

## فیلتر پیشگوی مختلط در حوزه فرکانس - مکان

نگاه ارجمند پور<sup>۱</sup> و حمیدرضا سیاه کوهی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران شمال

<sup>۲</sup> موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران

hamid@ut.ac.ir

(دریافت: ۸۳/۴/۳۰؛ پذیرش: ۸۴/۳/۲)

### چکیده

فیلتر پیشگو در حوزه فرکانس - مکان (F-X) تکنیکی برای کاهش نوفه های تصادفی از مقاطع لرزه ای است. با توجه به اینکه در حوزه فرکانس - مکان به ازای هر فرکانس ثابت، سیگنال در مقایسه با نوفه بصورت تابعی از  $X$  قابل پیشگوئی است، از اینرو می توان از تئوری وینر برای طراحی فیلترهای مختلط پیشگو بر اساس کمترین مربعات استفاده کرد. خروجی چنین فیلتری بخش قابل پیش بینی داده های لرزه ای خواهد بود. بخش غیر قابل پیشگوئی (یا همان نوفه های تصادفی) خروجی فیلتر دومی خواهد بود که با استفاده از ضرایب فیلتر پیشگو طراحی می شود و به فیلتر خطای پیشگویی معروف است. در این مطالعه برنامه کامپیوتری فیلترهای مختلط در محیط MATLAB تدوین و کارآیی آنها در حذف نوفه های همدوس از رکورد لرزه ای چشمه مشترک و حذف نوفه های تصادفی از مقطع لرزه ای نشان داده شد.

**واژه های کلیدی:** فیلتر فرکانس - مکان، واهمامیخت پیشگو، فیلتر وینر، حذف نوفه.

#### ۱- مقدمه

فیلتر کردن در واقع تفکیک انواع مختلف سیگنال از همدیگراست. در پردازش داده های لرزه‌ای این کار می‌تواند بمنظور حذف امواج مزاحم (نوفه) یا بازسازی سیگنالی که بخشی از آن به هر نحوی از حالت طبیعی و قابل انتظارش خارج شده است، باشد. معمولاً تقویت یک سیگنال یا تضعیف نوفه مستلزم دو گام اساسی است: الف) تعیین کاراکتر یا مشخصه‌ای که بر اساس آن بتوان در رکورد لرزه‌ای سیگنال را از نوفه تشخیص داد ب) تهیه نرم‌افزاری بر اساس کاراکتر مذکور برای اعمال فیلتر.

مبانی فیلتر پیشگوی F-X توسط Canales (۱۹۸۴) معرفی و توسط Gulunay (۱۹۸۶) تکمیل گردید. اساس کار آن پیشگویی سرپهای مختلط بوده و بر کار Treitel (۱۹۷۶) استوار است. نامی که Gulunay برای این تکنیک بکار برد واهمامیخت پیشگو در حوزه فرکانس- مکان (F-X predivtive diconvolution) بود. انتخاب این نام با توجه به عملکرد واهمامیخت پیشگو، نام صحیحی نیست، چرا که در عملکرد واهمامیخت پیشگو قسمت پیش بینی شده بعنوان بخش حذف شونده از داده‌ها به حساب می‌آید در صورتیکه در عملکرد واهمامیخت پیشگوی F-X قسمت پیش‌بینی شده همان بخش مطلوب داده‌ها است. نامهای دیگری هم برای این فیلتر توسط افراد مختلف بکار برده شده که عبارتند از: فیلتر پیشگوی F-X (Wang, 1990)، فیلتر پیشگوی وینر مختلط در حوزه F-X (Hornbostel, 1991)، پیشگویی F-X (Claerbout and Abma, 1995) و فیلتر پیشگوی مکانی (Yilmas, 2001) می‌باشد. در این مطالعه از عنوان فیلتر پیشگوی F-X استفاده شده است.

آنچه در فیلتر پیشگوی F-X حائز اهمیت است تصادفی بودن نوفه و پیوستگی سیگنال در بعد مکان است. بنابراین الگوریتمی مورد نیاز خواهد بود که قادر باشد انرژی پیوسته و هم‌دوس را از یک تریس به تریس دیگر (در بعد مکان) پیش‌بینی نماید. به همین خاطر سعی شد تا فیلتر پیشگویی کننده‌ای در حوزه فرکانس- مکان طراحی شود. بدین ترتیب که برای هر مؤلفه از طیف فرکانس داده‌های لرزه‌ای، ضرایب فیلتر پیشگو (مختلط و خطی) طوری تعیین شود که کمک آن بتوان مقدار مؤلفه مذکور در هر تریس را از روی تریس اطرافش پیش‌بینی کرد. بلحاظ نظری این کار در سه مرحله قابل اجراست:

۱. انتقال داده‌های لرزه‌ای  $d(t, x)$  از حوزه زمان- مکان به حوزه فرکانس- مکان با

$$D(f, x) = FFT\{d(t, x)\}$$

۲. تعیین ضرایب فیلتر پیشگوی مختلط برای هر فرکانس ثابت  $f_c$  با استفاده از داده‌های مربوطه  $D(f_c, x_n)$ ، بطوریکه مجموع مربعات خطای بین خروجی مطلوب  $d_t$  و خروجی فیلتر  $y_t$  حداقل شود. در اینجا  $n = 1, 2, \dots, N$  نشانگر تعداد تریس لرزه ای است.

۳. اعمال فیلتر که به دو صورت زیر قابل اجراست:

الف) اجرای فیلتر در حوزه F-X و سپس انتقال داده‌های فیلترشده به حوزه زمان- مکان.

ب) انتقال ضرایب فیلتر پیشگو به حوزه زمان- مکان و اجرای فیلتر در این حوزه.

## ۲- مبانی نظری فیلتر وینر مختلط

پایه ریاضی فیلتر وینر مختلط همچون فیلتر وینر غیر مختلط براساس نظریات رابینسون و تریتل (۱۹۸۰) می‌باشد. در اینجا سعی بر آن است تا ضرایب فیلترطوری تعیین شوند تا انرژی خطا بین خروجی ایده آل و خروجی واقعی حداقل باشد. همامیخت فیلتر حقیقی  $f_x$  به طول  $(m+1)$  با ورودی حقیقی  $d_x$  به طول  $(n+1)$  بصورت زیر بیان می‌شود:

$$y_x = \sum_{k=0}^m f_s d_{x-s} \quad (1)$$

اگر مقادیر  $d_x$ ،  $f_x$  و  $y_x$  مختلط باشد خواهیم داشت:

$$f_x = f_x^{\text{Re}} + i f_x^{\text{Im}}, \quad d_x = d_x^{\text{Re}} + i d_x^{\text{Im}}, \quad y_x = y_x^{\text{Re}} + i y_x^{\text{Im}}$$

در نتیجه معادله (۱) تبدیل به همامیخت مختلط شده و به صورت ماتریسی زیر نوشته می‌شود:

$$y = d f \quad (2)$$

که در آن  $y$  و  $f$  به ترتیب بردارهای ستونی مختلط به طولهای  $(m+1)$  و  $(m+n+1)$  و  $d$  یک ماتریس مربعی مختلط به ابعاد  $(m+n+1) \times (m+1)$  است. در اینحالت انرژی خطا بین خروجی ایده ال و خروجی واقعی بصورت زیر خواهد بود:

$$I = e^{-T} e \quad (۳)$$

که در آن  $\sim$  نشاندهنده مزدوج مختلط و  $T$  ترانهاده ماتریس است. فیلتر مختلط  $f$  را می توان از مینیمم نمودن  $I$ ، بوسیله تعمیم تئوری کمترین مربعات برای حالت مختلط بدست آورد. برای این منظور از تعریف تبدیل هرمیتین و خواص آن استفاده می کنیم:

$$A^{-T} = A^H, \quad (A^H)^H = A, \quad (AB)^H = B^H A^H \quad (۴)$$

که در آن  $A$  و  $B$  ماتریسهای مختلط و  $H$  نشانگر هرمیتین آنها است. هرگاه  $d'$  نشانگر خروجی ایده ال باشد، با جایگزینی مقدار برای  $e$  در معادله (۳) و با توجه به خواص ذکر شده در (۴) داریم:

$$I = e^H e = (d' - d f)^H (d' - d f)$$

$$I = d'^H d' - f^H d^H d' - d'^H d f + f^H d^H d f \quad (۵)$$

با استفاده از تساوی های زیر:

$$d^H d' = g, \quad d'^H d' = \partial, \quad d^H d = R$$

معادله انرژی خطا (۵) به صورت ساده می شود:

$$I = \partial - f^H g - g^H f + f^H R f$$

انرژی خطا وقتی مینیمم می شود که:

$$\frac{\partial I}{\partial f} = -g^H + f^H R = 0 \quad (۶)$$

بنابراین ضرایب فیلتر  $f$  از معادله ماتریسی زیر بدست خواهد آمد:

$$f^H R = g^H$$

با اعمال عملگر هرمیتین به دو طرف معادله فوق داریم:

$$(f^H R)^H = (g^H)^H$$

و با استفاده از ویژگی  $(R^H = R)$  داریم:

$$Rf = g \quad (7)$$

معادله ۷ نشانگر  $(m+1)$  معادله خطی با مقادیر مختلط است که می‌توان با حل آن ضرایب فیلتر مختلط  $f$  را بدست آورد. برای آشنایی با حل معادلات نرمال مختلط به ارجمندپور (۱۳۸۲) رجوع شود.

### ۳- ضرایب فیلتر F-X

هرگاه تریس لرزه‌ای بصورت قطاری از ضربه‌ها با دامنه‌های مختلف در نظر گرفته شود:

$$u(t, x) = \sum_{j=1}^n A_j \delta(t - g_j(x))$$

که در آن  $A_j$  نشان دهنده دامنه ضربه زام و  $g_j(x)$  تابع تأخیر است. این تابع بیانی نشانگر رویدادی در مقطع لرزه‌ای هم می‌باشد. پس از اجرای تبدیل فوریه (زمانی) روی معادله فوق خواهیم داشت:

$$U(\omega, x) = \sum_{j=1}^n A_j e^{-i\omega g_j(x)}$$

که در آن  $\omega$  فرکانس زاویه ای است. همانطور که مشاهده می گردد در حوزه فرکانس - مکان تریس لرزه ای تبدیل به مجموعه جملات سینوسی و کسینوسی بصورت تابعی از  $x$  و  $\omega$  می شود. از آنجا که فیلتر F-X فقط رویدادهای خطی را پیشگوئی می کند، بنابراین تابع  $g_j(x)$  باید بصورت خطی (یا نزدیک به خط) باشد. با فرض خطی بودن  $g_j(x)$ ، تبدیل فوریه تریس لرزه ای بصورت زیر در خواهد آمد:

$$U(\omega, x) = \sum_{j=1}^N c_j e^{-i\omega b_j x}$$

که در آن  $c_j$  یک ثابت مختلط (که بستگی به قدرت چشمه و ضریب بازتاب دارد) و  $b_j$  شیب رویداد لرزه ای است. همانطور که مشاهده می شود، فرض خطی بودن رویداد لرزه ای باعث گردیده تا تابع  $U(\omega, x)$  کاملاً بر حسب  $x$  سینوسی شود. هیچ محدودیتی برای در نظر گرفتن تریس لرزه ای بصورت قطاری از ضربه ها نبوده و می توان فرض کرد که تریس لرزه ای حاصل همامیخت یک موجک با ضربه ها باشد، بنابراین می توان نوشت:

$$u(t, x) = \sum_{j=1}^N v_j [t - g_j(x)]$$

که در آن  $v_j(t)$  یک موجک دلخواه است. پس معادله نهایی  $U(\omega, x)$  در حوزه فرکانس - مکان با فرض مدل خطی برای  $g_j(x)$  به صورت زیر بدست می آید:

$$U(\omega, x) = \sum_{j=1}^N V_j(\omega) e^{-i\omega g_j(x)}$$

که در آن  $V_j(\omega)$  تبدیل فوریه موجک فرضی است.

بنابراین در حوزه F-X رویدادهای خطی موجود در مقطع لرزه ای بصورت توابع نمایی مختلط بر حسب  $x$  ظاهر می شوند و بوسیله فیلتر پیشگو از نوع یک قدم به جلو (one-step-ahead)

قابل پیشگویی خواهند بود. بدین صورت که اگر ورودی با طول  $n$  را بصورت  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  داشته باشیم لازم است فیلتری به طول  $m$   $(f_1, f_2, \dots, f_m)$  بدست آوریم بطوریکه برای هر مقدار از ورودی رابطه زیر برقرار باشد:

$$u_x * f_x = u_{x+1} \quad (8)$$

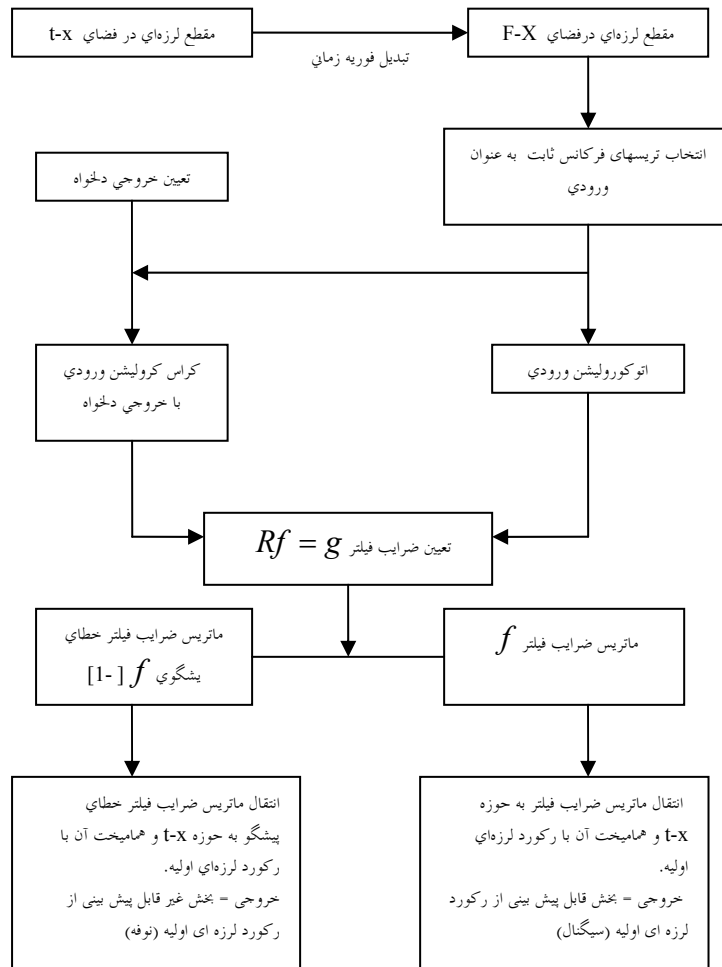
که در آن  $u_{x+1}$  یک نمونه از ورودی با شیفت مکانی واحد از ورودی  $u_x$  است. سری ضرایب  $(f_1, f_2, \dots, f_m)$  راعملگر پیشگوی مختلط (complex prediction operator) می نامند. این عملگر به ما اجازه می دهد تا قسمت پیش بینی شونده از  $U(\omega, x)$  را یک قدم جلوتر (یا در تریس بعدی) برای هر فرکانس دلخواه بدست آوریم. سری ضرایب  $(1, -f_1, -f_2, \dots, -f_m)$  را اپراتور خطای پیشگویی (prediction error operator) می نامند که بخش غیر قابل پیشگویی از ورودی را یک قدم جلوتر بدست می دهد.

#### ۴- ساختار نرم افزار تدوین شده

در این مطالعه نرم افزار فیلتر F-X، رکورد چشمه مشترک و مقطع لرزه ای مصنوعی در محیط MATLAB نوشته شده است. نحوه کار فیلتر به اینصورت است که ابتدا رکورد لرزه ای بکمک تبدیل فوریه به حوزه فرکانس- مکان (F-X) انتقال می یابد. ضرائب فیلتر در حوزه فرکانس- مکان برای همه فرکانسها (هرسطر از ماتریس داده ها به یک فرکانس خاص تعلق دارند) بدست می آید. ضرائب فیلتر پیشگو و فیلتر خطای پیشگویی در ماتریسی به ابعاد  $m \times n_f$  (که در آن  $m$  تعداد نمونه های زمانی و  $n_f$  طول فیلتر است) بکمک عکس تبدیل فوریه به حوزه  $t-x$  انتقال می یابد. با همامیخت ماتریس داده های لرزه ای با ماتریس ضرائب فیلتر، خروجی فیلتر بدست می آید.

خروجی فیلتر پیشگوی F-X همان داده های لرزه ای فیلتر شده است که شامل قسمت قابل پیش بینی از داده ها است. همچنین از همامیخت ماتریس داده های لرزه ای اولیه با ماتریس ضرائب فیلتر خطای پیشگویی قسمت غیر قابل پیش بینی از داده ها یا همان نوفه های تصادفی بدست می آیند.

لازم به اشاره است که عمل فیلتر (همامیخت داده های اولیه با ضرائب فیلتر) را می توان در حوزه فرکانس هم انجام داد. شکل ۱ ساختار نرم افزار جهت محاسبه ضرائب فیلتر و اجرای آن بر روی داده های لرزه ای را نشان می دهد.

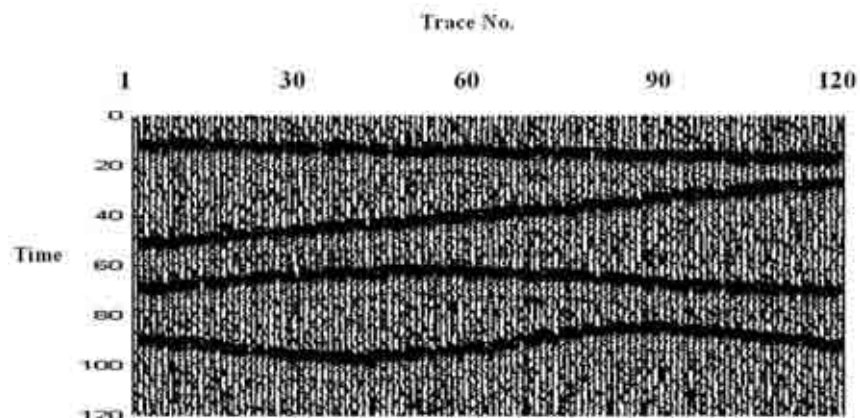


شکل ۱- نمودار جریان نرم افزار پیشگو F-X

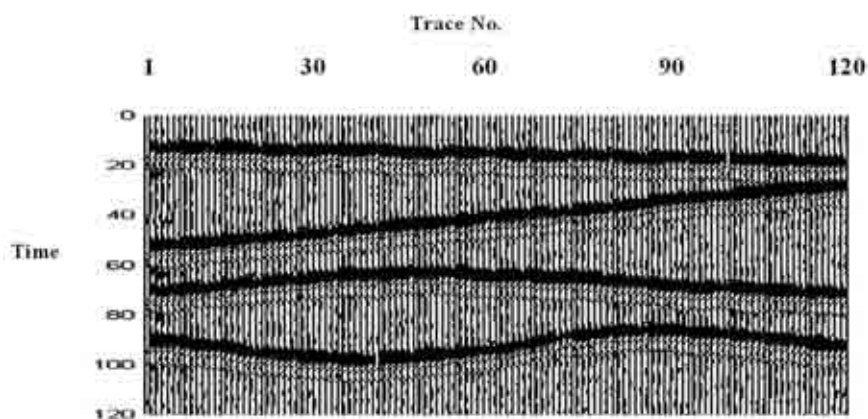
## ۵- کاربردها

برای نشان دادن کارایی فیلتر پیشگوی F-X طراحی شده در حذف نوفه‌های تصادفی، یک مقطع لرزه‌ای مصنوعی تهیه شد که در شکل ۲ نشان داده شده است. شکل ۳ مقطع لرزه‌ای مصنوعی مذکور را پس از اعمال فیلتر نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود بخش قابل ملاحظه‌ای از نوفه‌های تصادفی حذف شده است بدون آنکه اثر نامطلوبی بر روی رویدادهای لرزه‌ای مقطع ایجاد شود. هرگاه رویداد لرزه‌ای دارای شیب کم باشد در اینصورت فیلتر پیشگوی F-X قادر خواهد بود رویداد مذکور را از روی اطلاعات تریسهای مجاور پیش‌بینی نماید.



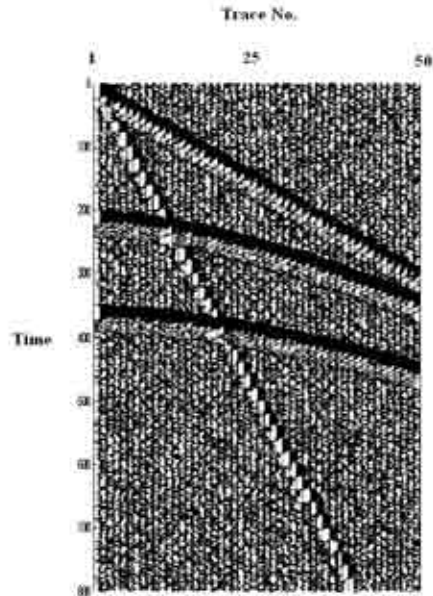


شکل ۲- مقطع لرزه ای مصنوعی به همراه نوفه تصادفی

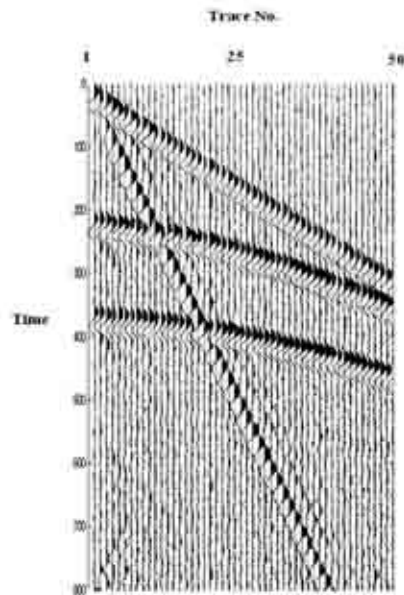


شکل ۳- مقطع لرزه ای مصنوعی شکل (۲) بعد از اعمال فیلتر پیشگوی F-X برای حذف نوفه های تصادفی.

از آنجا که در رکوردهای چشمه مشترک این شرط صادق نیست، از اینرو اعمال فیلتر پیشگوی F-X علاوه بر حذف نوفه های تصادفی، بخشی از سیگنال نیز حذف خواهد شد. شکل ۴ یک رکورد مصنوعی چشمه مشترک را که حاوی دو رویداد خطی، دو رویداد بازتابی و نوفه های تصادفی است، نشان می دهد. شکل ۵ رکورد چشمه مشترک مذکور را پس از اعمال فیلتر پیشگوی F-X بمنظور حذف نوفه های تصادفی، نشان می دهد. اختلاف بین رکورد اصلی و رکورد فیلتر شده در شکل (۶) آورده شده است. همانطور که انتظار می رفت این فیلتر بخشی از سیگنالها را بخاطر شیب زیادشان همراه با نوفه های تصادفی حذف کرده است.

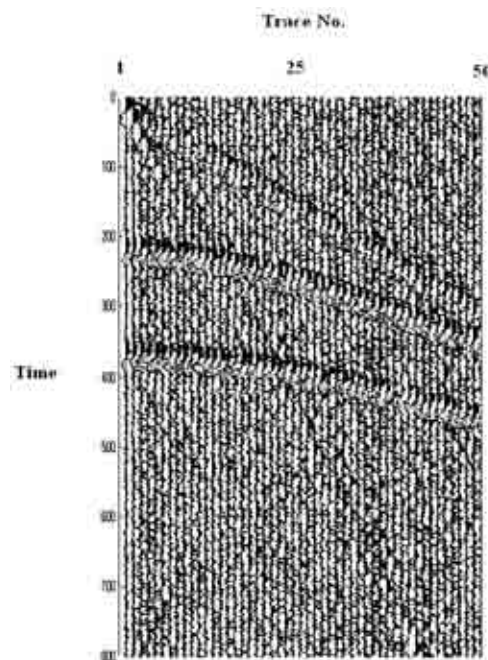


شکل ۴- رکورد چشمه مشترک لرزه‌ای مصنوعی

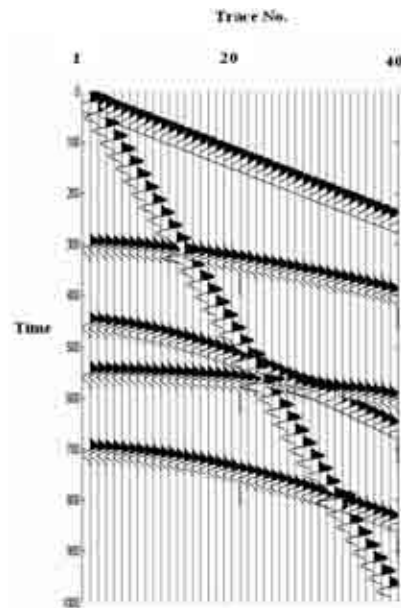


شکل ۵- رکورد چشمه مشترک لرزه‌ای مصنوعی (۴) بعد از اعمال فیلتر پیشگوی F-X برای حذف نوفه های تصادفی

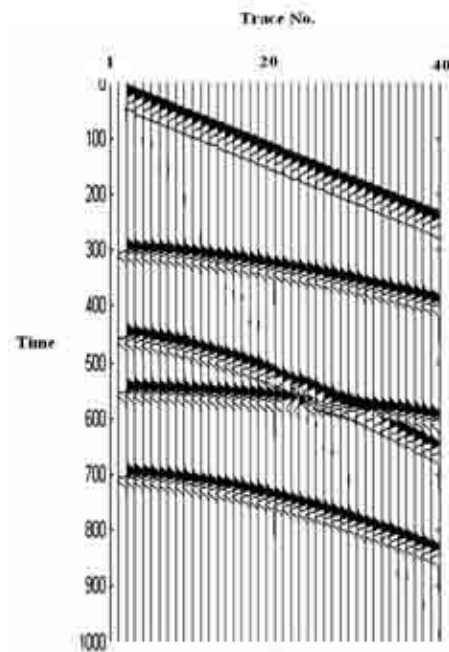
در این مطالعه همچنین سعی شد تا از فیلتر پیشگوی F-X بمنظور حذف نوفه همدوس از داده های لرزه ای برانبارش نشده هم استفاده شود. برای فراهم آوردن امکان چنین استفاده ای، رویداد خطی مورد نظر (یا نوفه همدوس) طوری در زمان شیفت داده شد تا شیب آن نزدیک به صفر شده و قابل پیش بینی بکمک فیلتر پیشگوی F-X گردد. شکل (۷) رکورد چشمه مشترک لرزه ای مصنوعی مورد استفاده در این مطالعه را که حاوی اولین رسیدها، تعدادی رویداد بازتابی و امواج هوا (رویداد خطی دوم) است، نشان می دهد. در اینجا سعی بر آن بود تا امواج هوا با اعمال فیلتر پیشگوی F-X تضعیف شود. برای این منظور ابتدا بکمک برونراند خطی، امواج هوا افقی شدند، سپس با اعمال فیلتر پیشگوی F-X به محدوده ای از رکورد لرزه ای که حاوی امواج هوای افقی شده بود این رویداد خطی پیش بینی و از رکورد لرزه ای اولیه حذف گردید (شکل ۸). برای جزئیات بیشتر در مورد برونراند خطی بکار گرفته شده در این مطالعه به ارجمندپور (۱۳۸۲) مراجعه شود.



شکل ۶ - بخش حذف شده از رکورد شکل (۴) توسط فیلتر. همانطور که مشاهده می شود قسمتی از رویدادهای لرزه ای بخاطر شیب زیادشان بعنوان نوفه تشخیص داده شده و حذف شده اند.



شکل ۷ - رکورد چشمه مشترک لرزه ای مصنوعی حاوی رویداد خطی (امواج هوا)



شکل ۸ - تضعیف رویداد خطی (امواج هوا) از رکورد لرزه ای شکل (۷) توسط فیلتر پیشگوی F-X

### ۶- نتیجه گیری

در این مطالعه فیلتر پیشگوی مختلط در حوزه F-X برای حذف نوفه های تصادفی از مقاطع لرزه ای بر انبارش شده مصنوعی، مورد استفاده قرار گرفت. فیلتر کارکرد خوبی در تضعیف نوفه های تصادفی از خود نشان داده بدون آنکه آسیب قابل ملاحظه ای به رویدادهای لرزه ای وارد شود. ولی کارکرد فیلتر برای حذف نوفه های تصادفی از رکوردهای چشمه مشترک رضایت بخش نبود و علاوه بر حذف نوفه های تصادفی، بخشی از سیگنال نیز حذف شد.

همچنین توانائی این فیلتر برای تضعیف رویداد خطی (یا نوفه های همدوس) از رکورد چشمه مشترک مصنوعی نیز بررسی شد. نتیجه نشان می دهد که بعد از اعمال فیلتر، رویداد خطی همدوس بطور قابل ملاحظه ای از رکورد لرزه ای چشمه مشترک تضعیف می شود بدون آنکه پدیده نامطلوبی در رکورد لرزه ای از خود برجا گذارد.

### References

- Abma, R. and Clearbout, J. (1995) *Lateral prediction for noise attenuation by t-x and f-x techniques*. Geophysics, vol. 60, NO. 6.
- Gulunay, N. (1986) *F-X decon and complex Wiener prediction filter*. Presented at the 56<sup>th</sup> Annual SEG Meeting, Houston.
- Canales, L. (1984) *Random noise reduction*. Presented at the 54<sup>th</sup> Annual SEG Meeting
- Treitel, S. (1974) *the complex Wiener filter*. Geophysics, 39, 169-173.
- Peacock, K. L. and Treitel, S. (1969) *Predictive Deconvolution*. Theory and Practice, Geophysics, vol. 34, No.
- Wang W. and West G. F. (1994) *F-X Filters With Dip Rejection*. Presented at the 64<sup>th</sup> Annual SEG Meeting, Houston, 1436-1438.

ارجمندپور، ن. (۱۳۸۲) *تضعیف نوفه های لرزه ای در حوزه فرکانس- دورافت*، پایان نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، تهران، ایران.