

## مدل سازی آماری فرایند تولید ذرات نانوکامپوزیت پایه آلومینیم تقویت شده با ذرات SiC به روش آلیاژسازی مکانیکی

محمد رضا دشت بیاض<sup>۱\*</sup> و محمد رضا عباسی<sup>۲</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
<b>واژگان کلیدی:</b> آلیاژسازی مکانیکی، نانوکامپوزیت پایه آلومینیم، اندازه ذرات، مدل رگرسیون.	در تحقیق حاضر فرایند آلیاژسازی مکانیکی جهت تولید پودر نانوکامپوزیت پایه آلومینیم تقویت شده توسط ذرات نانومتری SiC به روش های آماری مدل سازی شده است. در ابتدا، از میان عوامل متعدد، عوامل موثرتر جهت تحلیل فرایند برگزیده شده اند. سپس آزمایش های عملی جهت تهیه پودر نانوکامپوزیت برنامه ریزی و انجام شده است. با توجه به این که آلیاژسازی مکانیکی متأثر از پارامترهای متعدد و پیچیده ای است، مدل سازی کامل فیزیکی آن تقریباً در شرایط فعلی غیرممکن به نظر می رسد. از این رو در مطالعه حاضر از مدل سازی آماری جهت تحلیل این فرایند تصادفی استفاده شده است. با انجام تحلیل های آماری بر روی نمودارهای توزیع اندازه ذرات، به روند تغییرات اندازه ذرات پس از آلیاژسازی مکانیکی پی برده می شود. در ادامه، با استفاده از روش رگرسیون از نوع درجه دو، آلیاژسازی مکانیکی با توجه به عوامل ورودی و خروجی انتخاب شده، مدل سازی شد. تحلیل های آماری جهت بررسی مناسب بودن این مدل انجام گرفت و مشخص شد که نسبت وزنی گلوله به پودر، توان دوم نسبت وزنی گلوله به پودر، اثر متقابل نسبت وزنی گلوله به پودر و حاصل ضرب سرعت آسیاب کاری در زمان آسیاب کاری بر روی اندازه متوسط ذرات، موثرتر می باشند. سایر متغیرهای ورودی در مدل رگرسیون به دست آمده، دارای اهمیت چندانی نمی باشند و از اثر آنها در مدل نهایی به دست آمده صرف نظر شده است.

### ۱- مقدمه

فرآیند تصادفی است. در نتیجه مدل سازی آن بسیار مشکل و یا در مواردی مدل سازی دقیق آن غیرممکن است [۳]. در خصوص مدل سازی فیزیکی فرایند آلیاژسازی تحقیقات وسیعی انجام شده است. موریس و کورتنی [۴] با توجه به معادلات هرتز، هندسه برخورد گلوله ها در حین برخورد و زمان آسیاب کاری را تخمین زده اند. شوارتز [۵] نشان داده است که برای ایجاد تغییر شکل پلاستیک در ذرات پودر نیاز است که گلوله های آسیاب دارای یک حداقل سرعت باشند. دیویس و کوچ [۶] حرکت گلوله ها را در آسیاب با استفاده از نوار

آلیاژسازی مکانیکی فرایندی است که در آن مخلوط پودر عناصر و یا ترکیبات اولیه در درون آسیابی با انرژی بالا و دارای اتمسفر کنترل شده ترکیب می شوند [۱]. از این فرایند برای ساخت انواع مواد با انواع ساختارها و خواص استفاده شده است [۲]. فرایند آلیاژسازی مکانیکی ذاتاً یک

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: [dashbayazi@uk.ac.ir](mailto:dashbayazi@uk.ac.ir)

۱. استادیار، بخش مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۲. کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، گرایش ساخت و تولید

مشخصات خروجی پودر تولیدی آگاهی پیدا کرد. از جمله مزایای مهم مدل سازی آماری می توان به این مطلب اشاره کرد که تقریباً در هر موردی که بتوان از فرایند انجام شده نمونه گیری انجام داد، می توان از مدل سازی آماری سود برد. در این رابطه دشت بیاض و همکاران [۱۰] با استفاده از شبکه های عصبی مصنوعی مدلی برای تبیین اثر عوامل مهم و موثر در فرایند الیازسازی مکانیکی بر مشخصات ریزساختاری نانوکامپوزیت  $Al-8\ vol\% SiC$  ارائه داده اند و با استفاده از دو نوع شبکه عصبی، شبکه عصبی مناسب برای پیش بینی اثر عوامل فرایند بر اندازه کریستالیت ها و کرنش شبکه فاز آلومینیم را به دست آورده اند. همچنین دشت بیاض و شکوه فر [۱۱] با استفاده از یک مدل آماری تحت عنوان مدل اثر ثابت (Fixed effect model) و یک مدل رگرسیونی (Regression model) اثر عوامل مختلف آسیاب کاری را بر اندازه کریستالیت ها و کرنش پس ماند فاز زمینه، نانوکامپوزیت زمینه آلومینیم تحلیل کرده اند. در تحقیق حاضر تاثیر شرایط مختلف فرایند الیازسازی مکانیکی بر توزیع و مشخصات ابعادی پودر نانوکامپوزیت پایه آلومینیم تقویت شده توسط ذرات نانومتري SiC، با استفاده از مدل سازی آماری مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲- برنامه ریزی آزمایشات

برنامه ریزی آزمایشات به کمک راهبرد عاملی (Factorial approach) انجام شده است. بدین منظور، عوامل دخیل در فرایند به طور همزمان با یکدیگر در هر آزمایش تغییر کرده اند. طی دو مرحله، ابتدا طراحی آزمایشات و انجام آنها و سپس، مدل سازی فرایند انجام شده است. عوامل بالقوه فرایند الیازسازی مکانیکی شامل: ۱- نوع آسیاب ۲- محفظه آسیاب کاری ۳- سرعت آسیاب کاری ۴- زمان آسیاب کاری ۵- جنس، ابعاد و نحوه توزیع گلوله ها ۶- نسبت وزنی گلوله ها به پودر ( Balls to Powder Ratio ) ۷- میزان پرشدن محفظه آسیاب ۸- اتمسفر آسیاب کاری ۹- عامل کنترل کننده فرایند (Process

ویدیویی تحلیل کرده اند. باست و همکارانش [۷] با اندازه گیری نفوذ گلوله ها در یک صفحه مسی در انتهای مخزن آسیاب SPEX 8000 سرعت برخورد گلوله ها در آسیاب های ساچمه ای را به دست آورده اند. از جمله مسائل مهم در فرایند الیازسازی مکانیکی، کنترل اندازه ذرات پودر پس از آسیاب کاری است که می بایست مورد توجه قرار گیرد، چرا که برای انجام عملیات های بعدی که شامل فشردن پودرها (Compaction) و تفجوشی (Sintering) است، اندازه و توزیع ذرات پودر نقش تعیین کننده ای خواهند داشت. در این خصوص، ایکین و همکارانش [۸] یک مدل پدیدانگاره (Phenomenological) بر اساس سینیتیک واکنش شیمیائی از نوع درجه اول ارائه داده اند که به زمان برخورد ذرات و احتمال ویژه شکست و جوش خوردن ذرات بستگی دارد. هریس و همکارانش [۹] با استفاده از معادلات Smoluchowski's coagulation-fragmentation پنج مدل برای تبیین توزیع اندازه ذرات ارائه داده اند که ثابت های مورد نیاز برای مدل ها را با استفاده از آزمایش های تجربی به دست آورده اند. اکثر روش های مدل سازی فیزیکی توصیف چندانی در رابطه با اندازه ذرات پودر پس از آسیاب کاری ارائه نمی دهند. بدین منظور ارائه یک روش مدل سازی که بتواند خصوصیات فرایند الیازسازی مکانیکی را از دیدگاه یک فرایند تصادفی بررسی نماید از اهمیت برخوردار است. از آنجا که پودر تولیدی پس از الیازسازی مکانیکی، توسط فرایند متالورژی پودر به محصول نهائی تبدیل می شود و اندازه ذرات یکی از عوامل موثر در عملیات فشارش و تفجوشی است در نتیجه می بایست قبل از انجام عملیات از اندازه و توزیع اندازه ذرات اطلاع کافی داشته باشیم. در نتیجه داشتن اطلاعات کافی از چگونگی تاثیر عوامل فرایند الیازسازی مکانیکی بر مشخصات ابعادی پودر از اهمیت برخوردار است. در این رابطه روش های آماری قادرند که داده های پراکنده را از طریق مدل های آماری به صورت داده های قابل استنتاج درآورند و اطلاعاتی در اختیار قرار دهند که بتوان درباره تاثیر عوامل مختلف فرایند، بر

به دست آمده است. برای جلوگیری از ایجاد خطاهای سیستماتیک و به حداقل رساندن اثر عوامل غیرقابل کنترل، آزمایشات به صورت تصادفی انجام شده اند.

### ۳- انجام آزمایشات

برای تهیه نانوکامپوزیت از ذرات پودر آلومینیم که توسط روش اتمیزاسیون با گاز نیتروژن تولید شده و دارای خلوص پودر ۹۹/۹۹ درصد و اندازه متوسط ذرات ۳۲ میکرومتر بوده و از SiC به عنوان تقویت کننده با خلوص پودر ۹۹ درصد و اندازه متوسط ذرات ۲۱ میکرومتر استفاده شده است. پودرها توسط مخلوط کنی تحت نام Turbula T2C mixer, Basel به مدت ۲۰ دقیقه مخلوط شدند. ۱/۵ درصد وزنی اسید استئاریک به عنوان عامل کنترل کننده فرایند به مخلوط اولیه پودرها اضافه شده است. از یک آسیاب سیاره ای تحت نام Planetary Mono Mill pulverisette 6 ساخت شرکت Fritsch استفاده شده و جنس ظرف آسیاب و گلوله های آن از فولاد ضد زنگ با قطر ۱۰ میلی متر انتخاب شد. نسبت وزنی گلوله ها به پودر  $(P_1/P_2)$  و سرعت آسیاب و زمان آسیاب کاری (TV) که در غالب متغیرهای بی بعد معرفی شده اند با توجه به مقادیر در نظر گرفته شده در جدول ۱ تنظیم گردیده و عملیات آسیاب کاری انجام گرفته است. به منظور محافظت مواد تحت آسیاب کاری در برابر اتمسفر، از گاز خنثی آرگون با خلوص ۹۹/۹۹ درصد استفاده شده است. بدین منظور در محیط خنثی گاز آرگون، مخلوط پودرهای آلومینیم و SiC به درون ظرف آسیاب وارد شدند و سپس درب آن به کمک یک سیستم قفل، کاملاً آب بندی گردیده است. خروج پودر نانوکامپوزیت از داخل ظرف آسیاب نیز در محفظه پر شده از گاز خنثی انجام گرفته است. توسط دستگاه لیزری تحت نام Laser Particle size Analyzer 22 ساخت شرکت Fritsch اندازه ذرات پودرها به دست آمده است. این دستگاه قادر است توزیع اندازه ذرات را در بازه ۰/۱ تا ۱۰۰۰ میکرومتر با دقت حدود  $\pm 0/01$  میکرومتر اندازه گیری کند. برای

(control agent و ۱۰- دمای آسیاب کاری می باشند. این عوامل به سه دسته جدید تقسیم شده اند که شامل: ۱- عوامل طراحی ۲- عوامل ثابت ۳- عوامل مجاز به تغییر هستند. عوامل طراحی، عوامل اصلی برای مطالعه فرایند هستند. این عوامل به این ترتیب انتخاب شده اند: ۱- زمان آسیاب کاری ۲- سرعت آسیاب کاری ۳- نسبت وزنی گلوله ها به پودر. عوامل ثابت، بر فرایند موثر هستند ولی با توجه به این که در ابتدای آزمایشات سعی بر این بوده است که از انجام آزمایشات گسترده اجتناب شود و هدف از انجام آزمایشات اولیه غربال عوامل مهم موثر بوده و همچنین تنظیم بعضی از عوامل در ضمن انجام آزمایش مشکل است، این عوامل در یک سطح خاص ثابت نگه داشته شده اند. عوامل ثابت عبارتند از: ۱- نوع آسیاب ۲- اندازه تقویت کننده ۳- نوع تقویت کننده ۴- عامل کنترل کننده فرایند. برای بررسی راحت تر با تحلیل ابعادی (Dimensional Analysis)، تعداد عوامل به حداقل رسیده و بی بعد شده اند. نتایج تحلیل ابعادی برای عوامل مورد نظر که شامل: ۱- زمان آسیاب کاری (T) ۲- سرعت آسیاب کاری (V) ۳- نسبت وزنی گلوله ها به پودر بودند نشان می دهند که در نهایت به دو عامل بی بعد دست پیدا می کنیم که عبارتست از: ۱- حاصل ضرب زمان آسیاب کاری در سرعت آسیاب کاری (TV) و ۲- نسبت وزنی گلوله ها به پودر  $(P_1/P_2)$ . برای هر کدام از این دو عامل بی بعد، برای بررسی دقیق تر اثر عوامل بر محصول آلیاژی سازی مکانیکی، شش سطح تغییر انتخاب شده است. جدول ۱ عوامل بی بعد و سطوح انتخابی را نشان می دهد. از آنجا که محصول فرایند آلیاژی سازی مکانیکی، پودری با خواص ویژه برای تبدیل به قطعات حجیم با استفاده از روش متالورژی پودر است متغیرهایی شامل: ۱- اندازه ذرات پودر و ۲- توزیع اندازه ذرات پودر به عنوان خروجی فرایند در نظر گرفته شده اند. هدف از مدل سازی این است که نشان دهیم کدام یک از عوامل فرایند تاثیر بیشتری در تغییر پاسخ فرایند دارند و میزان این تاثیر به چه مقدار است. با توجه به دو عامل بی بعد و شش سطح انتخابی برای هر کدام از این عوامل، تعداد آزمایشات  $6^2=36$

است. شکل ظاهری (Morphology) ذرات توسط میکروسکوپ الکترونی روبشی (SEM) با ولتاژ ۳۰ کیلوولت تحت نام LEO/ZIESS 1450VP مورد بررسی قرار گرفته است.

استفاده از این دستگاه ذرات پودر در داخل الکل اتیلیک با ۹۹ درصد خلوص معلق گردیدند و برای پخش کامل ذرات از دستگاه التراسونیک به مدت ۲۰ دقیقه استفاده گردیده است. نتایج آماری حاصل از اندازه گیری ذرات توسط کامپیوتر دستگاه اندازه گیری لیزری به دست آمده

جدول ۱- عوامل بی بعد و سطوح انتخابی آنها

سطوح						عامل بی بعد
۶	۵	۴	۳	۲	۱	
۲۸۸۰۰۰	۲۴۰۰۰۰	۱۹۲۰۰۰	۱۴۴۰۰۰	۹۶۰۰۰	۴۸۰۰۰	سرعت آسیاب کاری × زمان آسیاب کاری (TV)
۱۴	۱۲	۱۰	۸	۶	۴	نسبت وزنی گلوله ها به پودر ( $P_1/P_2$ )

جدول ۲- ماتریس طرح آزمایش ها، مقادیر اندازه متوسط و انحراف معیار ذرات پودر نانوکامپوزیت

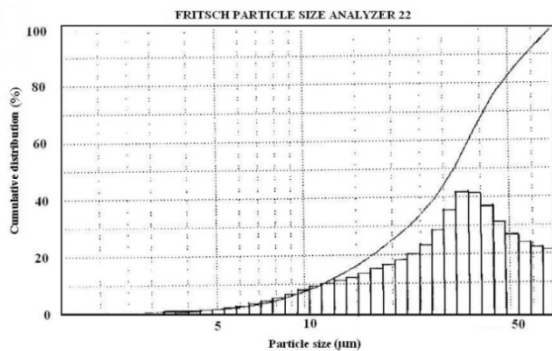
شماره آزمایش	اندازه متوسط ذرات (μm)	انحراف معیار (μm <sup>2</sup> )	TV*	$P_1/P_2$ **	شماره آزمایش	اندازه متوسط ذرات (μm)	انحراف معیار (μm <sup>2</sup> )	TV*	$P_1/P_2$ **
AL-SiC No.01	۶۲/۱۹	۳۱۷۰/۴۵	۴۸۰۰۰	۴	AL-SiC No.19	۴۸۰۰۰	۱۵۴۳/۷۰	۶۲/۱۴	۱۰
AL-SiC No.02	۳۸/۹۲	۱۰۷۸/۱۱	۹۶۰۰۰	۴	AL-SiC No.20	۹۶۰۰۰	۱۴۲۱/۷۳	۶۱/۱۰	۱۰
AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۱۳۹۱/۰۶۰	۱۴۴۰۰۰	۴	AL-SiC No.21	۱۴۴۰۰۰	۱۶۶۶/۰۵	۵۷/۱۲	۱۰
AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۲۸۱/۷۳	۱۹۲۰۰۰	۴	AL-SiC No.22	۱۹۲۰۰۰	۱۵۷۲/۷۳	۵۶/۳۹	۱۰
AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۲۳۳۴/۸۸	۲۴۰۰۰۰	۴	AL-SiC No.23	۲۴۰۰۰۰	۱۰۲۰/۰۲	۳۸/۰۳	۱۰
AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۳۵۲/۷۹	۲۸۸۰۰۰	۴	AL-SiC No.24	۲۸۸۰۰۰	۲۹۱/۱۱	۲۳/۴۶	۱۰
AL-SiC No.07	۴۸۰۰۰	۲۵۷۷/۷۵	۴۸۰۰۰	۴	AL-SiC No.25	۴۸۰۰۰	۱۵۲۷/۰۶	۵۴/۳۶	۱۰
AL-SiC No.08	۹۶۰۰۰	۷۲۱/۷۶	۹۶۰۰۰	۴	AL-SiC No.26	۹۶۰۰۰	۶۷۳/۲۹	۳۶/۸۳	۱۰
AL-SiC No.09	۱۴۴۰۰۰	۱۹۹۲/۲۱	۱۴۴۰۰۰	۴	AL-SiC No.27	۱۴۴۰۰۰	۱۴۷۴/۸۵	۵۰/۴۱	۱۲
AL-SiC No.10	۱۹۲۰۰۰	۳۴۵۳/۴۱	۱۹۲۰۰۰	۴	AL-SiC No.28	۱۹۲۰۰۰	۷۴۶/۱۱	۳۲/۷۶	۱۲
AL-SiC No.11	۲۴۰۰۰۰	۲۰۱۸/۵۸	۲۴۰۰۰۰	۴	AL-SiC No.29	۲۴۰۰۰۰	۵۳۶/۰۰	۳۲/۳۵	۱۲
AL-SiC No.12	۲۸۸۰۰۰	۲۲۴۶/۲۲	۲۸۸۰۰۰	۴	AL-SiC No.30	۲۸۸۰۰۰	۶۳۳/۱۱	۲۷/۸۳	۱۲
AL-SiC No.13	۴۸۰۰۰	۱۵۵۳/۷۶	۴۸۰۰۰	۴	AL-SiC No.31	۴۸۰۰۰	۱۳۹۸/۴۶	۵۵/۱۴	۱۴
AL-SiC No.14	۹۶۰۰۰	۳۰۱۲/۱۷	۹۶۰۰۰	۴	AL-SiC No.32	۹۶۰۰۰	۷۶۹/۰۲	۳۷/۶۷	۱۴
AL-SiC No.15	۱۴۴۰۰۰	۱۲۵۸/۱۵	۱۴۴۰۰۰	۸	AL-SiC No.33	۱۴۴۰۰۰	۸۴۱/۳۶	۳۹/۶۱	۱۴
AL-SiC No.16	۱۹۲۰۰۰	۱۴۱۴/۱۳	۱۹۲۰۰۰	۸	AL-SiC No.34	۱۹۲۰۰۰	۶۴۸/۴۰	۳۲/۹۷	۱۴
AL-SiC No.17	۲۴۰۰۰۰	۱۷۷۰/۴۸	۲۴۰۰۰۰	۸	AL-SiC No.35	۲۴۰۰۰۰	۷۷۴/۸۴	۳۲/۶۷	۱۴
AL-SiC No.18	۲۸۸۰۰۰	۵۹۶/۳۰	۲۸۸۰۰۰	۸	AL-SiC No.36	۲۸۸۰۰۰	۱۶۳/۰۰	۱۶/۸۷	۱۴

\*TV: حاصل ضرب زمان آسیاب کاری (T) بر حسب دقیقه در سرعت آسیاب کاری (V) بر حسب دور بر دقیقه

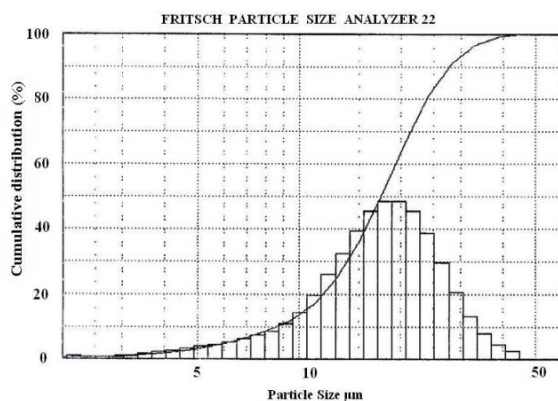
\*\* $P_1/P_2$ : نسبت وزنی گلوله ها ( $P_1$ ) به پودرها ( $P_2$ )

## ۴- نتایج آزمایشات

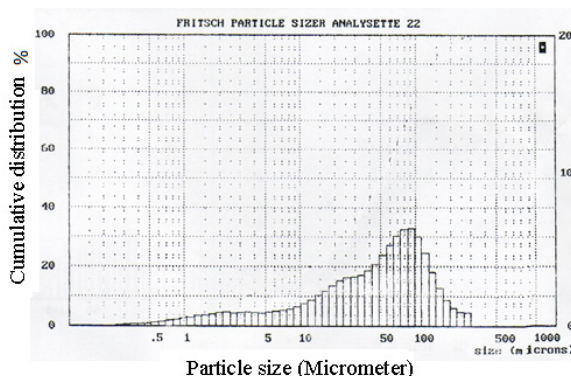
به دست آمده از آزمایش شماره ۱ با بزرگنمایی‌های مختلف که توسط میکروسکوپ الکترونی روبشی تهیه شده است را نشان می‌دهد.



شکل ۱- توزیع اندازه ذرات مخلوط اولیه پودر نانوکامپوزیت Al/SiC قبل از آسیاب کاری



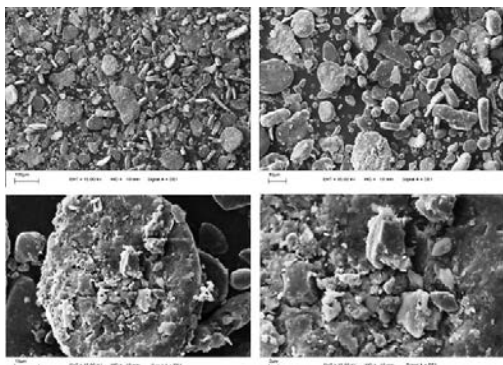
شکل ۲- توزیع اندازه ذرات مخلوط اولیه پودر نانوکامپوزیت Al/SiC پس از ۶ ساعت آسیاب کاری



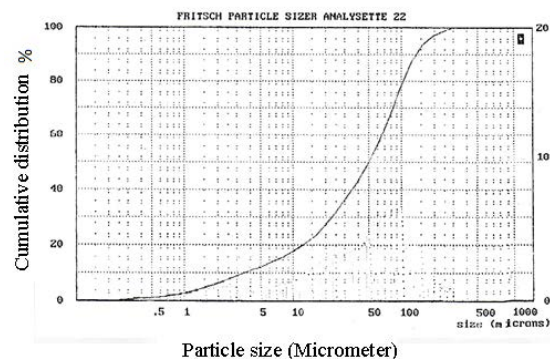
شکل ۳- توزیع اندازه ذرات پودر نانوکامپوزیت برای نمونه آزمایش شماره ۱

خروجی‌های آماری مورد نظر عبارتند از: (۱) متوسط اندازه ذرات (۲) انحراف معیار اندازه ذرات و (۳) توزیع اندازه ذرات. جدول ۲ ماتریس طرح آزمایش‌ها، اندازه متوسط ذرات و انحراف معیار اندازه ذرات را نشان می‌دهد. آزمایش شماره ۱، با نام Al-SiC No.01 نام‌گذاری شده است. در آزمایش شماره ۱، اندازه متوسط ذرات ۶۲/۱۹ میکرومتر و انحراف معیار ۳۱۷۰/۴۵ با واحد میکرومتر به توان ۲ می‌باشند.

شکل ۱ توزیع اولیه اندازه ذرات مخلوط شده پودرهای آلومینیم و SiC را قبل از آسیاب کاری نمایش می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۱ مشاهده می‌شود توزیع اندازه ذرات کمی به راست چولگی (Skewness) دارد و دارای توزیع نرمال نمی‌باشد. به هر حال، توزیع اولیه ذرات اثر چندانی بر آسیاب کاری آن‌ها ندارد و پس از آسیاب کاری، این توزیع تغییر خواهد نمود. شکل ۲ توزیع اندازه ذرات را پس از ۶ ساعت آسیاب کاری نمایش می‌دهد. در این حالت تنها عامل متغیر زمان بوده است و سایر عوامل ورودی فرایند ثابت بوده‌اند و اندازه ذرات کاهش یافته و توزیع آن به سمت توزیع نرمال تمایل پیدا کرده است. لزوماً با ادامه آسیاب کاری توزیع و اندازه ذرات ثابت نخواهد ماند و احتمال افزایش اندازه ذرات در اثر مکانیزم کلوخه شدن وجود دارد. توزیع اندازه ذرات برای هر کدام از آزمایش‌های مندرج در جدول ۲ استخراج شده‌اند. به عنوان نمونه شکل ۳ توزیع اندازه ذرات و شکل ۴ نمودار توزیع تجمعی اندازه ذرات در آزمایش شماره ۱ را نشان می‌دهند. به منظور بررسی شکل ظاهری ذرات ماده مرکب، تصاویر میکروسکوپ الکترونی روبشی از نمونه‌ها تهیه شده است. شکل ۵ تصویر پودرهای اولیه مورد استفاده برای تهیه ماده مرکب را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در تصاویر شکل ۶ مشاهده می‌شود با افزایش زمان آسیاب کاری ذرات کلوخه می‌شوند و همین عمل باعث افزایش اندازه قطر ذرات می‌شود. اندازه‌های استخراج شده از این تصاویر نتایج حاصل از اندازه‌گیری قطر ذرات با استفاده از لیزر را تصدیق می‌نمایند. شکل ۷ تصویر پودر نانوکامپوزیت



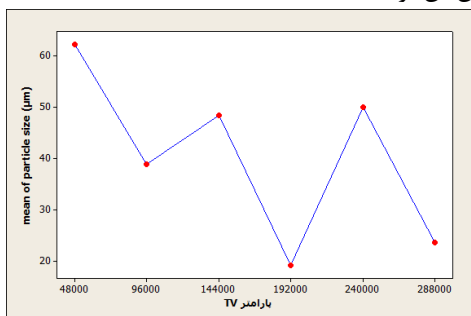
شکل ۷- تصاویر میکروسکوپ الکترونی روبشی پودر نانوکامپوزیت آزمایش شماره ۱ در چهار بزرگنمایی مختلف



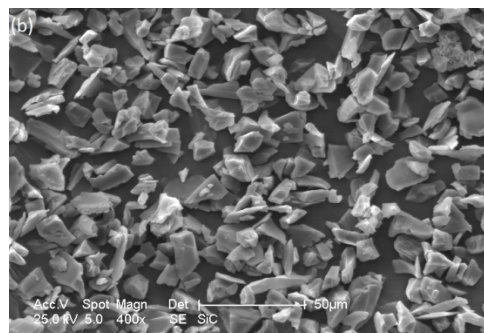
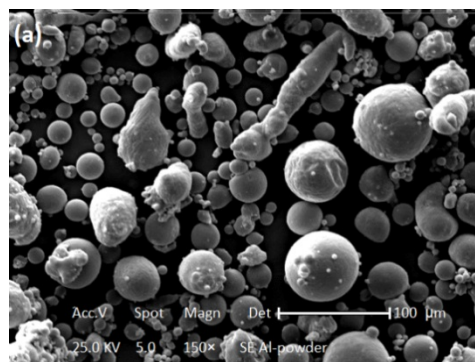
شکل ۴- منحنی درصد فراوانی نسبی تجمعی مربوط به آزمایش شماره ۱

### ۵- اثر عوامل فرایند بر متوسط اندازه ذرات

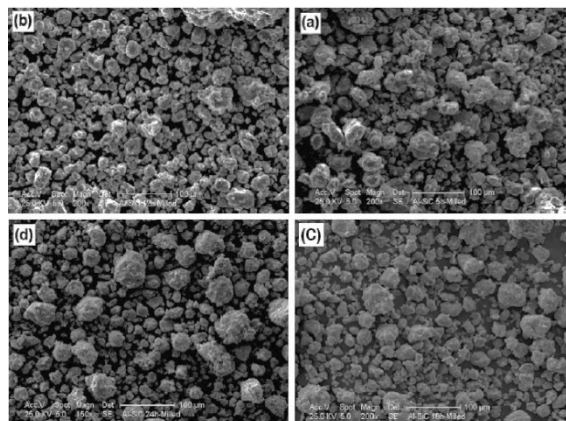
شکل ۸ تغییرات اندازه متوسط ذرات را در برابر تغییرات عامل بی بعد  $(TV)$  در صورتی که عامل بی بعد  $P_1/P_2 = 4$  باشد را نشان می دهد. در منحنی شکل ۸، روند تغییرات واضحی مشاهده نمی شود. به عبارت دیگر، ممکن است مقادیر متوسط اندازه ذرات در حالات مختلف، تفاوت معنی داری از نظر آماری نداشته باشند و این عمل باعث شود که افزایش ها و کاهش های مشاهده شده در نمودار به نتیجه گیری نادرست منجر شود. بدین منظور در این بخش با استفاده از آزمون های آماری، نتایج مربوط به معنادار بودن تفاوت اندازه متوسط ذرات ارائه شده است. در جدول ۳ نتایج مقایسه معنادار بودن و یا نبودن تفاوت اندازه متوسط ذرات نشان داده شده است. با انجام این تحلیل مقایسه ای، مشخص می شود که با تغییر متغیرهای ورودی برای هر آزمایش، آیا تغییر معناداری در اندازه متوسط ذرات صورت گرفته است یا خیر؟ و آیا این تغییر در جهت افزایش اندازه متوسط ذرات بوده و یا در جهت کاهش آن بوده است.



شکل ۸- تغییرات اندازه متوسط ذرات در برابر تغییرات عامل بی بعد  $TV$  در حالتیکه  $P_1/P_2 = 4$



شکل ۵- تصاویر میکروسکوپ الکترونی روبشی از پودرهای اولیه (a) آلومینیم و (b) SiC



شکل ۶- تصاویر میکروسکوپ الکترونی روبشی نمونه های (a) ۶، (b) ۱۲، (c) ۱۸ و (d) ۲۴ ساعت آسیاب کاری شده

جدول ۳- مقایسه متوسط اندازه ذرات در آزمایش‌هایی که  $P_1/P_2 = 4$  می‌باشند و پارامتر  $TV$  تغییر کرده است

شماره مقایسه	شماره آزمایش	$TV$	متوسط اندازه ذرات ( $\mu m$ )	انحراف معیار ذرات ( $\mu m$ )	تعداد ذرات نمونه	$\alpha$	$t$ -Value	$P$ -Value	فرضیات	معنی داری	
۱	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۶۲/۱۹	۵۶/۳۱	۶۶	۰/۰۵	۲/۹۰	۰/۰۰۲	$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$	Significant	
	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۸/۹۲	۳۲/۸۳							
۲	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۶۲/۱۹	۵۶/۳۱			۱/۶۶	۰/۰۵۰		۱/۶۶	Insignificant
	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۴۸/۴۳	۳۷/۳۰							
۳	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۶۲/۱۹	۵۶/۳۱			۵/۹۴	۰/۰۰۰		۵/۹۴	Significant
	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۹/۲۳	۱۶/۷۸							
۴	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۶۲/۱۹	۵۶/۳۱			۱/۳۴	۰/۰۹۱		۱/۳۴	Insignificant
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۹/۹۴	۴۸/۳۲							
۵	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۶۲/۱۹	۵۶/۳۱			۱/۳۴	۰/۰۹۹		۱/۳۴	Insignificant
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۲۳/۶۸	۱۸/۷۸							
۶	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۸/۹۲	۳۲/۸۳			-۱/۵۵	۰/۹۳۹		-۱/۵۵	Insignificant
	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۴۸/۴۳	۳۷/۳۰							
۷	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۸/۹۲	۳۲/۸۳			۴/۳۴	۰/۰۰۰		۴/۳۴	Significant
	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۹/۲۳	۱۶/۷۸							
۸	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۸/۹۲	۳۲/۸۳			-۱/۵۳	۰/۹۳۶		-۱/۵۳	Insignificant
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۹/۹۴	۴۸/۳۲							
۹	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۸/۹۲	۳۲/۸۳	۳/۲۷	۰/۰۰۱	۳/۲۷	Significant			
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۲۳/۶۸	۱۸/۷۸							
۱۰	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۴۸/۴۳	۳۷/۳۰	۵/۸۰	۰/۰۰۰	۵/۸۰	Significant			
	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۹/۲۳	۱۶/۷۸							
۱۱	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۴۸/۴۳	۳۷/۳۰	-۰/۲۰	۰/۵۷۹	-۰/۲۰	Insignificant			
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۹/۹۴	۴۸/۳۲							
۱۲	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۴۸/۴۳	۳۷/۳۰	۴/۸۱	۰/۰۰۰	۴/۸۱	Significant			
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۲۳/۶۸	۱۸/۷۸							
۱۳	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۹/۲۳	۱۶/۷۸	-۴/۸۸	۱/۰۰۰	-۴/۸۸	Insignificant			
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۹/۹۴	۴۸/۳۲							
۱۴	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۹/۲۳	۱۶/۷۸	-۱/۴۴	۰/۹۲۳	-۱/۴۴	Insignificant			
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۲۳/۶۸	۱۸/۷۸							
۱۵	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۹/۹۴	۴۸/۳۲	۴/۱۲	۰/۰۰۰	۴/۱۲	Significant			
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۲۳/۶۸	۱۸/۷۸							

ذرات مورد استفاده قرار گرفته‌اند به صورت زیر بیان شده‌اند [۱۲]:

$$\begin{aligned} H_0 : \bar{y}_1 &= \bar{y}_2 \\ H_1 : \bar{y}_1 &> \bar{y}_2 \\ \bar{y}_1 &< \bar{y}_2 \end{aligned} \quad (۲)$$

فرض  $H_0$  بیان می‌کند که متوسط اندازه ذرات با تغییر عوامل ورودی فرایند در دو حالت مورد مقایسه، تغییر معناداری پیدا نکرده‌است. به عبارت دیگر، اندازه متوسط ذرات از دیدگاه آماری، با هم برابر می‌باشند. فرض  $H_1$  بیان می‌کند که یکی از متوسط‌های به دست آمده یا از دیگری بزرگتر و یا کوچکتر است. به عبارت دیگر فرض  $H_1$  به این معناست که دو متوسط از دیدگاه آماری با یکدیگر برابر نیستند. با انجام آزمون آماری بیان شده در

جهت مقایسه اندازه متوسط ذرات که در جدول ۲ نشان داده شده‌اند، از آزمون آماری  $t$ -Student که به این صورت تعریف می‌شود استفاده شده‌است [۱۲]:

$$t - Value = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \quad (۱)$$

$\bar{y}_1$  متوسط اندازه ذرات نمونه اول و  $\bar{y}_2$  متوسط اندازه ذرات نمونه دوم می‌باشند. همچنین به ترتیب  $S_1^2$  انحراف معیار نمونه نخست و  $S_2^2$  انحراف معیار نمونه دوم می‌باشند.  $n_1$  تعداد ذرات نمونه‌گیری شده از آزمایش نخست و  $n_2$  تعداد ذرات نمونه‌گیری شده از آزمایش دوم می‌باشند. فرض‌هایی که جهت مقایسه متوسط اندازه

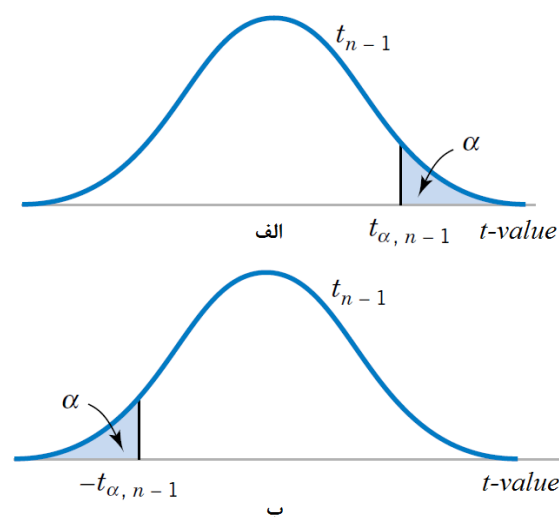
جدول ۳ نشان دهنده کمترین سطح اهمیت (معناداری) می باشد که می توانیم فرض  $H_0$  را رد نمائیم. به عبارت دیگر  $P$ -Value سطح زیر منحنی توزیع مرجع در آن طرف مقدار  $t$ -Value است. در عمل به جای مقایسه مقادیر  $t$ -Value با  $t_\alpha$  مطابق با رابطه (۳)، از مقایسه مقدار  $P$ -Value با  $\alpha$  استفاده می شود؛ بدین ترتیب که در صورتی که مقادیر  $P$ -Value کمتر از  $\alpha = 0.05$  باشد تفاوت بین متوسط اندازه ذرات معنی دار و یا با اهمیت است در غیر این صورت فرض تساوی متوسط اندازه ذرات پذیرفته می شود. مقادیر  $P$ -Value در جدول ۳ با استفاده از نرم افزار Minitab محاسبه شده اند. به عنوان نمونه در ردیف اول جدول ۳، درحالی که مقدار  $TV$  از ۴۸۰۰۰ به ۹۶۰۰۰ رسیده متوسط اندازه ذرات از ۶۲/۱۹ به ۳۸/۹۲ میکرومتر رسیده است. حال این پرسش مطرح می شود که آیا با تغییر  $TV$  از ۴۸۰۰۰ به ۹۶۰۰۰، عملاً متوسط اندازه ذرات کاهش پیدا کرده است یا نه؟ ابتدا با توجه به مقادیر اندازه های متوسط ذرات در این دو آزمایش و همچنین مقادیر انحراف معیارها، مقدار پارامتر  $P$ -Value توسط نرم افزار Minitab به دست آمده است. به عنوان نمونه خروجی نرم افزار Minitab در آزمون مقایسه مذکور در شکل ۱۰ نشان داده شده است. با توجه به خروجی نرم افزار Minitab در شکل ۱۰، مقدار  $t$ -Value برابر ۲/۹۰ و مقدار  $P$ -Value برابر ۰/۰۰۲ به دست آمده است. با توجه به شروط بیان شده برای رد فرض  $H_0$  که فرض برابر بودن اندازه متوسط ذرات می باشد، این فرض رد شده و فرض  $H_1$  که در آن بیان می شود که اندازه ذرات در آزمایش شماره ۲ کوچکتر شده است پذیرفته می شود. در نتیجه، متوجه می شویم که کاهش متوسط اندازه ذرات در این حالت قابل توجه (Significant) و معنادار است و از نظر آماری با تغییر  $TV$  از ۴۸۰۰۰ به ۹۶۰۰۰، متوسط اندازه ذرات کاهش پیدا نموده است. در مقایسه، در ردیف دوم جدول ۳ مشاهده می نمائیم که با تغییر  $TV$  از ۴۸۰۰۰ به ۱۴۴۰۰۰ که متوسط اندازه ذرات از ۶۲/۱۹ به ۴۸/۴۳ میکرومتر رسیده است از نظر آماری این کاهش غیرقابل توجه (Insignificant) و بی معنا بوده است و

رابطه ۱، فرض  $H_0$  مورد بررسی قرار می گیرد. اگر این فرض رد شود آنگاه فرض های عدم برابری در  $H_1$  پذیرفته می شوند. شرطی که با توجه به آن فرض  $H_0$  رد می شود و در مقابل فرض  $H_1$  پذیرفته می شود به این صورت بیان شده اند [۱۲]:

$$(3) \quad t - Value \geq t_\alpha$$

$$t - value \leq -t_\alpha$$

$t$ -Value آزمون آماری است که در رابطه (۱) تعریف شده است. مقادیر  $t_\alpha$  و  $-t_\alpha$  از جدول آماری مربوط به نقاط درصدی توزیع t-Student به دست می آیند که نشان دهنده مرز نواحی بحرانی در توزیع مذکور هستند که در آن ها فرض  $H_0$  رد خواهد شد. در شکل ۹ مرزهای بحرانی با سطح اهمیت  $\alpha$  نشان داده شده است.

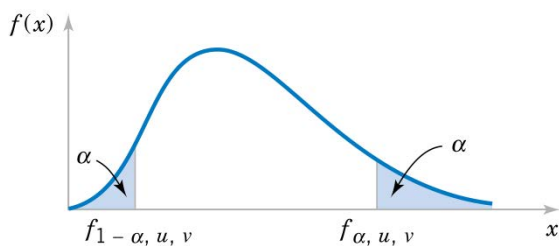


شکل ۹- توزیع  $t$  مرجع برای الف- فرض  $H_1: \bar{y}_1 > \bar{y}_2$  و ب- فرض  $H_1: \bar{y}_1 > \bar{y}_2$  و  $n$  درجه آزادی و  $\alpha$  سطح اهمیت انتخابی است [۱۲].

نتایج مربوط به آزمون مقایسه بین متوسط اندازه ذرات در آزمایش هایی که عامل بی بعد ورودی نسبت وزنی گلوله ها به پودرها برابر ۴ و عامل بی بعد حاصل ضرب سرعت آسیاب کاری در زمان آسیاب کاری مطابق جدول ۲ متغیر بوده است در جدول ۳ مشاهده می شود. مقدار  $\alpha$  در جدول ۳ بر طبق تعریف سطح اهمیت (Significant level) و یا معناداری فرض انتخاب شده، نامیده می شود که در اینجا  $\alpha = 0.05$  انتخاب شده است.  $P$ -Value در



درجات آزادی هستند. نمودار شکل ۱۱ درصد بالا و پائین نقاط توزیع  $F$  را نمایش می‌دهد.



شکل ۱۱- درصد بالا  $f_{\alpha, u, v}$  و درصد پائین  $f_{1-\alpha, u, v}$  نقاط توزیع  $F$  و درجات آزادی  $u$  و  $v$  سطح اهمیت هستند [۱۲]

هرکدام از شرایط مندرج در رابطه ۶ محقق شوند آن‌گاه فرض صفر رد می‌شود و فرض مقابل به عنوان فرض صحیح پذیرفته می‌شود. نتایج حاصل از مقایسه بین انحراف‌معیاری‌های اندازه ذرات در جدول ۴ نشان‌داده شده‌اند. این جدول برای آزمایش‌هایی است که پارامتر نسبت وزنی گلوله‌ها به پودرها برابر ۴ بوده و پارامتر حاصل‌ضرب سرعت آسیاب‌کاری در زمان آسیاب‌کاری متغیر بوده است. در این بخش مشابه بخش قبل، که از مقادیر  $P$ -Value جهت پذیرش و یا عدم پذیرش فرضیه صفر استفاده شد؛ در آزمون  $F$  هم از مقدار  $P$ -Value جهت بررسی فرضیات استفاده شده‌است و به‌جای استفاده از شروط رابطه ۶ مقدار  $P$ -Value با یک سطح اهمیت  $\alpha = 0.05$  مقایسه شده‌است. به‌عنوان نمونه در ردیف اول جدول ۴، با تغییر  $TV$  از ۴۸۰۰۰ به ۹۶۰۰۰، انحراف‌معیاری اندازه ذرات از ۵۶/۳۱ به ۳۲/۸۳ میکرومتر رسیده است که آزمون مقایسه انجام شده نشان می‌دهد که از نظر آماری این کاهش مقدار انحراف‌معیاری، قابل توجه و معنادار بوده است. در مقابل، به‌عنوان نمونه در ردیف چهارم جدول ۴، که در آن  $TV$  از ۴۸۰۰۰ به ۲۴۰۰۰۰ رسیده است، انحراف‌معیاری از ۵۶/۳۱ به ۴۸/۳۲ میکرومتر رسیده است که نتیجه آزمون مقایسه نشان می‌دهد که این کاهش انحراف‌معیاری اندازه ذرات، از دیدگاه آماری غیرقابل توجه و بی‌معناست. بدین ترتیب می‌توانیم نتایج سایر موارد را در جدول ۴ تحلیل نمائیم و اثر تغییر شرایط آسیاب‌کاری بر انحراف‌معیاری اندازه ذرات را به‌دست آوریم.

عملاً از دیدگاه آماری متوسط اندازه ذرات کاهش پیدا نموده است. بدین ترتیب می‌توانیم نتایج سایر موارد را در جدول ۳ تحلیل نمائیم و اثر تغییر شرایط آسیاب‌کاری بر متوسط اندازه ذرات را به‌دست آوریم.

#### Two-Sample T-Test and CI

Sample	N	Mean	StDev	SE Mean
1	66	62.2	56.3	6.9
2	66	38.9	32.8	4.0

Difference = mu (1) - mu (2)  
Estimate for difference: 23.2700  
95% lower bound for difference: 9.9543  
T-Test of difference = 0 (vs >): T-Value = 2.90 P-Value = 0.002 DF = 104

شکل ۱۰- نمونه خروجی نرم افزار Minitab برای استخراج

مقادیر  $P$ -Value

## ۶- اثر عوامل بر انحراف‌معیاری اندازه ذرات

جهت مقایسه بین انحراف‌معیاری اندازه ذرات از آزمون آماری  $F$  ( $F$  test) استفاده شده‌است که به‌این‌صورت تعریف می‌شود [۱۲]:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (۴)$$

$S_1^2$  انحراف‌معیاری نمونه اول و  $S_2^2$  انحراف‌معیاری نمونه دوم و  $F$  آماره آزمون می‌باشد. فرضیات موجود جهت مقایسه انحراف‌معیاری‌ها به‌صورت زیر انتخاب شده‌اند [۱۲]:

$$\begin{aligned} H_0 : S_1^2 &= S_2^2 \\ H_1 : S_1^2 &> S_2^2 \\ S_1^2 &< S_2^2 \end{aligned} \quad (۵)$$

فرض صفر  $H_0$  بدین معناست که انحراف‌معیاری دو نمونه با هم برابر بوده و فرض مقابل  $H_1$  یعنی این‌که انحراف‌معیاری دو نمونه برابر نیستند و یکی از دیگری بزرگتر بوده‌است. شرط رد فرض صفر و پذیرش فرض مقابل، به‌صورت زیر انتخاب شده‌است [۱۲]:

$$F > F_{\alpha, df_1, df_2} \quad (۶)$$

$$F \leq F_{1-\alpha, df_1, df_2}$$

مقادیر  $F_{\alpha, df_1, df_2}$  و  $F_{1-\alpha, df_1, df_2}$  به ترتیب درصد بالا و پائین نقاط توزیع هستند که از جداول آماری مربوط به توزیع  $F$  ( $F$  distribution) به‌دست می‌آیند.  $df_1$  و  $df_2$

جدول ۴- مقایسه انحراف معیارهای به دست آمده از آزمایش‌ها در حالتی که  $P_1/P_2 = 4$  بوده و پارامتر بی بعد  $TV$  تغییر نموده است

شماره مقایسه	شماره آزمایش	$TV$	انحراف معیار (micron)	تعداد ذرات نمونه‌گیری	$\alpha$	F	P-Value	فرضیات	معناداری
۱	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۵۶/۳۱	۶۶	۰/۰۵	۲/۹۴	۰/۰۰۰	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Significant
	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۲/۸۳						Significant
۲	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۵۶/۳۱	۶۶	۰/۰۵	۲/۲۸	۰/۰۰۱	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Significant
	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۳۷/۳۰						Significant
۳	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۵۶/۳۱	۶۶	۰/۰۵	۱۱/۲۵	۰/۰۰۰	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Significant
	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۶/۷۸						Insignificant
۴	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۵۶/۳۱	۶۶	۰/۰۵	۱/۳۶	۰/۲۲۰	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Insignificant
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۸/۳۲						Significant
۵	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۵۶/۳۱	۶۶	۰/۰۵	۸/۹۹	۰/۰۰۰	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Significant
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۱۸/۷۸						Insignificant
۶	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۲/۸۳	۶۶	۰/۰۵	۱/۲۹	۰/۳۰۶	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Insignificant
	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۳۷/۳۰						Significant
۷	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۲/۸۳	۶۶	۰/۰۵	۳/۸۳	۰/۰۰۰	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Significant
	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۶/۷۸						Significant
۸	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۲/۸۳	۶۶	۰/۰۵	۲/۱۷	۰/۰۰۲	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Significant
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۸/۳۲						Significant
۹	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۲/۸۳	۶۶	۰/۰۵	۳/۰۶	۰/۰۰۰	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Significant
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۱۸/۷۸						Significant
۱۰	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۳۷/۳۰	۶۶	۰/۰۵	۴/۹۴	۰/۰۰۰	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Significant
	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۶/۷۸						Significant
۱۱	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۳۷/۳۰	۶۶	۰/۰۵	۱/۶۸	۰/۰۳۹	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Significant
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۸/۳۲						Significant
۱۲	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۳۷/۳۰	۶۶	۰/۰۵	۳/۹۴	۰/۰۰۰	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Significant
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۱۸/۷۸						Significant
۱۳	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۶/۷۸	۶۶	۰/۰۵	۸/۲۹	۰/۰۰۰	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Significant
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۸/۳۲						Insignificant
۱۴	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۶/۷۸	۶۶	۰/۰۵	۱/۲۵	۰/۳۶۷	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Insignificant
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۱۸/۷۸						Significant
۱۵	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۸/۳۲	۶۶	۰/۰۵	۶/۶۲	۰/۰۰۰	$H_0: S_1^2 = S_2^2$ $H_1: S_1^2 > S_2^2$	Significant
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۱۸/۷۸						Significant

## ۷- آزمون نرمال بودن توزیع اندازه ذرات

به‌طور معمول در تحقیقات فرض می‌شود که توزیع اندازه ذرات نرمال است. به هرصورت، این فرض در صورتی صحیح است که توزیع اندازه ذرات واقعاً نرمال باشد. بدین منظور، در این تحقیق برای بررسی دقیق نرمال بودن توزیع اندازه ذرات، از آزمون اندرسون-دارلینگ استفاده شده‌است. آماره آزمون اندرسون-دارلینگ به‌این صورت بیان می‌شود [۱۲]:

$$A^2 = -N - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (2i-1) \left( \ln F(X_i) + \ln(1 - F(X_{N+1-i})) \right) \quad (7)$$

$F$  مقدار تابع توزیع تجمعی نرمال،  $X_i$ ،  $i$  امین مشاهده و  $N$  تعداد ذرات اندازه‌گیری شده در هر آزمایش می‌باشند. دو شاخص مهم در بررسی توزیع اندازه ذرات عبارتند از: ۱- چولگی و ۲- کشیدگی (Kurtosis). شاخص چولگی، عددی است که نشانگر کشیدگی توزیع می‌باشد، مقدار آن عدم تقارن توزیع را نشان می‌دهد. اگر مقدار شاخص چولگی منفی باشد یعنی توزیع اندازه ذرات به چپ تمایل داشته و اگر مقدار شاخص چولگی مثبت باشد یعنی توزیع اندازه ذرات به راست تمایل دارد. شاخص کشیدگی نشانگر اندازه‌گیری مقدار ارتفاع توزیع اندازه ذرات نسبت به توزیع نرمال است. مقادیر مثبت نشانگر بلندی بیشتر و

داده‌های به‌دست‌آمده برای اندازه ذرات نرمال نمی‌باشند. مقادیر شاخص‌های چولگی و کشیدگی به همراه مقادیر به‌دست‌آمده برای  $A^2$  و  $P$ -Value جهت توزیع اندازه ذرات به‌دست‌آمده از آزمایش‌های ۳۶گانه در جدول ۵ مشاهده می‌شوند. همان‌گونه که از نتایج جدول ۵ مشاهده می‌شود، مقادیر  $P$ -Value برای توزیع اندازه ذرات، بسیار کوچک به‌دست‌آمده‌اند. با توجه به آماره آزمون اندرسون-دارلینگ جهت آزمایش نرمال بودن توزیع‌های اندازه ذرات و مقادیر  $P$ -Value به‌دست‌آمده، فرض نرمال بودن توزیع اندازه ذرات (فرض صفر) در کلیه آزمایش‌ها رد شده و مشخص می‌شود که توزیع اندازه ذرات نرمال نمی‌باشند.

گسترده‌تری کمتر از توزیع نرمال و مقادیر منفی نشانگر کوتاه‌تر بودن ارتفاع توزیع اندازه ذرات و گسترده‌تری بیشتر از توزیع نرمال می‌باشند. در یک توزیع نرمال مقدار شاخص چولگی برابر صفر و مقدار شاخص کشیدگی برابر ۳ می‌باشد [۱۳]. در آزمون نرمال بودن توزیع اندازه ذرات، فرض صفر به معنای نرمال بودن داده‌ها و فرض مقابل به معنای عدم نرمال بودن توزیع داده‌هاست. در آزمون اندرسون-دارلینگ از مقدار  $A^2$  از رابطه ۷ و مقدار  $P$ -Value استفاده می‌شود [۱۲]. اگر مقدار  $P$ -Value کوچکتر از مقدار  $\alpha$  (سطح اطمینان به میزان ۵ درصد) باشد آنگاه فرض صفر رد می‌شود و فرض مقابل پذیرفته می‌شود، یعنی اگر  $P$ -Value کوچکتر از  $\alpha$  باشد آنگاه

جدول ۵- شاخص‌های چولگی و کشیدگی به همراه آزمون نرمال بودن برای توزیع اندازه ذرات

شماره آزمایش	شاخص چولگی	شاخص کشیدگی	$A^2$	P-Value	شماره آزمایش	شاخص چولگی	شاخص کشیدگی	$A^2$	P-Value
۱۹	۰/۲۰	-۱/۰۰	۱۲۹/۱۱	< ۰/۰۰۵	۱	۱/۳۲	۲/۰۰	۳۲۹/۶۷	< ۰/۰۰۵
۲۰	۰/۲۲	-۰/۸۸	۱۷۵/۰۹	< ۰/۰۰۵	۲	۱/۳۹	۳/۸۰	۲۷۴/۴۲	< ۰/۰۰۵
۲۱	۰/۳۸	-۰/۹۶	۱۷۶/۳۴	< ۰/۰۰۵	۳	۰/۷۷	-۰/۲۵	۱۳۷/۵۱	< ۰/۰۰۵
۲۲	۰/۳۱	-۰/۹۶	۱۳۵/۴۵	< ۰/۰۰۵	۴	۱/۰۱	-۰/۵۴	۱۵۵/۱۲	< ۰/۰۰۵
۲۳	۰/۷۳	-۰/۲۲	۲۰۵/۷۱	< ۰/۰۰۵	۵	۱/۶۴	۳/۵۴	۲۸۹/۲۲	< ۰/۰۰۵
۲۴	۰/۳۸	-۰/۸۶	۱۸۴/۴۰	< ۰/۰۰۵	۶	۰/۵۴	-۰/۷۳	۱۲۶/۶۷	< ۰/۰۰۵
۲۵	۰/۹۲	۱/۱۵	۱۸۹/۲۶	< ۰/۰۰۵	۷	۱/۷۹	۴/۶۱	۲۹۵/۶۶	< ۰/۰۰۵
۲۶	۰/۴۳	-۰/۶۳	۱۴۲/۹۹	< ۰/۰۰۵	۸	۰/۷۳	-۰/۱۷	۱۳۲/۹۷	< ۰/۰۰۵
۲۷	۰/۶۳	-۰/۵۴	۱۷۰/۵۱	< ۰/۰۰۵	۹	۰/۶۸	-۰/۲۸	۱۳۹/۵۶	< ۰/۰۰۵
۲۸	۱/۲۲	۱/۵۴	۲۴۴/۲۲	< ۰/۰۰۵	۱۰	۱/۸۴	۴/۰۲	۲۷۵/۳۲	< ۰/۰۰۵
۲۹	۰/۵۴	-۰/۳۲	۱۸۴/۷۸	< ۰/۰۰۵	۱۱	۱/۳۰	۱/۹۶	۲۵۳/۲۵	< ۰/۰۰۵
۳۰	۳/۳۶	۲۹/۶۵	۱۴۵۸/۴۲	< ۰/۰۰۵	۱۲	۱/۰۱	۱/۱۶	۱۴۸/۵۰	< ۰/۰۰۵
۳۱	۰/۴۴	-۰/۶۶	۱۵۲/۴۴	< ۰/۰۰۵	۱۳	۱/۲۲	۱/۴۹	۲۶۵/۲۶	< ۰/۰۰۵
۳۲	۰/۳۵	-۰/۹۱	۱۳۹/۶۲	< ۰/۰۰۵	۱۴	۱/۰۵	-۰/۷۴	۱۷۶/۴۵	< ۰/۰۰۵
۳۳	۰/۶۲	-۰/۱۶	۲۰۳/۲۵	< ۰/۰۰۵	۱۵	۱/۳۷	۳/۵۷	۲۱۳/۲۲	< ۰/۰۰۵
۳۴	۰/۹۱	۰/۶۲	۲۲۵/۰۲	< ۰/۰۰۵	۱۶	۰/۴۱	-۰/۴۶	۱۶۵/۷۶	< ۰/۰۰۵
۳۵	۱/۱۷	۱/۴۱	۲۳۷/۶۱	< ۰/۰۰۵	۱۷	۰/۴۶	-۰/۵۳	۱۷۰/۲۹	< ۰/۰۰۵
۳۶	۰/۷۸	۰/۳۰	۲۳۰/۱۶	< ۰/۰۰۵	۱۸	۰/۷۹	-۰/۴۵	۱۹۰/۳۶	< ۰/۰۰۵

عامل بی‌بعد نسبت وزنی گلوله‌ها به پودر ( $P_1/P_2$ ) و حاصل ضرب سرعت آسیاب‌کاری در زمان آسیاب‌کاری ( $TV$ ) به عنوان عوامل مستقل و عامل متوسط اندازه ذرات به‌عنوان متغیر وابسته انتخاب شده‌اند. جهت برازش مدل رگرسیون از روش برآورد حداقل مربعات استفاده شده‌است. همچنین از یک مدل رگرسیون دو متغیره مرتبه دو به همراه اثر متقابل عوامل استفاده شده‌است. اثر

## ۸- مدل‌سازی آماری به روش رگرسیون

مدل‌سازی رگرسیون در سه مرحله انجام شده‌است: ۱- انتخاب متغیرهای مستقل و وابسته جهت برازش مدل رگرسیون ۲- برآورد رابطه ریاضی برای مدل و تخمین ضرایب آن و ۳- انجام آزمون فرضیات بر روی مدل رگرسیون به‌دست‌آمده جهت بررسی صحت و دقت آن. دو

$x_{i1}$  و  $x_{i2}$  مقادیر عوامل مستقل، در هر مورد از نتایج آزمایشات می‌باشند. در گام بعدی جهت ساده‌تر شدن محاسبات تغییر متغیر زیر داده شده‌است:

$$\begin{aligned} x_{i3} &= x_{i1}^2 \\ x_{i4} &= x_{i2}^2 \\ x_{i5} &= x_{i1}x_{i2} \end{aligned} \quad (10)$$

تابع  $S$  کمترین مربعات به صورت زیر تعریف شده‌است: [۱۴]

$$S(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \quad (11)$$

با توجه به شیوه برآورد کمترین مربعات، تابع  $S$  می‌بایست به ازای کلیه مقادیر  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$  و  $\beta_5$  کمینه شود. در نهایت با اعمال این شرط معادلات ماتریسی حاصل می‌شود که به صورت زیر بیان شده‌اند: [۱۴]

$$\begin{bmatrix} n \sum_1^n x_{i1} \sum_1^n x_{i2} \sum_1^n x_{i3} \sum_1^n x_{i4} \sum_1^n x_{i5} \\ \sum_1^n x_{i1} \sum_1^n x_{i1}^2 \sum_1^n x_{i1}x_{i2} \sum_1^n x_{i1}x_{i3} \sum_1^n x_{i1}x_{i4} \sum_1^n x_{i1}x_{i5} \\ \sum_1^n x_{i2} \sum_1^n x_{i2}x_{i1} \sum_1^n x_{i2}^2 \sum_1^n x_{i2}x_{i3} \sum_1^n x_{i2}x_{i4} \sum_1^n x_{i2}x_{i5} \\ \sum_1^n x_{i3} \sum_1^n x_{i3}x_{i1} \sum_1^n x_{i3}x_{i2} \sum_1^n x_{i3}^2 \sum_1^n x_{i3}x_{i4} \sum_1^n x_{i3}x_{i5} \\ \sum_1^n x_{i4} \sum_1^n x_{i4}x_{i1} \sum_1^n x_{i4}x_{i2} \sum_1^n x_{i4}x_{i3} \sum_1^n x_{i4}^2 \sum_1^n x_{i4}x_{i5} \\ \sum_1^n x_{i5} \sum_1^n x_{i5}x_{i1} \sum_1^n x_{i5}x_{i2} \sum_1^n x_{i5}x_{i3} \sum_1^n x_{i5}x_{i4} \sum_1^n x_{i5}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_1^n y_i \\ \sum_1^n x_{i1}y_i \\ \sum_1^n x_{i2}y_i \\ \sum_1^n x_{i3}y_i \\ \sum_1^n x_{i4}y_i \\ \sum_1^n x_{i5}y_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

#### ۸-۱- بررسی مناسب بودن مدل رگرسیون

سازگاری و مناسب بودن مدل رگرسیون با استفاده از دو ابزار: ۱- آزمون فرضیات و ۲- تحلیل باقیمانده‌ها انجام شده‌است. آزمون فرضیات در مدل رگرسیون شامل دو بخش می‌باشد. در بخش اول بررسی شده که آیا مدل رگرسیون به دست آمده دارای اهمیت است که بدین منظور از تحلیل انحراف معیار استفاده شده‌است و در بخش دوم،

متقابل عوامل به معنای حاصل ضرب آن‌ها می‌باشد. رابطه کلی مدل رگرسیون دو متغیره مرتبه دو به همراه اثر متقابل پارامترها به صورت زیر می‌باشد [۱۴]:

$$y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_1^2 + \beta_4x_2^2 + \beta_5x_1x_2 + \varepsilon \quad (8)$$

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$  ضرایب رگرسیون هستند که توسط برآورد حداقل مربعات از روی عوامل مستقل و وابسته که از نمونه‌گیری حاصل شده‌اند به دست می‌آیند.  $x_1$  و  $x_2$  مقادیر عوامل مستقل یا ورودی می‌باشند.  $y$  عامل وابسته یا خروجی فرایند می‌باشد.  $\varepsilon$  هم مقدار خطا یا باقیمانده است. جهت برآورد ضرایب رگرسیون ابتدا با توجه به مقادیر به دست آمده از نمونه‌گیری، رابطه (۸) به این صورت مرتب شده‌است:

$$y = \beta_0 + \beta_1x_{i1} + \beta_2x_{i2} + \beta_3x_{i1}^2 + \beta_4x_{i2}^2 + \beta_5x_{i1}x_{i2} + \varepsilon_i \quad (9)$$

با حل معادلات ماتریسی رابطه ۱۲ و محاسبه ضرایب  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ ، معادله رگرسیون به این صورت قابل بیان است:

$$\begin{aligned} \text{Mean Particle Size} &= 17.26 + 8.752 \left(\frac{P_1}{P_2}\right) + \\ &0.000061(TV) - 0.4541 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 - 2.2212 \times \\ &10^{-10}(TV)^2 - 0.00000817 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)(TV) \end{aligned} \quad (13)$$

حاصل شود آنگاه فرض  $H_0$  رد می‌شود و فرض  $H_1$  پذیرفته می‌شود. مقادیر به‌دست‌آمده برای  $F_{\alpha,k,n-k-1}$  به‌ازای مقادیر مختلف  $\alpha$  در جدول ۷ نشان داده شده‌است. باتوجه به مقادیر به‌دست‌آمده برای  $F_{\alpha,k,n-k-1}$  به‌ازای مقادیر مختلف  $\alpha$  انتخاب‌شده و مقایسه مقدار  $F_0 = 5/70$  با این مقادیر، نتیجه می‌شود که فرض  $H_0$  در فرضیات بیان شده در رابطه ۱۴ رد می‌شود و فرض  $H_1$  پذیرفته می‌شود. این امر بدین معناست که حداقل یکی از متغیرهای مستقل با متغیر وابسته دارای رابطه خطی می‌باشد.

جدول ۷- مقادیر مختلف  $F_{\alpha,k,n-k-1}$

$F_{\alpha,k,n-k-1}$	$\alpha$
$F_{.025,5,30} = 1/41$	۰/۲۵
$F_{.01,5,30} = 2/03$	۰/۱
$F_{.05,5,30} = 2/53$	۰/۰۵
$F_{.025,5,30} = 3/03$	۰/۰۲۵
$F_{.01,5,30} = 3/70$	۰/۰۱
$F_{.005,5,30} = 4/23$	۰/۰۰۵
$F_{.001,5,30} = 5/53$	۰/۰۰۱

### ۸-۳- آزمون مدل رگرسیون به صورت مجزا

برای بررسی جداگانه اهمیت ضرایب به‌دست‌آمده در مدل رگرسیون، از این فرضیات استفاده شده‌است [۱۴]:

$$H_0 : \beta_i = 0 \quad (16)$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0$$

فرض صفر به معنای صفر بودن پارامتر  $\beta_i$  و بی‌اهمیت بودن عبارت معادل آن می‌باشد و فرض مقابل، به معنای عدم صفر بودن این عامل و معنادار بودن عبارت معادل آن است. ملاک رد شدن فرض  $H_0$  و پذیرفتن فرض  $H_1$  در فرضیات موجود در رابطه ۱۶ آماره  $t_0$  می‌باشد که توسط رابطه زیر بیان شده‌است [۱۴]:

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_i}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{ii}}} \quad (17)$$

$\hat{\beta}_i$  ضریب به‌دست‌آمده در مدل رگرسیون می‌باشد.  $\hat{\sigma}^2$  انحراف‌معیار مدل برازش شده و  $C_{ii}$  آرایه متناظر با ضریب

از آزمون فرضیات مدل رگرسیون استفاده شده‌است که در آن اهمیت و معنادار بودن ضرایب معادله رگرسیون بررسی شده‌است. در این بخش از آزمایش فرضیات ضرایبی که دارای اهمیت نیستند، از مدل رگرسیون حذف شده‌اند و مجدداً مدل اصلاح‌شده به‌دست‌آمده است.

### ۸-۲- تحلیل انحراف‌معیار مدل رگرسیون

فرضیات مناسب جهت تحلیل انحراف‌معیار به‌صورت زیر انتخاب شده‌اند:

$$H_0 : \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0 \quad (14)$$

حداقل یکی از  $\beta_i$ ها مخالف صفر است :  $H_1$

رد شدن فرض صفر  $H_0$  بر این مطلب دلالت می‌کند که حداقل یکی از متغیرهای مستقل انتخاب شده در مدل رگرسیون دارای اهمیت می‌باشد. به عبارت دیگر، متغیر وابسته به حداقل یکی از متغیرهای مستقل، وابسته می‌باشد. معیار این آزمون، آماره  $F_0$  به‌این‌صورت بیان می‌شود [۱۴]:

$$F_0 = \frac{SS_R/k}{SS_{Res}/(n-k-1)} \quad (15)$$

$SS_R$  مجموع مربعات رگرسیون و  $SS_{Res}$  مجموع مربعات باقیمانده‌ها می‌باشد.  $k$  درجه‌آزادی مجموع مربعات رگرسیون و  $n-k-1$  درجه‌آزادی باقیمانده‌ها می‌باشد. جدول ۶ نتایج تحلیل انحراف‌معیار بر روی مدل رگرسیون به‌دست‌آمده را نشان می‌دهد.

جدول ۶- تحلیل انحراف‌معیار بر روی مدل رگرسیونی

منبع تغییرات	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات	$F_0$	$P$
رگرسیون	۳۱۲۱/۹	۵	۶۲۴/۴	۵/۷۰	۰/۰۰۱
باقیمانده	۳۲۸۶/۳	۳۰	۱۰۹/۵		
کل	۶۴۰۸/۲	۳۵			

با توجه به مقدار به‌دست‌آمده برای  $F_0$  و همچنین درجات‌آزادی، معیار  $F$  که به‌صورت  $F_{\alpha,k,n-k-1}$  بیان می‌شود با انتخاب مقدار  $\alpha$ ، از جدول آماره مربوط به توزیع  $F$  به‌دست‌آمده است. اگر شرط  $F_0 > F_{\alpha,k,n-k-1}$

## ۸-۴- تحلیل باقیمانده‌ها

باقیمانده‌ها از طریق رابطه زیر به دست آمده‌اند [۱۴]:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (19)$$

در اینجا فرض شده‌است که باقیمانده‌ها دارای توزیع نرمال هستند. از طریق تحلیل نمودارهای باقیمانده‌ها می‌توانیم به نرمال بودن توزیع باقیمانده‌ها پی ببریم. اولین نمودار مربوط به آنالیز باقیمانده مدل رگرسیون در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود که نشان دهنده نرمال بودن باقیمانده‌ها می‌باشد. خط چین مستقیم، در شکل ۱۰ با شرط نرمال بودن، باقیمانده‌ها را نشان می‌دهد و نقاط توپر مقادیر حقیقی باقیمانده‌های به دست آمده از مدل رگرسیون اصلاح شده را نشان می‌دهند. همان گونه که از شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، نقاط باقیمانده در امتداد خط با شرط نرمال، قرار دارند و این نقاط تقریباً به صورت خطی تغییر می‌کنند. در نتیجه باقیمانده‌های به دست آمده از مدل رگرسیون اصلاح شده دارای توزیع نرمال می‌باشند و در نتیجه شرط نرمال بودن توزیع باقیمانده‌ها، پذیرفته شده و به طبع آن مدل رگرسیون اصلاح شده به دست آمده دارای صلاحیت کافی برای برازش مقادیر متغیرهای مستقل در برابر مقادیر وابسته را دارد. علاوه بر این، نمودار باقیمانده‌ها در مقابل مقادیر برازش شده توسط مدل رگرسیون، در شکل ۱۱ نشان داده شده‌است. از آنجا که نقاط موجود در این نمودار در دو نوار افقی بالا و پایین به صورت تصادفی پخش شده‌اند در نتیجه، توزیع باقیمانده‌ها نرمال می‌باشد و استفاده از مدل رگرسیون صحیح بوده است.

$\hat{\beta}_i$  در ماتریس بیان شده در رابطه ۱۲ می‌باشد. شرط رد شدن فرض  $H_0$  و پذیرفتن فرض  $H_1$  این است که  $|t_0| > t_{\alpha/2, n-k-1}$  باشد. مقدار موجود برای  $t_{\alpha/2, n-k-1}$  به ازای  $\alpha = 0.05$  از جداول آماری مربوط به توزیع t-Student برابر  $t_{0.025, 30} = 2/0.42$  به دست آمده است. نتایج به دست آمده برای  $t_0$ های مختلف به ازای ضرایب ۶گانه به دست آمده برای مدل رگرسیون بیان شده در جدول ۸ نشان داده شده‌اند. باتوجه به مقادیر به دست آمده برای  $t_0$ های مختلف و انجام آزمایش فرضیات، نتیجه می‌شود که پارامترهای  $P_1/P_2$  و  $(P_1/P_2)^2$  و  $P_1/P_2 \times TV$  دارای اهمیت هستند و مابقی عوامل بر اندازه متوسط ذرات اثر قابل توجهی ندارند. در نتیجه مدل اصلاح شده رگرسیون به صورت زیر به دست آمده است:

## Mean Particle Size

$$= 19.68 + 8.86 \left( \frac{P_1}{P_2} \right) - 0.4541 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^2 - 0.00000956 \left( \frac{P_1}{P_2} \right) (TV) \quad (18)$$

مجدداً برای مدل رگرسیون اصلاح شده، تحلیل انحراف معیار و تحلیل ضرایب انجام شده‌است و جدول ۹ نتایج تحلیل انحراف معیار و جدول ۱۰ نتایج آزمون جداگانه ضرایب را نمایش می‌دهند. با توجه به نتایج مندرج در جدول‌های ۹ و ۱۰ مشاهده می‌شود که مدل رگرسیون اصلاح شده دارای اعتبار بوده و همه ضرایب آن نیز دارای اهمیت می‌باشند. پس در نتیجه رابطه ۱۸ را به عنوان مدل رگرسیون نهائی پذیرفته‌ایم.

جدول ۸- تحلیل ضرایب به صورت مجزا برای مدل رگرسیون اولیه

اثر	P-Value	$t_0$	$\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{ii}}$	ضریب ( $\beta_i$ )	ترم
Insignificant	۰/۳۳۹	۰/۹۷	۱۷/۷۵	۱۷/۲۶	ثابت مدل
Significant	۰/۰۱۴	۲/۶۱	۳/۳۵۵	۸/۷۵۲	$P_1/P_2$
Insignificant	۰/۶۱۰	۰/۵۲	۰/۰۰۰۱۱۸۳	۰/۰۰۰۰۶۱	TV
Significant	۰/۰۱۴	-۲/۶۰	۰/۱۷۴۸	-۰/۴۵۴۱	$(P_1/P_2)^2$
Insignificant	۰/۴۶۶	-۰/۷۴	$۳/۰۰۱۶ \times ۱۰^{-۱۰}$	$-۲/۲۲۱۲ \times ۱۰^{-۱۰}$	$(TV)^2$
Significant	۰/۰۱۹	-۲/۳۱	۰/۰۰۰۰۰۳۵۳	-۰/۰۰۰۰۰۸۱۷	$P_1/P_2 \times TV$

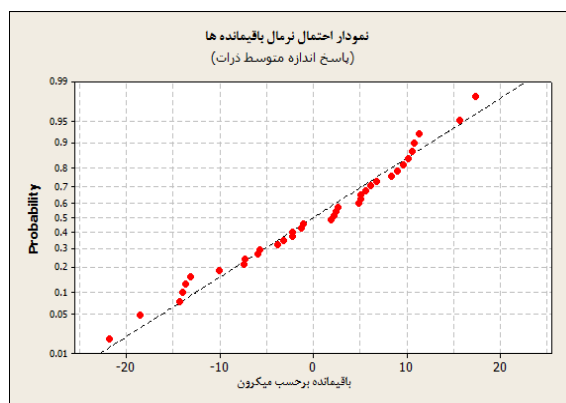
جدول ۹- تحلیل انحراف معیار مدل رگرسیون اصلاح شده

منبع تغییرات	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات	$F_0$	$P$
رگرسیون	۳۰۵۵/۹	۳	۱۰۱۸/۶	۹/۷۲	۰/۰۰۰
باقیمانده	۳۳۵۲/۳	۳۲	۱۰۴/۸		
کل	۶۴۰۸/۲	۳۵			

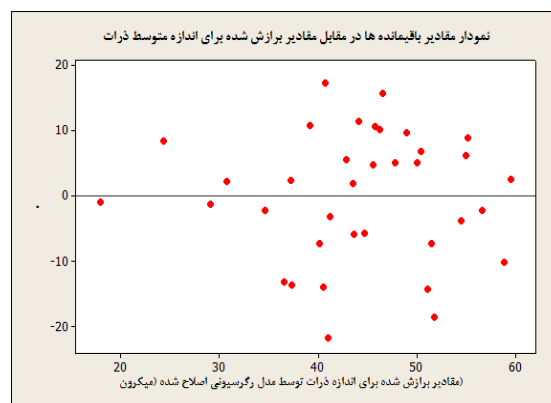
جدول ۱۰- تحلیل ضرایب به صورت مجزا برای مدل رگرسیون اصلاح شده

ترم	ضریب ( $\beta_i$ )	$\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{ii}}$	$t_0$	P-Value	اثر
ثابت مدل	۱۹/۶۸	۱۲/۷۹	۱/۵۴	۰/۱۳۴	Insignificant
$P_1/P_2$	۸/۸۶	۳/۱۳۹	۲/۸۶	۰/۰۰۷	Significant
$(P_1/P_2)^2$	-۰/۴۵۴۱	۰/۱۷۱۰	-۲/۶۶	۰/۰۱۲	Significant
$P_1/P_2 \times TV$	-۰/۰۰۰۰۰۹۵۶	۰/۰۰۰۰۰۰۲۱۶	-۴/۴۲	۰/۰۰۰	Significant

آلومینیم، شبیه سازی شده و اثر عوامل مختلف فرایند بر خروجی فرایند مورد بررسی قرار داده شده است. بدین منظور با استفاده از رابطه رگرسیون ۱۸ اثر دو عامل بی بعد حاصل ضرب سرعت آسیاب کاری در زمان آسیاب کاری ( $TV$ ) و نسبت وزنی گلوله ها به پودرها ( $P_1/P_2$ ) بر متوسط اندازه ذرات نانوکامپوزیت در حالات مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. نمودار شکل ۱۲ مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. نمودار شکل ۱۲ تغییرات عامل بی بعد ( $TV$ ) بر روی متوسط اندازه ذرات به دست آمده از مدل رگرسیون اصلاح شده در حالت های مختلف ( $P_1/P_2$ ) را نشان می دهد. با توجه به روند تغییرات مشاهده می شود که با افزایش عامل بی بعد  $TV$  که نشان دهنده افزایش شدت آسیاب کاری است، اندازه ذرات نانوکامپوزیت کمتر شده است. همچنین، نمودار شکل ۱۳ تغییرات عامل بی بعد ( $P_1/P_2$ ) بر روی متوسط اندازه ذرات به دست آمده از مدل رگرسیون اصلاح شده در برابر تغییرات ( $TV$ ) را نشان می دهد. همان گونه که مشاهده می شود در ابتدا، با افزایش عامل بی بعد  $P_1/P_2$ ، اندازه ذرات پودر نانوکامپوزیت افزایش می یابند که بیان کننده غالب شدن پدیده جوش خوردن ذرات است. ولی با افزایش بیشتر عامل بی بعد  $P_1/P_2$  اندازه ذرات پودر نانوکامپوزیت شروع به کاهش می کنند. برای تبیین فیزیکی چگونگی تغییرات اندازه ذرات، در ضمن آلیاژسازی مکانیکی می بایست به دو پدیده مهم توجه



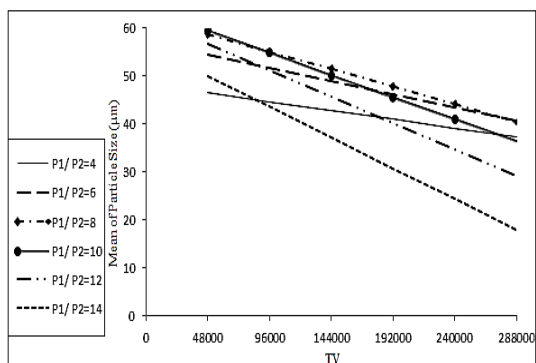
شکل ۱۰- نمودار احتمال نرمال باقیمانده ها برای مدل رگرسیون اصلاح شده



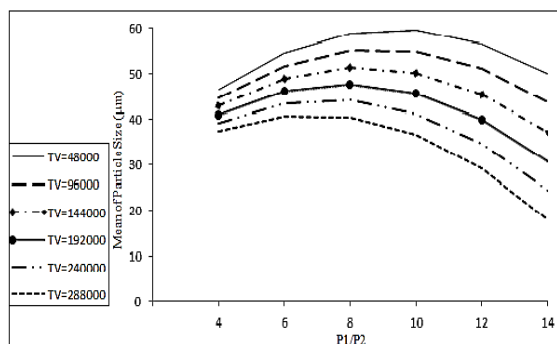
شکل ۱۱- نمودار باقیمانده ها در مقابل مقادیر برازش شده اندازه ذرات متوسط ذرات در مدل رگرسیون اصلاح شده

#### ۸-۵- شبیه سازی با استفاده از مدل رگرسیون

در ادامه با استفاده از مدل رگرسیون ایجاد شده، فرایند آلیاژسازی مکانیکی برای تولید ذرات نانوکامپوزیت زمینه



شکل ۱۲- تغییرات متوسط اندازه ذرات در برابر حاصل ضرب سرعت در زمان آسیاب‌کاری به دست آمده از مدل رگرسیون



شکل ۱۳- تغییرات متوسط اندازه ذرات در برابر نسبت وزنی گلوله‌ها به پودرها به دست آمده از مدل رگرسیون

## ۹- نتیجه‌گیری

اصولاً در مواردی که با داده‌های فراوان مواجه هستیم و نمی‌توانیم از داده‌های مذکور مستقیماً استنتاجی داشته باشیم، فنون آماری می‌توانند راه‌گشا باشند. مدل‌سازی فرایند آلیاژسازی مکانیکی با توجه به فراوانی مولفه‌های دخیل در آن کاری پیچیده و مشکل است. در عمل ورودی این فرایند، پودرهای با یک مشخصات اولیه است که بعد از انجام فرایند به پودرهای جدیدی دسترسی پیدا می‌کنیم که ممکن تفاوت فاحشی از نظر ظاهری و ریزساختاری با پودرهای اولیه داشته باشند. به هر حال پیش‌بینی اثر متغیرهای فرایند بر محصول تولیدی در آلیاژسازی مکانیکی از مواردی است که هم محققین و هم صنایع مربوط به این فرایند علاقه‌مند به بررسی این موضوع هستند. بدین منظور در این تحقیق مدل‌سازی آماری فرایند آلیاژسازی مکانیکی جهت پیش‌بینی اثر

نمود که عبارتند از: ۱- شکست ذرات و ۲- تجمع ذرات. اثر متقابل این دو پدیده یا منجر به افزایش اندازه ذرات و یا کاهش آن‌ها می‌شود. در ضمن آسیاب‌کاری با انرژی بالا ذرات پودر به‌طور مکرر تحت اعمال ضربات گلوله‌های آسیاب تخت می‌شوند و به‌هم‌دیگر جوش می‌خورند و سپس شکسته می‌شوند و دوباره به‌هم جوش می‌خورند. هرگاه دو گلوله فولادی با یکدیگر برخورد کنند مقادیری از پودر موجود در محفظه آسیاب‌کاری بین آن‌ها به دام می‌افتد. در ادامه آسیاب‌کاری نیروی ضربه‌ای اعمالی به ذرات پودر باعث تغییر شکل پلاستیک آن‌ها می‌شود و کارسختی را در آن‌ها افزایش می‌دهد و سپس ذرات کارسخت شده در اثر اعمال ضربه می‌شکنند. سطوح ایجادشده در اثر شکست ذرات پودر قادر به جوش خوردن به یکدیگر می‌باشند و این امر باعث افزایش اندازه ذرات می‌شود. چون که در مراحل اولیه آسیاب‌کاری ذرات نرم هستند تمایل به جوش خوردن بین ذرات و تشکیل ذرات بزرگتر بیشتر است. در این مرحله محدوده وسیعی از ذرات با اندازه‌های مختلف ایجاد می‌شود. ذرات کامپوزیت شده در این مرحله دارای ساختار لایه لایه حاوی ترکیبی از اجزا اولیه هستند. در ادامه تغییر شکل، ذرات کارسخت می‌شوند و در اثر مکانیزم خستگی و یا مکانیزم شکست ترد می‌شکنند. در این مرحله تمایل به شکست ذرات بیشتر از جوش سرد بین آن‌ها می‌شود. در اثر اعمال نیروهای ضربه‌ای ممتد توسط گلوله‌ها آسیاب، ساختار ذرات به تدریج اصلاح (Refine) می‌شود اما اندازه ذرات به‌طور پیوسته ثابت باقی می‌ماند. در نتیجه فضای بین لایه‌های کاهش می‌یابد و تعداد لایه‌ها در ذرات افزایش می‌یابد. پس از آسیاب‌کاری در یک مدت زمان معین، حالت پایدار به دست خواهد آمد و این حالت زمانی است که بین آهنگ جوش خوردن ذرات که باعث افزایش اندازه می‌شوند و آهنگ شکسته شدن ذرات که باعث کاهش اندازه ذرات می‌شود توازن برقرار شود.



شده در به دست آمدن اندازه متوسط ذرات موثر می‌باشند. همچنین با بررسی ضرایب مدل رگرسیون مشخص شد که نسبت وزنی گلوله به پودر، مجذور نسبت وزنی گلوله‌ها به پودرها و همچنین اثر متقابل دو عامل نسبت وزنی گلوله‌ها به پودرها با حاصلضرب سرعت آسیاب‌کاری در زمان آسیاب در مدل رگرسیون دارای اهمیت می‌باشند. در نهایت توسط عوامل مذکور که دارای اهمیت هستند، مدل رگرسیون نهایی به دست آمده است. همچنین با انجام تحلیل باقیمانده‌ها بر روی مدل رگرسیون مشخص شد که این مدل از کفایت لازم برای مدل‌سازی فرآیند آلیاژسازی مکانیکی جهت تهیه نانوکامپوزیت پایه آلومینیم تقویت‌شده با ذرات نانومتری SiC برخوردار است. در نهایت با استفاده از مدل رگرسیون فرآیند آلیاژسازی مکانیکی شبیه‌سازی شد و اثر عوامل بی‌بعد بر متوسط اندازه ذرات مورد بررسی قرار گرفت.

عوامل مهم موثر بر اندازه ذرات نانوکامپوزیت زمینه آلومینیم تقویت شده با ذرات SiC، انجام شده است. در ابتدا عوامل ورودی فرآیند انتخاب شدند. سپس متغیرهای ورودی جهت مقایسه، بی‌بعد شدند. عوامل بی‌بعد ورودی، نسبت وزنی گلوله به پودر و حاصل ضرب سرعت آسیاب‌کاری در زمان آسیاب‌کاری انتخاب شدند. عوامل خروجی فرآیند، اندازه متوسط و انحراف معیار و توزیع اندازه ذرات انتخاب شدند. بر روی تغییرات اندازه متوسط و انحراف معیار ذرات، آزمون‌های مقایسه‌ای انجام و معناداری آن‌ها مورد بررسی قرار گرفت. سپس نرمال بودن توزیع اندازه ذرات بررسی شد. در ادامه، با استفاده از روش رگرسیون و رویکرد برآورد حداقل مربعات، فرآیند آلیاژسازی مکانیکی مدل‌سازی شد. پس از به دست آوردن ضرایب مورد نظر برای مدل رگرسیون، با استفاده از روش تحلیل انحراف معیار مشخص شد که عوامل ورودی انتخاب

## مراجع

- [1] Suryanarayana, C. (2004). "Mechanical alloying and milling". Marcel Dekker, Orlando, New York, USA.
- [2] Suryanarayana, C., Evanov, E., Boldyrev, V.V. (2001). "The science and technology of mechanical alloying". Materials Science and Engineering, Vol. A304-306, pp.151-158.
- [3] Courtney, T.H. (1995). "Process modeling of mechanical alloying". Materials Transactions, JIM, Vol. 36, pp. 110-122.
- [4] Maurice, D.R., Courtney, T.H. (1996). "The physics of mechanical alloying: A first report". Metallurgical Transactions, Vol. 21A, No. 2, pp. 289-303.
- [5] Schwarz, R.B. (1996). "Introduction to the viewpoint set on: Mechanical Alloying". Scripta Materialia, Vol. 34, No. 1, pp. 1-4.
- [6] Davis, R.M., Koch, C.C. (1987). "Mechanical alloying of brittle components: Silicon and Germanium". Scripta Metallurgica, Vol. 21, No. 3, pp. 305-310.
- [7] Basset, D., Matteazzi, P., Miani, F. (1994). "Measuring the impact velocities of balls in high energy mills". Materials Science and Engineering, Vol. A174, pp. 71-74.
- [8] Aikin, B.J.M., Courtney, T.H., Maurice, D.R. (1991). "Reaction rates during mechanical alloying". Materials Science and Engineering, Vol. A147, pp. 229-237.
- [9] Harris, J.R., Wattis, J.A.D., Wood, J.V. (2001). "A comparison of different models for mechanical alloying". Acta Materialia, Vol. 49, pp. 3991-4003.
- [10] Dashtbayazi, M.R., Shokuhfar, A., Simchi, A. (2007). "Artificial neural network modeling of mechanical alloying process for synthesizing of metal matrix nanocomposite powders". Materials Science and Engineering A, Vol. 466, pp. 274-283.
- [11] Dashtbayazi, M.R., Shokuhfar, A. (2007). "Statistical modeling of the mechanical alloying process for producing of Al/SiC nanocomposite powders". Computational Materials Science, Vol. 40, pp. 466-479.

- [12] Montgomery, D.C., Runger, G.C. (2002). "Applied statistics and probability for engineers". Third Edition, John Wiley & Sons, New York, USA.
- [13] Chatterjee, S., Hadi. A.S. (2006). "Regression analysis by example". Fourth Edition, Hoboken, New Jersey, USA.
- [14] Montgomery, D.C., Peck, E.A., Vining, G.G. (2001). "Introduction to linear regression analysis". John Wiley & Sons, New York, USA.