

طراحی محور ساخته شده از مواد مرکب

مهران فخرائی*

گروه مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان

چکیده

امروزه مواد مرکب بعنوان یک ماده جایگزین مواد معمولی در بسیاری موارد مهندسی مطرح می باشند. اما اینکه اعضاء پیچشی می توانند از مواد مرکب ساخته شوند در بعضی موارد ابهام وجود دارد مواد مرکب برای طراحی یک شافت دوار یا میله پیچشی و یا کاربردهای پیچشی مشابه دارای محدودیت هایی می باشند و بایستی شرایط اضافه ای نسبت به مواد معمولی مانند فولاد و آلومینیم، را ارضاء نمایند. از مزایای مهم مواد مرکب صرفه جویی در وزن می باشد.

در این مقاله ابتدا مقدمه ای به مواد مرکب و روابط مورد نیاز در تعیین خواص مواد اورتوتروپ انجام گرفته و سپس پیچش محوری یک استوانه تو خالی اورتوتروپ مورد مطالعه قرار گرفته است. از مسائل مهم و موثر در طراحی شافت ها، مسئله کمانش و پاسخ فرکانسی آنها بویژه در شافت های جدار نازک می باشد یک آنالیز پارامتری طراحی برای بررسی امکان بکارگیری مواد مرکب در یک عضو پیچشی با مواد کاندیدای دلخواه انجام گرفته است.

کلمات کلیدی: محورهای پیچشی، مواد مرکب، کمانش، پاسخ فرکانسی.

مقدمه

مواد مرکب جهت طراحی شافت های دوار هنگامیکه اهمیت صرفه جویی در وزن مورد نظر باشد و یا مواد قدیمی کارایی لازم را نداشته باشند به کار گرفته می شود یک طرح رضایتبخش بایستی چندین شرط را ارضاء نماید برای شافت های دوار سرعتهای بحرانی شافت باید خارج محدوده سرعت کاری قرار گیرند. این شرط طول بدون اتکاء شافت را در محدود می کند و استفاده از تکیه گاههای میانی لازم می آید. شرط دوم این است که شافت باید تحت ماکزیمم گشتاور مورد انتظار کمانش نکند همچنین باید تنشها در هر لایه تعیین گردیده و با استفاده از یک معیار مناسب ثابت کنیم که گسستگی اتفاق نمی افتد.

طراحی شافت دوار شامل انتخاب تعدادی نگهدارنده های میانی قطر شافت و ضخامت جداره می باشد با مواد مرکب فاکتورهای دیگری علاوه بر پارامترهای مزبور که برای طراحی بهینه می توانند تغییر کنند (و در موارد معمولی مطرح می باشند) نقش ایفاء می کنند نوع الیاف و ماده مینا، تعداد لایه ها، جهت الیاف لایه ها و

ترتیب روی هم گذاری آنها این متغیرهای اضافی به طرح این امکان را می دهند تا ماده را برای کاربردهای خاص خیاطی کند اما آنها پروسه طراحی را پیچیده نیز می کنند.

هر چند قبلاً تعدادی از اجزاء پیشرفتهایی در مواد مرکب داشته اند که در برقراری شرایط لازم ناموفق بوده اند ولی این بدین معنا نیست که هیچ یک از اجزاء نمی توانسته اند بطور موفقیت آمیز از مواد مرکب پیشرفته طرح شوند. به ویژه پیشرفت های اخیر در مواد مرکب و گسترش کاربرد آنها به ما این امکان را می دهد که از این مواد برای اعضای پیچشی به نحو مطلوبی استفاده نماییم. یکی از سطوح مسئله، کاربردهایی است که استحکام برشی پیچشی خستگی پیچشی یا کرنش پیچشی عوامل محدود کننده می باشند. در اجزاء خودرو این کاربردها شامل میدهای پیچشی فنرهای منطقه ای و شافت های دوار کوتاهتر می باشد.

در آنالیز حاضر یک ماده مرکب شامل الیاف موازی با خواص اورتوتروپ مورد نظر می باشد چون استحکام و مدول برشی در یک ماده لایه ای با فقط الیاف یک جهتی، پائین می باشد یک ماده لایه ای با الیاف جهت داده شده با $\pm 45^\circ$ در نظر گرفته می شود خواص خستگی مواد مرکب بستگی به کیفیت ماده لایه ای و نسبت تنش مینیمم به ماکزیمم آن در حین بارگذاری دارد.

شرایط طراحی و کاربردها

یک آنالیز پارامتری در زیر نشان داده خواهد شد که اشاره به این دارد که چه موقعی برای یک کاربرد خاص مواد مرکب پیشرفته می توانند و یا نمی توانند بکار گرفته شوند در این بخش به لحاظ اینکه مسئله صفحه ای می باشد از نوشتن اندیسیها جهت راحتی خود داری می گردد.

تعیین قطر خارجی شافت برای مقاصد مختلف

استحکام - عموماً یک عضو پیچشی مرکب، باید به شکل تیوب (استوانه توخالی) ساخته شود چون ماده (وزن) در مرکز مقطع قابلیت انتقال بار مفیدی را فراهم نمی کند تنش برشی ماکزیمم برای یک تیوب جدار ضخیمتوسط معادله (۱) داده شده است برای تنش برشی مجاز خستگی می توان نوشت.

$$(T_{\theta t})_{\max} = \frac{2 T b}{\pi (b^4 - a^4)} \quad (1)$$

$$T_f = \frac{2 T b}{\pi (b^4 - a^4)} \quad (2)$$

با حل این معادله برای شعاع خارجی و سپس بر حسب قطر خارجی D_o با تنش برشی مجاز خستگی T_f عبارت صریح زیر نتیجه می شود.

$$D_o^4 - \frac{16 T}{\pi T_f} D_o - 16 a^4 = 0 \quad (3)$$

اگر اندازه ای برای سوراخ مشخص شود یعنی مثلاً $a = 0.25^{\text{in}}$ برای یک ممان پیچشی معلوم T قطر خارجی شروط بارگذاری و تنش را ارضاء خواهد کرد ولی شروط ثابت فنریت و یا شروط تغییر فرم پیچشی را نمی توانند برقرار سازد.

ثابت فنریت - برای یک ثابت فنریت لازم، بر اساس رابطه زیر می توان قطر خارجی را تعیین نمود.

$$\theta = \frac{2TL}{\pi(b^4 - a^4)G} \quad (4)$$

$$b = \sqrt[4]{\frac{2TL + \theta \pi G a^4}{\theta \pi G}} \quad \text{در نتیجه}$$

$$D_o = 2 \sqrt[4]{\frac{2TL + \theta \pi G a^4}{\theta \pi G}} \quad (5)$$

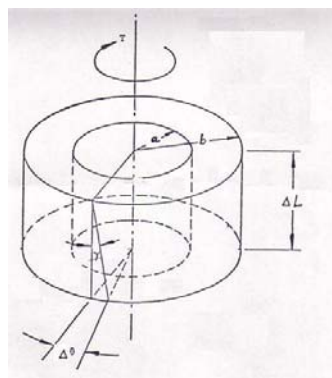
$$D_o = 2 \sqrt[4]{\frac{2KL + \pi G a^4}{\pi G}} \quad \text{با } K = \frac{T}{\theta} \quad (6)$$

تغییر فرم پیچشی: در برخی حالات تغییر فرم پیچشی طرح را دیکته می کند و می تواند فاکتور محدود کننده باشد برای مثال تغییر فرم یک میله پیچشی (میله تعلیق پیچشی) با یک میله تثبیت کننده (Stabliter) اغلب بجای یک گشتاور یا بارگذاری معلوم مشخص می شود (با ثابت فنر بارگذاری ماکزیمم می تواند به دست آید) در این حالات معادلات طراحی می شوند:

$$\theta = \frac{T L}{G b} \quad (7)$$

$$T = G \gamma \quad (8)$$

$$D_o = \frac{2 \gamma L}{\theta} \quad (9)$$



شکل ۱: مدل شافت توخالی جدار ضخیم

چون L (طول موثر) و θ (ماکزیمم تغییر فرم پیچشی) غالباً پارامترهای طراحی سیستم می باشند شعاع خارجی یا قطر خارجی ماکزیمم توسط کرنش ماده محدود گردیده است برای مقایسه مقدار نسبی D_o برای سه معادله طراحی فوق (۱ و ۶ و ۹) مثالی مطرح می گردد دو ماده گرافیت/اپوکسی و گلاس/اپوکسی در نظر گرفته می شود برای شرایط و نیازهای طراحی یک میله پیچشی مفروض نتایج به صورت جدول (۱) در خواهد آمد [1]

قطر خارجی شافت (D_o) به اینچ

| فولاد | گرافیت/اپوکسی | گلاس/اپوکسی | |
|-------|---------------|-------------|----------------------|
| 2.36 | 3.64 | 4.5 | برای استحکام |
| 2.36 | 2.8 | 3.52 | برای ثابت فنریت |
| 2.36 | 1.24 | 1.62 | برای تغییر فرم پیچشی |

جدول ۱: مقایسه قطر خارجی شافت جدار ضخیم اورتوتروپیک (برای دو ماده) و فولادی برای مقاصد مختلف.

این نتایج نشان می دهد که برای استحکام یک میله پیچشی باید شعاعی بزرگتر از شعاع فولاد داشته باشد برای ثابت فنریت، شعاع باید در تیرانس شعاع فولاد قرار گیرد و برای ماکزیمم کرنش مجاز بعلت تغییر فرم پیچشی، شعاع باید کمتر از شعاع فولاد باشد بنابراین برای مثال مذکور ممکن نیست که شرایط با مواد مرکب برقرار شوند آنالیز فوق بر مبنای یک شعاع داخلی ثابت ($\alpha = 0.25''$) انجام گرفته است هر چند محدودیت کرنش ماکزیمم برای تغییر فرم پیچشی و نیز هر دو مورد استحکام و ثابت فنریت مستقل از شعاع داخلی هستند ولی با افزایش شعاع داخلی شعاع خارجی نیز افزایش می یابد چرا که کاهش ضخامت جداره در برقراری شرط عدم کماتش محدود می باشد بنابراین شرایط نمی توانند با هر ترکیبی از شعاع داخلی و خارجی برقرار باشند.

بهینه سازی طراحی

برای یک مسئله پیچش مفیدترین مقطع شافت توخالی می باشد لیکن با افزایش گشتاور برای راندمان ماکزیمم قطر خارجی همراه با ضخامت جداره کاهش می یابند محدودیت های روی پوشش شافت اغلب مانع بکارگیری یک قطر بهینه می باشند همچنین با کاهش ضخامت جداره، کماتش پیچشی قبل از اینکه استحکام ماده به حد مجاز رسیده باشد می تواند اتفاق بیافتد چون کرنش در جداره تیوب از نظر خارجی تا قطر خارجی در پیچش افزایش می یابد ماده فقط در قطر خارجی بطور کامل استفاده می گردد یک روش برای افزایش راندمان از این حیثیت اینست که مدول بزرگتری برای ماده به طرف قطر داخلی و مدول کمتری به سمت قطر خارجی استفاده گردد به منظور مقایسه یک میله پیچشی مدول ثابت نیز بهینه سازی شده است.

آنالیز تنش ثابت: گشتاور منتقل شده توسط یک میله پیچشی می تواند با استفاده از معادله زیر محاسبه گردد.

$$T = \int_a^b G\theta r^2 2\pi dr \quad (10)$$

زاویه پیچش بر واحد طول (β) به صورت زیر داده شده است.

$$\beta = \frac{\theta}{L} = \frac{T}{\sum GI_{\rho}} \quad (11)$$

که در آن $\sum GI_{\rho}$ سختی پیچشی قطبی (polar rotational stiffness) بوده و از رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$\sum GI_{\rho} = \int_a^b 2\pi r^3 G(r) dr \quad (12)$$

که در آن مدول G با شعاع تغییر خواهد کرد بطوریکه تنش برشی ثابتی ایجاد کند داریم.

$$\tau = G\gamma = Gr\beta \quad (13)$$

$$\tau(r) = G(r) \cdot r \frac{T}{\sum GI_{\rho}} \quad \text{یا} \quad (14)$$

تیوب بهینه دارای تنش یکسان در کل ضخامت جداره t خواهد بود بنابراین $t(r)$ یک ثابت می‌شود $(\tau(r) = C_1)$ چون برای هر تابع $G(r)$ مقدار ثابتی می‌باشد.

$$\sum GI_{\rho} = \int_a^b 2\pi r^3 G(r) dr = C_3 = \text{ثابت} \quad (15)$$

$$\tau(r) = \frac{G(r) \cdot r T}{\sum GI_{\rho}} = C_1 \quad (16)$$

بنابراین نتیجه می‌دهد که:

$$G(r) = \frac{C_2}{r} \quad G_1(r=0) = \frac{C_2}{a} \quad G_2(r=b) = \frac{C_2}{b} \quad (17)$$

$$C_3 = \frac{2\pi}{3} C_2 (b^3 - a^3) \quad (18)$$

و از معادله (۱۴) و (۱۵) و (۱۸) می‌توان نوشت

$$\tau = \frac{3T}{2\pi(b^3 - a^3)} = C_1 \quad (19)$$

ثابت فنریت میله پیچشی K می‌باشد زاویه کلی پیچش هست.

$$\theta = \beta L = \frac{TL}{\sum GI_{\rho}} \quad (20)$$

$$K = \frac{T}{\theta} = \frac{\sum GI_{\rho}}{L} \quad (21)$$

حال تعریف می‌کنیم $b^3 - a^3 = b^3 \left[1 - \left(\frac{a}{b}\right)^3 \right] = b^3 \left[1 - \left(1 - \frac{t}{b}\right)^3 \right] = b^3 f\left(\frac{t}{b}\right)$ ضخامت جداره می‌باشد و از (۱۶) و (۱۹) می‌توان نوشت:

$$\sum GI_{\rho} = C_3 = \frac{2\pi}{3} C_2 b^3 f\left(\frac{t}{b}\right) \quad (22)$$

که در آن

$$f\left(\frac{t}{b}\right) = 3\left(\frac{t}{b}\right) - 3\left(\frac{t}{b}\right)^2 + \left(\frac{t}{b}\right)^3 \quad (23)$$

$$\gamma = \frac{b\theta}{L} = \frac{Tb}{KL} \quad (24)$$

آنگاه از (۱۶) و (۲۳):

$$T = \tau \cdot \frac{2\pi}{3} b^3 f\left(\frac{t}{b}\right) \quad (25)$$

و با جایگذاری b از (۲۵) در (۲۴) می توان نتیجه گرفت:

$$\gamma = \left(\frac{T}{KL}\right)^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{\frac{1}{\frac{2\pi}{3} \cdot \tau \cdot f\left(\frac{t}{b}\right)}} \quad (26)$$

برای مقادیر معلوم فاکتور سختی $\left(\frac{T}{KL}\right)^{\frac{1}{3}}$ بر اساس شرایط مسئله دیاگرام تنش - کرنش برای مقادیر مختلف

$\frac{t}{b}$ می تواند رسم شود [2]

آنالیز مدول ثابت: یک برخورد واقع گرایانه تر به لحاظ تولید، آنالیز تیوب پیچشی با مدول ثابت (تیوب

ساخته شده از فقط یک نوع ماده) می باشد برای این حالت معادله برای تنش ماکزیمم در تیوب، $\tau = \frac{Tb}{I_\rho}$

می باشد که در آن $I_\rho = \frac{\pi(b^4 - a^4)}{2}$ و در نتیجه ثابت فنر $K = \frac{GI_\rho}{L}$ خواهد بود با تعریف زیر:

$$b^4 - a^4 = b^4 \left[1 - \left(\frac{a}{b}\right)^4\right] = b^4 \left[1 - \left(1 - \frac{t}{b}\right)^4\right] = b^4 g\left(\frac{t}{b}\right)$$

خواهیم داشت:

$$I_\rho = \frac{\pi}{2} b^4 g\left(\frac{t}{b}\right) \quad (27)$$

که در آن $g\left(\frac{t}{b}\right) = 4\left(\frac{t}{b}\right) - 6\left(\frac{t}{b}\right)^2 + 4\left(\frac{t}{b}\right)^3 - \left(\frac{t}{b}\right)^4$ با استفاده از روابط فوق می توان نوشت:

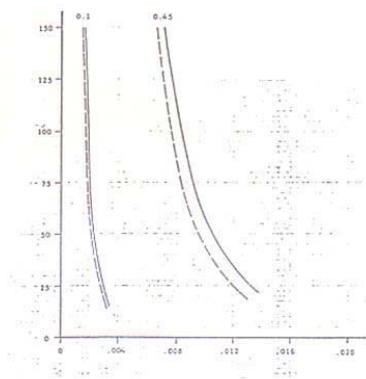
$$\gamma = \frac{Tb}{KL} \quad (28)$$

$$T = T \cdot \frac{\pi}{2} b^3 \cdot g\left(\frac{t}{b}\right) \quad (29)$$

و با جایگذاری b از (۲۹) در (۲۸) خواهیم داشت:

$$\gamma = \left(\frac{T}{KL}\right)^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{\frac{1}{\frac{\pi}{2} T \cdot g\left(\frac{t}{b}\right)}} \quad (30)$$

برای مقادیر معلوم فاکتور سختی $(\frac{T^{4/3}}{KL})$ بر اساس شرایط دیاگرام تنش - کرنش برای مقادیر مختلف $\frac{t}{b}$ می‌تواند رسم گردد نتایج در شکل (۲) نشان داده شده و با مقادیر مشابه در طراحی با تنش ثابت مقایسه گردیده اند.



شکل ۲: تنش برشی - کرنش برشی بر حسب فاکتور سختی و مقایسه دو طراحی تنش ثابت و مدول ثابت.

کمانش و ارتعاشات

با افزایش قطر شافت لازم می‌شود که ضخامت جداره کاهش یابد برای تیوب های جدار نازک معادله کمانش پیچشی برای تیوب هاگی ایزوتروپ با طول میانه $(10^2 < \frac{L^2}{bt} < 10^5)$ به فرم زیر می‌باشد [3].

$$T_{cr} = C'E T^{5/4} / (L^{1/2} \cdot R^{3/4}) \quad (31)$$

که در آن برای تکیه گاههای ساده در انتها، $C' = 0.7608$ و برای دو انتها ثابت $C' = 1.114$ می‌باشد.

استحکام پیچشی

تنش ها در محورهای اصلی ماده به صورت زیر تعیین می‌گردند $(C = \cos \alpha, S = \sin \alpha)$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & 2SC \\ S^2 & C^2 & \Omega SC \\ -SC & SC & C^2 - S^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_t \\ \sigma_\theta \\ \tau_{t\theta} \end{Bmatrix} \quad (32)$$

با دانستن تنشها در هر لایه گسیختگی ماده لایه ای با استفاده از معیار FPF (گسیختگی اولین لایه) تعیین می‌شود یعنی فرض می‌شود که ماده لایه ای وقتی گسیخته می‌شود که اولین لایه گسیخته شود گسیختگی هر لایه با استفاده از چند معیار گسیختگی مناسب تعیین گردیده است با تئوری تنش ماکزیمم لایه وقتی گسیخته

می شود که یا $\sigma_1 = X$, $\sigma_2 = Y$, $|\sigma_2| = Y'$ یا $|\sigma_1| = X'$, $|\sigma_2| = Y$ که در آن T, Y', Y, X', X به ترتیب استحکام لایه در کشش و فشار در جهت الیاف ، در جهت عمود بر الیاف و استحکام برشی می باشند. استحکام یک ماده لایه ای متعادل متقارن با الیاف در $\pm \alpha^\circ$ دارای ماکزیمم خود در $\pm 45^\circ$ می باشد برای زوایای زیر ۲۳ درجه گسیختگی برشی پیش بینی شده است بین ۲۳ و ۴۵ گسیختگی باکشش در جهت عرضی اتفاق می افتد. [4]

بررسی اثر طول

علاوه بر شرایط گشتاور ثابت فنر (که با همدیگر شرایط تغییر فرم پیچشی را تشکیل می دهند) متغیر دیگر طراحی در پارامتر سختی $(\frac{T^{4/3}}{KL})$ طول موثر L می باشد با افزایش طول موثر در یک میله پیچشی یا افزایش تعداد حلقه ها و یا قطر حلقه در یک فنر حلقه ای می تواند این پارامتر کاهش یابد کاهش پارامتر سختی این امکان را فراهم می سازد که از مواد مرکب به جای مواد قدیمی و معمولی استفاده گردد با کاهش ضخامت جداره تیوب (برای $\frac{t}{b}$ کوچکتر) وزن کاهش یافته ولی طول افزایش می یابد. برای گرافیت/ اپوکسی طولهای نامعقولی لازم می آید به ویژه وقتی $\frac{t}{b}$ کوچکتر می شود بنابراین برای این ماده عملی نمی باشد [5]. قابل ذکر است که این ماده در تحمل شرایط خستگی بهترین ماده نامزد شناخته شده بود.

ملاحظات طراحی و ساخت

لایه ها اساساً استحکام پیچشی را فراهم می آورند فایبر گلاس ها می توانند برای این کار بکار گرفته شوند چون استحکام بالایی را با هزینه کم تولید می کنند چند روش ساخت برای شافت های دوار از جمله Filament winding , tube wrap , tape wrap , pultrusion یک ماشین جدید Filament wind با کنترل کامپیوتری طرح شده است که قادر است با نرخ یک شافت بر دقیقه تولید نماید. در کاربردهای هوافضائی، مینیمم کردن وزن شافت مطرح بوده و کمناش پیچشی معمولاً شرط گسیختگی است در کاربردهای خودرو، هزینه نیز بعنوان فاکتور موثر دخالت داده می شود برای گیر دادن شافت در یک انتها برای گشتاورهای کم از اتصالات واسط می توان استفاده کرد ولی برای گشتاورهای بالا از اتصالات پیچشی استفاده می گردد اگر پیچ استفاده می شود توصیه می گردد که ناحیه اتصال بطور موضعی یا با استفاده از جا دادن فلز لوله ای شکل و یا توسط لایه های اضافی به ماده لایه ای، تقویت گردد.

نتیجه گیری

جایگزینی مواد مرکب در اعضاء فلزی، علاوه بر کاهش وزن مزیت استحکام ویژه بالا یا مدول مواد مرکب را به همراه دارد در بیشتر حالات طراحی افزایش ابعاد نسبت به طرح فلزی لازم می آید برای عضو پیچشی این افزایش در قطر میله شافت یا تیوب انجام می گیرد این افزایش در قطر کرنش برشی بیشتری را برای یک چرخش زاویه ای معین (θ) نتیجه می دهد بنابراین یک فاکتور حدی برای مواد مرکب کرنش ماکزیمم عمل کننده یا کرنش مجاز خستگی یا نهائی می باشد.

از مواد مرکب می توان به عنوان ماده رقیب فولاد یا آلومینیم در اعضاء پیچشی استفاده نمود مشروط بر اینکه

تغییر فرم پیچشی زاویه ای (γ) کمترین مقدار ممکن و فاکتور سختی ($\frac{T^{1/3}}{KL}$) نسبتاً کم باشد.

منابع

- [1] Abrate ,S."Composite Driveshaft Designs", SAE,paper 891031,p.122,1989.
- [2] Chen, C.I.,Mucino; V.H.,BARBERO.E.J. "FINITE LEMENT Vibration Analysis of a helically wound tubular and laminated composite beam "computer & Structure Vol . 49, No.3,PP.399-410,1993.
- [3] Cook.R.D "Stresses in plates and shells "McGraw Hill co.
- [4] Ugral .A.c "Stresses in plates and shells "McGraw Hill co.
- [5] Chapra .S.c., canale .R.P. "numerical Methods for Engineers "MCGraw-Hill co.
- [6] Aeg Ento Ao, "Dynamic stability of a composite circular cylindrical shell subjected to composition Materials, vol .27, No.18, 1993.