ارائه‌ی یک مدل نوین تحلیل پوششی داده‌ها برای شناسایی کاراترین واحد تصمیم‌گیری با داده‌های غیر دقیق

بابک سهرابی*[۱] و سروش نالچیگر[۲]
[۱] دانشیار دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران
[۲] دانشجوی دکترای مدیریت سیستم‌ها، دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۸/۱/۱۹ ، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۸/۱۱/۱۴ ، تاریخ تصویب ۸۸/۱۲/۴)

چکیده

در مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها (مثل مدل‌های CCR و BCC)،این فرض وجود دارد که مقدار عددی دقیقی برای ورودی‌ها و خروجی‌ها مشخص است. ولی بسیاری از اوقات در شرایط واقعی کسب و کار، تعیین مقدار عددی دقیق برای برخی ورودی‌ها و یا خروجی‌ها امکانپذیر نیست. در این مقاله، یک مدل نوین تحلیل پوششی داده‌ها ارائه می‌شود که کاربر را قادر می‌کند تا کاراترین واحد تصمیم‌گیری را با در نظر گرفتن داده‌های غیردقیق (بازه‌ای و رتبه‌ای) شناسایی کند. از مزایای مدل پیشنهادی این است که از کارایی محاسباتی بهره‌مندبوده و تنها با یک بار حل کردن آن، کاراترین واحد با داده‌های غیردقیق شناسایی می‌شود. به علاوه در این مقاله، کاربردپذیری مدل پیشنهادی در یک مسئله انتخاب تأمین‌کننده نشان داده شده است. در این مسئله، ۱۸ تأمین‌کننده با داده‌های غیردقیق وجود داشته و مدل پیشنهادی برای شناسایی کاراترین تأمین‌کننده به کار گرفته شده است. همچنین، نتایج مدل پیشنهادی با یکی از مدل‌های پیشین مورد مقایسه قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها[1]، داده غیردقیق[2]، داده بازه‌ای[3]، داده رتبه‌ای[4]، انتخاب تأمین‌کننده[5]

مقدمه

اساس توسعه و پیشرفت و ادامه‌ی حیات و بقای جوامع در گروی تولید، به مفهوم کلی است. فرآیند تولید در حقیقت فرآیندی است که در آن مجموعه‌ای از منابع تولیدی شامل نیروی انسانی، ماشین‌آلات، سرمایه و مدیریت بین واحدهای تصمیم‌گیری یا بنگاه‌های اقتصادی برای تبدیـل این منابع به کالا و خدمات توزیع شده است. در عصر حاضر با تغییر در الگوی مصرف و در نتیجه تغییر در الگوی تولید و از سویی محدودیت و گران بودن منابع، استفاده بهینه از نهاده‌ها در همه زمینه‌ها بیش از پیش احساس می‌شود. بدیهی است که ارتقای کارایی در این باره نقش بسزایی در بنگاه‌های اقتصادی و سازمان‌ها ایفا کرده و در این میان مدیران بیشترین نقش را در ارزیابی و بهبود کارایی در سازمان به عهده دارند. اندازه‌گیری کارایی به دلیل اهمیت آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان، همواره مورد توجه محققان قرار داشته است.

تحلیل پوششی داده‌ها، روشی غیر پارامتریک و مبتنی بر برنامه‌ریزی خطی است که در سال ۱۹۸۷ توسط چارنز و همکارانش برای ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری که وظایف یکسانی انجام می‌دهند، ابداع شد [۱]. لازم به ذکر است که از سال ۱۹۸۷ تا کنون، پیشرفت و تکامل زیادی در این حوزه انجام گرفته است. توان مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها به منظور پاسخگویی به نیازهای کاربردی سبب شده است که تحقیقات وسیعی در حوزه‌های علمی ریاضی، مدیریت، اقتصاد و مهندسی به عمل آید. می‌توان گفت به دلیل استفاده‌های موفق و ویژگی‌های کاربردی تحلیل پوششی داده‌ها و همچنین تحقیقات و مطالعات موردی منتشرشده در چند سال گذشته، این تکنیک، رشد بسیار روزافزونی داشته است [۲]. ارزیابی کارایی انبارهای داده[۳]، ارزیابی عملکرد شعب بانک [۵و۴]، تحلیل وضعیت مالی سازمان [۶]، اندازه‌گیری کارایی مؤسسه‌های آموزش عالی [۷]، طراحی چیدمان کارخانه [۸] و ارزیابی کارایی سرمایه‌گذاری سازمان‌ها در فناوری اطلاعات [۹] و اولویت‌بندی پروژه‌های سیستم اطلاعاتی [۱۰] نمونه‌هایی از کاربرد این تکنیک هستند.

مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها ابزار مناسبی برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیری مشابه هستند، ولی در واقع در عمل، موقعیت‌هایی وجود دارد که

* نویسنده مسئول : تلفن :۶۱۱۱۷۶۹۹ ، فاکس : ۸۸۰۰۳۰۸۸ ، Email: bsohrabi@ut.ac.ir

اطلاعات دقیقی از ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها وجود ندارد. به عبارتی در شرایطی، تعیین مقدار عددی دقیق برای برخی ورودی‌ها و یا خروجی‌ها امکان‌پذیر نیست. در چنین شرایطی نیازمند مدل‌هایی هستیم که کارایی واحدهای تصمیم‌گیری را با در نظر گرفتن داده‌های غیردقیق ارزیابی کنند. این مقاله، به ارائه‌ی مدلی نوین برای شناسایی کاراترین واحد تصمیم‌گیری با داده‌های غیردقیق می‌پردازد.

ساختار این مقاله، بدین ترتیب است: در بخش ۲، مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها معرفی می‌شوند. سپس در بخش سوم، ادبیات تحقیق در دو بخش ارائه می‌شود. در بخش ۳-۱، مدل‌های غیردقیق تحلیل پوششی داده‌ها مرور می‌شوند. در بخش ۳-۲ نیز، دو مدل برای شناسایی کاراترین واحد تصمیم‌گیری با داده‌های دقیق معرفی می‌شود. سپس در بخش ۴، مدلی برای شناسایی کاراترین واحد تصمیم‌گیری با داده‌های غیردقیق پیشنهاد می‌شود. در بخش ۵ نیز، با ارائه‌ی یک مثال عددی، کاربردپذیری مدل پیشنهادی نشان داده شده است. در انتها در بخش ۶، نتایج حاصل از مدل پیشنهادی با نتایج یکی از مدل‌های پیشین مورد مقایسه قرار می‌گیرد. این مقاله در بخش ۷ با ارائه‌ی نتیجه‌گیری به پایان می‌رسد.

۲ تحلیل پوششی داده‌ها

چارنز، کوپر و رودز در سال ۱۹۸۷ با استفاده از روش موزون اندازه‌گیری کارایی، مدل جدیدی ارائه کردند که به اندازه‌گیری و مقایسه کارایی نسبی واحدهای سازمانی مانند مدارس، بیمارستان‌ها، شعب بانک و غیره که چندین ورودی و خروجی شبیه دارند، می‌پردازد. مدل CCR کارایی واحد تحت بررسی را با حل مدل (۱) ارزیابی می کند [۱].

$$
\begin{aligned}
&\max \quad E_k = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} v_i X_{ik}} \\
&s.t. \\
&\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} v_i X_{ik}} \le 1 \qquad k = 1,2,\dots,n, \\
&u_r \ge 0 \qquad r = 1,2,\dots,s \\
&v_i \ge 0 \qquad i = 1,2,\dots m
\end{aligned}
$$

(۱)

با حل این مدل برای واحد تحت بررسی، کارایی نسبی این واحد و وزن‌های مطلوب برای رسیدن به این کارایی به دست می‌آید. محدودیت اول در این مدل، حداکثر یک بودن میزان کارایی واحدهای تصمیم‌گیری را تضمین کرده و محدودیت‌های بعدی نامنفی بودن وزن‌های ورودی‌ها و خروجی‌ها را تضمین می‌کند. برای به دست آوردن کارایی همه واحدهای تصمیم‌گیری (که تعداد آنها برابر با n است)، باید برای هر واحد یک مدل خاص آن حل شود. حل پی در پی این مدل‌ها با کمک نرم‌افزارهای کامپیوتری در زمینه برنامه‌ریزی خطی کار ساده‌ای است [۱۱]. باید دانست که منظور از کارایی نسبی، کارایی یک واحد تصمیم‌گیری نسبت به دیگر واحدهای تصمیم‌گیری است.

در سال ۱۹۸۴ بنکر، چارنز و کوپر با تغییر در مدل CCR مدل جدیدی را عرضه کردند که BCC نام گرفت. مدلBCC مدلی از انواع مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها است که در ارزیابی کارایی نسبی واحدهایی با بازده‌ی متغیر نسبت به مقیاس می‌پردازد[۱۲]. مدل‌های بازده به مقیاس ثابت، محدودکننده‌تر از مدل‌های بازده به مقیاس متغیر هستند. دلیل این موضوع، حالتِ خاص بودن مدل بازده ثابت به مقیاس از مدل بازده متغیر به مقیاس است.

فرض کنید که در مسئله‌ی n واحد تصمیم‌گیری وجود داشته که هر یک از آن‌ها m ورودی x_1 ، x_2، ... x_m و s خروجی y_1، y_2، ... y_s را داشته باشند. مدل BCC ورودی محور[۶] کارایی واحد تحت بررسی (DMU_0) را با حل مدل (۲) ارزیابی می کند.

$$
\begin{aligned}
&\max E_o = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} + u_o \\
&st. \\
&\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1, \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + u_0 \le 0, \qquad j = 1,2,\dots,n, \\
&u_r, v_i \ge 0, \qquad r = 1,2,\dots,s, i = 1,2,\dots,m, \\
&w\, free.
\end{aligned}
$$

(۲)

در این مدل x_{ij} و y_{rj} (که همه غیر منفی است) نمایانگر ورودی‌ها و خروجی‌های jاُمین واحد تصمیم‌گیری هستند و v_i و u_r نیز وزن‌های ورودی‌ها و خروجی‌ها است. بنابراین در این مدل، x_{i0} و y_{rj} ورودی‌ها و

خروجی‌های DMU_0 هستند. همچنین علامت u_0 بازده به مقیاس را برای هر واحد می‌تواند مشخص کند [۱۳].

مرور ادبیات تحقیق

در ادامه، ابتدا به مرور آن دسته از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها برای ارزیابی واحدها با داده‌های غیردقیق پرداخته و سپس به معرفی دو مدل برای شناسایی کاراترین واحد تصمیم‌گیری با داده‌های دقیق می‌پردازیم.

تحلیل پوششی داده‌های غیر دقیق

در مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها(مثل مدل‌های CCR و BCC)، این فرض وجود دارد که مقدار عددی دقیقی برای ورودی‌ها و خروجی‌ها مشخص بوده و مقیاس سنجش آن‌ها نسبی[۷] است[۱۵و۱۴].

کوپر و همکاران (۱۹۹۹) تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها را در کنار داده‌های غیردقیق قرار دادند. منظور از "داده‌های غیردقیق[۸]"، داده‌هایی است که در آن‌ها ورودی‌ها و خروجی‌ها در یک بازه‌ای از اعداد تعریف شده و یا برای آن‌ها رتبه در نظر گرفته می‌شود (داده بازه‌ای یا داده رتبه‌ای). کوپر و همکاران در تحقیق‌های خود برای اولین بار، اصطلاح "تحلیل پوششی داده‌های غیردقیق[۹]" را معرفی کردند.

منظور از این اصطلاح، مدل‌هایی است از اضافه کردن داده‌های بازه‌ای و رتبه‌ای، به مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی که از داده‌ها به دست آمده‌اند [۱۵].

باید توجه کرد که مدل‌های غیردقیق تحلیل پوششی داده‌ها، متفاوت است از مدل‌های تصادفی[۱۰] که در آن داده‌های غیردقیق با استفاده از احتمالات برآورد می‌شوند[۱۴]. در این قسمت، مدل‌هایی از تحلیل پوششی داده‌های غیردقیق بررسی می‌شوند.

مدل دِسپوتیس و اِسمیرلیس (۲۰۰۲). دسپوتیس و اسمیرلیس (۲۰۰۲) مدل CCR را توسعه دادند و مدلی ارائه کردند که واحدها را با در نظر گرفتن داده‌های بازه‌ای ارزیابی می‌کند [۶].

$$
\begin{aligned}
\max \quad & h_{jo} = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rjo}^L + p_{rjo}(y_{rjo}^U - y_{rjo}^L) \\
s.t. \quad & \\
& \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ijo}^L + q_{ijo}(x_{ijo}^U - x_{ijo}^L) = 1 \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L + p_{rj}(y_{rj}^U - y_{rj}^L) - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L + q_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \le 0 \\
& j = 1,\dots,n \\
& p_{rj} - u_r \le 0 \qquad r = 1,\dots,s; \quad j = 1,\dots,n \\
& q_{ij} - v_i \le 0 \qquad i = 1,\dots,m; \quad j = 1,\dots,n \\
& u_r, v_i \ge \varepsilon \qquad \forall r,i \\
& p_{rj} \ge 0, \quad q_{ij} \ge 0 \qquad \forall r,i,j
\end{aligned}
\tag{۳}
$$

در این مدل با توجه به بازه‌ای‌بودن ورودی‌ها و خروجی‌ها، x_{ij}^U و y_{rj}^U به ترتیب حد بالای میزان خروجی rام و حد بالای میزان ورودی iام برای واحد تصمیم‌گیری jام هستند. به علاوه x_{ij}^L و y_{rj}^L حدود پایین است. برای وارد کردن داده‌های بازه‌ای تبدیل زیر انجام شده است:

$$x_{ij} = x_{ij}^L + s_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L), \quad 0 \le s_{ij} \le 1$$
$$y_{rj} = y_{rj}^L + t_{rj}(y_{rj}^U - y_{rj}^L) \quad 0 \le t_{rj} \le 1$$

لازم به ذکر است که این محققان برای خطی‌کردن مدل، تغییر متغیر زیر را پیشنهاد کردند:

$q_{ij} = v_i s_{ij}$ و $p_{rj} = u_r t_{rj}$

مدل(۳) با در نظر گرفتن داده‌های بازه‌ای واحدها را ارزیابی کرده و آن‌ها را به دو دسته کارا و ناکارا تقسیم می‌کند. به علاوه این محققان در مقاله‌ی خود مدل(۳) را توسعه داده و مدلی ارائه کردند که واحدها را با در نظر گرفتن داده‌های بازه‌ای و رتبه‌ای ارزیابی می‌کند[۱۶].

مدل ژو (۲۰۰۳). ژو (۲۰۰۳) محدودیت‌هایی برای داده‌های غیردقیق به مدل CCR وارد کرد[i]. با اضافه کردن این محدودیت‌ها به مدل CCR، مدلی غیرخطی به دست آمد[۱۴]. ژو برای خطی کردن این مدل، تغییر متغیر زیر را پیشنهاد کرد:

$$X_{ij} = w_i x_{ij} \qquad \forall i,j$$
$$Y_{ij} = u_r y_{rj} \qquad \forall r,j$$

با انجام تغییر این متغیر، ژو مدل CCR را توسعه داد

[i] لازم به ذکر است که برای جلوگیری از طولانی شدن بخش "مرور ادبیات تحقیق"، از تشریح این محدودیت‌ها صرفنظر شده است.

و مدل (۴) را ارائه کرد که قابلیت ارزیابی واحدها با داده‌های غیردقیق را دارد.

$$\begin{aligned}
&\pi_o^* = \max \sum_{r=1}^{s} Y_{ro} \\
&s.t. \\
&\sum_{r=1}^{s} Y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \le 0 \\
&\sum_{i=1}^{m} X_{io} = 1 \\
&X_{ij} \in \widetilde{D}_i^- \\
&Y_{rj} \in \widetilde{D}_r^+ \\
&X_{ij} \ge 0 \quad \forall i \\
&Y_{rj} \ge 0 \quad \forall_r
\end{aligned} \tag{۴}$$

این مدل، در واقع مدلی است که با در نظر گرفتن داده‌های غیردقیق، واحدهای تصمیم‌گیری را ارزیابی کرده و آن‌ها را به دو دسته کارا و ناکارا تقسیم می‌کند[۱۴]. با این وجود، مدل‌های پیشنهادی دسپوتیس و اسمیرلیس (۲۰۰۲) و ژو (۲۰۰۳) یک نقص مهم دارند.

در واقع این مدل‌ها، واحدها را به دو دسته کارا و ناکارا تقسیم می‌کند، ولی در مورد اینکه از بین واحدهای کارا، کدام واحد کاراترین است، اطلاعات چندانی نمی‌دهد.

بررسی مدل‌های موجود در زمینه تحلیل پوششی داده‌های غیردقیق حاکی از این است که مدلی برای شناسایی کاراترین واحد با داده‌های غیردقیق وجود ندارد. این تحقیق به ارائه‌ی مدلی می‌پردازد که ضمن در نظر گرفتن داده‌های غیردقیق، کاراترین واحد تصمیم‌گیری را تنها با حل یک مدل برنامه‌ریزی مختلط شناسایی می‌کند.

مدل‌هایی برای شناسایی کاراترین واحد تصمیم‌گیری

امین و طلوع (۲۰۰۷)، مدل جدیدی برای شناسایی کاراترین واحد تصمیم‌گیری ارائه کردند. مدل (۵) کاربر را قادر می‌کند تا با یک بار حل یک مدل برنامه‌ریزی مختلط(بدون نیاز به حل n مدل برنامه‌ریزی خطی)، کاراترین واحد (با داده‌های دقیق) را از میان n واحد تصمیم‌گیری، شناسایی کند[۱۷].

$$\begin{aligned}
&M^* = \min M \\
&s.t. \\
&M - d_j \ge 0 \qquad j = 1,2,\dots,n \\
&\sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} \le 1 \qquad j = 1,2,\dots,n \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} + d_j - \beta_j = 0 \qquad j = 1,2,\dots,n \\
&\sum_{j=1}^{n} d_j = n-1 \\
&0 \le \beta_j \le 1, d_j \in \{0,1\} \quad j = 1,2,\dots,n \\
&w_i \ge \varepsilon^* \quad i = 1,2,\dots,m \\
&u_r \ge \varepsilon^* \quad r = 1,2,\dots,s
\end{aligned} \tag{۵}$$

در این مدل، x_{ij} و y_{rj} به ترتیب میزان خروجی rام و میزان ورودی iام برای واحد تصمیم‌گیری jام هستند. s تعداد خروجی‌ها و m تعداد ورودی‌های واحدهای تصمیم‌گیری هستند. n نیز تعداد واحدهای تصمیم‌گیری است. لازم به ذکر است که شدنی‌بودن و پایداری مدل (۳) در مقاله امین و طلوع (۲۰۰۷) به طور کامل اثبات شده است [۱۷]. در ادامه اجزای مدل (متغیرهای تصمیم، تابع هدف و محدودیت‌ها) توضیح داده می‌شود.

متغیرهای تصمیم: در مدل معرفی‌شده، u_r وزن مربوط به خروجی rام و w_i وزن مربوط به ورودی iام است. در این مدل، d_j یک متغیر از نوع صفر و یک بوده و میزان ناکارایی را بیان می‌کند. به عبارتی هر چه d_j کمتر باشد، میزان ناکارایی برای واحد jام کمتر (و بنابراین کارایی بیشتر) می‌شود.

M نیز حداکثر میزان ناکارایی را نشان می‌دهد. متغیر β_j نیز با توجه به گسسته‌بودن مقدار متغیر d_j در مدل قرار گرفته و مقدار آن نیز بین صفر و یک و یا مساوی آن‌ها است.

ε^* نیز برای غیرصفر شدن متغیرهای w_i و u_r به عنوان حد پایینی آن‌ها در نظر گرفته شده است. امین و طلوع (۲۰۰۷) استفاده از مدل (۶) را برای تعیین مقدار ε^* پیشنهاد کردند [۱۷].

$$\begin{aligned}
&\varepsilon^* = \max \varepsilon\\
&s.t.\\
&\sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} \le 1 && j=1,2,\dots,n\\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} \le 0 && j=1,2,\dots,n\\
&w_i - \varepsilon \ge 0 && i=1,2,\dots,m\\
&u_r - \varepsilon \ge 0 && r=1,2,\dots,s
\end{aligned} \qquad (۶)$$

تابع هدف: در این مدل، هدف حداقل کردن حداکثر میزان ناکارایی واحدهای تصمیم‌گیری است.

محدودیت‌ها: محدودیت اول در مدل باعث می‌شود تا حداکثر میزان ناکارایی برابر با M باشد. محدودیت دوم، ورودی محوربودن مدل را نشان می‌دهد. محدودیت سوم نیز ایجاب می‌کند تا کارایی واحدهای تصمیم‌گیری فراتر از یک نشود.

با توجه به اینکه متغیر d_j از نوع صفر و یک بوده، محدودیت $\sum_{j=1}^{n} d_j = n-1$ ایجاب می‌کند که فقط یکی از واحدهای تصمیم‌گیری به عنوان واحد کارا شناخته شود. کاراترین واحد تصمیم‌گیری، واحدی است که d_j مربوط به آن صفر است[۱۷].

باید دانست که مدل (۵) مدل دارای ساختار بازده به مقیاس ثابت است و در شرایطی کاربرد دارد که واحدهای تصمیم‌گیری دارای بازده به مقیاس ثابت هستند.

این بدان معنی است که مدل (۵) در شرایط بازده به مقیاس متغیر کاربرد ندارد. برای رفع این مشکل، طلوع و نالچیگر (۲۰۰۸)، مدل (۵) را توسعه دادند، به طوری که کاراترین واحد تصمیم‌گیری را در شرایط بازده به مقیاس متغیر با یک بار حل یک مدل برنامه‌ریزی مختلط پیدا می‌کند[۱۸].

مدل (۷) ساختار مشابهی به مدل (۵) دارد، با این تفاوت که اضافه‌شدن متغیر u_0 امکان مقایسه واحدهای تصمیم‌گیری را در شرایط بازده متغیر به مقیاس فراهم می‌کند.

$$\begin{aligned}
&M^* = \min M\\
&s.t.\\
&M - d_j \ge 0 && j=1,2,\dots,n\\
&\sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} \le 1 && j=1,2,\dots,n\\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - u_0 - \sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} + d_j - \beta_j = 0 && j=1,2,\dots,n\\
&\sum_{j=1}^{n} d_j = n-1\\
&0 \le \beta_j \le 1,\ d_j \in \{0,1\} \quad j=1,2,\dots,n\\
&M, u_0 \quad free\\
&w_i \ge \varepsilon^* \quad i=1,2,\dots,m\\
&u_r \ge \varepsilon^* \quad r=1,2,\dots,s
\end{aligned} \qquad (۷)$$

لازم به ذکر است که شدنی‌بودن و پایداری مدل (۷) در مقاله طلوع و نالچیگر (۲۰۰۹) به طور کامل اثبات شده است. طلوع و نالچیگر (۲۰۰۹) همچنین با گسترش مدل (۶)، مدل (۸) را برای تعیین مقدار ε^* در مدل (۷) پیشنهاد کردند [۱۸].

$$\begin{aligned}
&\varepsilon^* = \max \varepsilon\\
&s.t.\\
&\sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} \le 1 && j=1,2,\dots,n\\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - u_0 - \sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} \le 0 && j=1,2,\dots,n\\
&w_i - \varepsilon \ge 0 && i=1,2,\dots,m\\
&u_r - \varepsilon \ge 0 && r=1,2,\dots,s
\end{aligned} \qquad (۸)$$

همچنین به تازگی امین (۲۰۰۹) مدل (۷) را توسعه داده و مدلی غیرخطی برای شناسایی کاراترین واحد ارائه کرده است [۲۳]. بررسی ادبیات موضوع، نشان می‌دهد که مدلی برای شناسایی کاراترین واحد با داده‌های غیردقیق وجود ندارد. به عبارتی مدل‌های مطرح‌شده در بخش ۳-۱، واحدها با داده‌های غیردقیق را ارزیابی کرده، ولی کاراترین واحد را شناسایی نمی‌کنند. از طرفی مدل‌های معرفی‌شده در بخش ۳-۲، کاراترین واحد را با داده‌های دقیق شناسایی می‌کنند.

در بخش بعدی، مدل‌هایی برای شناسایی کاراترین واحد با داده‌های غیردقیق ارائه می‌شود.

مدل پیشنهادی

همان طور که در بخش ادبیات موضوع گفته شد، کوپر و همکاران (۱۹۹۹) مطرح کردند که در بعضی موارد داده‌های مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها غیردقیق بوده و به صورت داده بازه‌ای یا ترتیبی باشد:

- داده بازه‌ای:

$$\underline{y}_{rj} \le y_{rj} \le \overline{y}_{rj} \quad \text{and} \quad \underline{x}_{ij} \le x_{ij} \le \overline{x}_{ij} \qquad \text{for } r \in \text{BO}, i \in \text{BI} \tag{۹}$$

که در آن $\underline{y}_{rj}$ و $\underline{x}_{ij}$ حد پایین و $\overline{y}_{rj}$ و $\overline{x}_{ij}$ حد بالا بوده و BO و BI مجموعه‌هایی هستند که به ترتیب شامل خروجی‌ها و ورودی‌های بازه‌ای هستند.

- داده رتبه‌ای:

$$y_{rj} \le y_{rk} \quad \text{and} \quad x_{ij} \le x_{ik} \qquad \text{for } j \ne k,\ r \in \text{DO}, i \in \text{DI}$$

و یا به طور ساده‌تر:

$$y_{r1} \le y_{r2} \le \ldots \le y_{rk} \le \ldots \le y_{rn} \quad (r \in \text{DO}), \tag{۱۰}$$

$$x_{i1} \le x_{i2} \le \ldots \le x_{ik} \le \ldots \le x_{in} \quad (i \in \text{DI}), \tag{۱۱}$$

که در آن، DO و DI مجموعه‌هایی هستند که به ترتیب شامل خروجی‌ها و ورودی‌های رتبه‌ای هستند. لازم به ذکر است که در شرایط و مسائلی خاص، عبارت‌های (۱۰) و (۱۱) می‌توانند از نوع رتبه‌ای کامل[11] بوده و به صورت زیر باشند:

$$y_{r1} < y_{r2} < \ldots < y_{rk} < \ldots < y_{rn} \quad (r \in \text{SO}), \tag{۱۲}$$

$$x_{i1} < x_{i2} < \ldots < x_{ik} < \ldots < x_{in} \quad (i \in \text{SI}), \tag{۱۳}$$

که در آن SO و SI مجموعه‌هایی هستند که به ترتیب شامل خروجی‌ها و ورودی‌های رتبه‌ای هستند.

حال فرض کنید که معادلات (۹) تا (۱۳) را به عنوان محدودیت به مدل (۵) اضافه شوند. نتیجه مدل به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
& M^* = \min M \\
& s.t. \\
& M - d_j \ge 0 && j = 1,2,\ldots,n \\
& \sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} \le 1 && j = 1,2,\ldots,n \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} + d_j - \beta_j = 0 && j = 1,2,\ldots,n \\
& \sum_{j=1}^{n} d_j = n-1 \\
& 0 \le \beta_j \le 1, d_j \in \{0,1\} && j = 1,2,\ldots,n \\
& (x_{ij}) \in \Theta_i^- \\
& (y_{rj}) \in \Theta_r^+ \\
& w_i \ge \varepsilon && i = 1,2,\ldots,m \\
& u_r \ge \varepsilon && r = 1,2,\ldots,s
\end{aligned} \tag{۱۴}$$

که در آن $(x_{ij}) \in \Theta_i^-$ و $(y_{rj}) \in \Theta_r^+$ یک یا همه معادلات (۹) تا (۱۳) است. همانند مدل‌های قبلی، در این مدل نیز x_{ij} و y_{rj} به ترتیب میزان خروجی rام و میزان ورودی iام برای واحد تصمیم‌گیری jام هستند. s تعداد خروجی‌ها و m تعداد ورودی‌های واحدهای تصمیم‌گیری هستند. n نیز تعداد واحدهای تصمیم‌گیری است.

بدیهی است که مدل (۱۰) مدلی غیرخطی و غیرهمگرا است؛ چرا که در آن، بعضی ورودی‌ها و خروجی‌ها به متغیرهای تصمیم (که مقدارشان غیردقیق و نامشخص است) تبدیل شده‌اند. بنابراین با توجه به غیرخطی بودن و غیرهمگرا بودن این مدل، پیدا کردن جواب بهینه ممکن نی‌ست.

در این مقاله، برای خطی‌کردن مدلی مانند مدل (۱۴)، از تغییر متغیر پیشنهادشده توسط ژو (۲۰۰۳) استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
X_{ij} &= w_i x_{ij} && \forall i, j \\
Y_{ij} &= u_r y_{rj} && \forall r, j
\end{aligned} \tag{۱۵}$$

با انجام این تغییر متغیر، مدل (۱۴) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$
\begin{aligned}
& M^* = \min M \\
& s.t. \\
& M - d_j \geq 0 && j=1,2,\dots,n \\
& \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \leq 1 && j=1,2,\dots,n \\
& \sum_{r=1}^{s} Y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} X_{ij} + d_j - \beta_j = 0 && j=1,2,\dots,n \\
& \sum_{j=1}^{n} d_j = n-1 \\
& 0 \leq \beta_j \leq 1, d_j \in \{0,1\} && j=1,2,\dots,n \\
& X_{ij} \in \widetilde{D}_i^- \\
& Y_{rj} \in \widetilde{D}_i^+ \\
& X_{ij} \geq \varepsilon^* && \forall i,j \\
& Y_{rj} \geq \varepsilon^* && \forall r,j
\end{aligned}
\qquad (۱۶)
$$

که در آن، $\widetilde{D}_i^-$ و $\widetilde{D}_i^+$ جایگزین Θ_i^- و Θ_r^+ شده‌اند:

- بر اساس این تغییر متغیر، محدودیت‌های مربوط به داده‌های بازه‌ای بدین صورت نوشته می‌شوند:

$$\underline{y}_{rj} u_r \leq Y_{rj} \leq \overline{y}_{rj} u_r \;, \quad \underline{x}_{ij} w_i \leq X_{ij} \leq \overline{x}_{ij} w_i$$

بر اساس این تغییر متغیر، محدودیت‌های مربوط به داده‌های رتبه‌ای بدین ترتی‌ب نوشته می‌شوند:

(برای $Y_{rj} \leq Y_{rk} \;,\quad X_{ij} \leq X_{ik} \quad \forall j \neq k$
بعضی از **r** و **j**ها)

- برای داده‌های دقیق نیز، ای‌ن محدودیت وارد مدل می‌شود:

$$X_{ij} = \hat{x}_{ij} \;\text{و}\; Y_{rj} = \hat{y}_{rj} u_r$$

که در آن $\hat{y}_{rj}$ و $\hat{x}_{ij}$ مقدار عددی ورودی‌ها و خروجی‌های دقیق هستند. در این مدل نیز، d_j یک متغیر از نوع صفر و یک بوده و میزان ناکاراییِ واحد *j*ام را بیان می‌کند. به عبارتی هر چه d_j کمتر باشد، میزان ناکارایی برای واحد *j*ام کمتر (بنابراین کارایی بیشتر) می‌شود. M نیز حداکثر میزان ناکارایی را نشان می‌دهد. متغیر β_j نیز با توجه به گسسته‌بودن مقدار متغیر d_j در مدل قرار گرفته و مقدار آن نیز بین صفر و یک و یا مساوی آن‌ها است.

در این مدل، هدف حداقل‌کردن حداکثر میزان ناکارایی واحدهای تصمیم‌گیری است. با توجه به اینکه متغیر d_j از نوع صفر و یک بوده، محدودیت $\sum_{j=1}^{n} d_j = n-1$ ایجاب می‌کند که فقط یکی از واحدهای تصمیم‌گیری به عنوان واحد کارا شناخته شود.

کاراترین واحد تصمیم‌گیری، واحدی است که d_j مربوط به آن صفر است.

به طور کلی، مدل (۱۶) مدلی است که از توسعه مدل امین و طلوع (۲۰۰۷) به دست آمده و در شرایطی که داده‌های ورودی‌ها و خروجی‌ها در سه نوع بازه‌ای، رتبه‌ای و دقیق هستند، کاربرد دارد. به علاوه، برای به دست آوردن ε^*، با توسعه مدل (۶)، مدل زیر حاصل می‌شود:

$$
\begin{aligned}
& \varepsilon^* = \max \varepsilon \\
& s.t. \\
& \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \leq 1 && j=1,2,\dots,n \\
& \sum_{r=1}^{s} Y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \leq 0 && j=1,2,\dots,n \\
& X_{ij} \in \widetilde{D}_i^- \\
& Y_{rj} \in \widetilde{D}_i^+ \\
& X_{ij} - \varepsilon \geq 0 && \forall\, i,j \\
& Y_{rj} - \varepsilon \geq 0 && \forall r,j
\end{aligned}
\qquad (۱۷)
$$

همان طور که در بخش (۳-۲) این مقاله توضیح داده شد، مدل (۵) دارای ساختار بازده ثابت به مقیاس بوده و بنابراین در شرایطی که واحدها در حالت بازده متغیر به مقیاس عمل می‌کنند، کاربرد ندارد.

بدیهی است مدل (۱۶) نیز (که از توسعه مدل (۵) به دست آمده است) ساختار بازده ثابت به مقیاس دارد.

از طرفی در قسمت (۳-۲) مطرح شد که مدل پیشنهادی طلوع و نالچیگر (۲۰۰۹)، کاراترین واحد تصمیم‌گیری را در شرایط بازده به مقیاس متغیر شناسایی می‌کند.

با اضافه کردن معادلات (۹) تا (۱۳) به مدل طلوع و نالچیگر (۲۰۰۹)و خطی‌کردن مدلِ حاصل از آن، مدل (۱۸) به دست می‌آید.

$$
\begin{aligned}
& M^* = \min M \\
& s.t. \\
& M - d_j \geq 0 && j=1,2,\ldots,n \\
& \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \leq 1 && j=1,2,\ldots,n \\
& \sum_{r=1}^{s} Y_{rj} - u_0 - \sum_{i=1}^{m} X_{ij} + d_j - \beta_j = 0 && j=1,2,\ldots,n \\
& \sum_{j=1}^{n} d_j = n-1 \\
& 0 \leq \beta_j \leq 1, d_j \in \{0,1\} && j=1,2,\ldots,n \\
& X_{ij} \in \widetilde{D}_i^- \\
& Y_{rj} \in \widetilde{D}_i^+ \\
& X_{ij} \geq \varepsilon^* && \forall\, i,j \\
& Y_{rj} \geq \varepsilon^* && \forall\, r,j \\
& u_0 \quad free
\end{aligned}
\tag{18}
$$

همان طور که گفته شد، تفاوت مدل (۱۸) و مدل (۱۶) در ساختار بازده به مقیاس است. مدل (۱۶) در شرایط بازده به مقیاس ثابت و مدل (۱۸) در شرایط بازده متغیر به مقیاس کاربرد دارد. لازم به ذکر است که این تفاوت ناشی از وجود متغیر u_0 در محدودیت سوم مدل (۱۸) است. در واقع این متغیر ماهیت بازده متغیر به مقیاس را در مدل (۱۸) نشان می‌دهد. در قسمت بعدی این مقاله، کاربردپذیری مدل (۱۶) را در شناسایی کاراترین واحد تصمیم‌گیری با داده‌های غیردقیق نشان می‌دهیم.

کاربرد مدل

مدیریت زنجیره تأمین[۱۲] و مزیت رقابتی حاصل از آن، تحت تأثیر همکاری و اتحاد استراتژیک با تأمین‌کننده‌ها و ارائه‌دهندگان خدمات است. در واقع، موفقیت و کارآمدی زنجیره تأمین تا حد زیادی به انتخاب تأمین‌کنندگان مناسب بستگی دارد [۱۹]. دوبلر و همکاران (۱۹۹۰) معتقدند که انتخاب تأمین‌کننده، بخش مهمی از مدیریت تولید و لجستیک هر بنگاه تجاری است[۲۰]. به علاوه، بوئر و همکاران (۲۰۰۱) مطرح می‌کنند که انتخابِ مناسبِ تأمین‌کننده، هزینه خرید مواد را کاهش داده و رقابت‌پذیری بنگاه را افزایش می‌دهد[۲۰]. در این قسمت، به ارائه‌ی یک مثال عددی انتخاب تأمین‌کننده با داده‌های غیردقیق می‌پردازیم. این مثال (که در [۲۲] آمده است) حاوی داده‌های غیردقیق ۱۸ تأمین‌کننده است. در این مثال، تأمین‌کننده‌ها دو ورودی و یک خروجی دارند. ورودی‌ها شامل هزینه ارسال کالا[۱۳] و شهرت تأمین‌کننده[۱۴] است. هزینه ارسال کالا که با TC نشان داده می‌شود، به طور دقیق آورده شده است. به علاوه، شهرت تأمین‌کننده نیز معیاری کیفی بوده و به طور رتبه‌ای آورده شده است. همچنین تعداد صورتحساب‌ها و حوالجاتِ بدون مشکل[۱۵] به عنوان خروجی تأمین‌کننده و به شکل بازه‌ای در نظر گرفته شده و با NB نشان داده شده است [۲۲]. جدول (۱) این داده‌ها را ارائه می‌کند.

جدول ۱: داده‌های تأمین‌کننده‌ها[۲۲]

واحدهای تصمیم‌گیری (تأمین‌کننده)	ورودی‌ها		خروجی
	هزینه ارسال کالا ($\mathrm{TC}x_{1j}$)	شهرت تأمین‌کننده* ($\mathrm{SR}x_{2j}$)	تعداد صورتحساب بدون مشکل ($\mathrm{NB}y_{1j}$)
۱	۲۵۳	۵	[۵۰ ، ۶۵]
۲	۲۶۸	۱۰	[۶۰ ، ۷۰]
۳	۲۵۹	۳	[۴۰ ، ۵۰]
۴	۱۸۰	۶	[۱۰۰ ، ۱۶۰]
۵	۲۵۷	۴	[۴۵ ، ۵۵]
۶	۲۴۸	۲	[۸۵ ، ۱۱۵]
۷	۲۷۲	۸	[۷۰ ، ۹۵]
۸	۳۳۰	۱۱	[۱۰۰ ، ۱۸۰]
۹	۳۲۷	۹	[۹۰ ، ۱۲۰]
۱۰	۳۳۰	۷	[۵۰ ، ۸۰]
۱۱	۳۲۱	۱۶	[۲۵۰ ، ۳۰۰]
۱۲	۳۲۹	۱۴	[۱۰۰ ، ۱۵۰]
۱۳	۲۸۱	۱۵	[۸۰ ، ۱۲۰]
۱۴	۳۰۹	۱۳	[۲۰۰ ، ۳۵۰]
۱۵	۲۹۱	۱۲	[۴۰ ، ۵۵]
۱۶	۳۳۴	۱۷	[۷۵ ، ۸۵]
۱۷	۲۴۹	۱	[۹۰ ، ۱۸۰]
۱۸	۲۱۶	۱۸	[۹۰ ، ۱۵۰]

* داده‌های این ورودی از نوع رتبه‌ای است. به عبارتی واحدی که در این ورودی رتبه اول را کسب کرده، کمتر از دیگر واحدها ورودی مصرف کرده است ($x_{218} > x_{216} > \ldots > x_{217}$).

ابتدا معادلات مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌های تأمین‌کننده‌ها را تشکیل می‌دهیم. نتیجه به این ترتیب است:

- هزینه ارسال کالا (داده دقیق):

$$\Theta_1^- = \left\{ \begin{array}{l} x_{11} = 253 \,;\, x_{12} = 268 \,;\, x_{13} = 259 \,; \\ \ldots;\, x_{118} = 216 \end{array} \right\}$$

- شهرت تأمین‌کننده (داده رتبه‌ای):

$$\Theta_2^- = \{x_{218} \geq x_{216} \geq \ldots \geq x_{217}\}$$

- تعداد صورتحساب بدون مشکل (داده بازه‌ای):

$$\Theta_1^+ = \left\{\begin{array}{l} 50 \leq y_{11} \leq 65; 60 \leq y_{12} \leq 70; \\ 40 \leq y_{13} \leq 50, \ldots, 90 \leq y_{118} \leq 150 \end{array}\right\}$$

حال برای خطی‌کردن مدل، تغییر متغیر را (که در قسمت قبلی توضیح داده شد) انجام می‌دهیم:

$$\widetilde{D}_1^- = \left\{\begin{array}{l} X_{11} = 253w_1; X_{12} = 268w_1; X_{13} = 259w_1 \\ ,\ldots, X_{118} = 216w_1 \end{array}\right\}$$

$$\widetilde{D}_2^- = \{X_{218} \geq X_{216} \geq \ldots \geq X_{217}\}$$

$$\widetilde{D}_1^+ = \left\{\begin{array}{l} 50\mu_1 \leq Y_{11} \leq 65\mu_1; 60\mu_1 \leq Y_{12} \leq 70\mu_1 \\ ; 40\mu_1 \leq Y_{13} \leq 50\mu_1; \ldots; 90\mu_1 \leq Y_{118} \leq 150\mu_1 \end{array}\right\}$$

حال برای ارزیابی تأمین‌کننده‌ها و شناسایی کاراترین واحد، نیاز داریم تا با حل مدل (۱۷) مقدار ε^* را به دست آورده و در مدل (۱۶) قرار دهیم.

با استفاده از نرم‌افزار WinQSB به حل مدل (۱۷) پرداختیم و مقدار ۰/۱۹۷۲ برای ε^* به دست آمد. سپس این مقدار را در مدل (۱۶) قرار می‌دهیم.

با حل مدل (۱۲) نتیجه ($d_4^* = 0,\ d_{j\neq 4}^* = 1$) به دست می‌آید. این نتیجه حاکی از این است که تأمین‌کننده ۴، کاراترین تأمین‌کننده است. به علاوه مقدار بهینه دیگر متغیرها در جدول (۲) آورده شده است.

مقایسه نتایج مدل با روش‌های قبلی

در این قسمت، به مقایسه نتیجه حاصل از مدل پیشنهادی با مدل مطرح‌شده توسط ژو (۲۰۰۳) می‌پردازیم. مدل پیشنهادی توسط این محقق در بخش ۳-۱ این مقاله معرفی شد.

ای‌ن مدل، در ادبیات تحلیل پوششی داده‌ها مورد استقبال قرار گرفته و توسط محققان دیگر حوزه تصمیم‌گیری استفاده شده است.

به عنوان مثال، فرضی‌پور (۲۰۰۷) از این مدل برای ارزیابی و انتخاب تأمین‌کننده با داده‌های غیردقیق استفاده کرد [۲۲]. با ۱۸ بار اجرای این مدل برای داده‌های جدول (۱)، برای هر یک از تأمین‌کننده‌ها امتیازی به دست می‌آید.

جدول (۲) نتایج این مدل را در مقایسه با مدل پیشنهادی نشان می‌دهد.

جدول۲: مقایسه نتایج مدل پیشنهادی با مدل ژو

واحدهای تصمیم‌گیری (تأمین‌کننده)	امتیاز کارایی بر اساس مدل ژو	نتایج مدل پیشنهادی
۱	۰/۷۲۲	$d_1^* = 1$
۲	۰/۷	$d_2^* = 1$
۳	۰/۵۵۶	$d_3^* = 1$
۴	۱	$d_4^* = 0$
۵	۰/۶۱۱	$d_5^* = 1$
۶	۱	$d_6^* = 1$
۷	۰/۹۵	$d_7^* = 1$
۸	۱	$d_8^* = 1$
۹	۱	$d_9^* = 1$
۱۰	۰/۸	$d_{10}^* = 1$
۱۱	۱	$d_{11}^* = 1$
۱۲	۰/۷۵	$d_{12}^* = 1$
۱۳	۰/۶۶	$d_{13}^* = 1$
۱۴	۱	$d_{14}^* = 1$
۱۵	۰/۵۵	$d_{15}^* = 1$
۱۶	۰/۳۴	$d_{16}^* = 1$
۱۷	۱	$d_{17}^* = 1$
۱۸	۰/۸۹۲	$d_{18}^* = 1$

مدل ارائه‌شده توسط ژو نیازمند این است که ۱۸ مدل برنامه‌ریزی خطی حل شده تا ۷ مورد از تأمین‌کننده‌ها به عنوان واحدهای کارا شناسایی شوند. این در حالی است که مدل پیشنهادی در این مقاله، تصمیم‌گیرنده را قادر می‌کند تا با حل یک مدل برنامه‌ریزی مختلط، تأمین‌کننده چهارم را به عنوان کاراترین واحد شناسایی کند(جدول ۲ نشان می‌دهد که مدل ژو تأمین‌کننده چهارم را به همراه ۶ تأمین‌کننده‌ی دیگر به عنوان واحدهای کارا شناسایی کرده است). بدیهی است که با استفاده از مدل ژو، تصمیم‌گیرنده قادر نی‌ست تا کاراترین تأمین‌کننده را شناسایی کند. به علاوه، در عمل با افزایش تعداد ورودی‌ها و خروجی‌های تأمین‌کننده‌ها، مدل ژو تعداد بیشتری از واحدها را به عنوان واحد کارا شناسایی می‌کند و این باعث می‌شود که تصمیم‌گیرنده در انتخاب

دچار مشکل شود. این در حالی است که مدل پیشنهادی دراین مقاله، از بین همه واحدها، کاراترین را شناسایی می‌کند. در انتها می‌توان گفت مدل پیشنهادی در مقایسه با مدل ژو از کارایی محاسباتی بهره‌منداست.

نتیجه‌گیری

در سال‌های گذشته با توجه به رقابت شدید در صحنه اقتصادی، به دلیل افزایش تعداد بنگاه‌های اقتصادی و نیز محدودیت و گران‌بودن منابع، استفاده بهینه از منابع و نهاده‌ها برای تبدیل آن‌ها به کالاها و خدمات، بیش از گذشته احساس می‌شود، به طوری که توجه نداشتن جدی به این مهم، بقاء و ادامه حیات سازمان‌ها را دچار چالش و ترید خواهد کرد. تحلیل پوششی داده‌ها، روشی غیر پارامتریک و مبتنی بر برنامه‌ریزی خطی است که توسط چارنز و همکارانش برای ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری که وظایف یکسانی انجام می‌دهند، ابـــداع شد. قابلیت‌ها و ویژگی‌های منحصر به فرد مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها در دو دهه گذشته توانسته است به سرعت هم از لحاظ نظری و هم از نظر کاربردی موقعیت ویژه‌ای را به خود اختصاص دهد.

در دنیای واقع در عمل موقعیت‌هایی وجود دارد که اطلاعات دقیق از ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها وجود ندارد. به عبارتی در شرایطی تعیین مقدار عددی دقیق برای برخی ورودی‌ها و یا خروجی‌ها امکانپذیر نی‌ست. در این مقاله، یک مدل نوین تحلیل پوششی داده‌ها ارائه شد که کاربر را قادر می‌کند تا کاراترین واحد تصمیم‌گیری را با در نظر گرفتن داده‌های غیردقیق (بازه‌ای و رتبه‌ای) شناسایی کند. مثال عددی ارائه‌شده و همچنین مقایسه نتایج مدل پیشنهادی با مدل‌های پیشین حاکی از این است که مدل پیشنهادی از کاراییِ محاسباتی بهره‌مند بوده و تنها با یک بار حل کردن آن، کاراترین واحد با داده‌های غیردقیق شناسایی می‌شود.

مراجع

1- Charnes, A., Cooper, W. W., and Rhodes, E. (1978). "Measuring the efficiency of decision-making units.", *European Journal of Operational Research*, 2, 429–444.

2- Toloo, M., Sohrabi, B. and Nalchigar, S. (2009). "A new method for ranking discovered rules from data mining by DEA." *Expert Systems with Applications,* 36, 8503-8508.

3- Mannino, M., Hong, S.N. and Choi, I.J. (2008). "Efficiency evaluation of data warehouse operations." *Decision Support Systems*, 44, 883-898.

4- Edirisinghe, N.C.P. and Zhang, X. (2007). "Generalized DEA model of fundamental analysis and its application to portfolio optimization." *Journal of Banking & Finance*, 31, 3311-3335.

5- Camanho, A. S. and Dyson, R.G. (2005). "Cost efficiency measurement with price uncertainty: a DEA application to bank branch assessments." *European Journal of Operational Research*, 161, 432-446.

6- Chen, X., Skully M., and Brown, K. (2005). "Banking efficiency in China: Application of DEA to pre- and post-deregulation eras: 1993-2000." *China Economic Review*, 16, 229-245.

7- Johnes, J. (2006). "Measuring teaching efficiency in higher education: An application of data envelopment analysis to economics graduates from UK Universities 1993." *European Journal of Operational Research*, 174, 443-456.

8- Ertay, T., Ruan, D., and Tuzkaya, U. R. (2006). "Integrating data envelopment analysis and analytic hierarchy for the facility layout design in manufacturing systems." *Information Sciences*, 176, 237–262.

9- Shafer, S.M. and Byrd, T.A. (2000). "A framework for measuring the efficiency of organizational investments in information technology using data envelopment analysis." *Omega*, 28, 125-141.

10- Sowlati, T., Paradi, J.c. and Suld, C. (2005). "Information systems project prioritization using data envelopment analysis." *Mathematical and Computer Modelling*, 41, 1279-1298.

11- Cooper, W.W., Seiford, L.M. and Tone, K. (2000). "Data envelopment analysis--a comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software." *Kluwer Academic*.

12- Banker, R. D., Charnes, A., and Cooper, W. W. (1984). "Some models for estimating technical and scale inefficiency in data envelopment analysis." *Management Science*, 30, 1078–1092.

13- Cook, W.D. and Seiford, L.M. (2009). "Data envelopment analysis (DEA) – Thirty years on." *European Journal of Operational Research*, Volume 192, 1-17.

14- Zhu, J. (2003). "Imprecise data envelopment analysis (IDEA): A review and improvement with an application." *European Journal of Operational Research,* 144, 513–529.

15- Cooper, W.W., Park, K.S., Yu, G. (1999). IDEA and AR-IDEA: Models for dealing with imprecise data in DEA. *Management Science*, 45, 597–607.

16- Despotis, D.K. and Smirlis, Y.G. (2002). "Data envelopment analysis with imprecise data." *European Journal of Operational Research*, 140, 24–36.

17- Amin, Gholam R., and Toloo, M. (2007). "Finding the most efficient DMUs in DEA : An improved integrated model." *Computers & Industrial Engineering*, 52, 71-77.

18- Toloo, M. and Nalchigar, S. (2009). "A new integrated DEA model for finding most BCC-efficient DMU." *Applied Mathematical Modelling,* 33, 597-604.

19- Ng, W.L. (2008). "An efficient and simple model for multiple criteria supplier selection problem." *European Journal of Operational Research*, 186, 1059-1067.

20- Dobler, D.W., Lee, L. and Burt, N. (1990). "Purchasing and materials management: text and cases." *New York: McGraw-Hill*.

21- Boer, L.D., Labro, E. and Morlacchi, P. (2001). "A review of methods supporting supplier selection." *European Journal of Purchasing & Supply Management*, 75-89.

22- Farzipoor Saen, R. (2007). "Suppliers selection in the presence of both cardinal and ordinal data." *European Journal of Operational Research*, 183, 741–747.

23- Amin, G.R. (2009). "Comments on finding the most efficient DMUs in DEA: An improved integrated model." *Computers & Industrial Engineering,* 56, 1701–1702.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1- Data Envelopment Analysis (DEA)
2- Imprecise Data
3- Interval Data
4- Ordinal Data
5- Supplier Selection
6- Input Oriented
7- Ratio Scale
8- Imprecise Data
9- Imprecise Data Envelopment Analysis (IDEA)
10- Stochastic Models
11- Strong Ordinal Data
12- Supply Chain Management (SCM)
13- Total Cost of Shipments (TC)
14- Supply Chain Management (SCM)
15- Number of bills received without errors (NB)