پژوهنده (مجله پژوهشی دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی)
سال چهاردهم، شماره ۴، پی در پی ۷۰، صفحات ۱۹۱ تا ۱۹۸
مهر و آبان ۱۳۸۸

تاریخ دریافت مقاله: ۸۷/۱۱/۹
تاریخ پذیرش مقاله: ۸۸/۵/۲۱

طراحی مدلی استوار برای مکان‌یابی واحدهای خدمات بیمارستانی و کارایی آنها

محمد جواد فیض‌اللهی[۱]، امیرحسین شکوهی[۲*]، محمد مدرس یزدی[۳]، محمد جعفر تارخ[۴]

۱. دانشجوی دکترای مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف
۲. کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
۳. استاد، دانشکده صنایع، دانشگاه صنعتی شریف
۴. دانشیار، دانشکده صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

چکیده

سابقه و هدف: مساله چیدمان واحدها در محلهای مختلف بیمارستانها به منظور کاهش هزینه‌های ناشی از جابه‌جایی افراد، بیماران و تسهیلات موجب تلاشهای بسیاری از سوی محققان برای ساخت مدل‌های بهینه‌سازی چیدمان واحدها با هدف کاهش هزینه‌ها شده است. این در حالی است که عدم قطعیت موجود در دنیای پیرامون یا در نتایج حاصل از این تلاشها دیده نمی‌شود و یا به علت اعمال این محدودیت، مدل‌های غیرخطی پیچیده‌ای شکل گرفته‌اند که قابل اعمال به مسایل بهینه‌سازی نمی‌باشند. لذا هدف از این تحقیق ارائه طراحی مدل مکان‌یابی استوار در برابر داده‌های غیرقطعی است که دارای کارایی قابل قبولی باشد.

مواد و روش‌ها: طراحی این مدل به روش اکتشافی و با کمک توسعه مدل‌های ریاضی با نگرش بهینه‌سازی استوار صورت گرفت و بر مبنای سه شاخص مسافت، جریان و ارزش جریانهای بین واحدهای بیمارستانی بنا نهاده شد و در راستای کمینه کردن هزینه‌های ناشی از این سه شاخص گام بر می‌دارد.

یافته‌ها: مدل طراحی شده قابلیت پیاده‌سازی در یک واحد بیمارستانی را داراست و توانایی مواجه به عدم قطعیت موجود در این گونه تصمیم‌گیری‌ها را دارد. علاوه بر این دو مهم، پیچیدگی مدل توسعه داده شده نسبت به مدل اولیه در حد قابل قبولی است و امکان به کارگیری آن با تمامی روشهای حل ابتکاری امکان‌پذیر است.

نتیجه‌گیری: به نظر می‌رسد مدل استوار طراحی شده برای مکان‌یابی واحدهای بیمارستانی عملی است و با توجه به اهمیت آن، تجربه واقعی آن در یک بیمارستان توصیه می‌شود.

واژگان کلیدی: چیدمان واحدها، تصمیم‌گیری، مساله تخصیص درجه دو، بهینه‌سازی استوار.

مقدمه

یکی از مسائل مدیریتی مهم در طراحی همه سیستم‌های تولیدی و خدماتی از جمله بیمارستانها، مکان‌یابی واحدهای داخلی آنها است (۱،۲). این مشکل که به نوعی یک مساله بهینه‌سازی است در تمامی مجموعه‌های صنعتی، کشاورزی و پزشکی به گونه‌های مختلف وجود دارد و محققان بیش از ۴۰ سال است که برای حل آن مدل‌های زیادی طراحی کرده‌اند و راه حل‌های مختلفی برای آن ارائه داده‌اند (۲). در حال حاضر این مهم در بیمارستانها بر اساس نظر، سلیقه و تجربه مدیران انجام می‌گیرد و اگر به صورت صحیح و بهینه انتخاب نشود تبعاتی نظیر هزینه‌های پنهان جابه‌جایی، استفاده کمتر از تجهیزات بیمارستانی، سرمایه‌گذاری‌های کاذب و حتی به خطر افتادن جان بیماران را به همراه خواهد داشت (۳).

در دو دهه گذشته تحقیقات زیادی برای طراحی بهینه مراکز درمانی، بیمارستانها و کیلینیک‌ها صورت گرفته است (۴،۵). برخی از محققان به بررسی مفاهیم و کلیات برنامه‌ریزی منابع بیمارستانی از دیدگاه مدیریت عملیات پرداخته‌اند (۶،۷). برخی پژوهشگران نیز بیمارستان و منابع آن را به عنوان یک سیستم صف پیچیده در نظر گرفته‌اند و از رویکرد شبیه‌سازی گسسته پیشامد به طراحی، تخصیص منابع، چیدمان و تحلیل آن پرداخته‌اند (۸). پیونیس و زیمرینگ در مقاله خود طراحی چیدمان بیمارستان را مورد توجه قرار داده‌اند (۹).

*نویسنده مسئول مکاتبات: امیرحسین شکوهی؛ تهران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی صنایع.
پست الکترونیک: A.shokouhi@gmail.com

بدین‌سان یکی از اولویتهای پژوهشی این است که به واقع مکان‌یابی واحدهای بیمارستانی چگونه انجام می‌گیرد؟ یکی از کاملترین مدل‌های ریاضی مکان‌یابی واحدها، مدل تخصیص درجه‌ی دو (QAP) است که اولین بار توسط فرانسیس ارائه شد و به عنوان مدل پایه در بسیاری از تحقیقات طراحی چیدمان مورد استفاده قرار گرفت (۲). الشافعی از مدل تخصیص درجه دو برای طراحی چیدمان بیمارستان بهره جست (۱۰). اما در مورد واحدهای خدماتی بیمارستانی یک خلا اطلاعاتی وجود دارد و از طرفی به علت شرایط خاصی که بر سیستم‌های بیمارستانی حاکم است مدل‌های موجود دارای کاستی‌هایی است. آرگوت عدم قطعیت در داده‌های ورودی برای مسائل طراحی و مدیریتی بیمارستانها را مورد توجه قرار داده و به نقد مدل‌های قطعی استفاده شده برای این مسائل پرداخته است (۱۱).

با توجه به عدم قطعیت بسیار زیاد در جریانهای مواد، بیماران، تجهیزات و امکانات و غیره در مراکز درمانی، در این تحقیق برای طراحی چیدمان و مکان‌یابی واحدهای خدمات بیمارستانی و کارایی آن یک مدل تخصیص درجه دو استوار (RQAP) توسعه داده شده و کارایی آن با شبیه‌سازی مورد ارزیابی قرار گرفته است.

مواد و روش‌ها

این تحقیق به روش اکتشافی و بر پایه توسعه مدل‌های بهینه‌سازی ریاضی تخصیص درجه دو بنا نهاده شده است.

شاخصهای مورد نظر در مدل‌سازی در برگیرنده جریان بین واحدهای بیمارستانی، فواصل بین واحدها و وزن یا درجه اهمیت هر یک از جریانهاست. هدف بهینه‌سازی کمینه‌کردن مجموع حاصل‌ضرب این سه شاخص است که در قالب یک مدل تخصیص درجه دو ارائه گردیده است.

به طور کلی خصوصیات مدل QAP به گونه‌ای است که توانایی مواجه با فضای غیرقطعی را ندارد لذا به منظور توسعه این مدل در راستای به کارگیری در مکان‌یابی واحدهای بیمارستانی، از رویکرد بهینه‌سازی استوار بهره گرفته می‌شود.

با توجه به آن که مدل QAP در دسته مسائل بهینه‌سازی گسسته قرار می‌گیرد به منظور توسعه آن از دستاوردهای برتسیمس و سیم استفاده می‌شود (۱۲،۲۲).

برای بررسی تجربی مساله RQAP، در حالتی‌که میزان جریان بین واحدهای مختلف غیرقطعی است، یک بیمارستان با ۸ واحد بیمارستانی و ۸ محل استقرار را مورد بررسی قرار می‌گیرد. محلهای استقرار به صورت دقیق مشخص بودند و به صورت تصادفی از یک مستطیل به طول ۲۰۰ و عرض ۱۰۰ انتخاب می‌شوند. از روی این انتخاب ماتریس فاصله بین محلها بدست می‌آید. مقدار اسمی جریان بین واحدها یک عدد تصادفی در بازه [۳۵۰ و۵۰] می‌باشد، همچنین عدم قطعیت این جریانها برابر ۲۰٪ مقدار اسمی‌شان فرض شد. دو مساله الف و ب را با ویژگی‌های فوق می‌سازیم.

با توجه به این که در این مساله ۸ واحد بیمارستانی فرض شده است بنابراین $\binom{8}{2}=28$ داده غیرقطعی در مساله وجود دارد (جداول ۱ و ۲). لذا مساله را می‌توان برای درجه‌های محافظه‌کاری (Γ) صحیح مختلف در بازه [۰،۲۸] حل کرد. حل مساله فوق برای Γ=۰ معادل با در نظر نگرفتن عدم قطعیت در داده‌ها و حل مساله QAP با مقادیر اسمی برای میزان جریان مواد بین واحدهای بیمارستانی است. همچنین حل مساله استوار به ازای Γ=۲۸ معادل سویستر است که بسیار محافظه‌کارانه عمل می‌کند (۱۵). برای Γ های صحیح مختلف در بازه [۰،۱۵] مسایل الف و ب را حل کرده و احتمال کمتر بودن مقدار تابع هدف از مقدار تابع هدف استوار و همچنین درصد افزایش در تابع هدف را به صورت تابعی از Γ در دو حالت الف و ب رسم کردیم. برای بدست آوردن احتمال مذکور، مدل را ۱۰۰۰۰ بار شبیه‌سازی کرده و نسبت دفعاتی را که در آنها جواب بدست آمده از جواب استوار کمتر باشد، بدست آوردیم.

جدول ۱- ماتریس فاصله‌ها و جریان در حالت الف

ماتریس جریان

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۱	۰	۵۱	۱۷۸	۱۳۷	۲۷۶	۳۱۷	۲۹۷	۱۰۳
۲	۵۱	۰	۸۳	۵۳	۹۵	۱۶۳	۱۰۶	۳۴۴
۳	۱۷۸	۸۳	۰	۳۱۲	۲۲۴	۲۶۹	۹۴	۱۲۷
۴	۱۳۷	۵۳	۳۱۲	۰	۵۸	۲۹۸	۲۸۵	۲۸۷
۵	۲۷۶	۹۵	۲۲۴	۵۸	۰	۱۵۰	۱۸۵	۲۱۷
۶	۳۱۷	۱۶۳	۲۶۹	۲۹۸	۱۵۰	۰	۲۹۱	۲۱۹
۷	۲۹۷	۱۰۶	۹۴	۲۸۵	۱۸۵	۲۹۱	۰	۱۱۱
۸	۱۰۳	۳۴۴	۱۲۷	۲۸۷	۲۱۷	۲۱۹	۱۱۱	۰

ماتریس فاصله‌ها

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۱	۰	۸۵	۹۳	۱۲۴	۱۳۵	۳۳	۱۱۷	۷۸
۲	۸۵	۰	۶۵	۶۲	۶۱	۸۸	۵۲	۲۴
۳	۹۳	۶۵	۰	۴۱	۶۲	۷۳	۴۲	۸۵
۴	۱۲۴	۶۲	۴۱	۰	۲۳	۱۱۰	۱۱	۸۶
۵	۱۳۵	۶۱	۶۲	۲۳	۰	۱۲۶	۲۰	۸۳
۶	۳۳	۸۸	۷۳	۱۱۰	۱۲۶	۰	۱۰۶	۹۰
۷	۱۱۷	۵۲	۴۲	۱۱	۲۰	۱۰۶	۰	۷۵
۸	۷۸	۲۴	۸۵	۸۶	۹۳	۹۰	۷۵	۰

جدول ۲- ماتریس فاصله‌ها و جریان در حالت ب

ماتریس جریان

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۱	۰	۱۷۳	۱۷۴	۲۶۴	۱۴۸	۲۴۰	۱۱۲	۱۰۶
۲	۱۷۳	۰	۲۲۵	۷۴	۱۸۷	۳۲۲	۱۲۸	۲۸۶
۳	۱۷۴	۲۲۵	۰	۱۶۴	۱۳۷	۳۲۶	۲۴۰	۲۳۸
۴	۲۶۴	۷۴	۱۶۴	۰	۱۷۹	۷۹	۲۱۸	۲۵۸
۵	۱۴۸	۱۸۷	۱۳۷	۱۷۹	۰	۳۲۴	۳۰۰	۵۷
۶	۲۴۰	۳۲۲	۳۲۶	۷۹	۳۲۴	۰	۲۱۳	۳۲۵
۷	۱۱۲	۱۲۸	۲۴۰	۲۱۸	۳۰۰	۲۱۳	۰	۱۷۹
۸	۱۰۶	۲۸۶	۲۳۸	۲۵۸	۵۷	۳۲۵	۱۷۹	۰

ماتریس فاصله‌ها

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۱	۰	۱۴۸	۳۱	۶۳	۱۷۲	۷۳	۳۲	۱۱۷
۲	۱۴۸	۰	۱۵۲	۸۶	۳۶	۱۱۸	۱۲۹	۳۱
۳	۳۱	۱۵۲	۰	۶۷	۱۸۱	۹۹	۲۳	۱۲۱
۴	۶۳	۸۶	۶۷	۰	۱۱۳	۶۹	۴۴	۵۵
۵	۱۷۲	۳۶	۱۸۱	۱۱۳	۰	۱۲۹	۱۵۸	۶۲
۶	۷۳	۱۱۸	۹۹	۶۹	۱۲۹	۰	۸۵	۹۵
۷	۳۲	۱۲۹	۲۳	۴۴	۱۵۸	۸۵	۰	۹۸
۸	۱۱۷	۳۱	۱۲۱	۵۵	۶۲	۹۵	۹۸	۰

یافته‌ها

در این روش که تقریبی از بهینه‌سازی استوار با عدم قطعیت بازه‌ای است، فرض می‌شود:

$$\tilde{r}_{ij} = r_{ij} + \hat{r}_{ij}\xi_{ij} \qquad \forall i, j, \quad \sum_{i,j} \xi_{ij} \le \Gamma$$

با اعمال این روش بر روی مساله QAP مدل زیر به دست می‌آید (فرمول A).

$$RQAP_\Gamma$$

$$\min z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} r_{ij} d_{rs} x_{ir} x_{js} + \max_{\{S | S \subseteq J, |S| \le \Gamma\}} \sum_{(i,j)\in S} \hat{r}_{ij} \sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} d_{rs} x_{ir} x_{js}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{r=1}^{n} x_{ir} = 1, \qquad i = 1,\dots,n$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ir} = 1, \qquad r = 1,\dots,n$$

$$x_{ir} = \{0,1\}, \qquad i = 1,\dots,n \qquad r = 1,\dots,n$$

که این مدل با مدل زیر معادل است (فرمول B):

$$RQAP'_\Gamma$$

$$\min z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} r_{ij} d_{rs} x_{ir} x_{js} + z_0\Gamma + \sum_{(i,j)\in J} p_{ij}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{r=1}^{n} x_{ir} = 1, \qquad i = 1,\dots,n$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ir} = 1, \qquad r = 1,\dots,n$$

$$z_0 + p_{ij} \ge \hat{r}_{ij}\left(\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} d_{rs} x_{ir} x_{js} + \sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} d_{rs} x_{is} x_{jr}\right)$$

$$p_{ij} \ge 0 \qquad (i,j) \in J$$

$$x_{ir} = \{0,1\}, \qquad i = 1,\dots,n \qquad r = 1,\dots,n$$

اثبات:

فرض کنید به ازای یک Γ و x^* داده شده، داشته باشیم (فرمول C):

$$\beta(x^*,\Gamma) = \max_{\{S | S \subseteq J, |S| \le \Gamma\}} \sum_{(i,j)\in S} \hat{r}_{ij} \sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} d_{rs} x^*_{ir} x^*_{js}$$

پر واضح است که $\beta(x^*,\Gamma)$ با جواب بهینه زیر برابر است (فرمول D):

$$\beta(x^*,\Gamma) = \max \sum_{(i,j)\in J} z_{ij}\hat{r}_{ij}\left(\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} d_{rs} x^*_{ir} x^*_{js}\right)$$

$$s.t.$$

$$\sum_{(i,j)\in J} z_{ij} \le \Gamma$$

$$0 \le z_{ij} \le 1 \qquad (i,j) \in J$$

دوگان (فرمول D) به صورت زیر است (فرمول E):

$$\beta(x^*,\Gamma) = \min\left\{ z_0\Gamma + \sum_{(i,j)\in J} p_{ij} \right\}$$

$$s.t.$$

$$z_0 + p_{ij} \ge \hat{r}_{ij}\left(\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} d_{rs} x^*_{ir} x^*_{js} + \sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} d_{rs} x^*_{is} x^*_{jr}\right)$$

$$p_{ij} \ge 0 \qquad (i,j) \in J$$

از آنجا که جواب بهینه (فرمول C) با (فرمول D) و آن نیز با (فرمول E) برابر است، بنابراین مساله $RQAP_\Gamma$ به فرم زیر در می‌آید (فرمول F).

$$\min z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} r_{ij} d_{rs} x_{ir} x_{js} + \min\left\{ z_0\Gamma + \sum_{(i,j)\in J} p_{ij} \right\}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{r=1}^{n} x_{ir} = 1, \qquad i = 1,\dots,n$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ir} = 1, \qquad r = 1,\dots,n$$

$$z_0 + p_{ij} \ge \hat{r}_{ij}\left(\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} d_{rs} x_{ir} x_{js} + \sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} d_{rs} x_{is} x_{jr}\right)$$

$$p_{ij} \ge 0 \qquad (i,j) \in J$$

$$x_{ir} = \{0,1\}, \qquad i = 1,\dots,n \qquad r = 1,\dots,n$$

و از آن برابری $RQAP_\Gamma$ با $RQAP'_\Gamma$ نتیجه می‌شود.

نتایج حاصل از کارایی مدل توسعه داده شده RQAP در مورد اشاره از قرار زیر است:

جدول ۳- نتایج حاصل از مدل استوار و شبیه‌سازی مساله QAP

مدل الف

سطح محافظت†	احتمال	مقدار بهینه	درصد افزایش
۰	۰	۶۶۰۶۰۰	۰
۱	۰	۶۶۹۸۸۶	۰/۰۱۴
۲	۰	۶۷۹۰۴۹	۰/۰۲۸
۳	۰	۶۸۷۴۲۹	۰/۰۴۱
۴	۰/۰۰۰۱	۶۹۵۵۴۱	۰/۰۵۳
۵	۰/۰۰۱۲	۷۰۳۳۵۳	۰/۰۶۵
۶	۰/۰۲۲۹	۷۱۰۹۸۲	۰/۰۷۶
۷	۰/۱۳۱۶	۷۱۷۳۴۶	۰/۰۸۶
۸	۰/۳۲۷۸	۷۲۲۹۴۱	۰/۰۹۴
۹	۰/۵۷۳۸	۷۲۸۱۹۸	۰/۱۰۲
۱۰	۰/۸۰۰۱	۷۳۳۳۹۰	۰/۱۱۰
۱۱	۰/۹۲۷۲	۷۳۸۳۹۶	۰/۱۱۸
۱۲	۰/۹۷۹۷	۷۴۳۲۸۰	۰/۱۲۵
۱۳	۰/۹۹۵۵	۷۴۷۹۵۴	۰/۱۳۲
۱۴	۰/۹۹۹۷	۷۵۲۴۹۵	۰/۱۳۹
۱۵	۱	۷۵۶۹۹۵	۰/۱۴۶

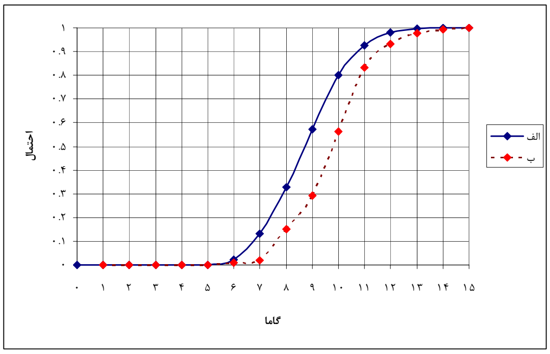
† Protection level

مدل ب

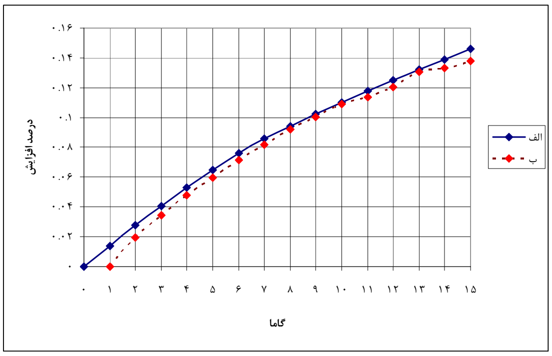
سطح محافظت†	احتمال	مقدار بهینه	درصد افزایش
۰	۰	۹۳۷۹۷۸	۰
۱	۰	۹۵۶۴۸۲	۰/۰۲۰
۲	۰	۹۷۰۱۰۵	۰/۰۳۴
۳	۰	۹۸۲۸۰۶	۰/۰۴۸
۴	۰/۰۰۰۲	۹۹۳۷۹۶	۰/۰۶۰
۵	۰/۰۰۹۶	۱۰۰۴۸۵۴	۰/۰۷۱
۶	۰/۰۱۷۹	۱۰۱۴۶۰۳	۰/۰۸۲
۷	۰/۱۵۱۹	۱۰۲۴۳۱۱	۰/۰۹۲
۸	۰/۲۹۱	۱۰۳۲۲۱۱	۰/۰۱
۹	۰/۵۶۲۴	۱۰۴۰۴۶۷	۰/۱۰۹
۱۰	۰/۸۳۳۸	۱۰۴۴۶۰۳	۰/۱۱۴
۱۱	۰/۹۳۳۸	۱۰۵۰۷۹۸	۰/۱۲
۱۲	۰/۹۷۶	۱۰۶۰۶۵۸	۰/۱۳۱
۱۳	۰/۹۹۴۷	۱۰۶۲۸۲۶	۰/۱۳۳
۱۴	۰/۹۹۹	۱۰۶۷۰۹۷	۰/۱۳۸
۱۵	۱	۱۰۷۸۳۷۲	۰/۱۵

† Protection level

مشاهده می‌شود که اگر بخواهیم با احتمال بالای ۹۹٪ مقدار تابع هدف از مقدار تابع هدف استوار کمتر باشد، در هر دو حالت الف و ب کافی است که Γ=۱۳ باشد. در این صورت به ازای Γ=۱۳ تنها حدود ۱۳٪ به مقدار تابع هدف افزوده می‌گردد. این در حالی است که به ازای Γ=۲۸ یا همان مدل بیش‌محافظه‌کار سویستر، ۲۰٪ افزایش در تابع هدف مشاهده می‌گردد.



شکل ۱- احتمال کمتر بودن مقدار تابع هدف از تابع هدف جواب استوار بر حسب سطح حفاظت گاما (Γ)



شکل ۲- درصد افزایش در مقدار تابع هدف جواب استوار بر حسب سطح حفاظت گاما (Γ)

بحث

در این تحقیق نشان داده شد که مدل استوار تخصیص درجه دو استوار طراحی شده قابلیت پیاده‌سازی با کارایی بالا را در مکان‌یابی واحدهای بیمارستانی داراست.

الشافعی در تحقیقات خود شرایط حاکم بر بیمارستان را قطعی در نظر گرفته بود در حالی که در واقعیت داده‌های مورد نیاز برای تصمیم‌گیری غیرقطعی می‌باشند (۲). لذا در صورت بهره‌گیری از روش الشافعی، در صورت تغییر اندک در داده‌های پیش‌فرض، نه تنها نتیجه ارائه شده دیگر بهینه نمی‌باشد بلکه احتمال موجه نبودن آن بسیار زیاد است زیرا به محض اینکه داده‌ها، مقادیری غیر از مقادیر اسمی خود بگیرند، ممکن است چندین محدودیت نقض شود و جواب بهینه بدست آمده برای مقادیر اسمی، دیگر بهینه و یا حتی موجه نباشد. هنگامی که داده‌های موجود در تابع هدف غیر قطعی باشند، با تغییر مقادیر اسمی، بهینگی جواب بدست آمده برای مساله اسمی به خطر می‌افتد و موقعی که داده‌های مربوط به محدودیت‌ها قطعی نباشند، نگران موجه بودن جواب به دست آمده هستیم.

این مشاهده به یک سوال طبیعی در طراحی رویکردهایی برای یافتن جوابی بهینه که در مقابل عدم قطعیت داده‌ها ایمن است، منتج می‌شود که این جواب‌ها را "استوار (robust)" می‌نامند. برای تبیین اهمیت استوار بودن جواب در کاربردهای عملی، از یک مطالعه موردی که توسط بن-تال و نمیروفسکی (۱۲) بر روی یک مساله بهینه‌سازی خطی از کتابخانه Net Lib انجام شده است، مطلب زیر را نقل می‌کنیم:

"در کاربردهای عملی برنامه‌ریزی خطی، نمی‌توان امکان این را نادیده گرفت که عدم قطعیت ناچیز در داده‌ها می‌تواند جواب بهینه معمولی را از دیدگاه عملی، به طور کامل بی‌معنی کند."

در روشهای کلاسیک برای در نظر گرفتن عدم قطعیت داده‌ها از رویکردهای تحلیل حساسیت و برنامه‌ریزی احتمالی (stochastic programming) بهره می‌گیرند. در رویکرد اول متخصص‌ها و مدل‌سازها در ابتدا از تاثیر عدم قطعیت داده‌ها بر روی مدل چشم‌پوشی کرده و متعاقبا برای صحه گذاشتن بر جوابهای بدست آمده از تحلیل حساسیت استفاده می‌کنند. اما تحلیل حساسیت تنها ابزاری برای تحلیل خوب بودن جواب است و نمی‌توان از آن برای تولید جوابهای استوار استفاده کرد. علاوه بر آن انجام تحلیل حساسیت توام در مدل‌هایی که به تعداد زیادی داده غیرقطعی دارند، عملی نمی‌باشد.

در اواسط دهه ۱۹۵۰ دانتزیگ برنامه‌ریزی احتمالی را به عنوان یک رویکرد برای مدل کردن عدم قطعیت داده‌ها معرفی کرد؛ این رویکرد سناریوهایی با احتمالات مختلف را برای رخ دادن داده‌ها، فرض می‌کرد (۱۳). در این رویکرد موجه بودن یک جواب با استفاده از محدودیتهای شانس بیان می‌شود. سه مشکل اصلی برای این رویکرد وجود دارد: (الف) شناخت توزیع دقیق داده‌ها و در نتیجه عددی کردن سناریوهایی که از این توزیع‌ها عدد می‌گیرند، در عمل دشوار است، (ب) محدودیتهای شانس ویژگی محدب بودن مساله اصلی را از بین می‌برد و بر پیچیدگی آن به مقدار زیادی می‌افزاید، (ج) ابعاد مدل بهینه‌سازی بدست آمده به صورت نجومی با زیاد شدن تعداد سناریوها افزایش می‌یابد، که چالشهای محاسباتی عمده‌ای را موجب می‌گردد.

رویکرد دیگری که در سالهای اخیر برای مقابله با عدم قطعیت داده‌ها، بسط داده شده است، بهینه‌سازی استوار می‌باشد. در این رویکرد به دنبال جوابهای نزدیک به بهینه‌ای هستیم که با احتمال بالایی موجه باشند. به عبارت دیگر با کمی صرف‌نظر کردن از تابع هدف، موجه بودن جواب بدست آمده را تضمین می‌کنیم. البته در مورد عدم‌قطعیت در ضرایب تابع هدف، با کمی صرف نظر کردن از مقدار تابع هدف بهینه، به دنبال جوابی هستیم که با احتمال بالایی جوابهای واقعی بهتر (در اینجا با توجه به تابع هدف که کمینه کردن است، کمتر) از آن جواب باشند.

به منظور درک مساله تخصیص درجه دو، یک بیمارستان که دارای n واحد می‌باشد، در نظر بگیرید که برای آنها n محل از قبل در پیش‌بینی شده است و ما می‌توانیم هر یک از واحدها را به یکی از این مکان‌ها تخصیص دهیم و میزان جریان بین دو واحد i و j مقدار r_{ij} می‌باشد. فاصله بین دو محل s و r برابر مقدار d_{rs} می‌باشد. هدف این است که یک مدل برای این مساله بسازیم به طوری که کل حجم حمل‌ونقل بین واحدهای بیمارستانی کمینه شود.

توجه کنید که معیار بهینه‌سازی با حاصلضرب دو متغیر تصمیم مرتبط می‌باشد و بنابراین، دارای فرم کودراتیک یا درجه دو است. همچنین این نکته قابل توجه است که محدودیتها همان محدودیتهای مساله کلاسیک تخصیص است. بنابراین، این مساله را مساله تخصیص درجه دو (QAP) می‌نامند.

QAP یک مدل کلاسیک در بهینه‌سازی گسسته است که یک مدل مناسب برای خیلی از مسائل دنیای واقعی است. از جمله کاربردهای آن در تعیین محل واحدهای مختلف در بیمارستانها است.

در حدود سال ۱۹۶۰ تلاشهای تحقیقاتی زیادی برای حل این مسائل با الگوریتم‌های بهینه‌سازی انجام شده است. اما با وجود این همه تلاش هنوز مساله QAP با بیشتر از ۱۵ تا ۲۰ تسهیل از لحاظ محاسباتی مهارناپذیر است. مساله QAP جزء آن دسته از مسائل بهینه‌سازی گسسته است که به راحتی فهمیده می‌شود و انتظار می‌رود به سادگی حل شود ولی در واقعیت چنین نیست و حل آن بسیار دشوار است.

باید توجه داشت که مدل فوق در صورتی معتبر است که داده‌های آن به صورت قطعی معلوم باشند. حال در نظر بگیرید که میزان جریان بین واحدهای $\tilde{r}_{ij}$ مختلف غیرقطعی باشد؛ در این صورت اعتبار کل مدل زیر سوال می‌رود. برای رویارویی با این عدم قطعیت از بهینه‌سازی استوار استفاده می‌کنیم.

فرض کنید بدانیم که میزان جریان بین واحدها متغیرهای تصادفی مستقل $\tilde{r}_{ij}$ هستند که در بازه $\left[r_{ij}, r_{ij}+\hat{r}_{ij}\right]$ یک توزیع متقارن دارند. J مجموعه (i,j) هایی است که $\tilde{r}_{ij}$ برای آنها غیرقطعی می‌باشد.

$$\tilde{r}_{ij} = r_{ij} + \hat{r}_{ij}\xi_{ij}, 0 \le \xi_{ij} \le 1 \qquad \forall i, j, \quad \sum_{i,j} \xi_{ij} \le \Gamma$$

که در آن ξ_{ij} یک متغیر تصادفی بین صفر و یک است که نوسان در داده‌ها را نشان می‌دهد. به این حالت که در آن همه عناصر بردار نوسان ξ می‌توانند در بازه [۰،۱] تغییر کنند.

در بهینه‌سازی استوار برای مساله تخصیص درجه دو با عدم قطعیت فوق به دنبال یافتن جوابی بودیم که مقدار تابع هدف آن به ازای همه مقادیر ممکن $\tilde{r}_{ij}$، کمتر از آن باشد. به عبارت دیگر به دنبال کمینه کردن بیشترین مقدار تابع هدف می‌باشیم.

یکی از این روشها، روش بهینه‌سازی استوار برای برنامه‌ریزی خطی توسط سویستر برای بار بود که برای اول بار ارائه شد که در این روش به بهینه‌سازی بدترین حالت می‌پردازیم، این روش به شدت محافظه‌کارانه عمل می‌کند (۱۵).

طبق این روش فرض می‌شود که برای همه داده‌های غیرقطعی بدترین حالت می‌تواند رخ دهد. به عبارت دیگر همه متغیرهای ξ_{ij} می‌توانند بدون هیچ محدودیتی در بازه [۱،۰] تغییر کنند. از آنجا که در بهینه‌سازی استوار، بدترین حالت را می‌خواهیم بهینه کنیم، میزان جریان بین واحدهای i و j برابر $(r_{ij} + \hat{r}_{ij})$ گرفته و مساله QAP را حل می‌کنیم.

این روش که محافظه‌کارانه‌ترین روش بهینه‌سازی استوار است، بسیار ساده بوده و الگوریتم‌های فراابتکاری (Meta heuristic) برای حل مساله QAP را می‌توان برای حل آن استفاده کرد؛ ولی چون بدترین حالت را در نظر می‌گیرد، به میزان زیادی از مقدار تابع هدف کم می‌کند لذا به طوری کلی مطلوب نمی‌باشد.

برای مقابله با عیب روش سویستر که به شدت محافظه‌کارانه عمل می‌کند، تلاشهای زیادی صورت گرفته است. بن-تال و نمیروفسکی (۱۲،۱۶،۱۷) و ال- قاوی (۱۸،۱۹) هرکدام شیوه‌هایی برای مقابله با این امر ارائه کردند. اما روشهای پیشنهادی آنها خود دارای معایبی بود که باعث سخت‌تر شدن مساله استوار و عدم قابلیت اعمال بر روی مسایل بهینه‌سازی با متغیرهای گسسته می‌شد.

به طور خاص برای مسایل بهینه‌سازی گسسته، کوولیس و یو (۲۰) یک چارچوب بهینه‌سازی گسسته استوار ارایه کرده‌اند که به دنبال یافتن جوابی است که عملکرد بدترین وضعیت را تحت مجموعه‌ای از سناریوها برای داده‌ها کمینه کند. متاسفانه تحت رویکرد آنها، همتای استوار بسیاری از مسائل بهینه‌سازی گسسته قابل حل در زمان چند جمله‌ای به مسایل NP-hard تبدیل می‌شوند. برتسیمس و سیم (۱۲،۲۲) یک روش بهینه‌سازی استوار برای مسائل برنامه‌ریزی خطی ارایه کرده‌اند که میزان محافظه‌کاری آن قابل تنظیم است و بر درجه سختی مساله نمی‌افزاید. یکی از مزایای این روش قابلیت اعمال آن بر روی مسایل بهینه‌سازی گسسته و همچنین بهینه‌سازی ترکیباتی می‌باشد.

در این روش، که عدم‌قطعیت در آن بودجه‌ای است، فرض می‌شود که حداکثر Γ تا از ضرایب تابع هدف تغییر می‌کند. به Γ سطح حفاظت می‌گویند و یک عدد صحیح نامنفی کوچکتر یا مساوی تعداد داده‌های غیرقطعی در تابع هدف می‌باشد. با این فرض هنگامی که حداکثر Γ تا از ضرایب تابع هدف تغییر کند، جواب بهینه استوار بدست آمده، قطعا بهینه خواهد ماند. همچنین در مواقعی که بیش از Γ تا از ضرایب تابع هدف تغییر کند باز جواب بهینه استوار، با احتمال بالایی بهینه باقی می‌ماند.

بدین سان در مدل استوار ارائه شده تلاش شد راهکاری ارائه گردد که علاوه بر پشتیبانی از شرایط عدم قطعیت، پیچیدگی مدل ریاضی را در حد قابل قبولی افزایش دهد، به طوری که امکان حل آن به روشهای ابتکاری با اعمال تغییراتی اندک امکان‌پذیر باشد.

از جمله نقاط ضعف مدل ارائه شده، می‌توان به عدم توجه به تقاطعها اشاره کرد، به طوری که در قالب طراحی شده، تنها میزان جریان بین دو واحد در نظر گرفته شده است و میزان تراکم در تقاطع حاصل از دوجریان در نظر گرفته نشده است، که خود نیازمند طراحی یک مدل جدید درجه چهار است. از طرف دیگر وجود محدودیتهای خاص هر بیمارستان، که قابل اعمال در مدل نیست، می‌تواند به عنوان نظر مدیریت به عنوان مکان ثابت برای واحد مدنظر در نظر گرفته شود. به عنوان مثال، واحد اورژانس یک بیمارستان بایستی نزدیک به درب بیمارستان باشد لذا مدیریت می‌تواند با توجه به اهمیت این واحد، مکان آن را از قبل ثابت در نظر بگیرد و بدین ترتیب مدل ارائه شده، سایر واحدهای را با توجه به مکانهای قطعی شده و شاخصهای معرفی شده بهینه می‌کند. لازم به ذکر است، در مثال فوق مدل توانایی تشخیص "نزدیک به درب بودن واحد اورژانس" را ندارد لذا وجود نظر مدیریت شرط اصلی برای رسیدن به بهترین جواب ممکن است.

آنچه در مدل ارائه شده به عنوان نقاط قوت قابل بیان است، پشتوانه ریاضی قوی است که علاوه بر آن که قابلیت توسعه با توجه به نیاز مدیران را دارد، توانایی بهره‌گیری از همه روشهای حل مدل QAP را با اعمال کمترین تغییرات داراست. بدین

ترتیب می‌توان این مدل را در زمان معقول حل و نتایج را مورد استفاده قرار داد. از طرف دیگر طراحی مدل به گونه‌ای صورت گرفته است، که امکان اعمال نظرات مدیریت چه از نقطه نظر وزنی و چه از نقطه نظر ریسک‌پذیری وجود داشته باشد.

نتیجه‌گیری

به طور خلاصه مساله چیدمان واحدها در سیستم‌های بیمارستانی به عنوان یکی از دغدغه‌های اصلی مدیران آن واحدها و کارشناسان طراحی سیستم‌های درمانی شناخته می‌شود و از آنجایی که این مساله با جریان بین واحدهای مختلف در ارتباط است و این جریان که اکثرا مقدار آن غیرقطعی است، هزینه بالایی چه از دید مادی و جانی به دنبال دارد، بدین ترتیب دست‌یابی به جواب بهینه استوار برای آن از اهمیت بالایی برخوردار است. در این مقاله با استفاده از روش بهینه‌سازی استوار برای مدل عدم قطعیت بودجه‌ای، به جواب بهینه استوار می‌رسیم که درجه محافظه‌کاری آن قابل تنظیم است و میزان جذابیت آن با استفاده از شبیه‌سازی تایید شده است.

REFERENCES

1. Panos YP, Wilde DJ, editors. Principles of optimal design, modeling and computation. 2nd edition. Cambridge, England: Cambridge University Press. 2000;p:41-4.
2. Francis RL, White JA. Facility layout and location: an analytical approach. New York: Prentice Hall, 1974.
3. American Institute of Architects. Guidelines for design and construction of hospital and health care facilities. 2005. Available from: http://www.aia.org/aah_gd_hospcons.
4. Vries GD, Bertrand JWM, Vissers JMH. Design requirements for health care production control systems. Production Planning and Control 1999;10:559-69.
5. Vissers JMH, Bertrand JWM, Vries GD. A framework for production control in health care organizations. Production Planning and Control 2001;12:591-604.
6. Roth AV, Dierdonck RV. Hospital resource planning: concepts, feasibility and framework. Production and Operations Management 1995;4:2-29.
7. Vos L, Groothuis S, van Merode GG. Evaluating hospital design from an operations management perspective. Health Care Manage Sci 2007;10:357–64.
8. van Merode GG, Groothuis S. Hospitals as complexes of queuing systems. In: Anderson JG, Katzper M, editors. Health sciences simulation. Society for Modeling and Simulation International (SCS), Orlando, Florida, USA. 2003.
9. Peponis J, Zimring C. Designing friendly hospital layouts. The contributions of space-syntax. Journal of Healthcare Design 1996;8:109-16.
10. Elshafei AN. Hospital layout as a quadratic assignment problem. Operations Research Quarterly 1977;28(1):167-79.
11. Argote L. Input uncertainty and organizational coordination in hospital emergency units. Administrative Science Quarterly 1982;27:420-34.
12. Ben-Tal A, Nemirovski A. Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data. Mathematical Programming 2000;88:411-24.
13. Dantzig GB. Linear programming under uncertainty. Management Science 1955;197-206.
14. Pentico DW. Assignment problems: a golden anniversary survey. European Journal of Operational Research 2007;176:774–93.
15. Soyster AL. Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. Operational Research 1973;21:1154-57.
16. Ben-Tal A, Nemirovski A. Robust solutions to uncertain programs. Operations Research Letters 1999;25:1-13.
17. Ben-Tal A, Nemirovski A. Robust convex optimization. Mathematical Operations Research 1998;23:769-805.
18. El-Ghaoui L, Lebret H. Robust solutions to least-square problems to uncertain data matrices. SIAM Journal of Matrix Analysis and Application 1998;18:1035-64.

19. El-Ghaoui L, Oustry F, Lebret H. Robust solutions to uncertain semidefnite programs. SIAM J Optim 1998;9;33-52.

20. Kouvelis P, Yu G, editors. Robust discrete optimization and its applications. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA. 1997.

21. Bertsimas D, Sym M. The price of the robustness. Operations Research 2004;52:35-53.

22. Bertsimas D, Sym M. Robust discrete optimization and network flows. Mathematical Programming 2002;98:49-71.