦٤٥۹/٤ | -۰/۰۰۲۵ | ۰/۰۳۹۵ | ۰/۰۳۷۱ | ٤۹۷ |
| ۱۵ | ۲۰۹۲/۵ | -۰/۰۰۱٦ | ۰/۰٦٦۳ | ۰/۰۵۱٦ | ٤۹۷ |
| ۱٦ | ۱۱۹۸/۵ | -۰/۰۰۰۵ | ۰/۰۲٤۳ | ۰/۰۲۱۷ | ٤۸۱ |
| ۱۷ | ۱۰۱۹/٤ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۲۹ | ۰/۰۰۲٤ | ٤۹۱ |
| ۱۸ | ۸۷٦/۵ | -۰/۰۰۱۲ | ۰/۰۱۹۹ | ۰/۰۱۲۰ | ٤۸۵ |
| ۱۹ | ۱۳۵۵/٤ | -۰/۰۰۰۳ | ۰/۰۱۹۷ | ۰/۰۱۷۱ | ٤٦٦ |
| ۲۰ | ۲۰٤٦/۱ | -۰/۰۰۱٤ | ۰/۰۲۰۵ | ۰/۰۱۹۲ | ۵٤۲ |
| تعداد کل روزهای مورد بررسی | | | | | ۷۲٤ |

در ادامه به شبه کدی که مراحل مختلف الگوریتم برنامه‌نویسی مربوطه را نشان می‌دهد، اشاره می‌شود. این شبه کد در جدول ۲ به صورت خلاصه بیان می‌شود. در این جدول از ساده‌ترین اصطلاحات برنامه‌نویسی و در حد لزوم استفاده شده است. باید توجه داشت که الگوریتم ارائه شده در جدول ۲ بدنه اصلی برنامه کامپیوتری را نشان می‌دهد. برای اعمال محدودیت‌های الگو بر بردارهای جواب و هارمونی‌های جدید از الگوریتم دیگری استفاده می‌شود که در جدول ۳ ارائه شده است.

محدودیت‌های اصلی مسأله بهینه‌سازی پرتفوی (فرمول ۱ و ۲) عبارتند از:

۱- برابر یک بودن مجموع اوزان سرمایه‌گذاری

۲- حد بالا و پایین برای نسبت سرمایه‌گذاری در هر سهم

۳- مشخص بودن تعداد سهام منتخب

در الگوریتم ارائه شده در جدول ۳ برای هر یک از این محدودیت‌ها کدی وجود دارد. همان‌طور که در جدول مشخص است، نخست محدودیت مربوط به تعداد سهام منتخب، اعمال می‌شود. پس از آن محدودیت برابر یک بودن مجموع اوزان و در نهایت محدودیت مربوط به حد بالا و پایین سرمایه‌گذاری در هر سهم اعمال می‌گردد.

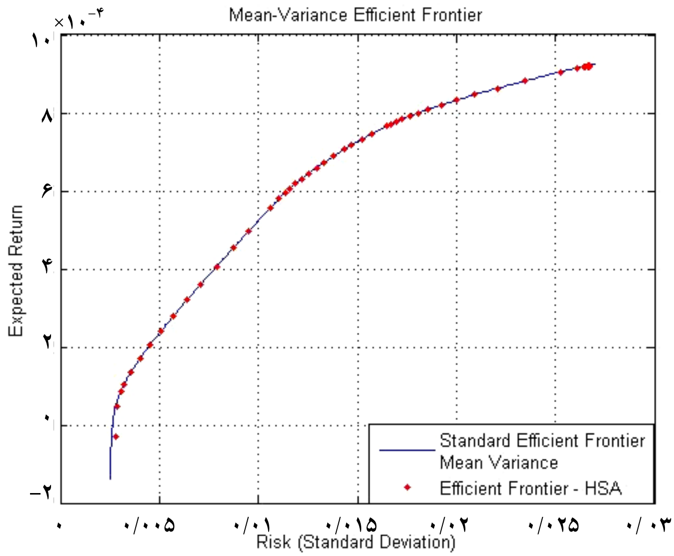
**جدول۲ الگوریتم HS برای حل مسأله بهینه‌سازی پرتفوی سهام**

| | |
|---|---|
| Begin | ۲) اگر هارمونی جدید در HM موجود باشد (تنظیم گام): |
| تعریف مقادیر اولیه برای پارامترهای مسأله و الگوریتم # | $if\ \left(rand() < \mathrm{PAR}\right)$<br>$x'_i \longleftarrow x'_i + rand() \times bw$<br>$else$<br>$x'_i \longleftarrow x'_i$<br>$end$ |
| $\lambda = 0$ | |
| While ( $\lambda \leq 1$ ) | |
| معرفی اولیه تمامی بردارهای جواب موجود در حافظه # | |
| ($HM_z$ و $HM_x$) بگونه‌ای که تمامی محدودیت‌ها رعایت شود | |
| $compute\ f\ (x^j)\quad j = 1, 2, ..., HMS$ | کلیه محدودیت‌ها را بر بردار $x'$ اعمال می‌کنیم # |
| For $ctr = 1 to \left[1000 \cdot N / HMS\right]$ | $compute\ f(x')$ |
| ایجاد هارمونی جدید # | If $f(x') \prec f(worst)$ then |
| ۱) انتخاب از حافظه : | هارمونی جدید به HM اضافه می‌شود |
| $if\ \left(rand() < \mathrm{HMCR}\right)$<br>$x'_i \longleftarrow x'_i \in \{x_i^1, x_i^2, ..., x_i^{HMS}\}$<br>$else$<br>$x'_i \longleftarrow random$<br>$end$ | بدترین هارمونی موجود از HM حذف می‌شود<br>End If<br>End For<br>$\lambda = \lambda + \Delta\lambda$<br>End While<br>End |

الگوریتم‌های فوق با استفاده از نرم‌افزار MATLAB و با درنظر گرفتن مقادیر $K = 10$ و $\varepsilon_i = 0/001\ (i = 1, .....N)$ و $\delta_i = 0/99\ (i = 1, .....N)$ و $\Delta\lambda = 0/02$ محاسبه شده است. با توجه به اینکه $\Delta\lambda = 0/02$ است، الگوریتم مربوطه ۵۱ بار تکرار می‌شود، بنابراین ۵۱ نقطه از مرز کارا به دست می‌آید. نتایج به دست آمده از الگوریتم‌های فوق برای هر الگو

در اشکال جداگانه‌ای رسم شده است.

در شکل ۱ مرز کارای به دست آمده از الگوریتم جستجوی هارمونی برای الگوی میانگین- واریانس با مرز کارای استاندارد مقایسه می‌شود. مرز کارای حاصل از پیاده‌سازی الگوریتم HS با نقاط قرمز رنگ مشخص شده است. همان‌طور که در شکل ۱ مشخص است الگوریتم HS توانسته است با دقت بسیار خوبی مسأله بهینه‌سازی پرتفوی را برای الگوی میانگین- واریانس حل کند.

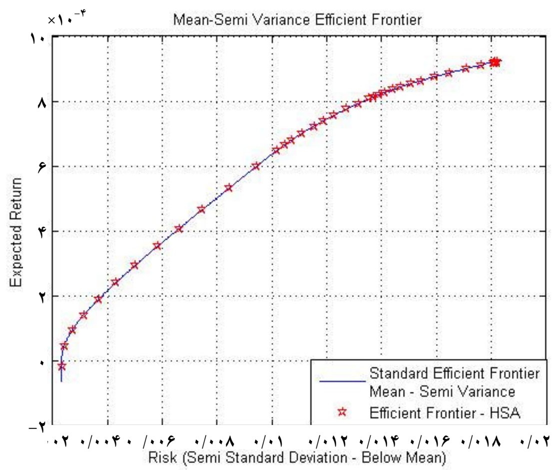



**شکل ۱** مقایسه مرز کارای استاندارد سرمایه‌گذاری در میانگین- واریانس با منحنی بدست آمده از HSA

**جدول۳** الگوریتم مربوط به اعمال محدودیت‌های مسئه بهینه‌سازی پرتفوی سهام

| | |
|---|---|
| $\eta = \sum_{i \in Q} \max(0, x_i' - \delta_i)$ | بردار $x'$ : هارمونی جدید (بردار جواب جدیدی که در هر تکرار الگوریتم ایجاد می‌شود.)<br>مجموعه $Q$ : مجموعه $K^*$ سهم موجود در هارمونی جدید (سبد سهام )<br>$x_i'$ : نسبت سهم $i$ در پرتفوی $x'$<br>$z_i'$ : مقدار متغیر تصمیم در مورد سهم $i$ در پرتفوی $x'$ |
| $\phi = \sum_{i \in Q} \max(0, \varepsilon_i - x_i')$ | |
| If $\eta = 0$ and $\phi = 0$ then | |
| خروج از الگوریتم | |
| End If | |
| $t_i = \max(0, \delta_i - x_i') \quad \forall i \in Q$ | |
| $\delta^* = \sum_{i \in Q} t_i$ | Begin<br>$z_i' = ceil(x_i')$ |
| $\phi = \sum_{i \in Q} \max(0, \varepsilon_i - x_i')$ | While ( $K^* \prec K$ ) |
| $e_i = \max(0, x_i' - \varepsilon_i) \quad \forall i \in Q$ | دارایی با بزرگ‌ترین مقدار c که $i \notin Q$ باشد =i |
| $\varepsilon^* = \sum_{i \in Q} \varepsilon_i$ | $z_i' = 1$ |
| For $i = 1 to N$ | $Q = Q \cup [i]$ |
| If $z_i' = 1$ then | $K^* = K^* + 1$ |
| If $t_i \succ 0$ then | End While |
| $x_i' = x_i' + (t_i / \delta^*) \times \eta$ | While ( $K_p^* \succ K$ ) |
| Else | دارایی با کوچک‌ترین مقدار c که $i \in Q$ باشد=i |
| $x_i' = \delta_i$ | $z_i' = 0$ |
| End If | $Q = Q - [i]$ |
| If $e_i \succ 0$ then | $K^* = K^* - 1$ |
| $x_i' = x_i' - (e_i / \varepsilon^*) \times \Phi$ | End While |
| Else | |
| $x_i' = \varepsilon_i$ | $\chi = \sum_{i \in Q} x_i'$ |
| End If | $x_i' = x_i' / \chi \quad \forall i \in Q$ |
| End If | |
| End For | |
| End | |

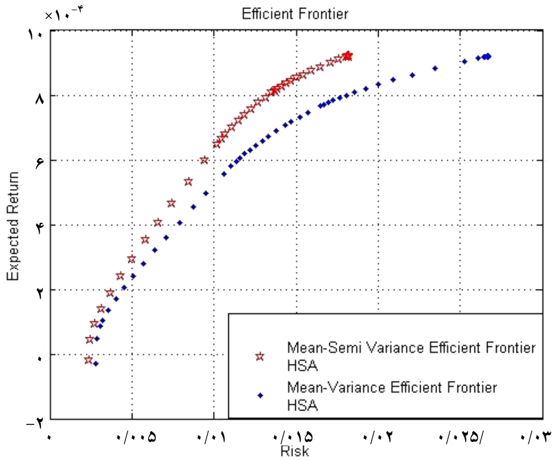
در شکل ۲ مرز کارای به دست آمده از الگوریتم جستجوی هارمونی برای الگوی میانگین- نیم‌واریانس رسم شده است. در شکل ۱ انحراف معیار و در شکل ۲ "نیم‌انحراف معیار تحت میانگین" به عنوان عامل خطرپذیری استفاده شده است. نیم‌انحراف معیار برابر با جذر نیم‌واریانس می‌باشد. در این شکل مرز کارای به دست آمده از الگوریتم جستجوی هارمونی برای الگوی میانگین- نیم‌واریانس با مرز کارای استاندارد که از روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی به دست آمده است، مقایسه می‌شود. مرز کارای به دست آمده از الگوریتم HS با ستاره‌های قرمز رنگ و مرز کارای استاندارد با خط آبی رنگ مشخص شده است. در این شکل به وضوح مشخص است که الگوریتم HS در حل مسأله بهینه‌سازی پرتفوی با الگوی میانگین- نیم‌واریانس کاملاً موفق عمل کرده است.




**شکل۲** مقایسه مرز کارای استاندارد سرمایه‌گذاری در میانگین-نیم‌واریانس با منحنی به‌دست آمده از HSA

در شکل ۳ مرز کارای به دست آمده از الگوریتم جستجوی هارمونی برای الگوی میانگین- واریانس (CCMV) با مرز کارای الگوی میانگین- نیم‌واریانس (CCMSV) مقایسه می‌شود. مرز کارای مربوط به الگوی CCMV با نقاط آبی‌رنگ و مرز کارای مربوط به الگوی CCMSV با ستاره‌های قرمز رنگ مشخص شده است. در الگوی میانگین- نیم‌واریانس به

دلیل این که فقط خطرپذیری نامطلوب پرتفوی اندازه‌گیری می‌شود، در بازده‌های یکسان خطرپذیری کم‌تری را نسبت به الگوی میانگین- واریانس نشان می‌دهد. به همین دلیل منحنی مربوط به الگوی میانگین- نیم‌واریانس در سمت چپ منحنی مربوط به الگوی میانگین- واریانس قرار می‌گیرد.




**شکل۳** مقایسه مرز کارای سرمایه‌گذاری در الگوی میانگین- واریانس و میانگین- نیم‌واریانس رسم شده به‌وسیله HSA

## ۵- نتیجه‌گیری

هدف از تحقیق حاضر حل مسأله بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش‌های فراابتکاری[1] است. به این منظور از الگوریتم جستجوی هارمونی (HSA) برای بهینه‌سازی الگوهای CCMV و CCMSV استفاده شده است. الگوی CCMV و CCMSV صرفاً در تابع هدف و در بخش کمینه‌سازی خطرپذیری با یکدیگر تفاوت دارند. در الگوی اول واریانس و در الگوی دوم نیم‌واریانس به‌عنوان عامل خطرپذیری در نظر گرفته شده است. از آن جایی که واریانس به عنوان یک عامل خطرپذیری عمومی شناخته می‌شود و نیم‌واریانس تخمین‌زننده

1. Meta-heuristic

خطرپذیری نامطلوب پرتفوی است، به نظر می‌رسد الگوی CCMSV با دقت بهتری پرتفوی بهینه را تعیین کند. این الگوها ترکیبی از مسأله برنامه‌ریزی عدد صحیح و مسأله برنامه‌ریزی درجه دوم می‌باشند که برای حل دقیق این نوع مسائل الگوریتم‌های مؤثر و کارایی در برنامه‌ریزی ریاضی وجود ندارد.

برای بررسی کارایی و دقت روش جستجوی هارمونی، مرزهای کارای به دست آمده از این روش در هر دو الگو با مرزهای کارای استاندارد که از روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی به دست آمده، در نمودارهای جداگانه‌ای مقایسه شده است. همان‌طور که در شکل‌های ۱ و ۳ مشاهده می‌شود این الگوریتم در یافتن جواب‌های بهینه در تمامی سطوح خطرپذیری و بازده از دقت قابل قبولی برخوردار بوده و توانسته است مرز کارای سرمایه‌گذاری را با تقریب بسیار خوبی ترسیم کند.

## ۶- منابع

[۱] راعی، رضا؛ تلنگی. احمد؛ مدیریت سرمایه‌گذاری پیشرفته؛ سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها، تهران: سمت، ۱۳۸۳.

[2] Markowitz H. M. ;Portfolio selection; *Journal of Finance*: 77-91, 1952.

[3] Markowitz H.; Portfolio selection: Efficient diversification of investments; *John Wiley & Sons*, 1959.

[4] Konno H., Yamazaki H. ;Mean-absolute deviation portfolio in optimization model and its application to Tokyo stock market; *Management Science*, 37: 519-531, 1991.

[5] Mansini R., Speranza M. G. ;Heuristic algorithms for the portfolio selection problem with minimum transaction lots ; *European Journal of Operational Research*, 114: 219-233, 1999.

[6] Chang T.J., Meade N., Beasley J.E., Sharaiha Y.M. ;Heuristics for cardinality constrained portfolio optimization; *Computers & Operations Research*. 27: 1271-1302, 2000.

[7] Fernandez A., Gomez S.; Portfolio selection using neural networks; *Computers*

*& Operations Research.* 34: 1177-1191, 2007.

[۸] عبدالعلی‌زاده شهیر س.؛ عشقی ک.؛. کاربرد الگوریتم ژنتیک در انتخاب یک مجموعه دارایی از سهام بورس اوراق بهادار؛ *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی*، ۱۷، صص ۱۷۵-۱۹۲، ۱۳۸۲.

[۹] تقوی‌فرد، م.ت.، منصوری، ط.، خوش‌طینت م.؛ ارائه یک الگوریتم فراابتکاری جهت انتخاب سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیت‌های عدد صحیح؛ *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی*، ٤ ، صص ٤٩-٦٩، ١٣٨٦.

[10] Estrada J .;Systematic risk in emerging markets: The D-CAPM; *Emerging Markets Review,* 3, 2002.

[11] Estrada J. ;Mean-semivariance behavior: Downside risk and capital asset pricing; *International Review of Economics and Finance*, 16, 2007.

[12] Grinold C. R. ;Mean-variance and scenario-based approaches to portfolio selection, *The Journal of Portfolio Management,* Winter 1999, Vol. 25, No. 2: 10-22, DOI: 10.3905/jpm.1999.319732.

[13] Geem Z. W., Kim J. H., Loganathan G. V. ;A New heuristic optimization algorithm: Harmony search ; *Simulation*, 2001.

[14] Geem Z. W., Tseng C. , Park Y. ; Harmony search for generalized orienteering problem: Best touring in China ; *Springer Lecture Notes Compute. Sci.* 3412: 741-750, 2005.

[15] Kim J. H., Geem Z. W. , Kim E.,S. ;Parameter estimation of the nonlinear muskingum model using harmony search ;*J. Am. Water Resour. Assoc.* 37 (5): 1131-1138, 2001.

[16] Geem Z. W., Kim J. H. , Loganathan G. V. ;Harmony search optimization: application to pipe network design ; *Int. J. Model. Simulation*, 22 (2): 125-133, 2002.

[17] Lee K. S., Geem Z. W. ;A new structural optimization method based on the harmony search algorithm ; *Comput. Struct*, 82 (9–10): 781-798, 2004.

[18] Lee K. S., Geem Z. W. ;A new meta-heuristic algorithm for continues engineering optimization: Harmony search theory and practice ; *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*. 194: 3902-3933, 2004.

[19] Mahdavi M., Fesanghary M. , Damangir E. ;An improved harmony search algorithm for solving optimization problems ; *Applied Mathematics and Computation*, 188: 1567-1579, 2007.

[20] Omran M. G. H., Mahdavi M. ;Global-best harmony search; *Applied Mathematics and Computation,* 2007, doi:10.1016/j.amc.2007.09.004.

[21] Geem Z. W. ;Novel derivative of harmony search algorithm for discrete design variables; *Applied Mathematics and Computation*, doi:10.1016 /j.amc.2007 .09 .049.

[22] Cura, T. ;Particle swarm optimization approach to portfolio optimization; *Nonlinear Analysis: Real World Applications.* 10: 2396-2406, 2009.