روش های سیمپلکس فازی برای حل مسایل برنامه ریزی خطی فازی

سید هادی ناصری*
دانشکده ریاضی- دانشگاه مازندران- بابلسر- ایران
مرکز پژوهشی ابر ساختارهای جبری و ریاضیات فازی ایران
nasseri@math.sharif.edu

چکیده

پس از معرفی منطق فازی در دهه هفتاد و کاربردهای موفقیت آمیز آن در طراحی سیستم های کنترلی، به کارگیری این نظریه در سایر زمینه ها همچون شبیه سازی، هوش مصنوعی، مدیریت، تحقیق در عملیات و... گسترش فراوان یافته است. در بسیاری از مسایل واقعی که به وسیله مدل های برنامه ریزی خطی فرموله می شوند ممکن است نوعی عدم قطعیت در برخی پارامتر های مدل موجود باشد و این ابهام می تواند از نوع احتمالی نباشد یا صریحاً پارامتر های مدل با اعداد فازی بیان شود. کاربرد فازی در برنامه ریزی ریاضی دارای تاریخچه نسبتاً طولانی است. مفهوم برنامه ریزی ریاضی فازی نخست توسط تاناکا و همکارانش (۱۹۷۴) در چارچوب تصمیم گیری فازی ارایه شده توسط بلمن و زاده پیشنهاد شد. نخستین فرمول بندی مساله برنامه ریزی خطی فازی توسط زیمرمن (۱۹۷۸) مطرح شد. بعد از آن مدل ها و روش های متعددی پیشنهاد شد. یکی از متداول ترین روش ها برای حل این مسایل بر اساس مفهوم مقایسه اعداد فازی است. یک روش متداول و مناسب برای رتبه بندی اعداد فازی تعریف یک تابع رتبه بندی از مجموعه اعداد فازی به مجموعه اعداد حقیقی است که در آن ترتیب وجود دارد. عموماً در چنین روش هایی مدل برنامه ریزی خطی فازی به یک مدل برنامه ریزی خطی کلاسیک تبدیل می شود و با استفاده از حل این مدل جواب مساله اصلی تعیین می شود. در این مقاله با استفاده از توابع رتبه بندی خطی ضمن تعریف مفاهیم پایه ای برنامه ریزی خطی کلاسیک در محیط فازی همچون جواب های شدنی، جواب های پایه ای، جواب بهینه، جواب تباهیده، شرایط بهینگی و... الگوریتم های سیمپلکس فازی برای حل مسایل برنامه ریزی خطی عدد فازی ومسایل برنامه ریزی خطی با متغیرهای فازی ارایه می گردد. الگوریتم های ارایه شده برای حل مسایل برنامه ریزی خطی عدد فازی و مسایل برنامه ریزی خطی با متغیرهای فازی به کار گرفته می شود و نتایج آن گزارش می شود.

کلمات کلیدی: اعداد فازی ذوزنقه ای، برنامه ریزی خطی فازی، توابع رتبه بندی، روش سیمپلکس فازی.

* عهده دار مکاتبات

۱ مقدمه

کاربرد موفقیت آمیز نظریه مجموعه های فازی در سیستم های کنترلی باعث رشد و نفوذ سریع آن در سایر زمینه ها همچون شبیه سازی، هوش مصنوعی، مدیریت، تحقیق در عملیات و بسیاری از شاخه های علوم مهندسی شد. یکی از این زمینه ها برنامه ریزی خطی است. آنجایی که بسیاری از مسایل صنعتی و مدیریتی که منجر به حل یک مساله برنامه ریزی خطی می شود، تصمیم گیرنده نمی تواند به طور دقیق مقادیر ضرایب مساله را تعیین کند و این ابهام ممکن است از نوع احتمالی نباشد. در حقیقت در برنامه ریزی خطی مرسوم عموماً ضرایب مساله تصمیم گیری توسط افراد خبره با مقادیر دقیق تعیین می شوند، ولی در محیط های فازی، فرض وجود اطلاعات دقیق توسط افراد خبره دور از واقعیت به نظر می رسد. بنابراین توسعه و استفاده از مدلسازی فازی در مسایل تصمیم گیری واقعی با داده های نادقیق می تواند مناسب باشد. مفهوم برنامه ریزی ریاضی فازی نخست توسط تاناکا و همکارانش [۱۲] در چارچوب تصمیم گیری فازی ارایه شده توسط بلمن و زاده پیشنهاد شد. نخستین فرمول بندی مساله برنامه ریزی خطی فازی توسط زیمرمن [۱۶] مطرح شد. بعد از آن مدل های مختلفی از مسایل برنامه ریزی خطی فازی معرفی و روش های متعددی برای حل آن پیشنهاد شد[۱۳,۱۰،۹،۸،۵،۴،۳]. یک مروری بر ادبیات مرتبط با برنامه ریزی ریاضی فازی بر پایه مقایسه اعداد فازی توسط کلر و یوان [۶] (وهمچنین لای و هوانگ [۷]) داده شده است. در اکثر این روش ها ازمفهوم مقایسه اعداد فازی برای حل این مسایل استفاده می شود [۱۱،۱۰،۹،۸،۳]. یک روش متداول و مناسب برای رتبه بندی اعداد فازی تعریف یک تابع رتبه بندی از مجموعه اعداد فازی به مجموعه اعداد حقیقی است که در آن ترتیب به طور طبیعی وجود دارد. عموماً در چنین روش هایی مدل برنامه ریزی خطی فازی به یک مدل برنامه ریزی خطی کلاسیک تبدیل می شود و با استفاده از حل این مدل جواب مساله اصلی تعیین می شود. دراین مقاله دو مدل کلی مسایل برنامه ریزی خطی فازی را در نظر می گیریم: ۱) مسایل برنامه خطی با اعداد (داده های) فازی (FNLP)، و ۲) مسایل برنامه ریزی خطی با متغیرهای فازی (FVLP). با استفاده از توابع رتبه بندی خطی ضمن تعریف مفاهیم پایه ای برنامه ریزی خطی کلاسیک در محیط فازی همچون جواب های شدنی، جواب های پایه ای، جواب بهینه، شرایط بهینگی و... الگوریتم های سیمپلکس فازی برای حل این دو مدل برنامه ریزی خطی فازی پیشنهاد می شود. دو الگوریتم ارایه شده برای حل برخی مسایل برنامه ریزی خطی عدد فازی و مسایل برنامه ریزی خطی با متغیرهای فازی به کار گرفته می شود و نتایج آن گزارش می شود.

این مقاله در پنج فصل تهیه شده است. در فصل دوم برخی پیش نیازهای لازم از نظریه مجموعه های فازی و حساب فازی بیان می کنیم. برنامه ریزی خطی فازی (مسایل FNLP، و مسایل FVLP) در فصل سوم تعریف می شود. با استفاده از توابع رتبه بندی خطی مفاهیم جواب شدنی پایه ای (و بهینه) را به ترتیب برای مسایل FNLP و مسایل FVLP بیان می کنیم. سپس الگوریتم های سیمپلکس فازی برای هر دو رده از مسایل برنامه ریزی خطی فازی مذکور ارایه می شود. در فصل چهارم نیز دو مساله از دو نوع مساله برنامه ریزی خطی فازی ذکر شده در فصل سوم با الگوریتم سیمپلکس فازی حل می شود. در فصل پنجم نتایج این مطالعه آورده می شود.

۲ مفاهیم و حساب فازی

در این فصل برخی تعاریف و مفاهیم مورد نیازاز نظریه مجموعه های فازی ارایه می شود([۱]، [۲]، [۷]).

۲- ۱ مجموعه های فازی

تعریف ۱ فرض کنید X یک مجموعه ای از عناصر همچون x است. مجموعه فازی A در X به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب $\tilde{A}=\{(x,\mu_{\tilde{A}}(x))\,|\,x\in X\}$ تعریف می شود، که در آن $\mu_{\tilde{A}}(x)$ تابع عضویت برای مجموعه فازی نامیده می شود. تابع عضویت، هر عضو از X را به یک مقدار عضویت بین ۰ و ۱ می نگارد.

نکته ۱ در سرتاسر این رساله X مجموعه اعداد حقیقی $\mathbb{R}$ در نظر گرفته می شود.

تعریف ۲ مجموعه فازی $\tilde{A}$ را محدب گوییم هرگاه برای هر $x,y\in\mathbb{R}$ و هر $\lambda\in[0,1]$ داشته باشیم:

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x+(1-\lambda)y)\geq \min\{\mu_{\tilde{A}}(x),\mu_{\tilde{A}}(y)\}$$

تعریف۳ یک مجموعه فازی محدب $\tilde{A}$ یک عدد فازی است اگر در شرایط زیر صدق کند:

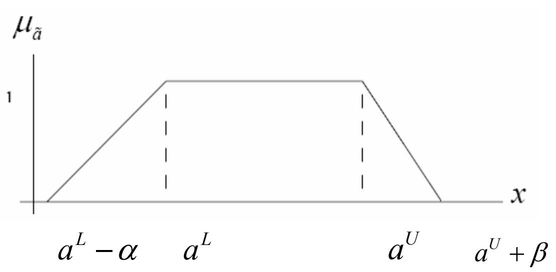
۱) حداقل یک $x_0\in\mathbb{R}$ وجود داشته باشد به طوری که $\mu_{\tilde{A}}(x)=1$.

۲) $\mu_{\tilde{A}}(x)$ قطعه قطعه پیوسته باشد.

در عمل، هر عدد فازی بوسیله تابع عضویت آن تعیین می شود. حال فرض کنید تابع عضویت هر عدد فازی $\tilde{a}$ به صورت زیر باشد:

$$\mu_{\tilde{a}}(x)=\begin{cases}1-\frac{a^L-x}{\alpha}, & a^L-\alpha\leq x<a^L\\ 1, & a^L\leq x\leq a^U\\ 1-\frac{x-a^U}{\beta}, & a^U<x\leq a^U+\beta\\ 0, & otherwise.\end{cases}$$

هر عدد فازی با تابع عضویت به صورت بالا که در شکل ۱ نشان داده شده است یک عدد فازی ذوزنقه ای است.



شکل ۱: عدد فازی ذوزنقه ای

یک عدد فازی ذوزنقه ای را می توان به صورت چهارتایی $\tilde{a}=(a^L,a^U,\alpha,\beta)$ نشان داد.
در این مقاله مجموعه تمام اعداد فازی را با $F(\mathbb{R})$ نشان می دهیم.

۲-۲ حساب اعداد فازی

فرض کنید $\tilde{a}=(a^L,a^U,\alpha,\beta)$ و $\tilde{b}=(b^L,b^U,\gamma,\theta)$ دوعدد فازی ذوزنقه ای باشند و $x\in\mathbb{R}$. در اینصورت:

$$x\geq 0,\quad x\tilde{a}=(xa^L,xa^U,x\alpha,x\beta)$$
$$x<0,\quad x\tilde{a}=(xa^U,xa^L,-x\beta,-x\alpha)$$
$$\tilde{a}+\tilde{b}=(a^L+b^L,a^U+b^U,\alpha+\gamma,\beta+\theta)$$

۲- ۳ رتبه بندی اعداد فازی

بسیاری از روش های متداول برای حل مسایل برنامه ریزی خطی فازی مبتنی بر مقایسه اعداد فازی و خصوصاً استفاده از توابع رتبه بندی است[۸،۹،۱۰]. یک روش مناسب برای رتبه بندی اعداد فازی استفاده از یک تابع رتبه بندی $\Re:F(\mathbb{R})\to\mathbb{R}$ می باشد. در حقیقت نتیجه رتبه بندی اعداد فازی به مقایسه اعداد حقیقی متناظرشان در خط اعداد حقیقی تعیین می گردد.
بنابراین، ترتیب روی $F(\mathbb{R})$را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\tilde{a}\succeq\tilde{b}\quad\Leftrightarrow\quad\Re(\tilde{a})\geq\Re(\tilde{b})$$
$$\tilde{a}\approx\tilde{b}\quad\Leftrightarrow\quad\Re(\tilde{a})=\Re(\tilde{b})$$
$$\tilde{a}\succ\tilde{b}\quad\Leftrightarrow\quad\Re(\tilde{a})>\Re(\tilde{b})$$

که در آن $\tilde{a}$ و $\tilde{b}$ اعداد فازی ذوزنقه ای هستند. همچنین $\tilde{a}\succeq\tilde{b}$ اگر و تنها اگر $\tilde{b}\preceq\tilde{a}$.
در سرتاسر این مقاله ما از توابع رتبه بندی خطی استفاده می کنیم.

یکی از متداول ترین توابع رتبه بندی که نخست یاگر([۱۵]) پیشنهاد کرد، به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Re(\tilde{a})=\frac{1}{2}(a^L+a^U+\tfrac{1}{2}(\beta-\alpha)).\qquad(۱)$$

۳ برنامه ریزی خطی فازی

برنامه ریزی خطی به عنوان شناخته شده ترین و کاربردی ترین مدل در میان مدل های تصمیم گیری مسایل واقعی همواره مورد توجه ویژه ای بوده است. در اکثر مسایل تصمیم گیری که منجر به حل یک مساله برنامه ریزی خطی می شود، تصمیم گیرنده نمی تواند به طور دقیق مقادیر ضرایب مساله را تعیین کند و این ابهام ممکن است از نوع احتمالی نباشد. در حقیقت در برنامه ریزی خطی مرسوم عموماً ضرایب مساله تصمیم گیری توسط افراد خبره با مقادیر دقیق تعیین می شوند، ولی در محیط های فازی، فرض وجود اطلاعات دقیق توسط افراد خبره

دور از واقعیت است. بدین ترتیب، طرح مدل سازی فازی در مسایل تصمیم گیری واقعی با داده های نادقیق، منطقی و مناسب به نظر می رسد.

دراین فصل دو مدل کلی مسایل برنامه ریزی خطی فازی را در نظر می گیریم [۸،۹]: ۱) مسایل برنامه خطی با اعداد (داده های) فازی (FNLP)، و ۲) مسایل برنامه ریزی خطی با متغیرهای فازی (FVLP). با استفاده از توابع رتبه بندی خطی ضمن تعریف مفاهیم پایه ای برنامه ریزی خطی کلاسیک در محیط فازی همچون جواب های شدنی، جواب های پایه ای، جواب بهینه و... الگوریتم های سیمپلکس فازی برای حل این دو مدل برنامه ریزی خطی فازی پیشنهاد می شود.

۳-۱ برنامه ریزی خطی با اعداد فازی

تعریف ٤ مساله برنامه ریزی خطی با اعداد فازی (FNLP) به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \min \quad & \tilde{z} \approx \tilde{c}x \\ s.t. \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{۲}$$

که در آن $\tilde{c}$ بردار هزینه فازی است.

تعریف ٥ نقطه x را که در قیود مساله (۲) صدق می کند یک جواب شدنی برای مساله می نامیم.

تعریف ٦ نقطه x_0 یک جواب بهینه برای مساله (۲) است، اگر برای همه xهای شدنی داشته باشیم:

$$\tilde{c}x_0 \preceq \tilde{c}x$$

قضیه ۱ مساله برنامه ریزی خطی عدد فازی (۲) با مساله برنامه ریزی خطی زیر معادل است.

$$\begin{aligned} \min \quad & z = cx \\ s.t. \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{۳}$$

که در آن $c_j = \Re(\tilde{c}_j)$، $j = 1,\dots,n$.

برهان. با استفاده از یک تابع بندی خطی اثبات ساده می باشد[۸].

۳- ۱- ۱ جواب پایه ای شدنی[۸]

دستگاه $Ax = b, x \geq 0$ را در نظر گیرید که در آن A یک ماتریس $m \times n$ و b یک بردار $m \times 1$است. فرض کنید رتبه(A)= رتبه (A,b) $=m$. با افراز ماتریس A به صورت $[B \quad N]$ که در آن رتبه(B) $=m$، $x_B = B^{-1}b,\ x_N = 0$ یک جواب پایه ای برای دستگاه $Ax = b$ نامیده می شود. اگر $x_B \geq 0$، در این صورت بردار $x^T = (x_B^T \quad x_N^T)$ یک جواب پایه ای شدنی برای دستگاه $Ax = b$ نامیده می شود

(x_B: بردار متغیرهای پایه ای و x_N: بردار متغیرهای غیرپایه ای). مقدار تابع هدف متناظر با این جواب پایه ای شدنی برابر است با: $\tilde{z} \approx \tilde{c}_B x_B$، که در آن $\tilde{c}_B = (\tilde{c}_{B_1},...,\tilde{c}_{B_m})$. برای هر اندیس j، $1 \le j \le n$ تعریف کنید: $y_j = B^{-1}a_j$ و $\tilde{z}_j \approx \tilde{c}_B y_j$.

قضیه۲[۸] فرض کنید مساله برنامه ریزی خطی عدد فازی نا تباهیده باشد. یک جواب پایه ای شدنی $x_B = B^{-1}b,\ x_N = 0$ برای مساله (۲) بهینه است اگر و فقط اگربرای هر اندیس j، $1 \le j \le n$ و $\tilde{z}_j \preceq \tilde{c}_j$.

۳-۲ الگوریتم سیمپلکس فازی برای مسایل برنامه ریزی خطی عدد فازی

۱. یک جواب شدنی پایه ای $x_B = B^{-1}b,\ x_N = 0$ داده شده است و جدول سیمپلکس مربوط به این جواب در دست است.

۲. مقادیر $y_{0j} = \Re(\tilde{z}_j - \tilde{c}_j)$ را برای $i = 1,...,m,\ j \ne B_i,\ j = 1,...,n$ تعیین کن.
اگر $y_{0j} \le 0$ آنگاه توقف کن؛ جواب فعلی بهینه است.

۳. $y_{0k} > 0$ را اختیار کن. اگر $y_k \le 0$، آنگاه توقف کن (مساله بیکران است)، در غیر اینصورت یک اندیس r مربوط به متغیر خارج شونده x_{B_r} از پایه را به صورت زیر تعیین کن:

$$\frac{y_{r0}}{y_{rk}} = \min_{1 \le j \le n}\{\frac{y_{i0}}{y_{ik}} \mid y_{ik} > 0\}$$

۴. درایه y_{rk} را محور قرار ده و جدول سیمپلکس فازی را با عملیات حذفی گوس بهنگام کن. به قدم (۲) برو.

۳- ۳ برنامه ریزی خطی با متغیر های فازی

تعریف ۷ مساله برنامه ریزی خطی با متغیرهای فازی (FVLP) به صورت زیر تعریف می شود[۹،۱۰]:

$$\begin{aligned} \min \quad & \tilde{z} \approx c\tilde{x} \\ s.t. \quad & A\tilde{x} \approx \tilde{b} \\ & \tilde{x} \succeq \tilde{0} \end{aligned} \qquad (۴)$$

تعریف ۸ بردار فازی $\tilde{x}$ را که در قیود مساله (۴) صدق می کند یک جواب فازی شدنی برای مساله می نامیم.

تعریف۹ بردار فازی $\tilde{x}_0$ یک جواب بهینه برای مساله (۴) است، اگر برای همه جوابهای فازی شدنی $\tilde{x}$ داشته باشیم:

$$c\tilde{x}_0 \preceq c\tilde{x}$$

۳- ۳- ۱ جواب پایه ای فازی شدنی [۹]

دستگاه $A\tilde{x} \approx \tilde{b}, \tilde{x} \succeq \tilde{0}$ را در نظر گیرید که در آن A یک ماتریس $m \times n$ و $\tilde{b}$ یک بردارفازی $m \times 1$است. فرض کنید رتبه(A)= رتبه ($(A,b$ =m. با افراز ماتریس A به صورت $[B \quad N]$ که در آن رتبه(B)= m، بردار $\tilde{x}^T = (\tilde{x}_B^T \quad \tilde{x}_N^T)$ با $\tilde{x}_B \approx B^{-1}\tilde{b}, \ \tilde{x}_N \approx \tilde{0}$ یک جواب فازی پایه ای برای دستگاه $A\tilde{x} \approx \tilde{b}$ نامیده می شود. اگر $\tilde{x}_B \succeq \tilde{0}$، در اینصورت بردار $\tilde{x}^T = (\tilde{x}_B^T \quad \tilde{x}_N^T)$ یک جواب فازی پایه ای شدنی برای دستگاه $A\tilde{x} \approx \tilde{b}$ نامیده می شود ($\tilde{x}_B$: بردار متغیرهای فازی پایه ای و $\tilde{x}_N$: بردار متغیرهای فازی غیرپایه ای). مقدار تابع هدف فازی متناظر با این جواب فازی پایه ای شدنی برابر است با: $\tilde{z} \approx c_B\tilde{x}_B$، که در آن $c_B = (c_{B_1},\ldots,c_{B_m})$. برای هر اندیس j، $1 \le j \le n$ تعریف کنید: $y_j = B^{-1}a_j$ و $z_j = c_B y_j$.

قضیه۳[۹] فرض کنید مساله برنامه ریزی خطی با متغیر های فازی نا تباهیده باشد. یک جواب فازی پایه ای شدنی $\tilde{x}_B \approx B^{-1}\tilde{b}, \tilde{x}_N \approx \tilde{0}$ برای مساله (۴) بهینه است اگر و فقط اگربرای هر اندیس j، $1 \le j \le n$ و $z_j \le c_j$.

۳-٤ الگوریتم سیمپلکس فازی برای مسایل برنامه ریزی با متغیرهای فازی

۱. یک جواب فازی شدنی پایه ای $\tilde{y}_0 \approx \tilde{x}_B \approx B^{-1}\tilde{b}, \tilde{x}_N \approx \tilde{0}$ داده شده است و جدول سیمپلکس مربوط به این جواب فازی در دست است.

۲. مقادیر $y_{0j} = z_j - c_j$ را برای $i = 1,\ldots,m, j \ne B_i, j = 1,\ldots,n$ تعیین کن.
اگر $y_{0j} \le 0$ آنگاه توقف کن؛ جواب فازی فعلی بهینه است.

۳. $y_{0k} > 0$ را اختیار کن. اگر $y_k \le 0$، آنگاه توقف کن (مساله بیکران است)، در غیر اینصورت یک اندیس r مربوط به متغیر فازی خارج شونده $\tilde{x}_{B_r}$ از پایه را به صورت زیر تعیین کن:

$$\frac{y_{r0}}{y_{rk}} = \min_{1 \le j \le n}\{\frac{y_{i0}}{y_{ik}} \mid y_{ik} > 0\}$$

که در آن $y_{i0} = \Re(\tilde{y}_{i0})$، $i = 1,\ldots,m$.

٤. درایه y_{rk} را محور قرار ده و جدول سیمپلکس فازی را با عملیات حذفی گوس بهنگام کن. به قدم (۲) برو.

٤ مثال های عددی

در اینجا دو مساله برنامه ریزی خطی عدد فازی و برنامه ریزی خطی با متغیرهای فازی با استفاده از روش سیمپلکس فازی حل می شود.

مثال٤-١ مساله برنامه ریزی خطی عدد فازی زیر را در نظر گیرید.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \tilde{z} \approx (5,8,2,5)x_1 + (6,10,2,6)x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + 3x_2 \le 6 \\ & 5x_1 + 4x_2 \le 10 \\ & x_1, x_2 \ge 0\ . \end{aligned}$$

جدول آغازین سیمپلکس فازی به صورت زیر است:

basis	x_1	x_2	x_3	x_4	R.H.S.
$\tilde{z}$	$(-8,-5,5,2)$	$(-10,-6,6,2)$	$\tilde{0}$	$\tilde{0}$	$\tilde{0}$
x_3	2	3	1	0	6
x_4	5	4	0	1	10

جدول ۱: جدول آغازین سیمپلکس فازی

ازآنجایی که $(\tilde{y}_{01}, \tilde{y}_{02}) = ((-8,-5,5,2),(-10,-6,6,2))$ و $(\Re(\tilde{y}_{01}), \Re(\tilde{y}_{02})) = (-7.25, -9)$ متغیر x_2 وارد پایه می شود و متغیر x_3به عنوان متغیر خارج شونده تعیین می گردد. با به کارگیری الگوریتم سیمپلکس فازی ۳-۲ پس از ۲ تکرار جدول بهینه به صورت زیر به دست می آید.

basis	x_1	x_2	x_3	x_4	$R.H.S.$
$\tilde{z}$	$\tilde{0}$	$\tilde{0}$	$(\frac{-2}{7},\frac{30}{7},\frac{30}{7},\frac{38}{7})$	$(\frac{-5}{7},\frac{12}{7},\frac{18}{7},\frac{19}{7})$	$(\frac{90}{7},\frac{148}{7},\frac{32}{7},\frac{90}{7})$
x_2	0	1	$\frac{5}{7}$	$\frac{-2}{7}$	$\frac{10}{7}$
x_1	1	0	$\frac{-4}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{6}{7}$

جدول ۲: جدول بهینه سیمپلکس فازی

مثال٤-٢ مساله برنامه ریزی خطی با متغیر های فازی زیر را در نظر گیرید.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \tilde{z} \approx 3\tilde{x}_1 + 4\tilde{x}_2 \\ \text{s.t.} \quad & 3\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 \preceq (2,4,1,3) \\ & 2\tilde{x}_1 - 3\tilde{x}_2 \preceq (3,5,2,1) \\ & \tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \succeq \tilde{0}\ . \end{aligned}$$

جدول آغازین سیمپلکس فازی به صورت زیر است:

basis	$\widetilde{x}_1$	$\widetilde{x}_2$	$\widetilde{x}_3$	$\widetilde{x}_4$	R.H.S.
$\tilde{z}$	-3	-4	0	0	(0,0,0,0)
$\widetilde{x}_3$	3	1	1	0	(2,4,1,3)
$\widetilde{x}_4$	2	-3	0	1	(3,5,2,1)

جدول ۳: جدول آغازین سیمپلکس فازی

با به کارگیری الگوریتم سیمپلکس فازی ۳-۴ پس از یک تکرار جدول بهینه به صورت زیر بدست می آید.

basis	$\widetilde{x}_1$	$\widetilde{x}_2$	$\widetilde{x}_3$	$\widetilde{x}_4$	R.H.S.
$\tilde{z}$	9	0	4	0	(8,16,4,12)
$\widetilde{x}_2$	3	1	1	0	(2,4,1,3)
$\widetilde{x}_4$	11	0	3	1	(9,17,5,10)

جدول ٤: جدول بهینه سیمپلکس فازی

دراین صورت مقادیر بهینه متغیرهای فازی عبارتند از $\tilde{x}_1 \approx 0, \tilde{x}_2 \approx (2,4,1,3), \tilde{x}_3 \approx 0, \tilde{x}_4 \approx (9,17,5,10)$، و مقدار بهینه تابع هدف برابر است با $\tilde{z} \underset{\Re}{=} (8,16,4,12)$.

۵ نتیجه گیری

دراین مقاله دو مدل کلی مسایل برنامه ریزی خطی فازی را در نظر گرفته شده است: ۱) مسایل برنامه خطی با اعداد فازی ذوزنقه ای (FNLP)، ۲) مسایل برنامه ریزی خطی با متغیرهای فازی ذوزنقه ای (FVLP). با استفاده از توابع رتبه بندی خطی جواب پایه ای را برای هر دو نوع مساله برنامه ریزی خطی فازی تعریف کردیم. سپس شرایط بهینگی جواب را برای این مسایل به دست آوردیم و الگوریتم های سیمپلکس فازی برای حل این دو مدل برنامه ریزی خطی فازی پیشنهاد کردیم. الگوریتم های پیشنهاد شده برای حل هر دو نوع مساله برنامه ریزی خطی به کار گرفته شد و جداول بهینه آن ها را ارایه کردیم.

منابع

[1] R.E. Bellman and L.A. Zadeh, "Decision making in a fuzzy environment", Management Sci. 17 (1970) 141-164.

[2] J.C. Bezdek, “Fuzzy models – What are they, and why?”, IEEE Transactions on Fuzzy Systems 1 (1993) 1-9.
[3] L. Campos and J.L. Verdegay, “Linear programming problems and ranking of fuzzy numbers”, Fuzzy Sets and Systems 32 (1989) 1-11.
[4] M. Delgado, J.L. Verdegay, and M. A. Vila, “A general model for fuzzy linear programming”, Fuzzy Sets and Systems 29 (1989) 21-29.
[5] S.C. Fang and C.F. Hu, “Linear programming with fuzzy coefficients in constraint”, Comput. Math. Appl. 37 (1999) 63-76.
[6] G.J. Klir and B. Yuan, Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications, Prentice-Hall, PTR, New Jersey, 1995.
[7] Y.J. Lai and C.L. Hwang, Fuzzy Mathematical Programming Methods and Applications, Springer, Berlin, 1992.
[8] N. Mahdavi-Amiri and S.H. Nasseri, “Duality in fuzzy number linear programming by use of a certain linear ranking function”, Applied Mathematics and Computation 180 (2006) 206-216.
[9] N. Mahdavi-Amiri and S.H. Nasseri, “Duality results and a dual simplex method for linear programming problems with trapezoidal fuzzy variables”, Fuzzy Sets and Systems 158 (2007) 1961-1978.
[10] H.R. Maleki, M. Tata and M. Mashinchi, “Linear programming with fuzzy variables”, Fuzzy Sets and Systems 109 (2000) 21-33.
[11] H. Tanaka and H. Ichihashi, “A formulation of fuzzy linear programming problem based on comparison of fuzzy numbers”, Control Cybernet 13 (1984) 185-194.
[12] H. Tanaka, T. Okuda and K. Asai, “On fuzzy mathematical programming”, The Journal of Cybernetics 3 (1974) 37-46.
[13] J.L. Verdegay, “A dual approach to solve the fuzzy linear programming problem”, Fuzzy Sets and Systems 14 (1984) 131-141.
[14] X. Wang and E. Kerre, “Reasonable properties for the ordering of fuzzy quantities (2 parts), Fuzzy Sets and Systems 118 (2001) 375-405.
[15] R.R. Yager, “A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval”, Inform. Sci. 24 (1981) 143-161.
[16] H. J. Zimmermann, “Fuzzy programming and linear programming with several objective functions”, Fuzzy Sets and Systems 1 (1978) 45-55.