

EFFECT OF ROLL ANGULAR VELOCITY ON THE FREE VIBRATION OF SHEAR DEFORMABLE AIRCRAFT WINGS

S.A. Fazelzadeh

A. Mazidi

E. Rashidi

Associate Professor, Mechanical
Engineering Department, Shiraz
University

Ph.D Candidate, Mechanical
Engineering Department, Shiraz
University

M.Sc. Student, Mechanical
Engineering Department,
Shiraz University

Abstract: The influence of the rolling maneuver on the free vibration of swept wings is studied in this article. Non-Classical effects like warping inhibition and transverse shear flexibility are included in the structural model. Within the model developed herein, both static and dynamic instabilities are simultaneously addressed. The governing equations and boundary conditions are determined via Hamilton's Variational Principle, include coupling between the angular velocity of the maneuver and the elastic degrees of freedom. The result partial differential equations are transformed into a set of eigenvalue/ boundary value equations through the extended Galerkin approach and solved by numerical integration. Finally, the results of the numerical simulation and the effects of the rolling angular velocity on the natural frequencies are presented for classic and shear deformable wings. Furthermore, validations of selected results against the previous publications are supplied. Results are indicative of the significant influence of the rolling maneuver on the natural frequencies and the static instability.

اثر سرعت زاویه‌ای مانور غلتش بر ارتعاشات آزاد بال هواپیما با در نظر گرفتن تغییر فرم برشی

سیداحمد فاضل زاده حقیقی، عباس مزیدی و احسان رشیدی

چکیده: در این مقاله، معادلات دینامیکی حرکت برای بال های انعطاف پذیر با زاویه عقب گرد تحت مانور غلتش فرمول بندی شده و فرکانس های طبیعی سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. برای مدل بال، ماده هموزن و ایزوتروپیک خطی شامل اثر تنش برشی استفاده شده است. با استفاده از تئوری انتقال، سرعت هر نقطه روی بال در اثر مانور محاسبه و با استفاده از اصل تغییرات هامیلتون معادلات حرکت و شرایط مرزی استخراج گردیده است. معادلات حاکم بر مسئله که بصورت معادلات دیفرانسیل پاره ائی می باشند، با استفاده

تاریخ وصول: ۸۶/۹/۲۰

تاریخ تصویب: ۸۸/۴/۲۱

دکتر سیداحمد فاضل زاده حقیقی، دانشیار بخش مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شیراز. Fazelzad@shirazu.ac.ir

عباس مزیدی، دانشجوی دکتری بخش مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شیراز. Amazidi@shirazu.ac.ir

احسان رشیدی، دانشجوی کارشناسی ارشد بخش مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شیراز

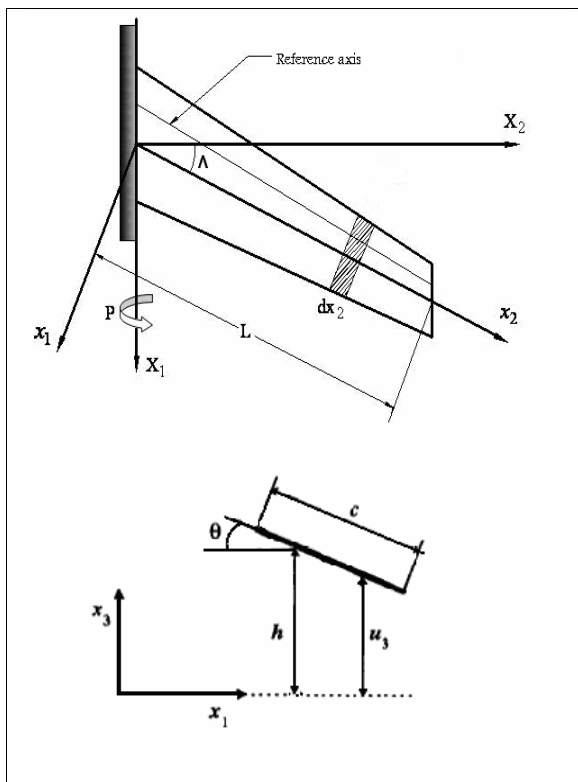
از روش حل تقریبی گالرکین به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده اند. سپس با تنظیم معادلات به فرم استاندارد، فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده اند. همچنین اثر تعدادی از پارامترهای طراحی بر روی تغییرات فرکانس بررسی شده است. نتایج حاصله نشان می‌دهد که با افزایش سرعت زاویه‌ای مانور غلتش، فرکانس‌های طبیعی کاهش یافته و در شرایط خاصی از پارامترها بال تحت مانور دچار ناپایداری استاتیکی می‌گردد.

واژه های کلیدی: ارتعاشات آزاد، بال، تغییر فرم برشی، مانور غلتش، ناپایداری استاتیکی

۱. مقدمه

پژوهشها در مورد بال هواپیماهای جنگنده از زمان گسترش هواپیماهای نظامی در طی سالهای جنگ جهانی اول و دوم آغاز گردیده و با طراحی هواپیماهای مانوری پیشرفته در دهه های اخیر مورد توجه ویژه‌ای قرار گرفته است. دینامیک سازه انعطاف پذیر هواپیما و اجزاء آن را می‌توان از روش‌های زیادی با استفاده از مولفه‌های خطی حرکت تعیین کرد. تحقیقات گذشته، شبیه سازی دینامیکی اجزاء هواپیما که شامل اثر زاویه عقب گرد بال در معادلات حرکت می باشد را بیان کرده‌اند. در ۱۹۷۴ هاجز و داوول معادلات غیر خطی حرکت را برای خمش و پیچش یک تیغه روتور با استفاده از روش هامیلتون استخراج کردند [۱]. معادلات غیر خطی حرکت برای ورقه‌های الاستیک در یک هواپیما با مانور صعود توسط سیپیک و مورینو استخراج شده است [۲]. نا و لیبرسکیو اثر تعدادی از پارامترهای هندسی و فیزیکی بر روی کنترل پاسخ دینامیکی یک تیر انطباقی، مدل شده با یک تیر نازک کامپوزیتی را تعیین کردند [۳]. میروبیچ و توزکو کارهای مختلفی برای شبیه سازی دینامیکی هواپیمای انعطاف پذیر ارائه و تعدادی روش انتگرالی برای کنترل مانور پیچیده یک هواپیما استخراج کرده‌اند [۴]. لیبرسکیو و سانگ چرخش تیر نازک در دمای بالا را مطالعه و معادلات حرکت آن را استخراج کردند [۵]. معادلات کامل غیر خطی دینامیکی برای بال انعطاف پذیر تحت کلیه مانورها با زاویه عقب گرد و زاویه افت بال توسط فاضل زاده و مزیدی استخراج شده و به بررسی اثر مانور صعود پرداخته اند [۶]. معادلات خطی دینامیکی برای بال انعطاف پذیر تحت مانور صعود با زاویه عقب گرد با اثر تغییر فرم برشی بال توسط فاضل زاده و همکاران استخراج شده است [۷]. طبق بررسی های انجام شده تاکنون مدلسازی اثر مانور غلتش بر روی یک بال با تغییر فرم برشی ملاحظه نگردیده است. در این مقاله ضمن ارائه معادلات خطی حرکت بال با اثر تغییر فرم برشی تحت مانور غلتش، فرکانس های طبیعی استخراج گردیده است.

معادلات حاکمه دارای اهمیت می باشند. معادلات حرکت برای بال بلند، مستقیم، همگن و ایزوتروپیک تحت جابجایی محدود و همچنین برای تیرهایی که محور مرکز جرم و محور مرکز سطح منطبق بر محور الاستیک باشد صادق می باشند. در حالت کلی از تعدادی ترم های غیرخطی که از پیچیدگی های شرایط مانوردهی بوجود می‌آید صرفنظر شده است. بال را مانند یک تیر یک سرگیردار در نظر می گیریم؛ بنابراین جابجایی و شیب در $x_2 = 0$ یعنی در ابتدای ریشه بال صفر است. نوک بال آزاد در نظر گرفته می شود؛ بنابراین در $x_2 = l$ گشتاور و نیروی برشی صفر هستند.



شکل ۱. هندسه بال با زاویه عقب گرد و سرعت زاویه ای مانور غلتش

با استفاده از این شرایط مرزی معادلات حرکت حل می شوند. مدل ساختاری برای مولفه های جابجایی در حالت سه بعدی به صورت زیر ارائه می شود:

۲. مدل ساختاری بال

یک بال ایزوتروپیک با زاویه عقب گرد در شکل (۱) نشان داده شده است. انعطاف پذیری ساختاری و سرعت زاویه ای مانور در استخراج

۴. معادلات حاکمه حرکت

در این پژوهش برای بدست آوردن معادلات حاکم از اصل هامیلتون طبق معادله (۵) استفاده شده است [۱۰].

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta T - \delta U + \delta W) dt = 0 \quad (5)$$

که T و U به ترتیب انرژی پتانسیل و جنبشی کل بال هستند و W کار نیروهای ناپایستار انجام شده بر روی بال است که در این مسئله از آن صرفنظر می شود.

۴-۱. تغییرات انرژی جنبشی

تغییرات انرژی جنبشی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\delta T = \int_0^l \int \int_A \rho (\vec{V} \cdot \delta \vec{V}) dA dx_2 = - \int_0^l \int \int_A \rho (\vec{a} \cdot \delta \vec{R}) dA dx_2 \quad (6)$$

\vec{V} و \vec{a} به ترتیب بیان کننده بردار سرعت و بردار شتاب یک نقطه بر روی بال است.

\vec{R} بردار جابجایی یک نقطه روی بال پس از تغییر شکل عبارت است از:

$$\begin{aligned} \vec{R}(x, y, z, t) &= (x_1 + U_1) \vec{i} + (x_2 + U_2) \vec{j} + (x_3 + U_3) \vec{k} \\ &= (x_1 + x_3 \theta(x_2; t)) \vec{i} + (x_2 + u_2(x_2; t) + x_3 [f_2(x_2; t) + \\ & x_1 g_2(x_2; t)]) \vec{j} + (x_3 + h(x_2; t) - (x_1 - x_0) \theta(x_2; t)) \vec{k} \end{aligned} \quad (7)$$

با استفاده از تئوری انتقال، سرعت هر نقطه روی بال را می توان بدست آورد [۱۱]:

$$\vec{V} = \frac{\partial \vec{R}}{\partial t} + \vec{P} \times \vec{R} \quad (8)$$

که \vec{P} سرعت زاویه ای مانور غلتش بوده و به صورت زیر می باشد:

$$\vec{P} = -P \vec{i} = -P(\cos \Lambda \vec{i} + \sin \Lambda \vec{j}) \quad (9)$$

با جایگزینی معادلات (۷) و (۹) در (۸) سرعت را بدست می آوریم:

$$\begin{aligned} \vec{V} &= [x_3 \dot{\theta} - P \sin \Lambda (x_3 + h - (x_1 - x_0) \theta)] \vec{i} \\ &+ [\dot{u}_2 + x_3 (\dot{f}_2 + x_1 \dot{g}_2) + P \cos \Lambda (x_3 + h \\ &- (x_1 - x_0) \theta)] \vec{j} + [\dot{h} - (x_1 - x_0) \dot{\theta} - P \cos \Lambda (x_2 \\ &+ u_2 + x_3 (f_2 + x_1 g_2))] \vec{k} \end{aligned} \quad (10)$$

حال با بدست آوردن سرعت می توان شتاب هر نقطه دلخواه روی بال را بدست آورد:

$$\vec{a} = \dot{\vec{V}} + \vec{P} \times \vec{V} = o_1 \vec{i} + o_2 \vec{j} + o_3 \vec{k} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} U_1(x_1, x_2, x_3; t) &= u_1(x_1, x_2; t) + x_3 \psi_1(x_1, x_2; t) \\ U_2(x_1, x_2, x_3; t) &= u_2(x_1, x_2; t) + x_3 \psi_2(x_1, x_2; t) \\ U_3(x_1, x_2, x_3; t) &= u_3(x_1, x_2; t) \end{aligned} \quad (1)$$

که (u_1, u_2, u_3) نشان دهنده جابجایی ها در امتداد محورهای (x_1, x_2, x_3) می باشد. ψ_1 و ψ_2 به ترتیب نشان دهنده زوایای چرخش - خطی که در ابتدا عمود بر صفحه مرجع بوده - حول محورهای x_1, x_2 می باشند و t نشان دهنده متغیر زمان می باشد. معادلات (۱) در نظریه های تغییر شکل برشی پوسته و ورق ها به تئوری تغییر شکل برشی عرضی مرتبه اول معروف هستند [۸].

به منظور کاهش مسئله سه بعدی به یک مسئله یک بعدی معادل از فرضیات زیر استفاده می کنیم [۹]:

$$\begin{aligned} \psi_1(x_1, x_2; t) &= \theta(x_2; t) \\ \psi_2(x_1, x_2; t) &= f_2(x_2; t) + x_1 g_2(x_2; t) \\ \psi_3(x_1, x_2; t) &= h(x_2; t) - (x_1 - x_0) \theta(x_2; t) \end{aligned} \quad (2)$$

که $\theta(x_2; t)$ و $f_2(x_2; t)$ به ترتیب نشان دهنده زوایای چرخش خطی که در ابتدا عمود بر صفحه $x_3 = 0$ بوده، حول محورهای x_1 و x_2 می باشد و $g_2(x_2; t)$ گرادیان چرخش حول محور x_1 می باشد. $\psi_3(x_1, x_2; t)$ جابجایی عمودی بال با سطح مقطع صلب می باشد که $h(x_2; t)$ نشان دهنده جابجایی سطح مقطع بال که از محور الاستیک (واقع در مکان $(x_1 = x_0 \equiv x_0(x_2))$) اندازه گیری شده است می باشد. از معادلات ۱ و ۲ نتیجه می گیریم:

$$\begin{cases} U_1 = x_3 \theta(x_2; t) \\ U_2 = u_2(x_2; t) + x_3 [f_2(x_2; t) + x_1 g_2(x_2; t)] \\ U_3 = h(x_2; t) - (x_1 - x_0) \theta(x_2; t) \end{cases} \quad (3)$$

۳. سیستم های مختصات

همانند شکل ۱ محورهای متعامد X_1 و X_2 و X_3 بر روی هواپیما ثابت شده اند و سیستم مختصات x_1, x_2, x_3 به عنوان سیستم مختصات بال در نظر گرفته می شود که محور x_2 در امتداد طول بال و x_3 عمود بر بال به سمت بالا می باشد. صفحه مرجع را توسط $x_3 = 0$ تعریف می کنیم. روابط بین این دو سیستم مختصات را می توان به صورت معادله (۴) بیان نمود:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \Lambda & \sin \Lambda \\ -\sin \Lambda & \cos \Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \end{bmatrix} P \\ \begin{cases} \vec{i} = \cos \Lambda \vec{i} + \sin \Lambda \vec{j} \\ \vec{j} = -\sin \Lambda \vec{i} + \cos \Lambda \vec{j} \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\sigma_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} e_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} [u_{2,2} + x_3 f_{2,2} + x_1 x_3 g_{2,2}] \quad (16)$$

$$\sigma_{12} = G\gamma_{12} = G[x_3(\theta_{,2} + g_2)]$$

$$\sigma_{23} = G\gamma_{23} = G[f_2 + x_1 g_2 + h_{,2} - x_1 \theta_{,2} + (x_0 \theta)_{,2}]$$

با جایگزینی معادله های (۱۵) و (۱۶) در معادله (۱۴) داریم:

$$\begin{aligned} \delta U = & \int_V [(-\sigma_{22,2})\delta u_2 + (-x_3\sigma_{22,2} + \sigma_{23})\delta f_2 \\ & + (-x_1x_3\sigma_{22,2} + x_3\sigma_{12} + x_1\sigma_{23})\delta g_2 \\ & + (-x_3\sigma_{12,2} + (x_1 - x_0)\sigma_{23,2})\delta\theta + (-\sigma_{23,2})\delta h]dV \quad (17) \\ & + \int_A \{[(\sigma_{22})\delta u_2 + (x_3\sigma_{22})\delta f_2 + (x_1x_3\sigma_{22})\delta g_2 \\ & + (x_3\sigma_{12} - (x_1 - x_0)\sigma_{23})\delta\theta + (\sigma_{23})\delta h]_{x_2=0}^{x_2=\ell}\}dA \end{aligned}$$

و در این رابطه نیز با توجه به مولفه های تنش داریم:

$$\begin{aligned} \sigma_{22,2} &= \frac{E}{1-\nu^2} [u_{2,22} + x_3 f_{2,22} + x_1 x_3 g_{2,22}] \\ \sigma_{12,2} &= G[x_3(\theta_{,22} + g_{2,2})] \quad (18) \end{aligned}$$

$$\sigma_{23,2} = G[f_{2,2} + x_1 g_{2,2} + h_{,22} - x_1 \theta_{,22} + (x_0 \theta)_{,22}]$$

حال با جایگذاری انرژی پتانسیل و جنبشی در معادله (۵) معادلات حرکت به فرم زیر استخراج می شوند:

$$\begin{aligned} \delta u_2 : \iint_A (-\rho o_2 + \sigma_{22,2})dA &= 0 \\ \delta f_2 : \iint_A (-\rho o_2 x_3 + x_3 \sigma_{22,2} - \sigma_{23})dA &= 0 \quad (19) \\ \delta g_2 : \iint_A (-\rho x_1 x_3 o_2 + x_1 x_3 \sigma_{22,2} - x_3 \sigma_{21} - x_1 \sigma_{23})dA &= 0 \\ \delta \theta : \iint_A (-\rho(x_3 o_1 - (x_1 - x_0) o_3) + x_3 \sigma_{21,2} - (x_1 - x_0) \sigma_{23,2})dA &= 0 \\ \delta h : \iint_A (-\rho o_3 + \sigma_{23,2})dA &= 0 \end{aligned}$$

معادلات فوق شکل نهایی معادلات حاکم بر بال است. همانگونه که مشاهده می گردد مجموعه معادله (۱۹) دارای پنج متغیر می باشد. این متغیرها u_2, f_2, g_2, θ, h هستند. به دلیل ناچیز بودن تغییرات u_2 می توان آن را از سیستم معادلات حذف کرد. لذا سیستم معادلات دیفرانسیل معادل با یک سیستم مرتبه ۸ که شامل ترم های $f_2(x_2; t)$ و $g_2(x_2; t)$ و $\theta(x_2; t)$ و $h(x_2; t)$ می باشد بیان خواهد شد.

که:

$$\begin{aligned} o_1 &= x_3 \ddot{\theta} - 2P\dot{h} \sin \Lambda + 2(x_1 - x_0)P\dot{\theta} \sin \Lambda + P^2 u_2 \sin \Lambda \cos \Lambda \\ &+ x_3 P^2 f_2 \sin \Lambda \cos \Lambda + x_1 x_3 P^2 g_2 \sin \Lambda \cos \Lambda - x_3 P^2 \theta \sin^2 \Lambda \\ &+ x_2 P^2 \sin \Lambda \cos \Lambda - x_1 P^2 \sin^2 \Lambda \\ o_2 &= \ddot{u}_2 + x_3 \ddot{f}_2 + x_1 x_3 \ddot{g}_2 + 2P\dot{h} \cos \Lambda - 2(x_1 - x_0)P\dot{\theta} \cos \Lambda \\ &- P^2 u_2 \cos^2 \Lambda - x_3 P^2 f_2 \cos^2 \Lambda - x_1 x_3 P^2 g_2 \cos^2 \Lambda \\ &+ x_3 P^2 \theta \sin \Lambda \cos \Lambda - x_2 P^2 \cos^2 \Lambda + x_1 P^2 \sin \Lambda \cos \Lambda \\ o_3 &= \ddot{h} - (x_1 - x_0)\ddot{\theta} - 2P\dot{u}_2 \cos \Lambda - 2x_3 P\dot{f}_2 \cos \Lambda \\ &- 2x_1 x_3 P\dot{g}_2 \cos \Lambda + 2x_3 P\dot{\theta} \sin \Lambda - P^2 h + (x_1 - x_0)P^2 \theta - x_3 P^2 \end{aligned}$$

بنابراین با بدست آوردن تغییرات بردار جابجایی می توان با استفاده از رابطه ی (۶) تغییرات انرژی جنبشی را بدست آورد.

$$\begin{aligned} \delta R &= (X_3 \delta \theta) \vec{i} + (\delta u_2 + x_3 \delta f_2 + x_1 x_3 \delta g_2) \vec{j} \\ &+ (\delta h - (x_1 - x_0) \delta \theta) \vec{k} \quad (12) \end{aligned}$$

در نتیجه:

$$\begin{aligned} \delta T &= -\int_V (\vec{a} \cdot \delta \vec{R})dV = -\int_V \rho [o_2 \delta u_2 + x_3 o_2 \delta f_2 \\ &+ x_1 x_3 o_2 \delta g_2 + (x_3 o_1 - (x_1 - x_0) o_3) \delta \theta + o_3 \delta h]dV \quad (13) \end{aligned}$$

۲-۴. تغییرات انرژی پتانسیل

با توجه به فرض الاستیک بودن بال تغییرات انرژی پتانسیل را می توان از رابطه زیر بدست آورد [۱۲]:

$$\delta U = \int_V [\sigma_{22} \delta e_{22} + \sigma_{12} \delta e_{12} + \sigma_{23} \delta e_{23}]dV \quad (14)$$

که با استفاده از روابط (۳) داریم:

$$\begin{aligned} e_{22} &= \frac{\partial U_2}{\partial x_2} = u_{2,2} + x_3 f_{2,2} + x_1 x_3 g_{2,2} \\ \Rightarrow \delta e_{22} &= \delta u_{2,2} + x_3 \delta f_{2,2} + x_1 x_3 \delta g_{2,2} \\ \gamma_{12} &= \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \frac{\partial U_2}{\partial x_1} = x_3(\theta_{,2} + g_2) \\ \Rightarrow \delta \gamma_{12} &= x_3(\delta \theta_{,2} + \delta g_2) \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{23} &= \frac{\partial U_2}{\partial x_3} + \frac{\partial U_3}{\partial x_2} = f_2 + x_1 g_2 + h_{,2} - x_1 \theta_{,2} + (x_0 \theta)_{,2} \\ \Rightarrow \delta \gamma_{23} &= \delta f_2 + x_1 \delta g_2 + \delta h_{,2} - x_1 \delta \theta_{,2} + \delta (x_0 \theta)_{,2} \end{aligned}$$

با استفاده از معادلات متشکله در تئوری الاستیسیته و روابط (۱۵) تنش ها به صورت زیر بدست می آید:

۵. روش حل معادلات

از روش گالرکین برای حل عددی مسئله استفاده می شود. برای این هدف، $h(x_2; t)$ و $f_2(x_2; t)$ و $g_2(x_2; t)$ و $\theta(x_2; t)$ بوسیله یک سری از توابع پیشنهادی که شرایط مرزی را ارضاء می کنند و در مختصات تعمیم یافته زمان ضرب شده اند بیان می شوند:

$$\begin{aligned} h &= \varphi_1^T q_1 \\ f_2 &= \varphi_2^T q \\ g_2 &= \varphi_3^T q_3 \\ \theta &= \varphi_4^T q_4 \end{aligned} \quad (20)$$

که q_i و φ_i به فرم برداری بوده و به ترتیب بیان کننده توابع پیشنهادی و مختصات تعمیم یافته زمان می باشند. تعیین توابع پیشنهادی که همه شرایط مرزی را ارضاء کنند مشکل می باشد؛ بنابراین برای حل معادلات حاکمه از روش گالرکین تعمیم یافته استفاده می کنیم. در این روش تنها توابعی مورد قبول می باشند که از توابع پیشنهادی برآمده باشند و شرایط مرزی هندسی را ارضاء کنند. با اعمال کردن تقریب گالرکین، معادلات دیفرانسیل فوق به یک سیستم معادلات دیفرانسیل به فرم زیر تبدیل می شوند [۱۰]:

$$M\ddot{q} + H\dot{q} + Kq = Q \quad (21)$$

که:

$$\{q\} = \{q_1^T \quad q_2^T \quad q_3^T \quad q_4^T\} \quad (22)$$

این سیستم معادلات بر حسب یک متغیر مرتبه اول به فرم زیر بیان شوند:

$$\dot{Z} = [A]Z \quad (23)$$

که بردار Z به فرم زیر تعریف می شود:

$$Z = \{q \quad \dot{q}\}^T \quad (24)$$

و ماتریس $[A]$ به فرم زیر تعریف می شود:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[H] \end{bmatrix} \quad (25)$$

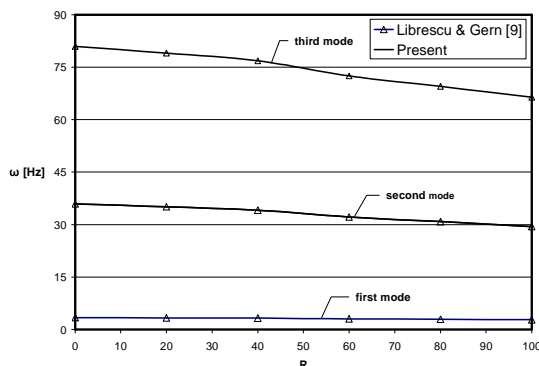
حال پایداری سیستم توسط بردار ویژه های $[A]$ قابل تعیین می باشد، که این بردار ویژه ها به فرم جفت های مختلط زیر می باشند:

$$\lambda_j = \xi_j \pm i\eta_j \quad (26)$$

که $\eta_j = 2\pi\omega_j$ می باشد. اگر ξ_j کوچکتر از صفر باشد نشان دهنده پایدار بودن سیستم و اگر بزرگتر از صفر باشد نشان دهنده ناپایدار بودن و اگر صفر باشد نشان دهنده مرز پایداری می باشد.

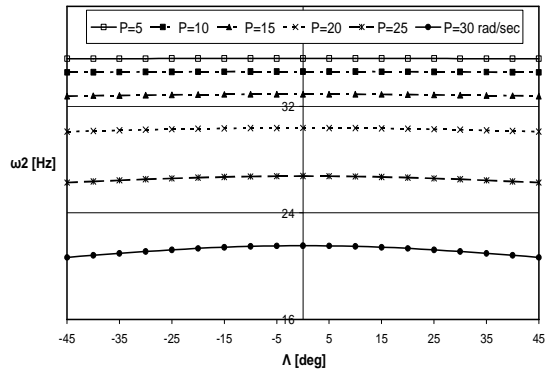
۶. حل عددی و ارائه نتایج

نتایج شبیه سازی عددی تعدادی از پارامترهای طراحی بال همچون طول L ، شاخص ویژگی ارتجاعی برش عرضی R ، زاویه عقب گرد Λ و سرعت زاویه ائی مانور P بر روی فرکانس های طبیعی ω_j ارائه شده است. در شکل ۲ اعتبار سنجی نتایج با استفاده از مرجع [۹]، برای حالتی که سرعت زاویه ای مانور و زاویه عقب گرد بال صفر باشد، بررسی گردیده و نتایج حاصله مطابقت خوبی را نشان می دهند. در این شکل مقادیر سه فرکانس طبیعی اول بازاء تغییرات R نشان داده شده است. R پارامتر ویژگی ارتجاعی برش عرضی است که نشانگر ویژگی خواص الاستیک بال می باشد. به این معنی که اگر این پارامتر به صفر نزدیک شود بال حالت کلاسیک داشته و تنش های برشی داخلی آن صفر است و در صورتی که مقادیر آن افزایش یابد سازه بال حالت پیشرفته دارد و تنش های برشی داخلی در نظر گرفته می شود [۹]. همچنین بازاء مقادیر زیاد R اثرات انعطاف پذیری بال افزایش یافته و فرکانسهای طبیعی کاهش می یابد. نتایج شکل ۲ نشان دهنده این اثر خصوصاً در فرکانس های دوم و سوم می باشند. در شکل های ۳ الی ۶ نتایج عددی اثر سرعت زاویه ائی مانور، طول بال و شاخص R بر دو فرکانس اول یک بال مستقیم ($\Lambda = 0$) رسم شده است. همانگونه که در این شکلها مشاهده می شود، افزایش طول بال مستقل از پارامترهایی نظیر سرعت زاویه ای مانور و یا شاخص R موجب کاهش فرکانس های طبیعی می گردد. این نتیجه با توجه به این نکته که افزایش طول بال موجب انعطاف پذیری بیشتر و کاهش سختی بال می گردد، قابل توجیه است. این روند تا جایی ادامه می یابد که با افزایش طول بال در حال مانور، در یک طول بحرانی مقدار فرکانس به صفر می رسد. همچنین افزایش سرعت زاویه ای مانور چه در حالت بال کلاسیک و چه در حالت بال با در نظر گرفتن اثر تغییر فرم برشی باعث کاهش چشمگیری در فرکانس های طبیعی شده است. این نتیجه با توجه به اثر مانور غلتش بر بال از لحاظ فیزیکی به راحتی قابل درک است

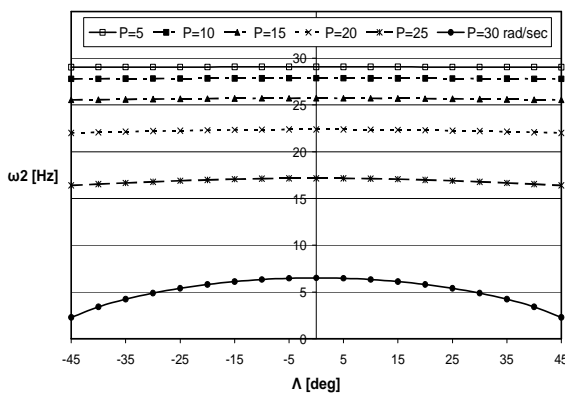


شکل ۲. تغییرات سه فرکانس طبیعی اول نسبت به تغییرات

$$R \text{ برای مقادیر } \Lambda = 0, P = 0, L = 5m$$



شکل ۷. تغییرات فرکانس طبیعی دوم نسبت به تغییرات

زاویه عقب گرد برای مقادیر $L = 5m$ و $R \rightarrow 0$ 

شکل ۸. تغییرات فرکانس طبیعی دوم نسبت به تغییرات

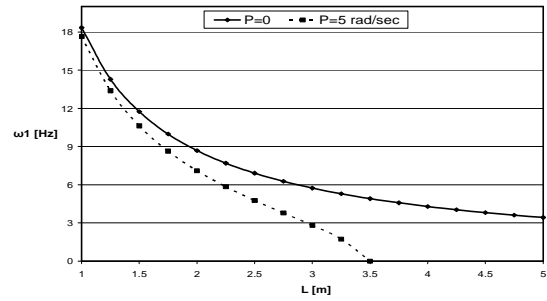
زاویه عقب گرد برای مقادیر $L = 5m$ و $R = 100$

صفر شدن فرکانس ها در یک سیستم دینامیکی حاکی از حرکت صلب و یا رسیدن به مرز ناپایداری استاتیکی می باشد ، در این مطالعه با توجه به در نظر گرفتن اثرات رفتار الاستیک بال رفتار صلب منتفی می باشد و عملاً بال به مرز ناپایداری استاتیکی رسیده است.

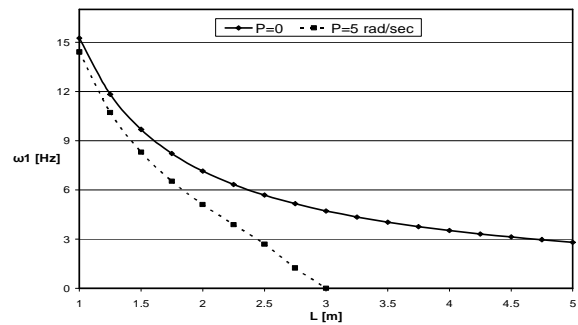
در این حالت بال دچار یک تغییر فرم استاتیکی حاصل از مانور می شود و عملاً نوسانات ارتعاشی آن از بین می رود . با مقایسه نتایج شکل های ۳ و ۴ مشاهده می شود که با در نظر گرفتن اثر تغییر فرم برشی $R = 100$ ، طول بحرانی کاهش پیدا می کند.

مشابه همین نتیجه در شکل های ۵ و ۶ ، در اثر افزایش سرعت زاویه ائی مانور ملاحظه می گردد و طول بحرانی بال کاهش می یابد. اثر تغییرات زاویه عقب گرد بال و سرعت زاویه ائی مانور بر فرکانس طبیعی دوم بال در شکل های ۷ و ۸ به ترتیب برای یک بال کلاسیک $R \rightarrow 0$ و یک بال پیشرفته $R = 100$ نشان داده شده است.

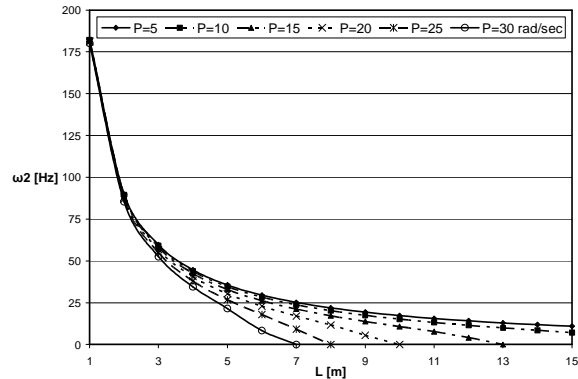
همانگونه که مشاهده می گردد تغییرات زاویه عقب گرد بال بر فرکانس دوم بازاء سرعت های زاویه ائی کمتر از ۱۵ رادیان بر ثانیه محسوس نمی باشد و در سرعت های زاویه ائی بالا این تغییرات



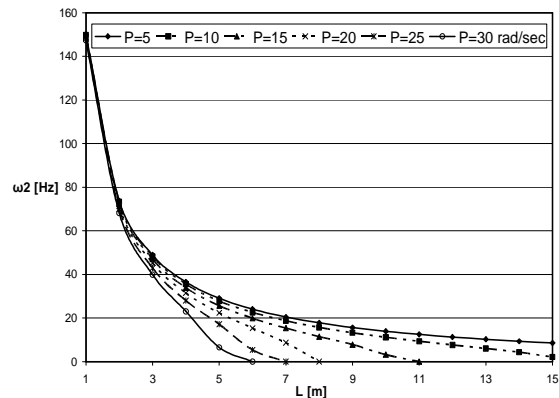
شکل ۳. تغییرات فرکانس طبیعی اول نسبت به تغییرات طول

بال برای مقادیر $\Lambda = 0$ و $R \rightarrow 0$ 

شکل ۴. تغییرات فرکانس طبیعی اول نسبت به تغییرات طول

بال برای مقادیر $\Lambda = 0$ و $R = 100$ 

شکل ۵. تغییرات فرکانس طبیعی دوم نسبت به تغییرات طول

بال برای مقادیر $\Lambda = 0$ و $R \rightarrow 0$ 

شکل ۶. تغییرات فرکانس طبیعی دوم نسبت به تغییرات طول

بال برای مقادیر $\Lambda = 0$ و $R = 100$

- [6] Fazelzadeh, S.A., Mazidi, A., "Nonlinear Equations of Motion for the Maneuvering Flexible Aircraft Wings", In: ASME-PVP-ICPVT11-93624 on CD-Rom, 6th International Symposium FSI, Aeroelasticity, FIV and Noise, Vancouver/Canada, 2006.
- [7] Fazelzadeh, S.A., Mazidi, A., Rahmati, A.R., "Modeling and Flutter Analysis of Advanced Aircraft Wings Carrying External Store under Pull-Up Maneuver", Proceedings of The International Conference on Modeling and Optimization of Structure, processes and systems, ICMOSPS'07, January 2007, Durban, South Africa.
- [8] Librescu, L., *Elastostatics and Kinematics of Anisotropic and Heterogeneous Shell-type Structures*, Noordhoff Internationals, 1975.
- [9] Gern, F.H., Librescu, L., "Modeling and Aeroelasticity of Advanced Aircraft Wings Carrying External Stores", Fluid-Structure Interaction, Aeroelasticity, flow-induced vibration and noise, Vol. 3. ASME, 1997, pp. 185-195.
- [10] Merirovitch., L., *Principles and Techniques of Vibrations*. Printice-Hall, 1997.
- [11] Baruh. H., *Analytical Dynamics*, McGraw-Hill, 2003.
- [12] Karpouzain, G., Librescu, L., "Comprehensive Model of Anisotropic Composite Aircraft Wings Suitable for Aeroelastic Analysis", Journal of Aircraft, Vol. 31, No. 3, 1994, pp. 703-712.

فهرست علائم

سطح مقطع بال	A
بردار شتاب	\bar{a}
اندازه وتر بال	c
مدول یانگ	E
مدول برشی	G
سیستم مختصات مطلق	$\vec{I}, \vec{J}, \vec{K}$
سیستم مختصات محلی	$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$
طول بال	L
سرعت زاویه ای غلتش	P
پارامتر ویژگی ارتجاعی برش عرضی	$R = E/G$
بردار موقعیت	\vec{R}
انرژی جنبشی	T
زمان	t
انرژی پتانسیل	U
مؤلفه های بردار جابجایی	U_i
بردار سرعت	\vec{V}
کار نیروهای ناپایستار	W
فاصله بین محور الاستیک و محور x_2	x_0

موثر می‌باشد. در سرعت های زاویه‌ائی بالاتر از ۱۵ رادیان بر ثانیه، با افزایش قدر مطلق زاویه عقب گرد بال فرکانس طبیعی تنزل می‌یابد.

نکته قابل توجه در این دو شکل یکسان بودن رفتار بال به ازای زوایای عقبگرد مثبت و منفی است. به عبارت دیگر متمایل شدن بال به سمت جلو و یا عقب اثر یکسانی بر روی فرکانس های طبیعی سیستم می گذارد. این نتیجه با توجه به اینکه در اینجا ارتعاشات آزاد بال مورد بررسی قرار گرفته است، طبیعی به نظر می رسد.

۶. نتیجه گیری

در این مطالعه معادلات حاکمه بال هواپیمای انعطاف پذیر با در نظر گرفتن تغییر فرم های برشی تحت اثر سرعت زاویه ائی مانور غلتش توسعه داده شده است. همچنین اثر پارامترهای ساختار بال و سرعت زاویه‌ائی مانور بر روی فرکانس های طبیعی مورد بررسی قرار گرفته اند و نتایج زیر حاصل گردیده است:

- (۱) افزایش شاخص تغییر فرم برشی باعث کاهش فرکانس ها می شود.
- (۲) افزایش طول بال و سرعت زاویه ای مانور باعث کاهش فرکانس ها می شود.
- (۳) در سرعت های زاویه ای پایین، تغییر زاویه عقب گرد تاثیر محسوسی بر روی تغییرات فرکانس طبیعی ندارد.
- (۴) در اثر افزایش سرعت زاویه ائی مانور و شاخص تغییر فرم برشی طول بحرانی بال کاهش می یابد و بال دچار ناپایداری استاتیکی می گردد.

مراجع

- [1] Hodges, D.H., Dowell, E.H., "Nonlinear Equations of Motion for the Elastic Bending and Torsion of Twisted Non-Uniform Rotor Blades", NASA Technical Report, NASA TND-7810, 1974.
- [2] Sipicic, S.R., Morino, L., "Dynamic Behavior of Fluttering Two-Dimensional Panels on an Airplane in Pull-Up Maneuvers", AIAA journal, Vol.29, No.8, 1991, pp.1304-1312.
- [3] Na, S., Librescu, L., "Dynamic Response of Elastically Tailored Adaptive Cantilevers of Non-Uniform Cross Section Exposed to Blast Pressure Pulses", International Journal of Impact Engineering, Vol.25, 2001, pp. 847-867.
- [4] Meirovitch, L., Tuzcu, I., "Multidisciplinary Approach to the Modeling of Flexible Aircraft", proceeding of the CEAS/AIAA/AIAE, International forum on aeroelasticity and structural dynamics, Madrid, Spain, 2001, pp.435-448.
- [5] Librescu, L., Sang-Young Oh., Song, O., "Thin-Walled Beams Made of Functionally Graded Materials and Operating in a High Temperature Environment: Vibration and instability", Journal of Thermal Stresses, Vol.28, No. 6-7, 2005, pp.694-712.

فهرست علائم یونانی

چگالی بال	ρ
ضریب پواسون	ν
زاویه عقب گرد	Λ
مؤلفه های تنش و کرنش	ε_{ij} و σ_{ij}
عملگر تغییراتی	δ
فرکانس طبیعی	ω
	$(\cdot)_{,2} \equiv \frac{\partial(\cdot)}{\partial x_2}$