

بررسی ماکزیم نمای لیاپانوف در نرخ ارز ایران با استفاده از تئوری آشوب

دکتر محمد بابازاده*

دکتر عباس معمارنژاد**

سیامک علمی***

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۱۲/۴

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۸۹/۱/۲۲

چکیده

سیستمهای غیرخطی پویا، رفتارهای مختلفی از خود بروز میدهند که میتواند در توجیه بسیاری از پدیدههای اقتصادی، که به نظر تصادفی میرسند، به کار گرفته شود. تئوری آشوب^۱ یک راه جدید برای بررسی روند تغییرات سیستمهای غیرخطی پویا در بازارهای پولی و مالی پیشنهاد می‌کند. این مقاله، با استفاده از تئوری آشوب و ماکزیم نمای لیاپانوف^۲، حساسیت نرخ ارز ایران نسبت به شرایط اولیه را در برابر دلار آمریکا،

* استادیار اقتصاد، دانشگاه آزاد اسلامی.

** استادیار اقتصاد دانشگاه آزاد اسلامی.

*** دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی.

1- Chaos.

2- Lyapunov

کانادا، پوند انگلیس، یورو اروپا و درهم امارات، در بازه زمانی ۱۳۷۱/۱/۵ تا ۱۳۸۶/۳/۲ مورد بررسی قرار میدهد. برای این منظور، ابتدا به بررسی وجود رفتار آشوبی در نرخهای ارز ذکر شده با استفاده از آزمون بعد همبستگی و ماکزیمم نمای لیاپانوف پرداخته میشود. نتایج، حاکی از آن است که نرخ ارز ایران در برابر دلار آمریکا از حساسیت کمتری نسبت به شرایط اولیه برخوردار است، و دوم اینکه از یک فرایند آشوبی تبعیت میکند و بنابراین، استفاده از روشهای خطی برای پیشبینی این متغیر مناسب نمیباشد. لذا در قسمت دوم مقاله با استفاده از مدل غیرخطی شبکه عصبی که با الگوریتم بهینهسازی گروه ذرات خودتطبیقی^۱ آموزش دیده، به پیشبینی نرخ ارز ایران در برابر دلار آمریکا پرداخته می شود. نتایج حاصل از الگوریتم شبکه عصبی، نشان میدهد که قیمت های روزانه ارز انتخابی در یک بازه کوتاه مدت بر اساس قیمت های گذشته، با دقت بالایی قابل پیشبینی است.

واژه های کلیدی: تئوری آشوب، نرخ ارز، بعد جاذب، نمای لیاپانوف، شبکه عصبی.

طبقه بندی JEL : F31, F37, F47

1- Particle Swarm Optimization (PSO).

۱. مقدمه

ارزش پول ملی نسبت به پول‌های خارجی یا نرخ ارز، آیینه اقتصاد یک کشور در مقابل سایر کشورها در محیط اقتصاد بین‌الملل است که توجه بسیار زیاد اقتصاددانان و سیاستگذاران در تمامی کشورها، اعم از توسعه یافته و در حال توسعه، را به خود جلب کرده است. نوسانات نرخ ارز نیز اهمیت خاصی دارد، زیرا نوسانات غیرعادی در سیستم ارزی یکی از معضلات اقتصادی است که ثبات اقتصادی را تهدید می‌کند و باعث کاهش نسبی قدرت خرید در مقایسه با موازنه‌های بین‌المللی می‌شود. در کشورهایی نظیر ایران، که قسمت عمده درآمد دولت از محل عایدات ارزی ناشی از صدور مواد معدنی است، اهمیت نرخ ارز به مراتب بیشتر می‌شود. زیرا این نرخ، مستقیماً بر وضع مالی دولت، درآمدها و هزینه‌های آن مؤثر است.^۱ امروزه، یکی از مهمترین موضوعات مورد علاقه اقتصاددانان و تحلیلگران مالی، تبیین چگونگی و روند نوسان قیمت‌ها می‌باشد که راه‌های متفاوت و دیدگاه‌های گوناگونی را در این باره پدید آورده است. به کارگیری سیستم‌های غیرخطی پویا در تحلیل سری‌های زمانی اقتصادی، مدت‌هاست که مورد توجه اقتصاددانان قرار گرفته است. سیستم‌های غیرخطی پویا، رفتارهای مختلفی را از خود بروز می‌دهند، که می‌تواند در توجیه بسیاری از پدیده‌های اقتصادی که به نظر، تصادفی می‌آیند، به کار گرفته شود. بعد از سقوط شدید قیمت سهام در سال ۱۹۸۷، اقتصاددانان سعی در ارائه مدل‌هایی نمودند تا بتوانند نوسانات قیمت سهام را توضیح دهند، بنابراین از آن به بعد، استفاده از مدل‌های آشوبی که از نظریه آشوب نشأت گرفته بودند، مورد توجه بیشتری قرار گرفت. به طور مثال اشتوتز^۲ یک مدل رشد اقتصاد کلان با پویایی‌های آشوبی را معرفی کرد. شافر^۳ و دیگران بروز آشوب را در مدل‌های IS-LM نشان دادند. سایرز^۴ وجود این روندها را در بازار کار آمریکا اثبات کرد. بارت و چن^۵ نشان دادند که متغیرهای پولی رفتاری آشوبی دارند. لنتون و شینتانی^۶ نیز به کشف وجود آشوب در شاخص‌های مختلف

۱- علمی، سیامک (۱۳۸۸).

2- Stutzer (1980).

3- Shafer (1983).

4- Sayers (1986).

5- Barnett and Chen (1988).

6- Linton & Shintani (2003).

اقتصادی پرداخته‌اند. اسکارلات و دیگران^۱ به بررسی وجود آشوب روی نرخ ارز کشور رومانی در مقابل دلار آمریکا پرداختند که با استفاده از آزمون BDS و نمای لیاپانوف و بعد همبستگی، وجود آشوب در هر دو دوره تأیید شد.

۲. آشوب

نگاه سنتی به پدیده‌های اقتصادی که سعی در مدل سازی خطی داده‌ها با رویکرد فرآیندهای تصادفی دارد، آشفتگیها و بینظمیهای مشاهده شده در آنها را ناشی از اثر تصادفیوار ورودی های متعدد و شوکهای خارجی میدانست. در بررسی آشوب ، دلیل نوسانات داده‌ها مانند داده‌های قیمت نفت، سازوکار درونی سیستم مولد آن است و به واسطه شوکهای برون زا و تصادفی به ایجاد چنین رفتارهای به ظاهر بی نظم منجر نشده است.

در چرخه اقتصاد، می توان دو دلیل برای توجیه نوسانات در نظر گرفت. بر اساس نظر نئوکلاسیکها، عامل اصلی ایجاد نوسانات تولید، نیروهای برونزا هستند. در حالی که دیدگاه دوم، که مطابق نظریات کینزینهاست، عامل نوسانات تولید را فعل و انفعالات درونی اقتصاد میدانند، به طوری که افزایش فعالیت در یک بخش اقتصاد ممکن است منجر به افزایش بیشتر فعالیتها در سایر بخشها شود و برعکس. در دیدگاه اول، بنا به ماهیت تصادفی و غیر قابل پیشبینی شوکها، جایی برای سیاستهای مالی و پولی وجود ندارد و در واقع، ممکن است اعمال این سیاستها، عدم تثبیت اقتصادی را وخیمتر نیز بکند. اما در دیدگاه دوم، با توجه به معین بودن فرایند ایجادکننده سربها و در نتیجه، قابل پیشبینی بودن آنها، سیاستهای تثبیت اقتصادی برای رسیدن به اشتغال، از اهمیت خاصی برخوردارند.^۲ طرفداران دیدگاه دوم، از آشوب به عنوان شاهی بر ادعای خود استفاده می کنند و سیاستهای تثبیت اقتصادی را با توجه به فرایندهای غیرخطی و معین آشوبی در سری های اقتصادی، به عنوان عامل اصلی ایجادکننده دوران تجاری توجیه میکنند . به طوری که برای توجیه دوران تجاری در صورت وجود فرایند آشوبی در متغیرهای اقتصاد کلان، دیگر لزومی به فرض وجود شوکهای برونزا نخواهد بود. بنابراین، در یک سیستم آشوبناک، نوسانات به ظاهر تصادفی از سازوکار درونی سیستم غیرخطی مولد دادهها نتیجه

1- E.I Scarlat et al (2007).

2- Barkley (1990).

شده و ارتباطی با وقوع تکانه‌های خارجی ندارد. بنابراین، میتوان تغییرات نامنظم روند برخی متغیرهای اقتصادی مانند تولید ناخالص داخلی^۱ و یا تغییرات بزرگ در بازار سهام نظیر تحولات اکتبر ۱۹۸۷ را نتیجه وجود ساختار آشوبناک در آنها دانست.^۲

۲-۱. ویژگی‌های فرایند آشوبی

تئوری آشوب دارای ویژگی‌های مهمی نظیر غیرخطی پویا بودن، حساسیت به شرایط اولیه، و جاذب عجیب^۳ میباشد که به توضیح حساسیت به شرایط اولیه، که مهمترین ویژگی یک فرایند آشوبی میباشد، پرداخته میشود.

مشخص مهم سیستم‌های آشوبی، حساسیت آنها به شرایط اولیه است. ادوارد لورنز^۴ نتایج محاسبات دستگاه معادلات دیفرانسیل مربوط به جابجایی حرارتی جو را منتشر و ملاحظه کرد که در محدوده معینی از عوامل معادلات، بدون دخالت عناصر تصادفی یا ورود اغتشاش خارجی، نوعی نوسانات نامنظم در پاسخ سیستم بروز داده میشود.^۵ او به این نتیجه رسید که یک تغییر جزئی در شرایط اولیه معادلات پیشبینی‌کننده وضع جوی، منجر به نوسانات در پاسخ سیستم و تغییرات شدید در نتایج حاصل از آنها میگردد. بدین مفهوم که مثلاً، اگر پروانه‌ای در پکن بال بزند ممکن است بر اثر بال زدن، ابری حرکت کرده و در نیویورک طوفانی ایجاد شود. وی این خاصیت را اثر پروانه‌ای نامید.^۶ اثر پروانه‌ای در واقع بیانگر رد روابط خطی بین علت و معلول و تأیید غیرخطی بودن روابط در پدیده‌ها و سیستمها است. یعنی یک تغییر جزئی در شرایط اولیه میتواند به نتایج وسیع و پیش‌بینی نشده‌ای در خروجی سیستم منجر گردد و این، سنگ بنای تئوری آشوب است (شکل ۱).

1- Gross Domestic Product (GDP).

۲- مشیری، فروتن (۱۳۸۳).

۳- برای توضیحات بیشتر رجوع شود به علمی، سیامک (۱۳۸۸).

4- Edward Lorenz

۵- علمی، سیامک (۱۳۸۶).

6- Davies, B (2005).

شکل ۱ - اثر پروانه‌های



به طوری که خطای پیشبینی در هر مرحله میتواند به عنوان خطا در شرایط آغازین پیشبینی در لحظات بعد فرض شود، و دقت پیشبینی چند مرحله‌ای را به شدت تحت تأثیر خطا در مراحل قبل قرار دهد و به سرعت افت کند. به عنوان مثال، اگر مسافری ۱۰ ثانیه دیر به ایستگاه اتوبوس برسد نمیتواند سوار اتوبوس شود، اتوبوسی که هر ۱۰ دقیقه یک بار از این ایستگاه میگذرد و به سمت مترویی میرود که از آن، هر ساعت یک بار قطاری به سوی فرودگاه حرکت میکند. برای مقصد مورد نظر این مسافر، فقط روزی یک پرواز انجام میشود و لذا تأخیر ۱۰ ثانیه‌ای این مسافر منجر به از دست دادن یک روز کامل میشود.

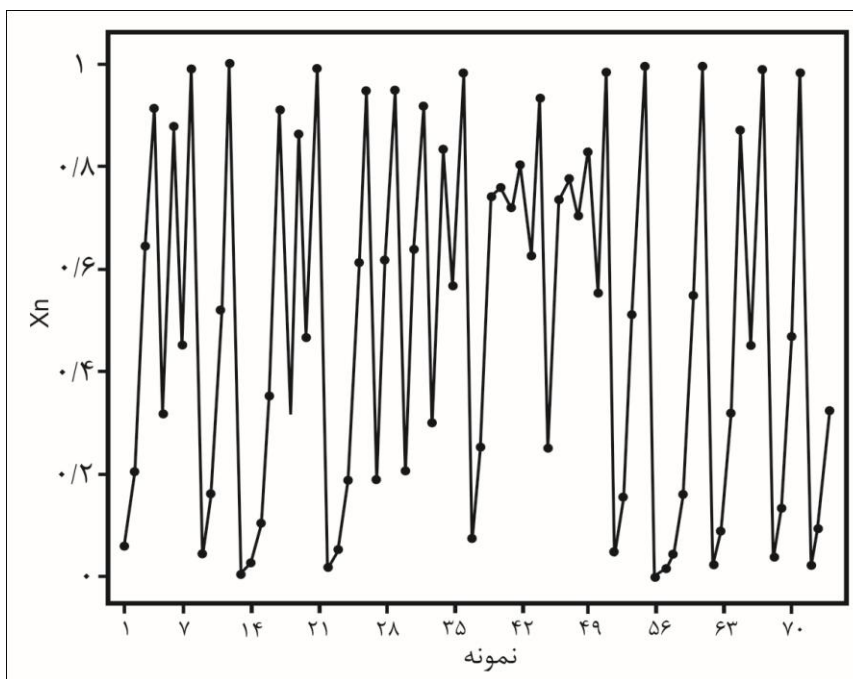
۲-۲. مدل‌های آشوبناک

متداولترین و سادهترین سیستم آشوبی، به نگاشت لجستیک معروف است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

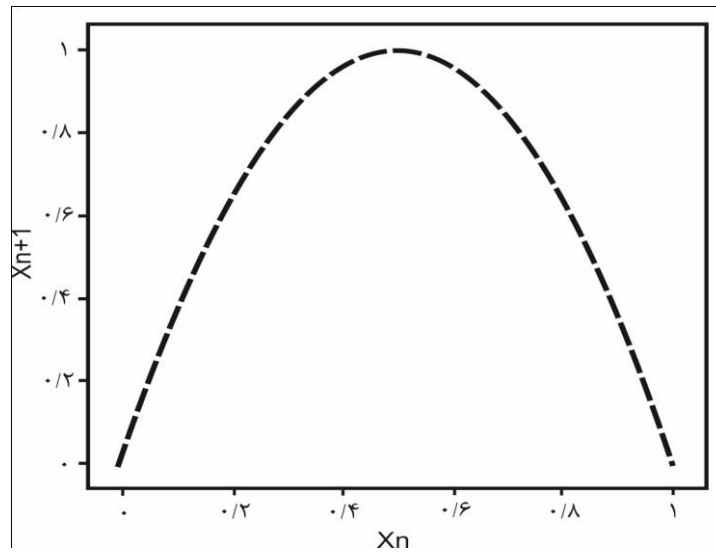
$$X_{n+1} = rX_n(1-X_n) \quad (1)$$

که در آن، r ضریب لجستیک می باشد و باعث ایجاد اثر پروانه‌ای می شود. برای درک بهتر موضوع، در شکل ۲، نقشه لجستیک تک بعدی از تغییرات X_n با فرض $r = 3/95$ و $X_0 = 0/2$ نشان داده شده است که X_0 بیانگر نقطه شروع است. همان طور که از شکل مشخص است، تغییرات X_n کاملاً تصادفی به نظر می رسد و نمیتوان الگوی معین برای آن در نظر گرفت. اما زمانی که ارتباط متغیرها را در تکرارهای متوالی در یک نقشه دو بعدی مورد بررسی قرار دهیم، روند تغییرات داده‌ها دارای الگوی قطعی خواهد بود (شکل ۳). در صورتی که ارتباط متغیرها را در یک نقشه سه بعدی در نظر بگیریم، به یک روند معین دیگر از تغییرات میرسیم (شکل ۴). (در نقشه دو و سه بعدی، الگوی رفتاری بهتری را نسبت به یک بعدی شاهد هستیم)

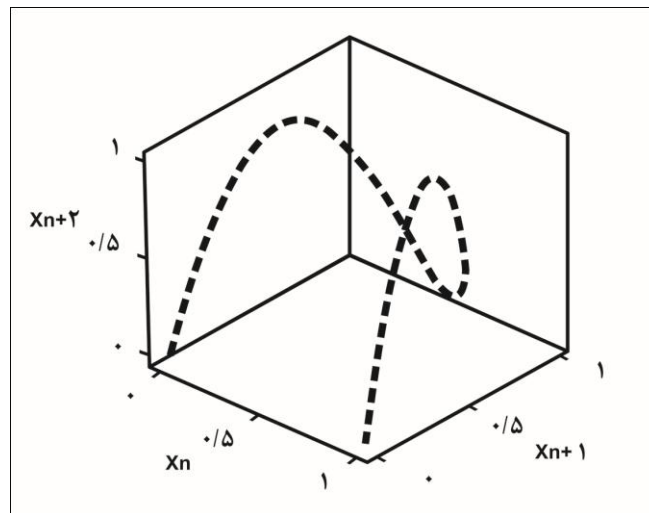
شکل ۲- نقشه لجستیک تک بعدی



شکل ۳- نقشه لجستیک دو بعدی



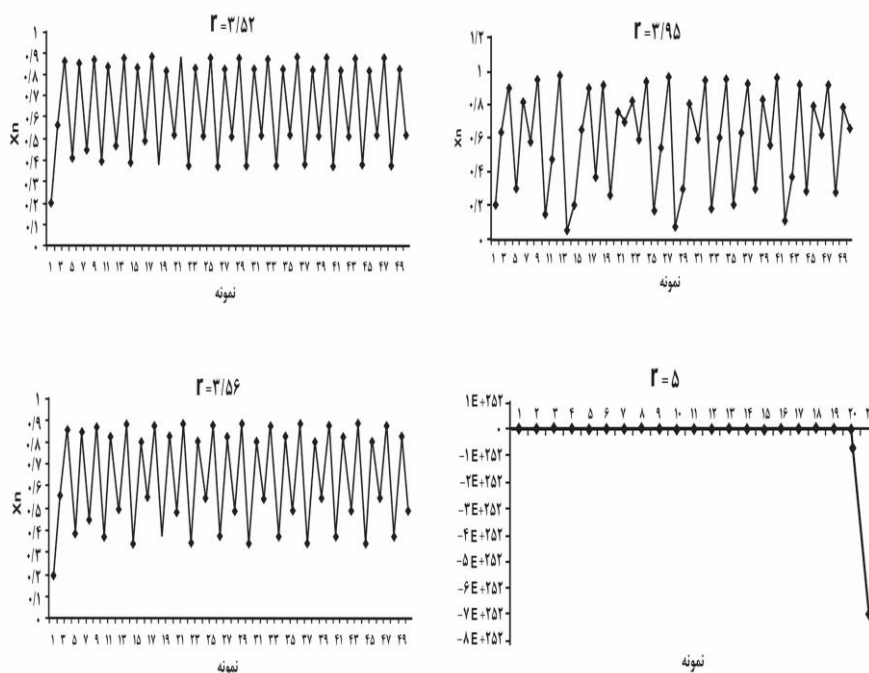
شکل ۴- نقشه لجستیک فضایی



منبع: یافته‌های تحقیق

همان‌طور که گفت شد، یکی از ویژگیهای مهم فرآیند آشوبی، حساسیت به نقطه شروع یا شرایط اولیه است. در این تئوری بیان میشود که در تمامی پدیدهها، نقاطی وجود دارند که تغییری اندک در آنها، باعث تغییراتی عظیم در روند فرآیند میشود. برای بیان روشن این موضوع، بهتر است حساسیت نقشه لجستیک را در فضای تک بعدی برای مقادیر مختلف r مورد بررسی قرار دهیم. در نگاشت لجستیک، با قرار دادن نقطه اولیه $X_0 = 0.7$ و تغییرات r ، ماهیت سری زمانی به شکلهای مختلف نمایان میشود. همان‌طور که از شکل ۵ مشخص است تغییر بسیار اندکی در مقدار r ، تغییرات اساسی و شدیدی را در نتایج ایجاد میکند.^۱

شکل ۵- نقشه لجستیک تک بعدی با مقادیر مختلف r

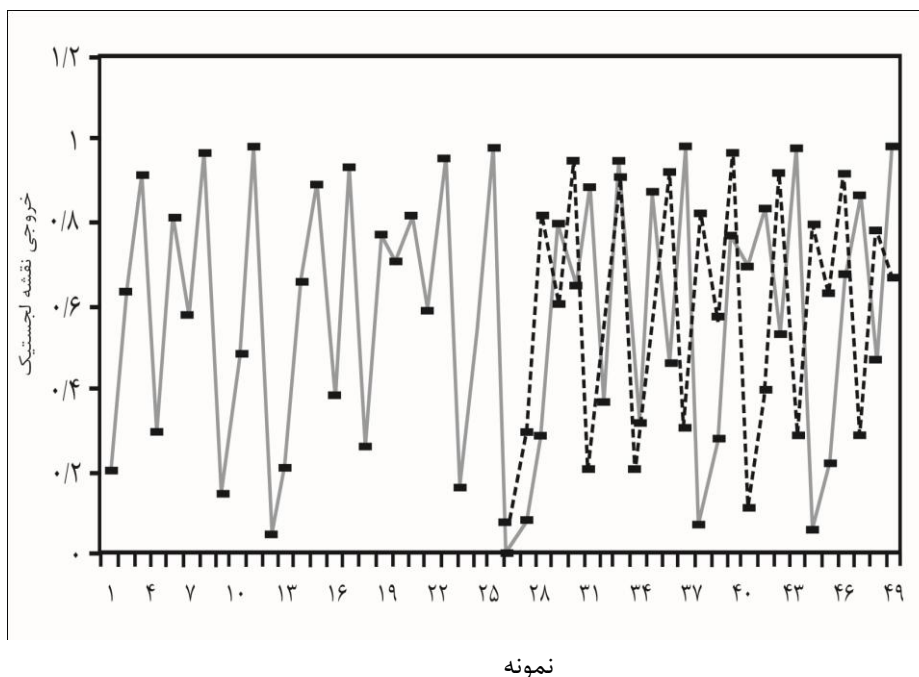


منبع: یافتههای تحقیق

۱- برای توضیحات بیشتر رجوع شود به بابازاده و همکاران (۱۳۸۹).

همان‌طور که ملاحظه میشود، تنها زمانی که $3/57 \leq r \leq 4$ نگاشت لجیستیک، رفتاری با ظاهر نامنظم را نشان میدهد که آن را رفتار آشوبی مینامیم. همچنین، به صورت دیگری نیز میتوان حساسیت به نقطه شروع اولیه را مورد تحلیل قرار داد. به این جهت، دو دسته ۵۰ تایی از خروجی نقشه فوق در شکل ۶ تصویر شده است. دسته اول، ۵۰ نمونه خروجی نقشه لجستیک بدون هیچ تغییری میباشد. اما در دسته دوم خروجی، ۲۵ نمونه را به میزان ۱٪ با استفاده از نرم افزار اکسل^۱ افزایش میدهیم. تغییرات حاصل شده بین روند دسته اول و دوم، حساسیت به شرایط اولیه را نشان میدهد.

شکل ۶- حساسیت نگاشت لجیستیک به شرایط اولیه



منبع: یافته‌های تحقیق

۳. آزمون‌های آشوب

به طور کلی، برای ارزیابی وضعیت سریهای زمانی پیچیده، دو دیدگاه مطرح شده است. در دیدگاه اول، به بررسی این مسئله پرداخته میشود که آیا سری زمانی مورد نظر،

1- Excel.

به وسیله یک فرآیند معین یا تصادفی ایجاد شده است؟ در دیدگاه دوم، سعی بر این است که تشخیص داده شود آیا سری زمانی، حاکی از یک رفتار آشوبی یا غیرآشوبی است؟ روشهایی که در دیدگاه اول به کار گرفته میشوند، متکی بر تجزیه و تحلیل بُعد همبستگی سیستم هستند. روشهای مربوط به دیدگاه دوم، عمدتاً شامل تحلیل بزرگترین نمای لیاپانوف میباشند که در ادامه تحقیق به بررسی آن پرداخته میشود.

۱-۳. آزمون بعد جاذب^۱

بعد به عنوان حد پایین تعداد متغیرهای مستقل لازم برای توصیف مدل جاذب تعیین میشود. جاذب، مفهوم توسعه یافته کلیه مسیرهای تعادلی در فضای حالت است، مانند نقاط تعادل و چرخه‌های حدی در سیستمهای پایدار که بعد صحیح دارند. جاذب سیستمهای آشوبی دارای بعد فرکتالی^۲ است که جاذب عجیب^۳ نامیده میشود. جاذب عجیب یک ساختار هندسی فرکتالی^۴ است که با حالت های مجانبی سیستم آشوبی مشخص میشود. در جاذب عجیب، مسیر حالت جاذب غیرخطی را به صورت چگالی می‌پوشاند و هر نقطه را در فاصله ε از مسیر گذشته ملاقات میکند و هرگز مسیرها تکرار نمیشوند. این خاصیت، باعث بروز رفتاری پیچیده، به ظاهر تصادفی ولی معین می‌شود. خطا در تخمین هر نقطه جاذب میتواند سیستم پیشبینی را به مسیر دیگری هدایت کند و پیشبینی را در مراحل بعد غیرممکن سازد. بعد جاذب با استفاده از متغیری به نام انتگرال همبستگی معرفی شد، و معادله نهایی آن به صورت زیر محاسبه میشود.^۵

فرض کنی x_t یک سری زمانی از مشاهدات باشد ($t=1, 2, \dots, T$) و در فضای m بعدی تعریف شود یعنی $x_t^m = \{x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t+m-1}\}$. انتگرال همبستگی از درجه m همبستگی فضایی بین T نقطه پراکنده در فضای m بعدی را اندازه‌گیری میکند و از بین آنها، بخشی از نقاط دوتایی m بعدی، یعنی (x_t^m, x_s^m) ، را که فاصلهشان از یکدیگر کمتر از شعاع ثابت ε است، انتخاب میکند. بنابراین، انتگرال همبستگی به صورت زیر تعریف

۱- Attractor Dimension Test، توضیحات بیشتر ارجاع به مشیری، سعید «مروری بر نظریه آشوب و کاربردهای آن در اقتصاد»، (۱۳۸۱)، ص ۵۴.

2- Fractal Dimension.

3- Strange Attractor.

۴- فرکتالها اجسام ریاضی هم‌شکل در مقیاسهای مختلف میباشند.

5- Grassberger, P and Procaccia, I (1983).

میشود:

$$C_T^m(\varepsilon) = \frac{\sum_{t < s} (|x_t^m - x_s^m|) < \varepsilon}{T_m(T_m - 1)}$$

که $\| \cdot \|$ فاصله اقلیدسی و T حجم نمونه شامل نقاطی از بردار x و $T_m = T - m - 1$ است. برای ε های کوچک $C^M(\varepsilon) = \varepsilon^D$ ، که D بعد سیستم است. بنابراین بعد همبستگی به صورت زیر در می آید:

$$D^M = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{T \rightarrow 0} \left\{ \ln C^M(\varepsilon) / \ln \varepsilon \right\}$$

$$D = \lim_{M \rightarrow \infty} \ln D^M$$

اگر D^M همچنان که M زیاد می شود پایدار بماند، و به یک ثابت نسبی (به طور معمول کمتر از ده) برسد، بر معین بودن سری دلالت خواهد داشت. اگر D^M با افزایش M زیاد شود، سیستم، تصادفی خواهد بود. تعداد داده های مورد استفاده برای بررسی روند تصادفی از غیرتصادفی نرخ های ارز مختلف، ۴۵۳۷ مشاهده است که برای مطالعه روند آن، از نرم افزار L1D2 استفاده میشود. طبق نتایج به دست آمده در جدول ۱، چون در تمامی موارد، مقدار D کمتر از ۱۰ است، میتوان نتیجه گرفت که نرخ های ارز از روندی غیرتصادفی تبعیت می کنند.

جدول ۱- محاسبه بعد جاذب برای نرخ های ارز و تابع لجیستیک

LOG	USD	CAD	EUR	GBP	AED
۰/۴۴	۸/۳	۹/۲۸	۹/۵۶	۹/۸۴	۷/۰۴

منبع: یافته های تحقیق

۳-۲. نماهای لیاپانوف^۱

مفهوم نمای لیاپانوف قبل از ظهور نظریه آشوب برای مشخص کردن پایداری

1 - Lyapunov Exponent Test، توضیحات بیشتر مراجعه شود به مقاله معینی، ابریشمی «به کارگیری نمای لیاپانوف برای مدل سازی سری زمانی قیمت نفت»، مجله تحقیقات اقتصادی، شماره 76، ص 77-100. توضیحات کامل تر به کتاب «آشوب برای مهندسان» نوشته توماس ترجمه انصارینو و اسعدی کردشولی، چاپ و نشر آروبیچ ص 33 مراجعه نمایند.

سیستم‌های خطی یا غیرخطی به کار میرفت. محاسبه توان لیاپانوف از طریق اندازه‌گیری مقدار کشیدگی یا خمیدگی که در یک سیستم رخ میدهد، انجام میشود. در واقع، در این روش، سرعت متوسطی که مسیرهای انتقالی دو نقطه‌ای که در ابتدا به هم نزدیک بوده‌اند و به طور نمایی از یکدیگر منحرف می‌شوند، محاسبه می‌شود. روش‌های متعددی برای محاسبه نماهای لیاپانوف وجود دارد که از آن جمله میتوان به روش ماتریس ژاکوبی^۱ سیستم اشاره نمود.^۲ یک نمای لیاپانوف منفی، به مفهوم آهنگ همگرایی (پایداری) و یک نمای لیاپانوف مثبت، به معنی آهنگ واگرایی (ناپایداری) است. تا زمان معرفی نظریه آشوب، طیف نماهای لیاپانوف به عنوان سنجشی از اثر شرایط اولیه روی یک سیستم دینامیکی آشفته به کار می‌رفت. نظریه آشوب بدون ایجاد تضادی در تعاریف، فقط بیان میکند که مقادیر مثبت و منفی نماهای لیاپانوف میتوانند توأمأ در یک سیستم طبیعی آشوبی وجود داشته باشند. بر اساس تعریف، نماهای لیاپانوف مستقل از شرایط اولیه هستند و به عنوان خواص تغییرناپذیر مسیر جاذب بسیار مفید می‌باشند به طوری که در بررسی پیش‌بینیپذیری سریهای زمانی بازارهای مالی به مشخصه اصلی این سریها، یعنی میزان آشوبناک بودن این سریها، که بر اساس ضرایب لیاپانوف سنجیده می‌شوند توجه می‌شود.^۳ این میزان، بیان میکند که با تغییر شرایط اولیه یا پارامترهای مدل، سری تولید شده با سری اصلی چه میزان اختلاف دارد.

فرض کنید یک مدل متغیر با زمان، به طور دقیق، رفتار یک سیستم طبیعی را مدل کرده باشد. این مدل قطعی متغیر با زمان، ممکن است حاصل معادله دیفرانسیل $\dot{x}(t) = X(x(t))$ باشد و یا در حالت گسسته پاسخ معادله $x(t+1) = f(x(t))$ باشد، واضح است که با دانستن اطلاعات مربوط به متغیر زمانی گسسته و شرایط اولیه، یک پیش‌بینی نامحدود میسر خواهد بود. اما در واقع، شرایط اولیه با یک خطای $\Delta x(0)$ غیردقیق مشخص میشود و مقدار خطای منتج از خطای شرایط اولیه در زمان t یعنی $Dx(t)$ دارای رفتاری به صورت تابع $e^{\lambda t} \Delta x(0)$ خواهد بود (Δ نشان‌دهنده مقدار خطای شرایط اولیه و D نشان‌دهنده خطای معادله در دوره t که از خطای شرایط اولیه به وجود آمده است، میباشند). که در آن، λ به عنوان نمای لیاپانوف شناخته می‌شود. حال اگر λ بزرگتر از صفر باشد میگوییم سیستم آشوبناک است و پیش‌بینی‌پذیری آن به زمان اندک

1- Jacobian Matrix.

۲- معینی، ابریشمی، احراری (۱۳۸۵).

3- Pariazar, M, Shahrabi, J and Mahmoodzadeh, S (2007).

λ^{-1} محدود می‌شود.^۱ با افزایش این ضریب، میزان خطا در پیش‌بینی مقادیر آینده ، به صورت نمایی افزایش می‌یابد. به بیان دیگر ، این ضریب نشان‌دهنده میزان آشوبناک بودن یک سری است و مقادیر بالای این ضریب نشان‌دهنده حساسیت بالای سری به مقادیر اولیه است. می‌توان حالت‌های مختلفی را برای نمای لیاپانوف در نظر گرفت، به طوری که: الف) مقدار λ ، کوچکتر از صفر باشد، آنگاه تمام نقاط اولیه انتخابی به سمت یک نقطه ثابت یا چرخه متناوب همگرا میشوند به طوری که هر چه λ منفی‌تر باشد، پایداری سیستم افزایش می‌یابد؛ ب) مقدار λ ، مساوی صفر باشد، آنگاه هر نقطه اولیه انتخابی حول یک چرخه حدی پایدار نوسان میکند که آن را، پایدار لیاپانوف می‌گوییم؛ ج) مقدار λ ، بزرگتر از صفر باشد، آنگاه هر نقطه اولیه انتخابی، به دلیل حساسیت بالا به شرایط اولیه، مسیرهای نزدیک به هم به سرعت واگرا میشوند و هیچ نقطه ثابت و یا چرخه متناوبی وجود ندارد که در این حالت، فرایند مورد نظر آشوبناک است.

تعداد داده‌های مورد استفاده برای بررسی نمای لیاپانوف نرخ‌های ارز مختلف در مقابل ریال ایران ۴۵۳۷ مشاهده می‌باشد. برای تست آزمون نمای لیاپانوف از نرم‌افزار L1D2 استفاده شده است که نتایج نهایی آن، در جدول ۲ آورده شده است. نماهای لیاپانوف نرخ‌های ارز در بعدهای مختلف، همگی مثبت و نزدیک به صفر هستند که به معنای وجود فرایندی آشوبی در داده‌ها است. همچنین، برای مقایسه نرخ‌های ارز با مدل آشوبناک لجیستیک، مقدار بعد همبستگی و ماکزیمم نمای لیاپانوف لجیستیک نیز محاسبه شده است. نکته حائز اهمیت در این است که ماکزیمم نمای لیاپانوف در بعد اول، برای نرخ ارز ایران در برابر دلار آمریکا بسیار کم می‌باشد که این، نشان از حساسیت کم این نرخ ارز به شرایط اولیه است و بنابراین، از پایداری و ثبات بالاتری نسبت به دیگر نرخ‌ها برخوردار است و در نتیجه، قابلیت پیش‌بینی بیشتری دارد به طوری که پس از دلار آمریکا، درهم امارات و یورو اروپا از حساسیت کمتری برخوردار است.

جدول ۲- محاسبه نمای لیا پانوف در ابعاد مختلف

D=3	D=2	D=1	
۰/۴۵۵	۰/۵۳۴	۰/۶۹۵	LOG
۰/۰۷۱	۹/۶۷۱	۱/۴۸۸	USD
۰/۱۷۳	۰/۸۵۴	۱۱/۹۰۲	GBP
۰/۱۳۸	۰/۷۳۰	۹/۸۴۲	EUR
۰/۱۹۰	۱/۶۲۵	۱۱/۶۶۹	CAD
۰/۳۷۷	۹/۳۹۶	۶/۱۵۷	AED

منبع: یافته‌های تحقیق.

۴. شبکه‌های عصبی مصنوعی^۱ و الگوریتم آموزش آن برای پیش‌بینی نرخ ارز ایران در برابر دلار آمریکا

از آنجا که فرایند آشوبی یک پروسه غیرخطی معین و دارای پیچیدگیهای زیادی می‌باشد، بنابراین استفاده از مدل‌های خطی برای توضیح رفتار این‌گونه فرایندها مناسب نیست. مدل‌های غیرخطی نظیر ARCH، TAR، STAR نیز که تاکنون مورد استفاده قرار گرفته‌اند، اغلب برای حل یک مسئله خاص مفید واقع میشوند و قادر به حذف تمام الگوهای غیرخطی از داده‌ها نمی‌باشند. موفقیت کم‌نظیر شبکه‌های عصبی در تجزیه و تحلیل داده‌ها باعث شد که در اواخر دهه ۸۰ میلادی، استفاده از شبکه عصبی برای پیش‌بینی نرخهای ارز، قیمت سهام، برنامه‌ریزی اقتصادی، پایداری شرکت، اعتبار افراد برای گرفتن وام و احتمال ورشکستگی آنان و شاخصهای مختلف بورس رواج یابد.^۲ از جمله این تحقیقات میتوان به پژوهشهای وانگ^۳، تریپی و توربان^۴، بوزارج^۵، تیبوریس و زیدنبرگ^۶، ژانگ^۷، هیمسترا^۸، هافک و هلمنستین^۹، داربلی و

1- Artificial Neural Network (ANN).

2- Mei-Ping Song, Guo-Chang Gu (2004).

3- Wong (1990).

4- Trippi & Turban (1990).

5- Bosarge (1993).

6- Tsibouris & Zeidenberg (1995).

7- Zhang (2001).

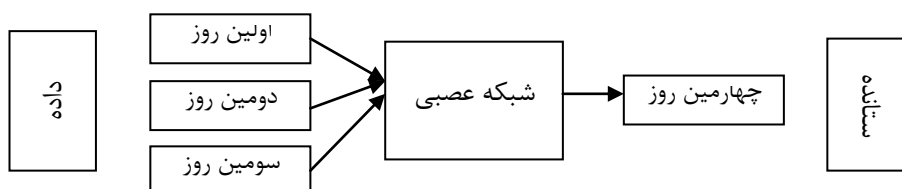
8- Hiemstra (1996).

9- Haefke & Helmenstein (1996).

اسلاما^۱ و کاترین کرتسو و سرلیتس^۲ اشاره کرد. نتایج تمام پژوهشها، حاکی از کارایی بالاتر مدل شبکه عصبی نسبت به انواع مدل‌های خطی در پیشبینی بوده است.^۳ مدل‌های شبکه عصبی قادر هستند نگاشت‌های غیرخطی بین ورودی‌ها و خروجی‌ها را یاد بگیرند. بنابراین، بسیار محتمل است که شبکه عصبی از تحلیل‌های سنتی و سایر الگوریتم‌های هوش مصنوعی بهتر عمل کند. ناگفته نماند که یکی از بزرگترین مشکلات شبکه‌های عصبی ضعف در تفسیر نتایج خویش است به طوری که بسیاری از محققان، شبکه‌های عصبی را به جعبه سیاه تشبیه نموده‌اند.^۴

ساختار شبکه عصبی طراحی شده^۵ برای پیشبینی نرخ ارز در این تحقیق به صورت ۱-۸-۳ میباشد، یعنی شبکه عصبی مورد نظر دارای ۳ ورودی، ۸ گره لایه مخفی و یک گره در لایه خروجی میباشد^۶ (شکل ۷).

شکل ۷- ساختار شبکه عصبی به کار رفته در این مقاله



به این منظور در مرحله اول، نرخ ارز روز اول و دوم و سوم، به عنوان ورودی، به شبکه عصبی داده شده و نرخ ارز روز چهارم به عنوان خروجی مطلوب شبکه عصبی، به شبکه

1- Darbellay & Slama (2000).

2- Catherine Kyrtsoy, Apostolos Serletis (2006).

۳- البته پژوهشهایی هم وجود دارند که در آنها شبکه‌های عصبی بهتر از مدل‌های خطی عمل نکرده‌اند. از جمله میتوان به سوانسون و وایت (Swanson & White(1997)) و استاک و واتسون (Stock & Watson(1998)) اشاره کرد.

4- K. J. Kim (2000).

۵- برای این منظور، از جعبه ابزار شبکه‌های عصبی نرم‌افزار مطلب (MATLAB) استفاده شده است.

۶- هیچ پایه نظری برای انتخاب تعداد لایه‌ها و ورودی وجود ندارد. با وجود اینکه چندین فرمول برای محاسبه تعداد لایه‌ها و ورودی پیشنهاد شده است (Master 1994)، اما هیچ توافق عمومی نسبت به آنها وجود ندارد. بهترین مدل بر اساس برآورد تجربی به دست می‌آید، که با تغییر دادن تعداد لایه‌های ورودی و پنهان بایستی تعداد مناسب را به دست آورد. لازم به ذکر است مدل‌های زیادی طراحی شده است که این مدل بهترین پیشبینی را برای نرخ ارز ایران انجام میدهد.

معرفی میشود تا وزنها به روزرسانی شوند. در مرحله بعد، روز دوم و سوم و چهارم به عنوان ورودی شبکه عصبی و روز پنجم به عنوان خروجی مطلوب شبکه عصبی معرفی می‌شود و مجدداً وزنهاى شبکه عصبی بهبود مییابند. این کار، به صورت متوالی انجام میشود تا شبکه عصبی، کل ۲۵۰ روز مورد نظر (۷۵ درصد از کل دادهها) را برای آموزش یاد بگیرد و وزنها ثابت شوند. در مرحله بعد، شبکه عصبی آموزش دیده، به پیشبینی ۷۵ روز آینده (۲۵ درصد دادهها) میپردازد و برای ارزیابی میزان موفقیت این شبکه، از تکنیک «میانگین قدرمطلق درصد خطا»^۱ استفاده خواهد شد. دادههای ورودی در این تحقیق، قیمت ارز اصلی بازار ارز ایران یعنی دلار آمریکا در طول ۳۰۰ روز از تاریخ ۱۳۸۴/۹/۲۷ تا ۱۳۸۵/۸/۲۸ میباشد.^۲ در این مقاله از الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات^۳ برای به دست آوردن وزنهاى شبکه عصبی استفاده شده است. با توجه به اینکه در تحقیقات داخلی، برای آموزش شبکه عصبی، از این روش استفاده نشده است، ابتدا به معرفی این الگوریتم پرداخته و سپس، پیشبینی با شبکه انجام میشود.

۴-۱. بهینه‌سازی گروه ذرات

بهینه‌سازی گروه ذرات مدلی از الگوریتمهای تکاملی است که از زندگی حیوانات الهام میگیرد. این روش برای اولین بار در سال ۱۹۹۵ در ناگویای^۴ ژاپن معرفی شد و بیانگر یک مدل تکاملی و جمعیت‌گراست.^۵ سرعت همگرایی و سادگی قوانین در تعیین جهت بهینه، از خصوصیات مهم این روش به حساب می‌آید. در یک سیستم PSO یک جمعیت یا گروه وجود دارد، این گروه دارای اجزایی است که ذره^۶ نامیده میشوند. ذرات در فضای

1- Mean Absolute Percentage Error.

۲- تجربه نشان داده است، علی‌رغم اینکه ممکن است شبکههای عصبی در محدوده دادههای مورد استفاده برای تخمین، نتایج خوبی را به نمایش بگذارند اما، بسیاری معتقدند که هنگام استفاده از دادههای جدید، ممکن است با خطاهای بیشتری مواجه شوند و پیشبینی ضعیفی صورت گیرد. برای حل این معضل روشهای متفاوتی پیشنهاد شده است؛ از جمله روش توقف زود هنگام و منظم‌سازی بیزین. با توجه به تخمین متعدد به ازای تعداد روزهای متفاوت در این مقاله، بهترین آموزش شبکه به ازای ۲۵۰ روز بود که کمترین خطا را در پیشبینی داشت و از ۵۰ روز دیگر نیز به عنوان تست شبکه استفاده شده است.

3- Particle Swarm Optimization (PSO).

4- Nagoya City.

5- M. Carcalho, T.B. Ludermir (2006).

6- Particle.

جستجو قرار دارند و برای رسیدن به یک موقعیت بهینه تلاش میکنند. الگوریتم PSO، رفتار اجتماعی پرندگان را شبیهسازی می‌کند. این سناریو را در نظر بگیرید، یک دسته از پرندگان به طور تصادفی، در یک محیط، به دنبال غذا می‌گردند. هیچ کدام از پرندگان اطلاعی در مورد غذا ندارند ولی در هر مرحله میدانند که چقدر از محل غذا فاصله دارند. حال این سؤال مطرح است که بهترین استراتژی برای پیدا کردن غذا چیست؟ به نظر می‌رسد که دنبال کردن نزدیکترین پرنده به غذا راه حل مناسبی است. الگوریتم PSO این سناریو را یاد می‌گیرد و برای حل مسائل بهینهسازی از آن استفاده میکند. در این الگوریتم، هر جواب، به عنوان یک پرنده در فضای جستجو در نظر گرفته میشود که آن را ذره مینامند. در ابتدا PSO توسط یک گروه از ذرات که به طور تصادفی تولید شدهاند مقداردهی میشود و جستجو برای پیدا کردن جواب بهینه آغاز میگردد. در هر تکرار الگوریتم، هر ذره موقعیت بعدی خود را در فضای جستجو با توجه به دو مقدار تغییر می‌دهد: یکی بهترین موقعیتی است که خود فرد تاکنون داشته است (pbest) و دیگری بهترین موقعیتی که تاکنون توسط کل افراد جمعیت به وجود آمده است و در واقع، بهترین pbest در کل جمعیت میباشد (gbest).^۲ از نظر مفهومی، (pbest) برای هر فرد در واقع حافظه اتوبیولوژیکی^۳ آن فرد محسوب میشود و تغییر موقعیت افراد بر اساس (pbest) در واقع، پاسخ به احساس غربتی است که افراد هنگام دوری از محلی که در آن بیشتر ارضا میشوند، دارند. (gbest) همان دانش عمومی جمعیت است و وقتی که افراد، موقعیت خود را بر اساس (gbest) تغییر میدهند، در واقع تلاش میکنند که سطح دانش خود را به سطح دانش جمعیت برسانند.

در PSO هر ذره یک راه حل تولید میکند و به صورت همزمان اطلاعاتش را با همسایه‌هایش به اشتراک می‌گذارد هر ذره، سرعت و موقعیت اولیه دارد که در حین پیشرفت الگوریتم، سرعت و موقعیت اولیه توسط رابطتهای زیر به روز می‌شود.

$$v_{t+1}^i = w_t v_t^i + c_1 r_1 (p_t^i - x_t^i) + c_2 r_2 (p_t^g - x_t^i)$$

$$x_{t+1}^i = x_t^i + v_{t+1}^i$$

1- Personal best (p best).

2- Global best (g best).

3- Autobiological.

که در این روابط x_i^t به موقعیت فعلی ذره i در فضای مسئله اشاره دارد. t را تعداد تکرارها و p_i^g بهترین مکان پیدا شده برای x تا تکرار t ام میباشد. p_i^g بهترین مکان جهانی در میان همه ذرات تا تکرار t ام پارامتر است که محدوده سرعت آن در بازه $(-v_{max}, v_{max})$ میباشد. r_1 و r_2 مقادیر تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $(0, 1)$ میباشند. w_t پارامتر وزن اینرسی است که روابط مختلفی برای محاسبه آن ارائه شده است. در این مقاله، از آخرین تکنیک محاسبه وزن اینرسی که به صورت زیر میباشد استفاده شده است.

$$S(i, t) = \begin{cases} 1 & \text{if } fit(pbest_i^t) < fit(pbest_i^{t-1}) \\ 0 & \text{if } fit(pbest_i^t) = fit(pbest_i^{t-1}) \end{cases}$$

$$p_s(t) = \frac{\sum_{i=1}^n S(i, t)}{n}$$

$$w(t) = (w_{max} - w_{min})P_s(t) + w_{min}$$

به دلیل دقت بالا در محاسبه دقیق یک مینیمم محلی، وزنهای شبکه عصبی آموزش دیده دقیق تر خواهند بود و پیشبینی، به وسیله این شبکه عصبی به مراتب بهتر از روش های گذشته خواهد بود.^۱

۴-۲. پیدا کردن مقادیر بهینه با PSO

در این مقاله از الگوریتم PSO برای به دست آوردن وزنهای شبکه عصبی استفاده شده است. برای این منظور از خروجی شبکه عصبی و مقدار خطای آن، از عدد مطلوب مقدار شایستگی برای هر ذره محاسبه شده و ذخیره میشود. پس از آن مقدار بهترین شایستگی فردی و جهانی ذرات دارای این شایستگی ذخیره میشود. سپس مقدار سرعت یا همان جابجایی برای هر بعد هر ذره بر اساس روابط داده شده محاسبه میشود و پس از آن، مقدار جدید برای هر بعد هر ذره، بر اساس سرعت به دست آمده محاسبه میشود.

1- J.Kennedy and R.C. Eberhart, with Yuhui Shi (2001).

حال، دوباره مقادیر شایستگی را برای ذرات به دست می آوریم و بهترین مقدار شایستگی فردی و جهانی را به روزرسانی مینماییم و الگوریتم را تا رسیدن به مقدار شایستگی بهینه ادامه می دهیم. مراحل الگوریتم به صورت زیر است که در شکل ۸ رسم شده است:

۱- کل مجموعه داده های آموزش را به همه شبکه ها بده و میزان خطای هر یک را نگاه دار؛

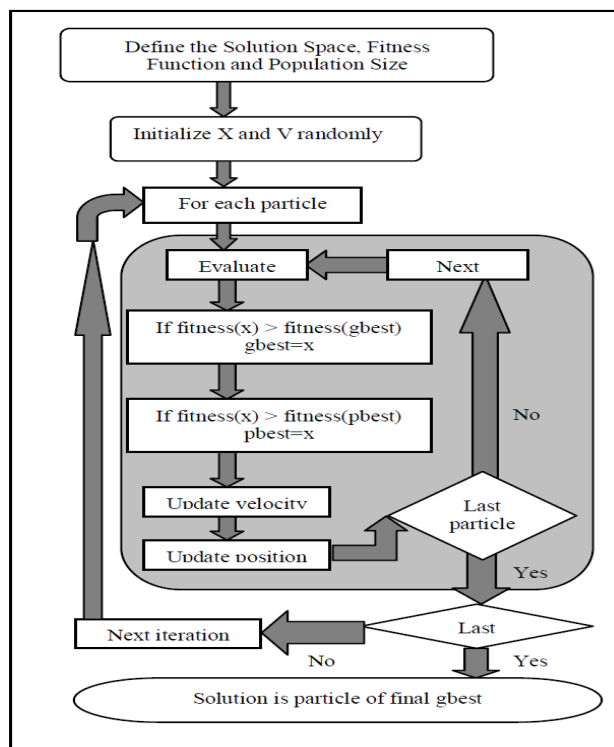
۲- کل خطاها را مقایسه کن تا بهترین شبکه کلی مشخص شود؛

۳- اگر یکی از شبکه ها به حداقل خطای تعریف شده رسیده بود، وزنه های آن را ثابت کن و از برنامه خارج شو؛

۴- در غیر این صورت، الگوریتم PSO را برای هر شبکه اجرا کن تا موقعیت و سرعت به روزرسانی شود؛

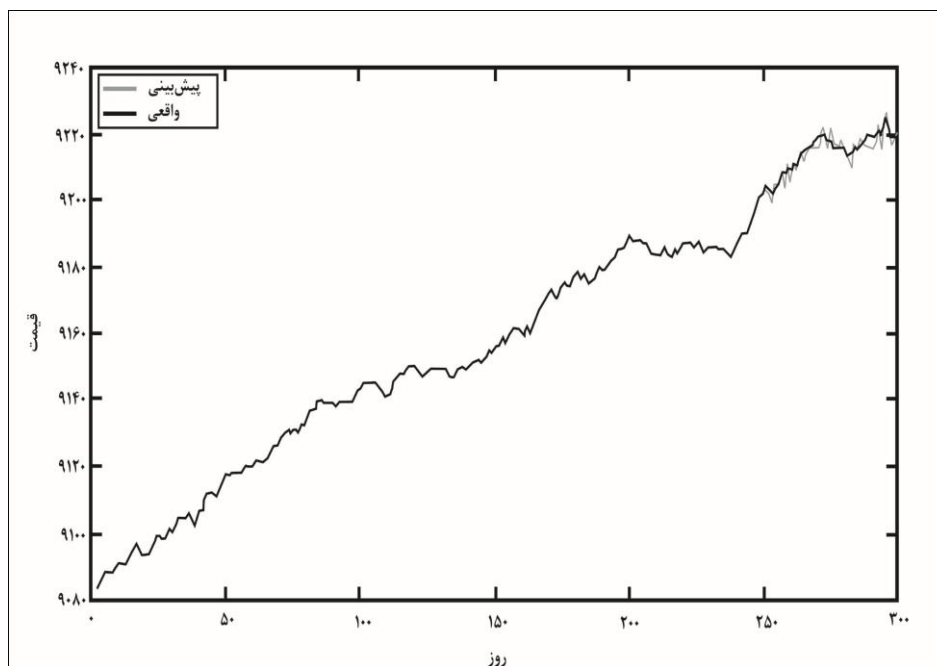
۵- برو به مرحله ۱.

شکل ۸- الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات



حال با استفاده از نرمافزار مطلب و با الگوریتم PSO به پیشبینی نرخ ارز ایران در برابر دلار آمریکا میپردازیم. نتایج حاصل از تخمین شبکه عصبی و بررسی میزان موفقیت آن در شکل ۹ و جدول ۳ آورده شده است. این شبکه به ازای تعداد ذرات ۱۰۰ عدد و ۲۵۰ روز تخمین زده شده است. بر طبق نتایج خطای تست و خطای آموزش^۱ مشاهده میشود که با استفاده از شبکه عصبی طراحی شده و الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات می‌توان با دقت بالایی به تخمین نرخ ارز پرداخت.

شکل ۹- پیش‌بینی شبکه عصبی برای ۲۵ روز



۱- خطای آموزش، خطایی است که داده‌های ورودی، به هنگام آموزش خواهند داشت و خطای تست، خطایی است که مجموعه تست‌ها در عمل روی شبکه عصبی آموزش دیده باز خواهد گرداند. در جدول 3 این دو خطا نمایش داده شده است. عدد $0/1137$ که خطای آموزش را نشان می‌دهد بدین معنی است که خروجی این شبکه عصبی $0/1137$ درصد از مقدار حقیقی نرخ ارز یک روز خاص (مثلاً 9000 ریال) تخطی دارد که کمتر از 10 ریال می‌شود.

جدول ۳- مقایسه خطای آموزش و تست با الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات

خطای تست	خطای آموزش	نام ارز
۰/۳۴۹۲	۰/۱۱۳۷	دلار آمریکا

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

بر اساس نتایج مقاله، پایین بودن بعد جاذب در نرخ‌های ارز مختلف ایران، نشان از غیرتصادفی بودن سیستم است و مثبت بودن نمای لیپانوف حاکی از آشوبناک بودن فرایند نرخ ارزها میباشند به طوری که با افزایش بعد سیستم از یک به سه، نمای لیپانوف کوچکتر شده که بیانگر آشوبناک بودن و غیرخطی بودن نرخ ارز میباشد و با مطالعه بیشتر این روندها، میتوان به تعداد و چگونگی عوامل تأثیرگذار بیشتر نرخ ارز پی برد. بنابراین، باتوجه به این موضوع، نمیتوان از مدل‌های خطی برای پیشبینی و بررسی چگونگی تغییرات متغیر نرخ ارز پرداخت که در این مقاله برای پیشبینی نرخ ارز از شبکه‌های عصبی استفاده شده است. نتایج، نشان داد که میتوان با استفاده از شبکه عصبی و الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات، با دقت بسیار بالایی، به پیشبینی این متغیر پرداخت. از دیگر نتایج کلیدی به دست آمده در این مقاله میتوان چنین جمعبندی نمود که ماکزیمم نمای لیپانوف در نرخ ارز ایران در برابر دلار آمریکا کمتر از نرخهای ارز دیگر می‌باشد که این امر نشان از باثبات بودن این نرخ در بازارهای جهانی دارد و اینکه نسبت به وقایع و رویدادهای جهان حساسیت کمتری نشان میدهد. بنابراین میتواند این توصیه سیاستی را با خود به همراه داشته باشد که بهتر است تجار و دولت، در معاملات جهانی خود، از دلار امریکا استفاده نمایند چرا که ثابت شد از کمترین نوسان نسبت به نرخهای ارز دیگر برخوردار است و میتوان مدت زمان بیشتری به پیشبینی این نرخ ارز پرداخت به طوری که با وجود ماکزیمم نمای لیپانوف کوچک در نرخ ارز ایران در برابر دلار آمریکا، خطای پیشبینی در یک فرایند چند مرحله‌ای، سیستم پیشبینی را دچار انحراف نمی‌کند در صورتی که با وجود ماکزیمم نمای لیپانوف زیاد در دیگر نرخهای ارز، خطای پیشبینی در آنها، به صورت نمایی افزایش مییابد.

منابع و مآخذ

- فارسی

- ۱- سلامی، امیر بهداد. (۱۳۸۱). آزمون روند آشوبی در بازده سهام اوراق بهادار تهران. پژوهشنامه اقتصادی، شماره ۵، تابستان. صفحات ۷۴-۳۵.
- ۲- علمی، سیامک. (۱۳۸۸). بررسی وجود آشوب در نرخ ارز/ایران، پایان نامه کارشناسی ارشد اقتصاد. دانشگاه آزاد اسلامی واحد فیروزکوه.
- ۳- علمی، سیامک. (۱۳۸۶). بررسی وجود آشوب در قیمت نفت خام ایران در یک دوره بیست ساله. فصلنامه علوم اقتصاد، سال اول پیش شماره دوم، زمستان.
- ۴- مشیری، سعید. (۱۳۸۱). مروری بر نظریه‌ی آشوب و کاربردهای آن در اقتصاد. فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی، شماره ۱۲، پاییز.
- ۵- مشیری، سعید و فروتن، فائزه. (۱۳۸۳). آزمون آشوب و پیش‌بینی قیمت‌های آتی نفت خام. فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی/ایران، شماره ۲۱، زمستان.
- ۶- معینی، علی و دیگران. (۱۳۸۵). به کارگیری نمای لیاپانوف برای مدل‌سازی سری زمانی قیمت نفت بر پایه توابع پویا. مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۷۶، آذر و دی.

- انگلیسی

- 1- Barnett, W.A, Chen, P. (1988). *The Aggregation-Theoretic Monetary Aggregates are Chaotic and Have Strange Attractors. Dynamic Econometric Modeling*. Cambridge: Cambridge University Press.
- 2- Davies, B. (2005). *Exploring Chaos: Theory and Experiment*. Mass: Perseus Books.

- 3- Grassberger, P & Procaccia, I. (1983). Measuring the Strangeness of Strange Attractors. *Physica*, 9, 30-31.
- 4- Kennedy, J.R., Eberhart, C, & Yuhui, Shi.(2001). *Swarm.Intelligence*. Sanfrancisco: Morgan Kaufmann Publishers.
- 5- Linton, O. & Shintani, M. (2003). Is There Chaos in The World Economy? A nonparametric Test Using Consistent Standard Errors. *International Economic Review*, 44, 331–358.
- 6- Mei-Ping Song,Guo-Chang Gu.(2004). *Research On Particle Swarm Optimization: A Review*. IEEE International Conference. Shanghai: Machine Learning.
- 7- Nickabadi,M., Ebadzadeh,M, & Safabakhsh, R.(2004). *Particle Swarm Optimization Algorithms With Adaptive Inertia Weight: A Survey of the State-of-the-Art and a Novel Method*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation from www.mae.ufl.edu.
- 8- Kim, K. J. (2000). Genetic Algorithms Approach to Feature Discretization in Artificial Neural Networks for the Prediction of Stock Price. *Expert Systems with Applications*, 19(2), 125–132.
- 9- Pariazar, M., Shahrabi, J & Mahmoodzadeh, S. (2007). *Chaos Theory and Application in Sells Management*. Singapore: IEEE International Conference on Industrial Engineering & Engineering Management.
- 10- Stutzer, M.J. (1980). Chaotic Dynamics and Bifurcation in a Macro-Model. *Journal of Economic Dynamic. Control*, 2, 253_276.
- 11- Scarlat, E.I., Stan, Cristina et al. (2007). Chaotic Features in Romanian Transition Economy as Reflected On to the Currency Exchange Rate. *Chaos. Solitons and Fractals*, 33, 396-404.
- 12- Sayers, C. (1986). *Work Stop Pages: Exploring the Nonlinear Dynamics*. Mimeo: University of Wisconsin-Medison.

-
- 13- Shafer.w & Day, Richard, H.(2009). *The IS-LM Cases in Three Econometric Models*. In Comparative Performance of U.S. Econometric Models. Oxford: Oxford University Press.
- 14- http://www.cbi.ir/exratesadv/exratesadv_fa.aspx