



## «یادداشت تحقیقاتی»

# محاسبه اتلاف انرژی ناشی از عیوب ناهمراستایی و نابالانسی در سیستم دیسک و کوپلینگ

محمد احسان خدائی<sup>۱</sup>، منصور رفیعیان<sup>۲\*</sup>، سعید ابراهیمی<sup>۳</sup>

۱- کارشناس ارشد گروه مکانیک، دانشکده فنی، دانشگاه یزد، یزد

۲- دانشیار گروه مکانیک، دانشکده فنی، دانشگاه یزد، یزد

۳- استادیار گروه مکانیک، دانشکده فنی، دانشگاه یزد، یزد

\* صندوق پستی ۷۴۱-۸۹۱۹۵، [rafeeyan@yazduni.ac.ir](mailto:rafeeyan@yazduni.ac.ir)

**چکیده-** از شایع‌ترین مواردی که باعث اتلاف انرژی و کاهش طول عمر ماشین‌آلات دوار می‌شوند، عیوب ناهمراستایی و نابالانسی هستند. تاکنون روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی و تشخیص این عیوب ارائه شده‌اند ولی موارد بسیار نادری به بررسی میزان اتلاف انرژی ناشی از این عیوب، پرداخته‌اند، به ویژه هیچ تحقیق نظری در این خصوص انجام نشده است. در مقاله حاضر با استفاده از معادلات حاکم استخراج شده به روش لاگرانژ برای سیستمی همراه با عیوب ناهمراستایی و نابالانسی، ایده جدیدی برای محاسبه اتلاف انرژی در سیستم ارائه و با حل عددی معادلات حاکم میزان انرژی تلف شده محاسبه می‌شود. میزان اتلاف انرژی با در نظر گرفتن وضعیت ماشین در حالت‌های بدون عیب و با وجود عیب و به ازای مقادیر مختلف سرعت و ناهمراستایی و نابالانسی محاسبه و به صورت نمودارهایی ارائه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که میزان اتلاف انرژی تابعی از میزان ناهمراستایی محورها، نابالانسی روتور و سرعت دورانی سیستم است.  
**کلیدواژگان:** اتلاف انرژی، ناهمراستایی موازی، نابالانسی، کوپلینگ صلب.

## «Research Note»

# Energy loss calculation due to misalignment and unbalance in coupling-disk system

M.E. Khodaei<sup>1</sup>, M. Rafeeyan<sup>2\*</sup>, S. Ebrahimi

1- M.S. Student, Mech. Group, Dept. of Eng., Yazd University, Yazd, Iran

2- Assoc. Prof., Mech. Group, Dept. of Eng., Yazd University, Yazd, Iran

3- Assist. Prof., Mech. Group, Dept. of Eng., Yazd University, Yazd, Iran

\* P.O.B. 89195-741 Yazd, Iran. [rafeeyan@yazduni.ac.ir](mailto:rafeeyan@yazduni.ac.ir)

**Abstract-** Misalignment and unbalancing are the most common factors that are causing energy loss and reduce the life of rotating machinery. Several methods for modeling and detecting these faults have been presented up to now, but very rare cases concentrated on the energy loss rate due to these faults, especially the theoretical one. In the present paper, based on equations of motion for a system with misalignment and unbalance faults, a new idea is presented for energy loss calculation and the governing equations are solved numerically for this target. The amounts of energy loss, for both cases of with and without the faults and also for various speeds of shaft rotation, are computed and compared. The results of this theoretical investigation show that rate of energy loss strongly depend on the amount of shaft misalignment, unbalance and speed of shaft rotation.

**Keywords:** Energy Loss, Parallel Misalignment, Unbalance, Rigid Coupling.

## ۱- مقدمه

به دست آمده است. لیز در [۸] با وجود خطی سازی روابط برای مدل سازی ناهمراستایی موازی، هارمونیک های محور در طیف فرکانسی تحریک را به دست آورد. پیتل و دارپ در [۹] طیف فرکانسی و مسیرهای چرخش مرکز دیسک را برای تشخیص ناهمراستایی از عیوب دیگر و همچنین نحوه تمایز بین ناهمراستایی موازی و زاویه ای از یکدیگر، ارائه کرده اند.

با توجه به بررسی های انجام شده موارد کمی به بررسی میزان اتلاف انرژی به خاطر ناهمراستایی و نابالانسی، پرداخته اند. به دلیل اینکه اتلاف انرژی ناشی از این عیوب در قسمت های دوار اتفاق می افتد، لذا اندازه گیری مستقیم انرژی اتلاfi، با تجهیزات فعلی بسیار دشوار است. همچنین به دلیل ماهیت پیچیده این نوع عیوب تاکنون در زمینه ی بررسی میزان اتلاف انرژی به صورت نظری تحقیقی دیده نشده است.

در مقاله حاضر ابتدا معادلات دینامیکی حاکم بر سیستمی همراه با عیوب ناهمراستایی موازی و نابالانسی، که محققان قبلی استخراج کرده اند، حل شده و با استفاده از مقادیر به دست آمده ی متغیرهای سیستم در هر لحظه، مقادیر انرژی جنبشی و پتانسیل کل سیستم به ازای حالت های مختلف با عیب و بدون عیب محاسبه و به صورت نسبی قیاس می شوند. همچنین اتلاف در هر یک از حالت های وجود یک عیب خالص و حالت ترکیب دو عیب ناهمراستایی و نابالانسی محاسبه و با نمودارهای مناسبی مقایسه می شوند.

## ۲- مدل سازی و استخراج روابط اتلاف انرژی

### ۲-۱- مدل سازی سیستم

#### ۲-۱-۱- فرضیات

در مقاله حاضر یک سیستم دینامیکی شامل موتور، کوپلینگ صلب و محور، مدل سازی شده است. در این سیستم محور محرک (موتور) با جرم  $m_1$  و محور متحرک با جرم  $m_2$  به اندازه ی  $\delta$  باهم ناهمراستایی موازی دارند. همچنین فرض شده است که موتور و مصرف کننده به مختصات مرکز جرم  $x_1, y_1$  و  $x_2, y_2$  دارای نابالانسی به فاصله  $e_1$  و  $e_2$  در زاویه  $\beta_1$  و  $\beta_2$  هستند. دو محور بر روی چهار یاتاقان غلتشی قرار دارند. هر کدام از یاتاقانها ضریب فنریت  $k_1$  و  $k_2$  و ضریب میرایی  $c_1$  و  $c_2$  دارند. باید توجه داشت که زیر نویس ۱ و ۲ به ترتیب به محورهای ۱ و ۲ اشاره دارند.

عیب ناهمراستایی بعد از نابالانسی شایع ترین عیب در ماشین آلات دوار است [۱] که باعث اتلاف بخشی از انرژی ارسالی از محرک می شود. در بیشتر ماشین آلات دوار ناهمراستایی به معنی قرار نگرفتن محور محرک و متحرک در یک خط مستقیم است. برای مدل سازی این عیب با استفاده از روش های تئوری مثل ماتریس انتقال، المان محدود و تجزیه اجزای مودی، تاکنون تحقیق های زیادی انجام شده است. در تمام تحقیق های انجام شده تقریباً در مورد شیوه شناسایی عیوب نابالانسی و ناهمراستایی به نتایج مشابهی رسیده اند که در ادامه به بررسی آنها پرداخته می شود.

دول و میشل [۲] با استفاده از روش آزمایشگاهی به مطالعه ی ناهمراستایی موازی و زاویه ای یک کوپلینگ دیسک فلزی پرداخته اند. در این مرجع ناهمراستایی در دو و چهار برابر سرعت دورانی محور در طیف فرکانسی، شناسایی شده است. ژو و مارانگونی [۳] با استفاده از روش تجزیه اجزای مودی به مدل سازی سیستم مکانیکی که دارای عیب ناهمراستایی و نابالانسی است، پرداخته اند. در این تحقیق به این نتیجه رسیده اند که این روشی مناسب برای حل معادلات حرکت سیستم غیرهمگن وابسته به سرعت است. در [۴] با در نظر گرفتن دو نوع کوپلینگ انعطاف پذیر به بررسی آزمایشگاهی سیستم موجود در [۳] پرداخته شده است. در این مرجع بیان شده است که پاسخ ارتعاشی ناشی از ناهمراستایی کوپلینگها در طیف فرکانسی، عمدتاً در ضرایب زوج سرعت دورانی روتور اتفاق می افتد. لی و همکارش [۵] با در نظر گرفتن نیروهای عکس العمل یاتاقانها و کوپلینگ انعطاف پذیر، به عنوان تأثیر ناهمراستایی، به مدل سازی سیستم روتور ناهمراستایی پرداخته اند. الحسین و ردموند [۶] مدل دینامیکی سیستمی با کوپلینگ صلب و عیب ناهمراستایی موازی را به فرم بدون بعد، به دست آورده اند. در این تحقیق برخلاف تحقیق های قبلی که وجود دو برابر سرعت دورانی برای ناهمراستایی در طیف فرکانسی را به عنوان مشخصه در نظر می گرفته اند، این نتیجه گیری انجام نشده است. هیلی و همکارانش [۷] در مدل سازی کوپلینگ سیستم، مفصل لولایی را برای حالت زاویه ای و مفصل لغزشی را برای حالت موازی، در نظر گرفته اند. در نتیجه مشخصه بارز ناهمراستایی زاویه ای در حوزه ی فرکانسی، دو برابر سرعت دوران محور و برای حالت موازی، یک برابر سرعت دورانی محور

### ۲-۱-۲- بیان مختصات سیستم

در مرجع [۶] با روش انرژی، مدل دینامیکی سیستم با مشخصات ارائه شده در ۲-۱-۱، استخراج شده است. با توجه به شکل ۱- الف ناهمراستایی موازی، مدل شده است. در این مرجع با در نظر گرفتن ۶ مختصه تعمیم یافته به صورت رابطه‌ی (۱) و با در نظر گرفتن شکل ۱- ب روابط انرژی جنبشی و پتانسیل برای سیستم مورد نظر استخراج شده‌اند (روابط (۲) و (۳)).

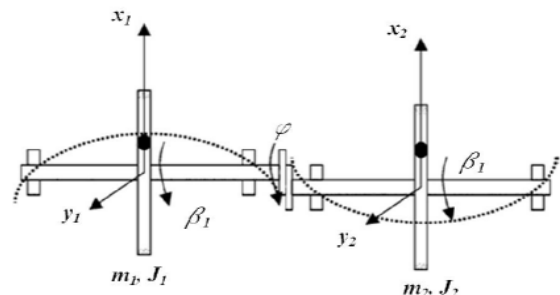
$$q = \{x_1, y_1, \beta_1, x_2, y_2, \beta_2\}^T \quad (1)$$

### ۳-۱-۲- انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم

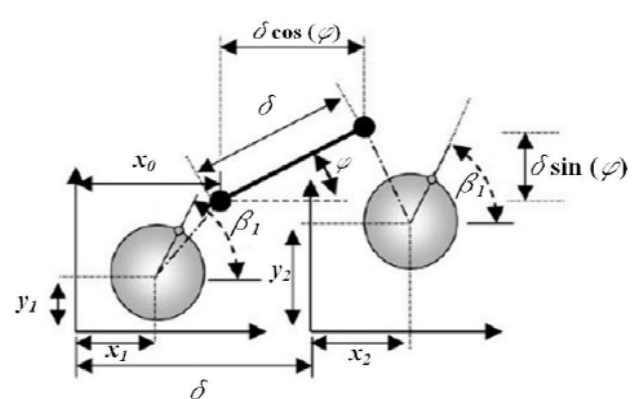
انرژی جنبشی سیستم:

انرژی پتانسیل سیستم شامل سه بخش: ۱- فنریت یاتاقانها ( $k_1$  و  $k_2$ ) ۲- خمش محور ( $k'_1$  و  $k'_2$ ) و ۳- پیچش محور ( $k_{12}$  و  $k_{11}$ ) است:

$$T = \frac{1}{2} m_1 [(\dot{x}_1 - e_1 \dot{\beta}_1 \sin \beta_1)^2] + \frac{1}{2} m_1 [(\dot{y}_1 + e_1 \dot{\beta}_1 \cos \beta_1)^2] + \frac{1}{2} J_1 \dot{\beta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 [(\dot{x}_2 - e_2 \dot{\beta}_2 \sin \beta_2)^2] + \frac{1}{2} m_2 [(\dot{y}_2 + e_2 \dot{\beta}_2 \cos \beta_2)^2] + \frac{1}{2} J_2 \dot{\beta}_2^2 \quad (2)$$



شکل ۱- الف مدل سازی ناهمراستایی موازی [۶]



شکل ۱- ب موقعیت لحظه‌ای دیسک‌ها و کوپلینگ [۶]

$$V = \frac{1}{2} k_1 x_1^2 + \frac{1}{2} k_1 y_1^2 + \frac{1}{2} k'_1 (x_1 - x_a)^2 + \frac{1}{2} k'_1 (y_1 - y_a)^2 + \frac{1}{2} k_{11} (\beta_1 - \varphi)^2 + m_1 g (y_1 + e_1 \sin \beta_1) + \frac{1}{2} k_2 x_2^2 + \frac{1}{2} k_2 y_2^2 + \frac{1}{2} k'_2 (x_2 + \delta \cos \varphi - x_2 - \delta)^2 + \frac{1}{2} k'_2 (y_2 + \delta \sin \varphi - y_2)^2 + \frac{1}{2} k_{12} (\varphi - \beta_2)^2 + m_2 g (y_2 + e_2 \sin \beta_2) \quad (3)$$

### ۴-۱-۲- استخراج روابط

با در نظر گرفتن تعادل نیرو و گشتاور در نیمه‌های کوپلینگ، ارتباط بین مختصات کوپلینگ ( $x_a, y_a, \varphi$ ) و مختصات تعمیم یافته بدست می‌آید. اگر این روابط کمکی بدست آمده را به همراه روابط (۱) و (۲) و در نظر گرفتن نیروی میرایی برای یاتاقانها، در معادله‌ی استاندارد لاگرانژ قرار دهیم، شش معادله دیفرانسیل بدست می‌آید که با یکدیگر کوپل هستند. در عمل پس از چند ثانیه سیستم تقریباً به حالت پایداری نسبی می‌رسد که در آن سرعت زاویه‌ای محورها تقریباً یکسان شده و ثابت می‌ماند. در این حالت سیستم از نظر پیچشی ثابت فرض شده و در واقع می‌توان از درجه آزادی دورانی آن صرف نظر کرد که نتیجه آن حذف دو معادله از دستگاه معادلات است. با این فرضیات، معادلات سیستم به صورت روابط (۴-۷) بدست می‌آیند.

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + (k_1 + k'_1) x_1 - \left(\frac{k_1'^2}{k_1' + k_2'}\right) x_1 - \left(\frac{k_1' k_2'}{k_1' + k_2'}\right) x_2 = \left(\frac{k_1' k_2'}{k_1' + k_2'}\right) \delta - \left(\frac{k_1' k_2'}{k_1' + k_2'}\right) \delta \cos(\varphi) + m_1 e_1 \dot{\beta}_1^2 \cos(\beta_1) \quad (4)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 + (k_1 + k'_1) y_1 - \left(\frac{k_1'^2}{k_1' + k_2'}\right) y_1 - \left(\frac{k_1' k_2'}{k_1' + k_2'}\right) y_2 = -\left(\frac{k_1' k_2'}{k_1' + k_2'}\right) \delta \sin(\varphi) - m_1 g + m_1 e_1 \dot{\beta}_1^2 \sin(\beta_1) \quad (5)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + (k_2 + k'_2) x_2 - \left(\frac{k_2'^2}{k_1' + k_2'}\right) x_2 - \left(\frac{k_1' k_2'}{k_1' + k_2'}\right) x_1 = \left(\frac{-k_1' k_2'}{k_1' + k_2'}\right) \delta + \left(\frac{k_1' k_2'}{k_1' + k_2'}\right) \delta \cos(\varphi) + m_2 e_2 \dot{\beta}_2^2 \cos(\beta_2) \quad (6)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + c_2 \dot{y}_2 + (k_2 + k'_2) y_2 - \left(\frac{k_2'^2}{k_1' + k_2'}\right) y_2 - \left(\frac{k_1' k_2'}{k_1' + k_2'}\right) y_1 = \left(\frac{k_1' k_2'}{k_1' + k_2'}\right) \delta \sin(\varphi) - m_2 g + m_2 e_2 \dot{\beta}_2^2 \sin(\beta_2) \quad (7)$$

## ۲-۲- استخراج روابط اتلاف انرژی

با توجه به روابط (۲) و (۳)، نابالانسی در انرژی جنبشی و پتانسیل و ناهمراستایی تنها در انرژی پتانسیل ظاهر شده‌اند. حال اگر این دو رابطه را در حالت بدون عیوب در نظر بگیریم، روابط (۸) و (۹) بدست می‌آیند. توجه داشته باشید که در این روابط زیرنویس اضافه شده  $\theta$  برای هر یک از متغیرها نمایانگر این است که این مقادیر در حالت بدون عیوب محاسبه شده و جایگذاری می‌گردند.

$$T_{\delta=0, e_1=0} = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_{10})^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{y}_{10})^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{\beta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_{20})^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{y}_{20})^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\beta}_2^2 \quad (8)$$

$$V_{\delta=0, e_1=0} = \frac{1}{2} k_1 x_{10}^2 + \frac{1}{2} k_1 y_{10}^2 + \frac{1}{2} k_1' (x_{10} - x_{a0})^2 + \frac{1}{2} k_1' (y_{10} - y_{a0})^2 + \frac{1}{2} k_{1l} (\beta_1 - \varphi_0)^2 + m_1 g y_{10} + \frac{1}{2} k_2 x_{20}^2 + \frac{1}{2} k_2 y_{20}^2 + \frac{1}{2} k_2' (x_{a0} - x_{20})^2 + \frac{1}{2} k_2' (y_{a0} - y_{20})^2 + \frac{1}{2} k_{12} (\varphi_0 - \beta_2)^2 + m_2 g y_{20} \quad (9)$$

با توجه به روابط (۲)، (۳)، (۸) و (۹) و اینکه انرژی کل سیستم برابر است با جمع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی، می‌توان انرژی مکانیکی سیستم را در دو حالت بدون عیوب ( $E_{\delta=0, e=0}$ ) و با وجود عیوب ( $E_{\delta, e}$ ) به صورت روابط (۱۰) و (۱۱) تعریف کرد.

$$E_{\delta=0, e=0} = V_{\delta=0, e=0} + T_{\delta=0, e=0} \quad (10)$$

$$E_{\delta, e} = V_{\delta, e} + T_{\delta, e} \quad (11)$$

با تفاضل دو رابطه‌ی (۱۰) و (۱۱) از یکدیگر، میزان انرژی اضافی که در حالت وجود عیوب، بیشتر از حالت بدون عیوب مصرف می‌شود، به دست می‌آید. به تعبیر دیگر می‌توان گفت میزان اتلاف انرژی ( $\Delta E$ ) ناشی از ناهمراستایی محورها و نابالانسی روتور، از رابطه‌ی (۱۲) بدست می‌آید.

$$\Delta E = E_{\delta, e} - E_{\delta=0, e=0} \quad (12)$$

## ۲-۲- حل عددی

برای به دست آوردن میزان اتلاف انرژی، لازم است که مقادیر عددی جایجایی و سرعت در هر لحظه محاسبه و سپس در رابطه‌ی (۱۲) جایگذاری گردند. برای این منظور برنامه‌ای تحت نرم‌افزار کامپک و بیژوال فترن جهت حل عددی با روش رانگ کوتای مرتبه ۴ تهیه شده که در آن در هر لحظه ابتدا مقادیر

جایجایی و سرعت از روابط (۴-۷) به دست آمده و سپس انرژی سیستم با وجود عیوب، یعنی رابطه‌ی (۱۱)، و انرژی سیستم بدون وجود عیوب، رابطه‌ی (۱۰)، محاسبه می‌شوند. در ادامه مقادیر محاسبه شده در رابطه‌ی (۱۲) جایگذاری و میزان افت محاسبه می‌شود. زمان لازم برای مدل‌سازی رفتار سیستم در حالت پایا، ۱۰ ثانیه در نظر گرفته شده است. مقادیر لازم جهت حل عددی معادلات (۴-۷) در جدول ۱ آورده شده‌اند.

لازم به ذکر است که مقادیر سرعت زاویه‌ای ( $\omega$ ) از ۲۰۰ تا ۳۰۰۰ دور بر دقیقه، ناهمراستایی ( $\delta$ ) از ۰/۵ میلی‌متر تا ۱/۸ میلی‌متر و خروج از مرکزیت ( $e$ ) از ۰/۰۶ تا ۰/۰۹ میلی‌متر متغیر گرفته شده‌اند.

## ۳- نتایج و نمودارها

جهت بررسی و تحلیل بهتر مقادیر عددی اتلاف انرژی، در هر مرحله میزان اتلاف انرژی، رابطه‌ی (۱۲)، بر میزان انرژی بدون عیوب، رابطه‌ی (۱۰)، تقسیم شده و به این ترتیب درصد اتلاف انرژی در هر مرحله محاسبه می‌شود. سپس در طول ۱۰ ثانیه میانگین‌گیری انجام شده است. برای مقایسه بهتر داده‌ها با یکدیگر چهار حالت مختلف ناهمراستایی خالص، نابالانسی خالص، ترکیب ناهمراستایی مشخص با چند حالت نابالانسی و در نهایت ترکیب نابالانسی خالص با چند ناهمراستایی به صورت جدول عددی و نمودار بر حسب سرعت‌های مختلف، در ادامه ارائه شده‌اند که مقادیر عددی جداول بر حسب درصد اتلاف انرژی است.

جدول ۱ مقادیر پارامترهای مورد استفاده جهت حل عددی

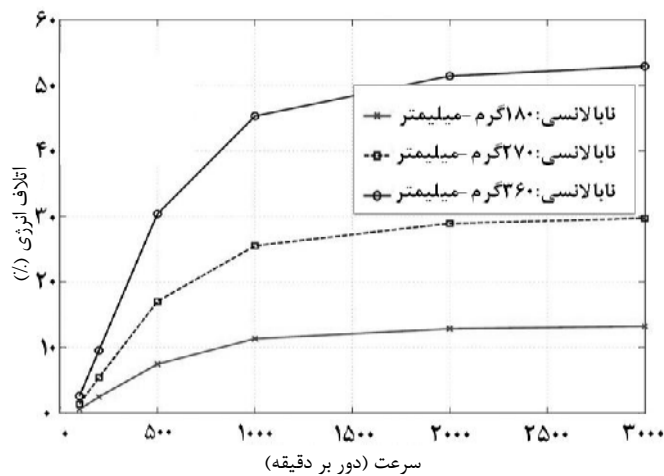
پارامتر		دیسک یا محور	
۲	۱	۲	۱
جرم دیسک $m(\text{kg})$	۱	۳	۱
ممان اینرسی جرمی دیسک $J(\text{kg.m}^2)$	$3 \times 10^{-3}$	۰/۰۸	۰/۳۶
موقعیت زاویه‌ای مرکز جرم $\beta$ (rad)	$\omega T$	$\omega T + \pi/2$	$\omega T$
میرایی یاتاقان $C$ (N.s/m)	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰
فنریت یاتاقانها $K$ (N/m)	$2/4 \times 10^7$	$1 \times 10^8$	$2/4 \times 10^7$
فنریت عرضی محور $K'$ (N/m)	$5 \times 10^6$	$2/4 \times 10^7$	$5 \times 10^6$
فنریت پیچشی محور $K_r$ (Nm/rad)	۱۰۰	۲۱۰	۱۰۰

## ۳-۱- ناهمراستایی خالص

در جدول ۲ میزان افزایش انرژی یا همان اتلاف انرژی در اثر ایجاد ناهمراستایی خالص در دوره‌های مختلف به صورت عددی

**جدول ۳** درصد میزان افزایش انرژی در اثر ایجاد نابالانسی خالص نسبت به حالت بدون عیب

سرعت	۱۰۰	۲۰۰	۵۰۰	۱۰۰۰	۲۰۰۰	۳۰۰۰
خروج از مرکز	rpm	rpm	rpm	rpm	rpm	rpm
۰/۰۶mm	۰/۵۶	۲/۴۸	۷/۴۷	۱۱/۳۴	۱۲/۸۶	۱۳/۲۳
۰/۰۹mm	۱/۳۸	۵/۴۲	۱۷/۰۲	۲۵/۵۰	۲۸/۹۳	۲۹/۷۵
۰/۱۲mm	۲/۵۹	۹/۵۳	۳۰/۴۱	۴۵/۳۱	۵۱/۴۳	۵۲/۸۹



**شکل ۳** درصد اتلاف انرژی بر حسب سرعت دورانی در نابالانسی‌های مختلف

**جدول ۴** درصد میزان افزایش انرژی در اثر ایجاد ناهمراستایی ۱ میلی‌متر و نابالانسی‌های مختلف نسبت به حالت بدون عیب

سرعت	۱۰۰	۲۰۰	۵۰۰	۱۰۰۰	۲۰۰۰	۳۰۰۰
خروج از مرکز	rpm	rpm	rpm	rpm	rpm	rpm
۰/۰۶mm	۴/۹۵	۶/۲۷	۹/۴۳	۱۲/۰۸	۱۳/۰۸	۱۳/۳۳
۰/۰۹mm	۵/۷۸	۹/۲۱	۱۸/۹۹	۲۶/۲۴	۲۹/۱۵	۲۹/۸۷
۰/۱۲mm	۶/۹۸	۱۳/۳۲	۳۲/۳۸	۴۶/۰۵	۵۱/۶۶	۵۳/۰۱

### ۳-۴- ترکیب نابالانسی مشخص با ناهمراستایی مختلف

در این حالت نتایج درصد اتلاف انرژی ناشی از عیب ترکیبی نابالانسی ۱۸۰ گرم-میلی‌متر با چند حالت ناهمراستایی موازی در دورهای مختلف به صورت عددی، در جدول ۵ و شکل ۵ ارائه شده‌اند.

بر حسب درصد ارائه شده‌اند. همچنین جهت ارائه بهتر، در شکل ۲، مقادیر عددی جدول به صورت نمودار ارائه شده‌اند.

### ۳-۲- نابالانسی خالص

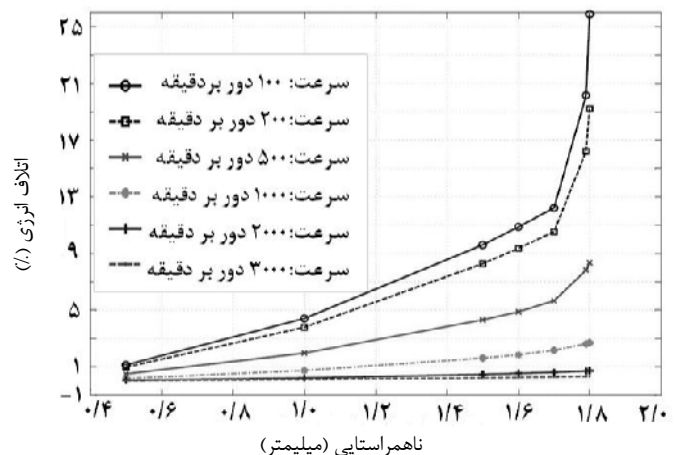
در جدول ۳ میزان افزایش انرژی یا همان اتلاف انرژی در اثر ایجاد نابالانسی خالص در دورهای مختلف به صورت عددی بر حسب درصد ارائه شده‌اند. همچنین جهت ارائه بهتر، در شکل ۳، مقادیر عددی جدول به صورت نمودار ارائه شده‌اند.

### ۳-۳- ترکیب ناهمراستایی مشخص با چند حالت نابالانسی

در این حالت نتایج عیب ترکیبی که شامل ناهمراستایی ۱ میلی‌متر و چند نابالانسی است، در دورهای مختلف به صورت عددی بر حسب درصد در جدول و شکل ۴ ارائه شده‌اند.

**جدول ۲** درصد میزان افزایش انرژی در اثر ایجاد ناهمراستایی خالص نسبت به حالت بدون عیب

سرعت	۱۰۰	۲۰۰	۵۰۰	۱۰۰۰	۲۰۰۰	۳۰۰۰
ناهمراستایی	rpm	rpm	rpm	rpm	rpm	rpm
۰/۵ (mm)	۱/۱۳	۰/۹۷	۰/۵	۰/۱۸	۰/۰۵	۰/۰۲
۱ (mm)	۴/۴۰	۳/۷۸	۱/۹۶	۰/۷۳	۰/۲۱	۰/۱۰
۱/۵ (mm)	۹/۶۰	۸/۲۷	۴/۳۰	۱/۶۱	۰/۴۶	۰/۲۲
۱/۶ (mm)	۱۰/۸۷	۹/۳۶	۴/۸۸	۱/۸۴	۰/۵۳	۰/۲۵
۱/۷ (mm)	۱۲/۲۱	۱۰/۵۳	۵/۶۵	۲/۱۶	۰/۶۱	۰/۲۹
۱/۷۹ (mm)	۲۰/۱۶	۱۶/۲۱	۷/۸۲	۲/۶۲	۰/۶۹	۰/۳۲
۱/۸ (mm)	۲۵/۸۹	۱۹/۲۲	۸/۳۴	۲/۷۰	۰/۷۱	۰/۳۲



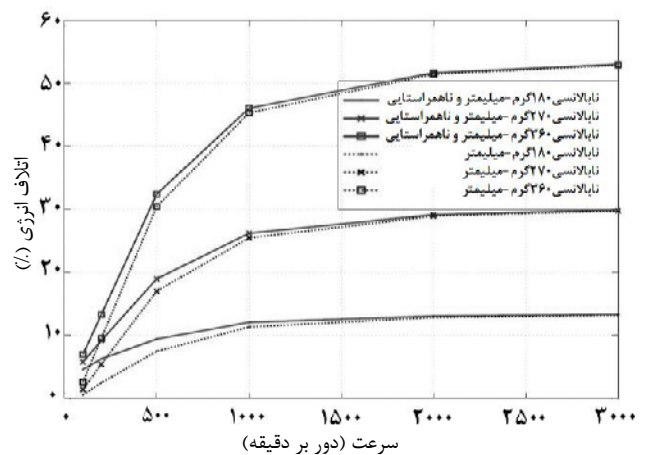
**شکل ۲** درصد اتلاف انرژی بر حسب ناهمراستایی خالص سرعت‌های دورانی مختلف

انجام شده و معادلات غیر خطی که در روابط (۴-۷) بدست آمده‌اند، مطابقت دارد. میزان اتلاف انرژی در همه‌ی حالت‌های بررسی شده (ناهمراستایی خالص، نابالانسی خالص، ترکیبی) تابعی از مقدار عیب و میزان سرعت دورانی است.

در شکل ۲ میزان اتلاف انرژی با افزایش مقدار ناهمراستایی به صورت غیرخطی افزایش پیدا کرده است که این با توجه به روابط (۴-۷) و همچنین رابطه انرژی پتانسیل (۳) که در آنها مقدار ناهمراستایی به صورت غیرخطی وجود دارد، مطابقت دارد. در این شکل با افزایش میزان سرعت دورانی، مقدار اتلاف انرژی، کاهش یافته است. با توجه به رابطه انرژی جنبشی (۴)، هرچه سرعت افزایش یابد، میزان انرژی جنبشی به اندازه توان دو سرعت افزایش می‌یابد این درحالی است که مقدار انرژی پتانسیلی که ناشی از افزایش ناهمراستایی است، به اندازه کافی نیست که بتواند مقدار انرژی کل ( $E$ ) ناشی از عیب ناهمراستایی را افزایش دهد. از طرف دیگر میزان افزایش انرژی جنبشی در حالت بدون عیوب هم به همان اندازه‌ی با عیوب است زیرا ناهمراستایی تأثیری در میزان انرژی جنبشی سیستم ندارد. در نتیجه میزان افزایش هر دو انرژی کل سیستم در حالت بدون عیوب و با عیوب تقریباً یکسان است و هنگامی که این دو از یکدیگر کسر می‌گردند، میزان اتلاف انرژی زیاد نمی‌شود. همچنین به دلیل اینکه در محاسبه‌ی درصد اتلاف، انرژی کل بدون عیوب در مخرج قرار دارد و میزان تغییر انرژی دو حالت کل و بدون عیوب در سرعت‌های بالا کم است، درصد اتلاف انرژی مقدار کمی پیدا می‌کند.

با توجه به شکل ۳، به طور کلی با افزایش مقدار نابالانسی روتور، میزان اتلاف انرژی به صورت چشمگیر افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش سرعت، میزان اتلاف انرژی هم افزایش می‌یابد که این به این دلیل است که در ذات نیروی نابالانسی، سرعت به توان دو قرار دارد.

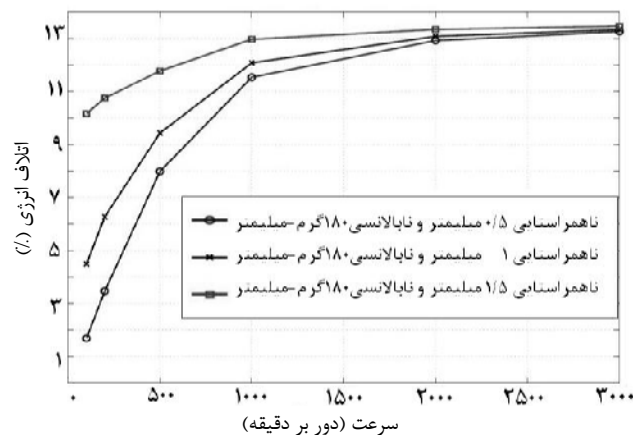
با دقت در شکل ۴ که بیان‌کننده میزان درصد اتلاف انرژی در عیب ترکیبی (ناهمراستایی ۱ میلی‌متر و چند نابالانسی مختلف)، افزایش میزان اتلاف انرژی نسبت به حالت قبل یعنی نابالانسی خالص، بیشتر است که این به دلیل این است که عیب ناهمراستایی هم در این قسمت وارد کولپینگ شده است. در این حالت با افزایش میزان نابالانسی در یک ناهمراستایی مشخص ۱ میلی‌متر، میزان افزایش درصد اتلاف انرژی به



شکل ۴ درصد اتلاف انرژی برحسب سرعت دورانی در نابالانسی‌های مختلف و ناهمراستایی ۱ میلی‌متر

جدول ۵ درصد اتلاف انرژی در اثر نابالانسی ۱۸۰ گرم-میلی‌متر و ناهمراستایی مختلف نسبت به حالت بدون عیب

سرعت ناهمراستایی	۱۰۰ rpm	۲۰۰ rpm	۵۰۰ rpm	۱۰۰۰ rpm	۲۰۰۰ rpm	۳۰۰۰ rpm
۰/۵mm	۱/۶۸	۲/۴۶	۷/۹۸	۱۱/۵۳	۱۲/۹۲	۱۳/۲۶
۱mm	۴/۹۵	۶/۲۷	۹/۴۳	۱۲/۰۸	۱۳/۰۸	۱۳/۳۳
۱/۵mm	۱۰/۱۶	۱۰/۷۵	۱۱/۷۷	۱۲/۹۷	۱۳/۳۴	۱۳/۴۶



شکل ۵ درصد اتلاف انرژی برحسب سرعت دورانی در ناهمراستایی مختلف و نابالانسی ۱۸۰ گرم-میلی‌متر

#### ۴- بحث و نتیجه‌گیری

ارتباط بین اتلاف انرژی و میزان ناهمراستایی محور و نابالانسی روتور غیرخطی است که این موضوع با توجه به مدل‌سازی

## ۵- مراجع

- [۱] وک ویکتور، ارتعاشات ماشین‌های صنعتی، ترجمه منصور رفیعیان، انتشارات دانشگاه یزد، ۱۳۹۰، صص ۱۶۹-۱۷۸.
- [2] Dewell D. L. and Mitchell L. D.; "Detection of a Misaligned Disk Coupling using Spectrum Analysis", *ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 106, 1984, pp. 9-16.
- [3] Xu M. and Marangoni R. D.; "Vibration Analysis of a Motor-Flexible Coupling-Rotor System Subject to Misalignment a Analysis", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.185, No.4, 1994, pp. 663-679.
- [4] Xu M. and Marangoni R. D.; "Vibration Analysis of a Motor-Flexible Coupling-Rotor System Subject to Misalignment and Unbalance, Part II: Experimental Validation", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 176, No. 5, 1994, pp. 681-691.
- [5] Lee Y. S. and Lee C. W.; "Modeling and Vibration Analysis of Misaligned Rotor-Bearing System", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 224, No. 1, 1999, pp. 17-32.
- [6] Al-Hussain K. M. and Redmond I.; "Dynamic Response of Two Rotors Connected by Rigid Mechanical Coupling with Parallel Misalignment", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 249, No. 3, 2002, pp. 483-498.
- [7] Hili M. A., Fakhfakh T., Hammami L. and Haddar M.; "Shaft Misalignment Effect on Bearings Dynamical Behavior", *Int. J. Manuf. Technol.*, 2005, pp. 615-622.
- [8] Lees A. W.; "Misalignment in Rigidly Coupled Rotor", *Journal of Sound and Vibration* Vol.305, 2007, pp. 261-271.
- [9] Patel T. H. and Darpe A. K.; "Vibration Response of Misaligned Rotors", *Journal of Sound and Vibration* Vol. 325, 2009, pp. 609-628.

صورت غیرخطی افزایش پیدا می‌کند. همچنین در این حالت با افزایش سرعت، میزان درصد اتلاف انرژی هم به صورت غیر خطی افزایش پیدا می‌کند. البته در سرعت‌های بالای ۲۰۰۰ دور بر دقیقه، روند افزایشی درصد اتلاف انرژی با نرخ کمتری ادامه پیدا می‌کند به دلیل اینکه اثر انرژی جنبشی در مخرج (رابطه‌ی درصد اتلاف انرژی که حاصل تقسیم رابطه‌ی (۱۲) به رابطه‌ی (۱۰) است) بیشتر از رابطه‌ی (۱۲) است. با بررسی شکل ۴ می‌توان دریافت که اثر عیب ناهمراستایی در سرعت‌های بالا بر روی اتلاف انرژی ناچیز است.

در شکل ۵ که نشان دهنده اثر تغییر ناهمراستایی در نابالانسی ثابت است، می‌توان دریافت که با افزایش سرعت، میزان درصد اتلاف انرژی به صورت غیرخطی افزایش دارد. همچنین با افزایش ناهمراستایی در یک نابالانسی مشخص، اتلاف انرژی هم افزایش دارد. با مقایسه ابتدا و انتهای محور سرعت در شکل ۴ می‌توان دریافت که تأثیر ناهمراستایی در یک نابالانسی مشخص در سرعت‌های پایین بیشتر است.

به‌طور کلی با توجه به نمودارهای ترسیم شده در حالت‌های مختلف می‌توان نتیجه‌گیری کرد که عیوب ناهمراستایی و نابالانسی و ترکیب آنها و همچنین سرعت تأثیر زیادی بر روی افزایش مصرف انرژی سیستم دارند. در انتها می‌توان با توجه به دو شکل ۴ و ۵ و مقایسه میزان اتلاف انرژی در سرعت‌های بالا و پایین و تأثیر ناهمراستایی و نابالانسی یک راهکار عملی جهت تشخیص به هنگام این دو عیب از یکدیگر را داد. به این ترتیب که اگر در یک سیستم میزان افزایش انرژی نسبت به حالت سالم دستگاه در دوره‌های بالای ۲۰۰۰ دور بر دقیقه چشمگیر باشد، عیب ایجاد شده به احتمال زیاد نابالانسی است و اگر میزان افزایش انرژی نسبت به حالت سالم در دور پایین زیاد باشد، احتمال عیب ناهمراستایی موازی بیشتر از نابالانسی است که می‌توان این افزایش انرژی را با یک دستگاه وات‌متر ساده که در سر راه موتور نصب می‌شود، بررسی و عیوب را شناسایی کرد.