

## حل تحلیلی و شبیه سازی تعیین ضریب شدت تنش دینامیکی و میدان تنش در صفحه ترک دار تحت بارگذاری انفجاری

محمد دامغانی نوری<sup>۱</sup>، حسین رحمانی<sup>۲\*</sup> و محمد جواد رضوانی<sup>۲</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
<b>واژگان کلیدی:</b> ضریب شدت تنش دینامیکی، بار انفجاری، شکست، المان محدود.	بسیاری از سازه های ساخته شده از مواد ترد، مانند شیشه، بتن و یا ورق های فولادی مستحکم، ممکن است تحت بارهای ضربه ای و یا شوک های ناگهانی حاصل از انفجار قرار گیرند. در این حالت می توان رفتار ماده را به صورت الاستیک در نظر گرفت. در این تحقیق به بررسی رفتار یک ورق الاستیک ترک دار تحت شوک ناگهانی حاصل از انفجار پرداخته شده است. در اینجا با فرض اینکه طول ترک در مقایسه با ابعاد صفحه کوچک است، ابتدا روابط تحلیلی مربوط به توزیع تنش و خیز ورق الاستیک در حالت بارگذاری دینامیکی (وابسته به زمان) به دست آمده و سپس با استفاده از این روابط، میزان ضریب شدت تنش دینامیکی و به دنبال آن میدان های تنش در نوک ترک موجود در صفحه با در نظر گرفتن دو مود شکست یک و دو تعیین می شود. در نهایت اعتبار رابطه تحلیلی برای طول ترک های مختلف بررسی شده و نتایج با نتایج عملی در مطالعات گذشته و شبیه سازی المان محدود مقایسه شده است.

### ۱- مقدمه

می سازد. این ویژگی ها شامل تاثیرات اینرسی، رفتار وابسته به نرخ کرنش ماده و انعکاس موج های تنش می باشد.

اثر اینرسی زمانی اهمیت دارد که بار به صورت ناگهانی وارد شود و یا اینکه ترک به سرعت گسترش پیدا کند. در نتیجه قسمتی از کار وارد شده بر نمونه به انرژی جنبشی تبدیل می شود.

در موادی که به نرخ کرنش حساسیت داشته باشند (بسیاری از فلزات و به ویژه پلیمرها)، اثرات بارگذاری های سریع باعث ایجاد جریان تنش های قابل ملاحظه ای در آنها می شود.

فروند [۱]، کانین و پاپلار [۲] و راس [۳]، مرور جامعی پیرامون تاثیرات اینرسی و نرخ کرنش انجام داده اند.

چنانچه سازه های ترد دارای ترک باشند، آگاهی از میدان تنش و میدان تغییر شکل در نزدیک نوک ترک به عنوان

بسیاری از سازه های مهندسی مانند شیشه، فولادهای با استحکام بالا، چدن و حتی با تقریب می توان بتن را نیز از موادی در نظر گرفت که وقتی تحت بار قرار می گیرند، رفتار تردی از خود نشان می دهند؛ به این مفهوم که، رفتار پلاستیسیته آنها بسیار ناچیز بوده و معمولاً بعد از رسیدن تنش به حد مشخص و درحالی که هنوز رابطه بین تنش و کرنش از قانون هوک تبعیت می کند، می شکنند. این سازه ها ممکن است گاهی تحت بارگذاری دینامیکی (ضربه یا انفجار) قرار بگیرند و دچار شکست شوند.

شکست دینامیکی دارای سه مشخصه اصلی است، که این نوع شکست را به صورت کامل از حالت استاتیکی جدا

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: hosseinrahmani61@gmail.com

۱. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

۲. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

تنش برای یک صفحه بدون ترک به‌دست آمده و سپس با در نظر گرفتن یک ترک با طول محدود، روابط ضریب شدت تنش دینامیکی بیان شده است [۱۰].

با توجه به کاربرد گسترده ورق‌ها و پوسته‌ها تحت بارهای انفجاری در صنعت، بررسی رفتار آن‌ها همواره مورد توجه محققین بوده است.

وی و ده‌ارانی در تحقیقی با بررسی پنل‌های شیشه‌ای، معادلات حاکم بر رفتار توزیع تنشی ایری بر روی ورقی تحت بارگذاری ضربه‌ای را به‌دست آورده و سپس معادلات را به روش رانج کوتا حل نموده‌اند. در این مقاله، مسئله شکست با معیار انرژی مورد هدف بوده است [۱۱].

راجندران و لی به بررسی رفتار ورق‌ها تحت بارگذاری انفجاری پرداخته و روابط ریاضی حاکم بر مدل‌سازی بار انفجاری را به‌دست آورده‌اند [۱۲].

نگوین و تونر به بررسی دیوار عمودی که تحت بارگذاری حاصل از انفجار قرار دارد، پرداخته‌اند. در این تحقیق، دیوار به‌صورت یک صفحه در نظر گرفته و شبیه‌سازی با استفاده از روش المان محدود انجام شده است [۱۳].

کومار و شوکلا به بررسی صفحات شیشه‌ای ترد تحت بارگذاری انفجاری، که دارای رفتار الاستیک می‌باشند، پرداخته‌اند. در این تحقیق رفتار شیشه‌ها به‌صورت پنل‌های ساندویچی بررسی شده است [۱۴].

در تحقیق حاضر، به حل مسئله مربوط به رفتار یک صفحه الاستیک ترک‌دار تحت بار دینامیکی انفجاری، عمود بر آن پرداخته شده است و میزان ضریب شدت تنش دینامیکی و میدان‌های تنشی در نوک ترک، به‌صورت تحلیل و شبیه‌سازی به‌دست آمده است.

از آنجایی که بار انفجاری از جمله بارهای غیرپریودیک به‌شمار می‌رود، برخلاف بارهای پریودیک که از نظر ارتعاشی مهم هستند، اثرات این بار در لحظات اول بارگذاری و به‌ویژه از دیدگاه مکانیک ضربه دارای اهمیت است.

یکی از معیارهای تعیین ضریب شدت تنش و همچنین برآورد احتمال وقوع گسترش ترک، همواره در کانون توجه علم مکانیک شکست قرار داشته است.

چن و همکارانش یک روش المان محدود بر پایه الاستودینامیک، به منظور تحلیل پاسخ گذرا، برای سازه‌های ترک‌دار، تحت بارگذاری دینامیکی ارائه دادند. در این تحقیق، ضریب شدت تنش دینامیکی در موده‌های اول و دوم به‌دست آمده است [۴].

ون و همکارانش روشی بر پایه معادلات انتگرال مرزی برای حل مسائل ترک دینامیکی ارائه دادند. در این تحقیق نیز رابطه‌ای دقیق برای ضریب شدت تنش دینامیکی در موده‌های اول و دوم شکست در بارهای وابسته به زمان به‌دست آمده است [۵].

اندرلین و همکارانش در تحقیق خود به مقایسه سه روش برای محاسبه ضریب شدت تنش دینامیکی در مود اول شکست و در ترک‌های ساکن پرداخته‌اند [۶].

الکسیچوک و همکارانش مقدار ضریب شدت تنش دینامیکی را برای نوک ترک با استفاده از روش عددی به‌دست آورده‌اند که تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد [۷]. داس پاسخ الاستودینامیکی صفحه‌ای ارتوتروپیک که دارای یک ترک مرکزی با ابعاد نامحدود است را، تحت بارگذاری ضربه‌ای بررسی کرد. در این تحقیق با استفاده از تبدیل‌های لاپلاس دوگان و فوریه، ابتدا بعد زمان و مکان از معادلات حذف و پس از حل معادلات پتانسیل، جواب‌ها به بعد زمان و مکان بازگردانده شده است [۸].

آیتو تنش‌های گذرا در یک ترک دایره‌ای را بر روی یک محیط الاستیک تحت بار ضربه‌ای بررسی کرد. امواج تنشی در این تحقیق عمود بر صفحه ترک بوده و حل تحلیلی بر اساس تبدیل لاپلاس دوگان انجام شده که نتایج با استفاده از روش‌های عددی، به محیط زمان و مکان بازگردانده شده است [۹].

عبداستار علویی و همکارانش به بررسی تحلیلی و عددی ورقی با ترک مرکزی که تحت بار سینوسی قرار گرفته است، پرداخته‌اند. در این تحقیق ابتدا میزان

$$w_t = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}(t) \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \quad (3)$$

$$p(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn}(t) \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \quad (4)$$

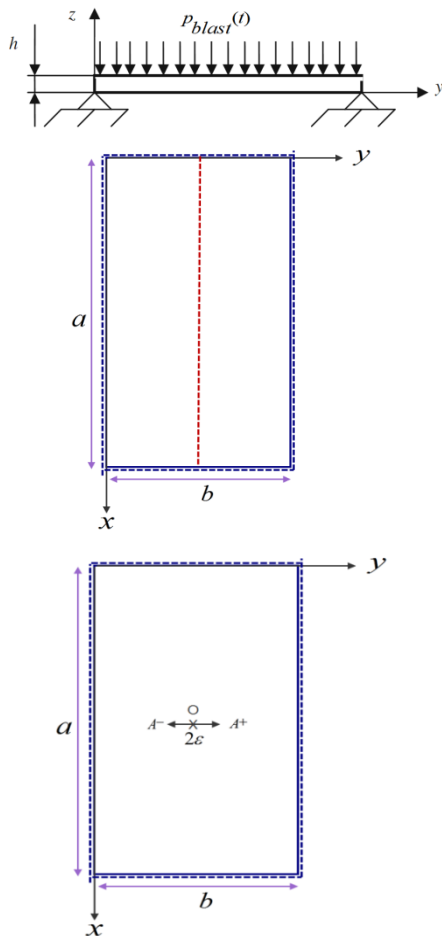
در روابط بالا  $m$  و  $n$  اعداد طبیعی و  $a$  و  $b$  (ابعاد صفحه) در شکل ۱ نشان داده شده‌اند و همچنین:

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{a}, \beta_n = \frac{n\pi}{b}$$

از طرفی [۱۵]:

$$p_{mn}(t) = \frac{16}{mn\pi^2} p_{blast}(t) \quad (5)$$

با قرار دادن روابط ۴ و ۵ در معادله ۱ و ساده کردن آن، رابطه ۶ به دست می‌آید:



شکل ۱- ابعاد پارامتری صفحه تحت بار انفجاری

## ۲- بررسی رفتار صفحه بدون ترک تحت بارگذاری انفجاری

صفحه مستطیلی شکل ۱ را در نظر بگیرید که تحت بارگذاری دینامیکی حاصل از انفجار قرار گرفته‌است. بار بر تمام سطح صفحه به صورت یکنواخت وارد شده و مقدار بار نسبت به زمان متغیر است. تکیه‌گاه‌های صفحه ساده بوده و نوع باری که بر نمونه وارد می‌شود از نوع بارهای دینامیکی وابسته به زمان غیر پرپودیک می‌باشد [۱۵]. رابطه کیرشهف برای رفتار خمشی ورق مستطیلی مسطح در دستگاه کارتزین به صورت زیر است [۱۵]:

$$\Delta \Delta w_t(x, y, t) + \frac{M}{K} \frac{\partial^2 w_t(x, y, t)}{\partial t^2} = \frac{p(x, y, t)}{K} \quad (1)$$

که در این رابطه:

$$K = Eh^2 / 12(1 - \nu^2)$$

$$M = \rho h$$

در روابط بالا،  $E$  مدول الاستیسیته،  $\rho$  دانسیته،  $h$  ضخامت صفحه،  $\nu$  ضریب پواسون و  $K$  سختی ورق می‌باشد.

برای حل این مسئله لازم است یک رابطه ریاضی برای تغییرات بار وارد شده، نوشته‌شود. در اینجا از رفتار تغییرات فشار بر حسب زمان در موج انفجار که از معادله فردلندر [۱۵] تبعیت می‌کند، استفاده شده‌است:

$$p_{blast}(t) = p_0 \left(1 - \frac{t}{t_p}\right) e^{-a' \frac{t}{t_p}} \quad (2)$$

در رابطه ۲،  $p_0$  فشار پیک اولیه،  $t_p$  زمان فاز مثبت موج انفجار و  $a'$  پارامتر تجربی می‌باشد. همچنین  $t$  و  $p_{blast}$  زمان و تغییرات فشار وارد بر صفحه بعد از انفجار است.

با جای‌گذاری معادله ۲ در معادله ۱، رابطه‌ای برای خیز صفحه تحت بار انفجاری به دست می‌آید. برای حل عمومی این معادله، روابط زیر در آن جای‌گذاری می‌شود [۱۵].

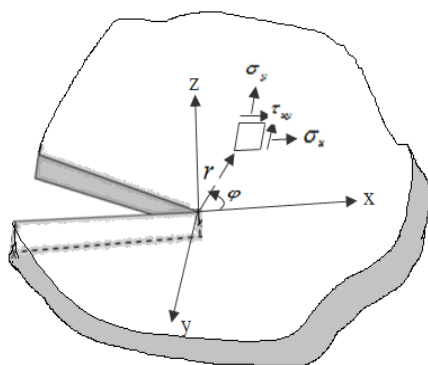
$$\begin{aligned} \sigma_x(x,y,z) &= \frac{-Ez}{1-\nu^2} \\ &\times \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} (\alpha_m^2 + \nu \beta_n^2) (\sin \alpha_m x \sin \beta_n y) \\ \sigma_y(x,y,z) &= \frac{-Ez}{1-\nu^2} \\ &\times \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} (\beta_n^2 + \nu \alpha_m^2) (\sin \alpha_m x \sin \beta_n y) \\ \tau_{xy}(x,y,z) &= \frac{Ez}{1+\nu} \\ &\times \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} (\alpha_m \cos \alpha_m x + \beta_n \cos \beta_n y) \end{aligned} \quad (9)$$

### ۳- تعیین ضریب شدت تنش دینامیکی در نوک ترک واقع بر روی صفحه

میدان تنش در نوک ترک به صورت زیر تعریف می‌شود:  
[۱۰]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(r, \varphi, z, t) &= \frac{K_I(z, t)}{\sqrt{2\pi r}} g_{ij}(\varphi) + \\ &\frac{K_{II}(z, t)}{\sqrt{2\pi r}} h_{ij}(\varphi) \end{aligned} \quad (10)$$

که پارامترهای مربوط به مختصات قطبی رابطه ۱۰، در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲- پارامترهای ابعادی در مختصات قطبی

اگر  $z$  فاصله از صفحه خنثی ورق بوده و طول ترک برابر  $2\epsilon$  به موازات محور  $y$  و ضخامت صفحه در مقایسه با

$$\frac{M}{K} \ddot{W}_{mn}(t) + (\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2 W_{mn}(t) = \frac{p_{mn}(t)}{K} \quad (6)$$

که معادله ۶ یک معادله دیفرانسیل درجه دو ناهمگن است. با حل آن، مقدار  $W_{mn}(t)$  حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} W_{mn}(t) &= \\ &\frac{16p_0 t p}{\omega \sqrt{K} mn \pi^2 (\omega^4 K t_p^3 + 2\omega^2 K t_p^2 M a'^2 + M^2 a'^4)} \\ &\times \left( \sqrt{M} (M a'^3 - M a'^2 + \omega^2 K t_p^2 + a' K t_p^2 \omega^2) \right. \\ &\sin\left(\sqrt{\frac{K}{M}} \omega t\right) - t_p (M a'^2 - 2M a'^2 + \omega^2 K t_p^2) \\ &\cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}} \omega t\right) - \\ &\left. \frac{e^{-\frac{a't}{t_p}} (-\omega^2 K t_p^3 + \omega^2 K t_p^2 t - M a'^2 t)}{mn \pi^2 (\omega^2 K t_p^2 + M a'^2)^2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

بر اساس تئوری کیرشهف تنش بر روی ورق از روابط ۸ به دست می‌آید [۱۵]:

$$\begin{aligned} \sigma_x(x,y,z) &= \frac{Ez}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w(x,y,z)}{\partial x^2} + \right. \\ &\left. \nu \frac{\partial^2 w(x,y,z)}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_y(x,y,z) &= \frac{Ez}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w(x,y,z)}{\partial y^2} + \right. \\ &\left. \nu \frac{\partial^2 w(x,y,z)}{\partial x^2} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

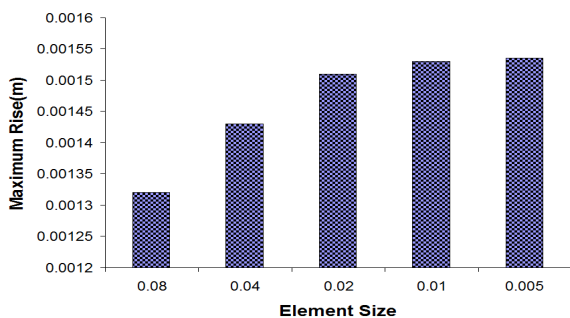
$$\tau_{xy}(x,y,z) = \frac{Ez}{1+\nu} \left( \frac{\partial^2 w(x,y,z)}{\partial x \partial y} \right)$$

با جای‌گذاری رابطه ۷ در ۳ و استفاده از روابط ۸، توزیع تنش بر روی صفحه را به صورت رابطه ۹ می‌توان به دست آورد:

حالت اول، برای مقایسه میزان خیز، صفحه بدون ترک و در حالت دوم برای تعیین ضریب شدت تنش دینامیکی، ورق با ترک مرکزی مدل شده است.

ترک در نرم افزار آباکوس به صورت یک ناپیوستگی در وسط ورق تعریف می شود. المان های به کار رفته برای مدل سازی از نوع المان های صفحه ای S4R مربعی ۴ گره ای می باشد.

برای تعیین اندازه بهینه المان های مش بندی، میزان خیز صفحه در زمان ۳/۶ میلی ثانیه، در اندازه های مختلف تعیین گردید. شکل ۳ تغییرات خیز صفحه را بر حسب مقادیر مختلف اندازه المان نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود، با افزایش اندازه المان به اعداد بزرگتر از ۰/۰۱، تغییر محسوسی در تغییر خیز صفحه مشاهده نمی شود. به همین دلیل، در این مدل سازی از اندازه تقریبی ۰/۰۱ استفاده شده است. تعداد المان ها در مدل نهایی برابر ۳۶۰۰ و تعداد گره ها برابر ۳۷۲۱ است.



شکل ۳- اندازه بهینه المان ها برای شبیه سازی در نرم افزار

لازم به ذکر است درحالتی که ترک بر روی صفحه مدل می شود، باید در اطراف ترک از اندازه های کوچکتر المان استفاده کرد تا بتوان تغییرات تنش را در نوک ترک با دقت بیشتری بررسی کرد.

نمونه ای از مش بندی ورق با ترک مرکزی در شکل ۴ نشان داده شده است.

ابعاد دیگر کوچک باشد، توزیع تنش در نوک ترک در حالت مود شکست ترکیبی یک و دو از رابطه ۱۱ به دست می آید [۱۰].

$$\begin{aligned} \sigma_x(r, \varphi, z, t) &= \frac{K_I(z, t)}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\varphi}{2} (1 - \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2}) \\ &\quad - \frac{K_{II}(z, t)}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\varphi}{2} (2 + \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3\varphi}{2}) \\ \sigma_y(r, \varphi, z, t) &= \frac{K_I(z, t)}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\varphi}{2} (1 + \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2}) \\ &\quad + \frac{K_{II}(z, t)}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3\varphi}{2} \\ \tau_{xy}(r, \varphi, z, t) &= \frac{K_I(z, t)}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3\varphi}{2} \\ &\quad + \frac{K_{II}(z, t)}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\varphi}{2} (1 - \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2}) \end{aligned} \quad (11)$$

در رابطه ۱۱ مقادیر ضریب شدت تنش دینامیکی به صورت زیر است [۱۰]:

$$K_I(z, t) = \sigma_y \left( \frac{a}{2} - \varepsilon, \frac{b}{2}, z, t \right) \sqrt{\pi \varepsilon} \quad (12)$$

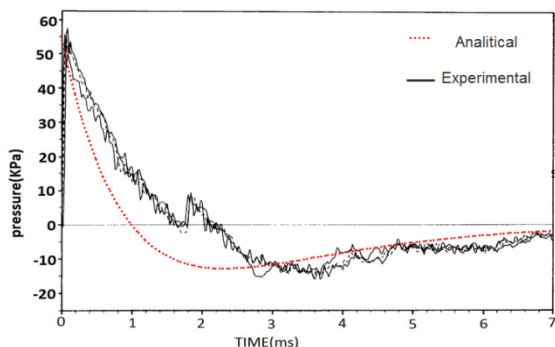
$$K_{II}(z, t) = \tau_{xy} \left( \frac{a}{2} - \varepsilon, \frac{b}{2}, z, t \right) \sqrt{\pi \varepsilon}$$

برای محاسبه شدت تنش دینامیکی با استفاده از روش تحلیلی، کافیست مختصات  $x$  و  $y$  نوک ترک را در رابطه ۹ جایگزین کرد و با استفاده از بقیه پارامترهای موجود، مقدار تنش را بر روی صفحه در نقطه مورد نظر به دست آورد. سپس با استفاده از رابطه ۱۲ و با آگاهی از طول ترک، مقدار ضریب شدت تنش دینامیکی را محاسبه نمود.

#### ۴- شبیه سازی با نرم افزار المان محدود

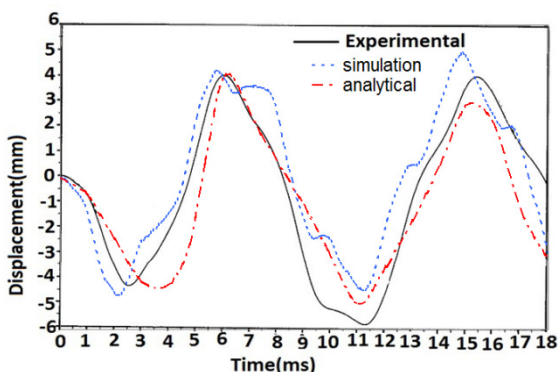
در این بخش، روش شبیه سازی المان محدود رفتار ورق، تحت بارگذاری انفجاری، بیان شده است.

رفتار تغییرات فشار بار انفجاری اعمال شده بر حسب زمان بر صفحه در تست عملی در شکل ۵ نشان داده شده است. با قراردادن مقادیر ثابت  $a'$  و  $t_p$  به ترتیب برابر ۲ و ۰/۱ و مقدار  $P_0$  برابر ۵۶ کیلوپاسکال در معادله تحلیلی ۲ این بارگذاری به صورت ریاضی مدل می‌شود [۱۷].



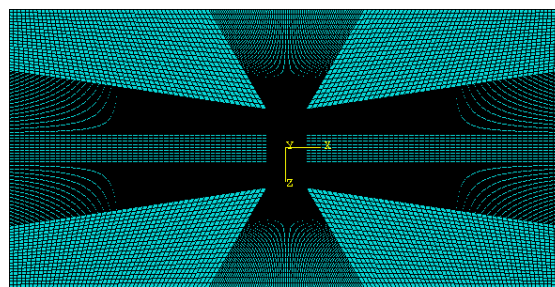
شکل ۵- تغییرات فشار بر حسب زمان در بارگذاری انفجاری

در شکل ۶ جابه‌جایی نقطه‌ای که در وسط صفحه قرار دارد به سه روش تحلیلی، شبیه‌سازی و عملی [۱۶] با هم مقایسه شده‌است. همان‌طور که مشاهده می‌شود انطباق قابل قبولی بین نتایج به دست آمده از حل تحلیلی و روش المان محدود با نتایج عملی وجود دارد.



شکل ۶- نمودار تغییرات جابجایی مرکز ورق

در شکل ۷ مقایسه‌ای بین شتاب در وسط صفحه با استفاده از روش تحلیلی و شبیه‌سازی با روش عملی، صورت گرفته‌است. برای محاسبه شتاب، از رابطه ۱۳ نسبت به زمان دوبار مشتق گرفته می‌شود. این مقایسه نیز تطابق نسبتاً خوبی بین نتایج سه روش را نشان می‌دهند.



شکل ۴- نمونه مش بندی شده ورق در حالت ترک دار

برای محاسبه ضریب شدت تنش دینامیکی به روش المان محدود، چند گره در فاصله بسیار نزدیک به نوک ترک انتخاب شده و مقدار تنش بر روی آن‌ها محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از روابط ۱۳ که مربوط به مود اول و دوم شکست می‌باشند، مقدار ضریب شدت تنش دینامیکی به دست خواهد آمد.

$$K_I = \sigma_y \sqrt{2\pi r} \quad (13)$$

$$K_{II} = \tau_{xy} \sqrt{2\pi r}$$

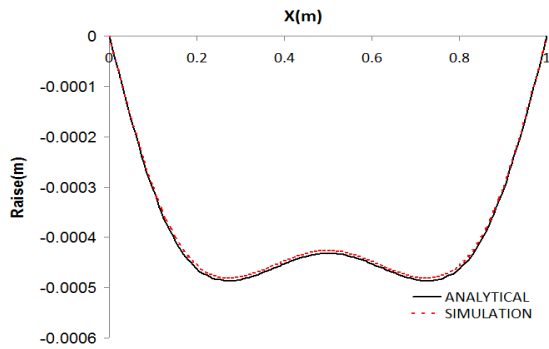
در رابطه ۱۳،  $\sigma_y$  تنش عمودی و  $\tau_{xy}$  تنش برشی در گره نزدیک به نوک ترک و  $r$  فاصله گره از نوک ترک می‌باشد.

### ۵- صحنه‌گذاری بر روابط و بحث و بررسی

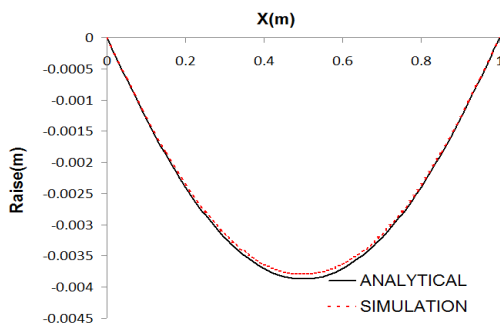
برای اطمینان از درستی روابط به دست آمده و همچنین صحنه‌گذاری به روش شبیه‌سازی المان محدود، تحلیل صفحه فولادی تحت بار انفجاری مورد بررسی قرار گرفته‌است [۱۶]. برای این منظور صفحه‌ای مربعی شکل با طول ضلع ۵۰۴ mm و ضخامت ۳/۴ mm در نظر گرفته شده‌است. تکیه‌گاه این صفحه از نوع ساده است. خواص مکانیکی فولاد به کاررفته در ساخت این نمونه در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱- خواص مکانیکی فولاد به کار رفته در صفحه

جنس	مدول الاستیسیته (GPa)	چگالی (Kg/m <sup>3</sup> )	ضریب پواسون
فولاد	۲۰۸	۷۷۷۰	۰/۳

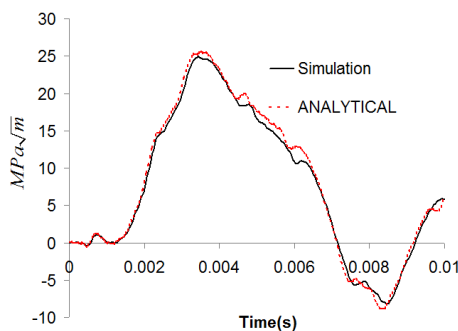


شکل ۹- مقایسه خیز در زمان ۱ میلی ثانیه با استفاده از روش المان محدود و تحلیلی

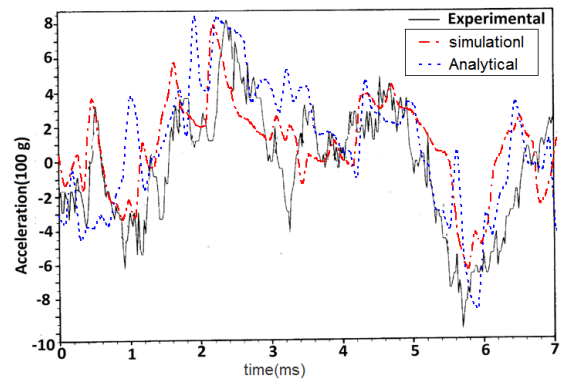


شکل ۱۰- مقایسه خیز در زمان ۳/۶ میلی ثانیه با استفاده از المان محدود و تحلیلی

در ادامه به مقایسه نتایج مربوط به محاسبه ضریب شدت تنش دینامیکی پرداخته شده است. فرض کنید صفحه شکل ۱ تحت بارگذاری مشخص شده دارای ترکی مرکزی به طول ۵cm باشد. این ترک در راستای محور  $Y$  و موازی با عرض مستطیل ایجاد شده است. هدف مقایسه بین ضریب شدت تنش دینامیکی، برای دو حالت شبیه سازی المان محدود و تحلیلی است. در شکل ۱۱ و ۱۲ این مقایسه ارائه شده است.



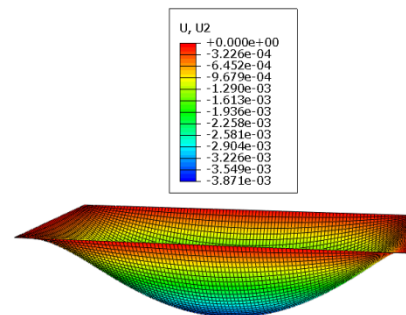
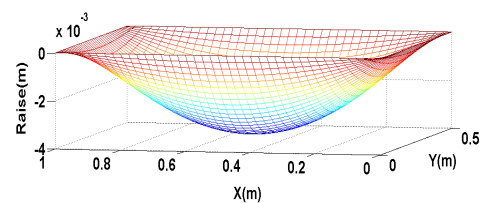
شکل ۱۱- مقایسه ضریب شدت تنش دینامیکی در مود اول شکست با استفاده از روش المان محدود و تحلیلی



شکل ۷- نمودار تغییرات شتاب مرکز ورق

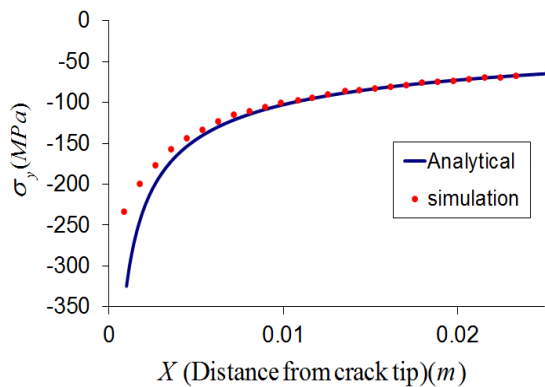
در مثالی دیگر به تحلیل صفحه مستطیلی شکل به طول ۱۰۰cm و عرض ۵۰ cm و ضخامت ۱ cm و خواص مکانیکی ارائه شده در جدول ۱ پرداخته می شود. برای این منظور معادلات تحلیلی با استفاده از کدنویسی در MATLAB نوشته شده و شبیه سازی با نرم افزار المان محدود ABAQUS/Explicit صورت گرفته است. فرم تغییر شکل کلی ورق در زمان ۳/۶ میلی ثانیه بعد از اعمال بار در شکل ۸ نشان داده شده است.

همچنین مقدار خیز صفحه در مسیر موازی با طول مستطیل که در شکل ۱ به صورت نقطه چین نشان داده شده، در دو زمان ۱ و ۳/۶ میلی ثانیه در شکل ۹ و ۱۰ با روش تحلیلی و المان محدود مقایسه شده است.

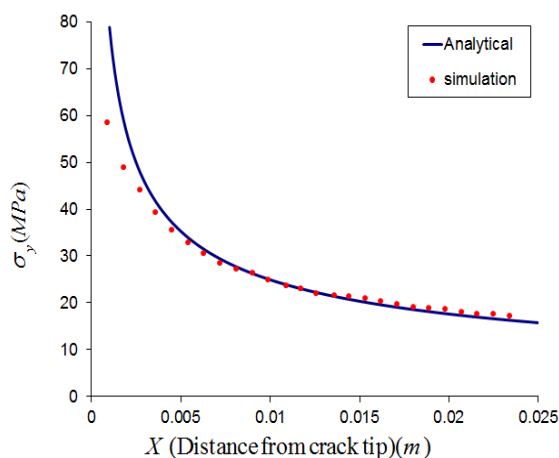


شکل ۸- مقایسه بین خیز صفحه در زمان ۳/۶ میلی ثانیه به روش المان محدود و تحلیلی (با بزرگنمایی خیز ۵۶ برابر)





شکل ۱۴- مقدار تنش عمودی  $\sigma_y$  در زمان ۳/۶ میلی ثانیه

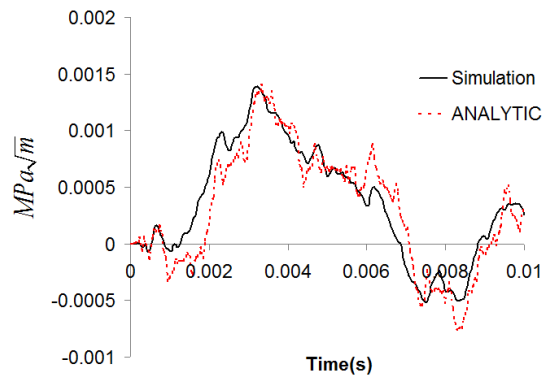


شکل ۱۵- مقدار تنش عمودی  $\sigma_y$  در زمان ۸ میلی ثانیه

باتوجه به این‌که مقادیر مربوط به تنش برشی بسیار کوچک هستند و در مقابل تنش‌های حاصل از مود اول می‌توان از آن‌ها صرف‌نظر کرد، بنابراین مقایسه‌ای بین آن‌ها و نتایج عددی صورت نگرفته‌است.

با افزایش طول ترک و نزدیک شدن نوک ترک به کناره صفحه، مقدار تنش برشی افزایش و مقدار تنش عمودی کاهش می‌یابد، به دنبال آن، مقدار ضریب شدت تنش دینامیکی مود اول کاهش و مقدار ضریب شدت تنش دینامیکی مود دوم افزایش می‌یابد.

از آنجایی که گشودگی دهانه ترک بر خیز صفحه‌ای که دارای ترک است، تاثیر می‌گذارد، و از طرفی معادلات تحلیلی به‌دست آمده از معادلات خیز صفحه استخراج شده‌است، بنابراین با افزایش طول ترک خطا بین نتایج تحلیلی و المان‌محدود بیشتر می‌شود.



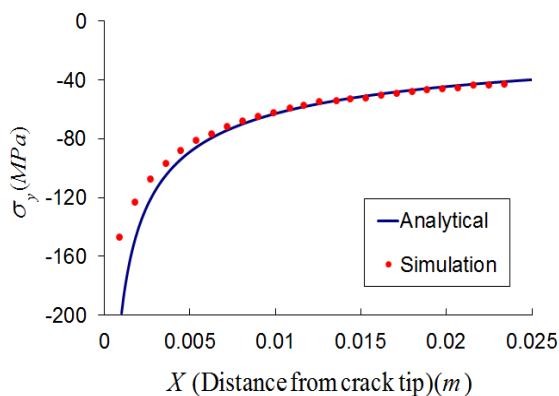
شکل ۱۲- مقایسه ضریب شدت تنش دینامیکی در مود دوم شکست با استفاده از المان‌محدود و تحلیلی

همان‌طور که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود، تغییرات ضریب شدت تنش دینامیکی که با استفاده از روش تحلیلی و المان‌محدود به‌دست آمده، در هر دو مود شکست، انطباق خوبی باهم دارند.

از طرفی ضریب شدت تنش دینامیکی در مقدار مود دوم در وسط صفحه، در مقایسه با مقدار آن در مود اول بسیار ناچیز است.

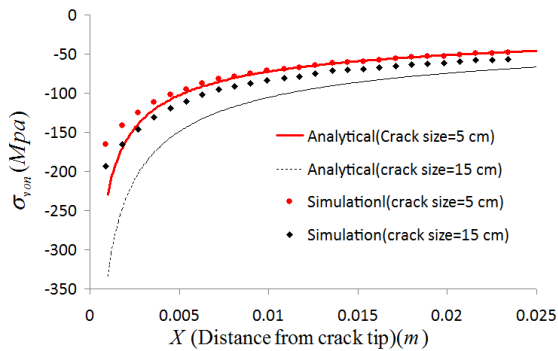
در شکل‌های ۱۳، ۱۴ و ۱۵ مقایسه‌ای بین میدان تنش عمودی  $\sigma_y$ ، در نوک ترک با استفاده از روش‌های المان‌محدود و تحلیلی (رابطه ۱۱) در زمان‌های ۳/۶، ۲/۵ و ۸ میلی ثانیه ارائه شده‌است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، تنش عمودی به‌دست آمده در نقاط متناظر تقریباً یکسان هستند.

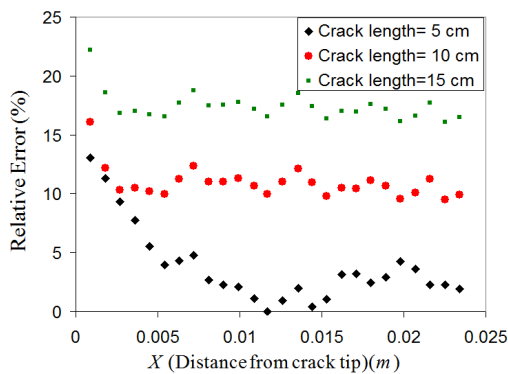


شکل ۱۳- مقدار تنش عمودی  $\sigma_y$  در زمان ۲/۵ میلی ثانیه





شکل ۱۷- تنش ون مایرز در نوک ترک با طول ۱۵ cm



شکل ۱۸- میزان اختلاف نسبی بین روشهای عددی و تحلیلی برای طول ترکهای مختلف

### ۶- نتیجه گیری

در این تحقیق به بررسی رفتار یک صفحه تحت بار خمشی حاصل از انفجار، که از نوع بارهای وابسته به زمان غیرپریودیک است، پرداخته شد و رابطه‌ای تحلیلی برای تعیین ضریب شدت تنش دینامیکی و میدان تنش در نوک ترک به دست آمد.

در حالت اول رابطه تحلیل با فرض کوچک بودن طول ترک مشخص شده و سپس به بررسی تاثیر طول ترک پرداخته شده است. نتایج نشان داد که با افزایش طول ترک، خطای رابطه به دست آمده بیشتر می شود که با توجه به مقدار خطای مجاز، می توان از آن استفاده کرد.

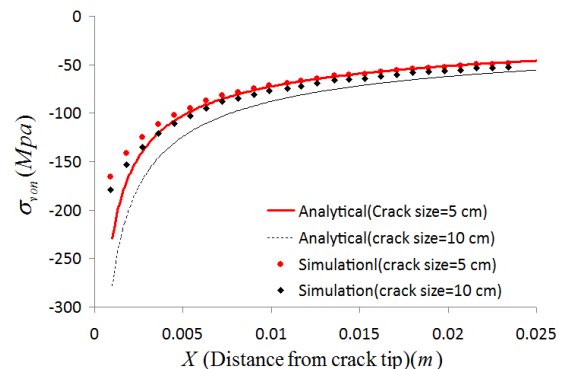
در اینجا به منظور مقایسه بهتر و برای اعمال تاثیر هر دو تنش برشی و عمودی به طور همزمان، از معیار تنش ون مایرز به صورت معادله ۱۴ استفاده شده است.

$$\sigma_{von} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) \right)^{1/2} \quad (14)$$

شکل ۱۶ و ۱۷ به مقایسه میدان تنش در نوک ترکی با طول اولیه‌ای برابر ۵ سانتیمتر در حالت ماکزیمم ضریب شدت تنش دینامیکی (زمان ۳/۶ میلی ثانیه) با دو طول ترک ۱۰ و ۱۵ سانتیمتر می پردازد.

در شکل ۱۸ به مقایسه درصد خطای نسبی بین نتایج تحلیلی و المان محدود برحسب افزایش طول ترک پرداخته شده است. از این شکل می توان دریافت که مقادیر به دست آمده برای تنش در طول ترکهای کوچک دارای اختلافی کمتر از ۱۰ درصد می باشد. البته مقدار این خطا برای نقطه اولیه نوک ترک تا حدودی بیشتر و به تدریج کم می شود. و با افزایش طول ترک، به مقادیر ۱۰ و ۱۵ سانتیمتر، مقدار اختلاف نیز افزایش می یابد.

به طوری که از این مقایسه برمی آید، با افزایش طول ترک، اختلاف بین جواب روش تحلیلی و المان محدود بیشتر می شود. افزایش این اختلاف ناشی از کاهش صلبیت ورق و گشودگی دهانه ترک است که بر روی خیز، توزیع تنش و ضریب شدت تنش دینامیکی تاثیر می گذارد. بنابراین می توان نتیجه گرفت با توجه به مقدار خطای مجاز طراحی می توان از رابطه تحلیلی ارائه شده استفاده نمود.



شکل ۱۶- تنش ون مایرز در نوک ترک با طول ۱۰ cm

## مراجع

- [1] Freund, L.B. (1972). "Crack propagation in an elastic solid subjected to general loading- constant rate of extension". *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 20, pp.125-129.
- [2] Kanninen, M.F., Poplar, C.H. (1985). "Advanced fracture mechanics". Oxford University Press, New York Oxford.
- [3] Rose, L.R.F. (1975). "Recent theoretical and experimental results on fast brittle fracture". *International journal of Fracture*, Vol. 12, pp.799-813.
- [4] Chen, W.H., Wang, C.H. (1980). "Transient finite element analysis of cracked plates". *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, Vol. 3, pp.81-88.
- [5] Wen, P.H., Aliabadi, M.H., Rooke, D.P. (1996). "The influence of elastic waves on dynamic stress intensity factors (two-dimensional problems)". *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 66, pp. 326-335.
- [6] Enderlein, M., Ricoeur, A., Kuna, M. (2003). "Comparison of finite element techniques for 2D and 3D crack analysis under impact loading, *International Journal of Solids and Structures*". Vol. 40, pp.3425-3437.
- [7] Alekseichuk, A.A., Kostandov, Y.A., Lokshina, L.Y. (1996). "Numerical computation of the stress-strain state at the end of a crack under dynamic load". *Journal of Mathematical Sciences*, Vol. 82, pp. 3444-3446.
- [8] Das, S. (2006). "Elastodynamic response of a cracked orthotropic medium under impact loading". *Computational Materials Science*, Vol. 37, pp.187-192.
- [9] Itou, S. (2007). "Dynamic stress intensity factors around a cylindrical crack in an infinite elastic medium subject to impact load". *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 44, pp. 7340-7356.
- [10] Aloui, A., Hamrouni, K., Fakhfakh, T., Haddar M. (2008). "Analytical and numerical solution of the stress field and the dynamic stress intensity factors in a cracked plate under sinusoidal loading". *Journal of Failure Analysis and Prevention*, Vol. 8, pp.551-556.
- [11] Wei, J., Dharani, L.R. (2005). "Fracture mechanics of laminated glass subjected to blast loading". *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 44, pp. 157-167.
- [12] Rajendrana, R., Lee, J.M. (2009). "Blast loaded plates". *Marine Structures*, Vol. 22, pp. 99-127.
- [13] Nguyen, T.P., Tran, M.T. (2011). "Response of vertical wall structures under blast loading by dynamic analysis". *Procedia Engineering*, Vol. 14, pp. 3308-3316.
- [14] Kumar, P., Shukla, A. (2011). "Dynamic response of glass panels subjected to shock loading". *Journal of Non-Crystalline Solids*, Vol. 357, pp. 3917-3923.
- [15] Birman, V. (2011). "Plate structures (Solid Mechanics and Its Applications)". 1st edition, Springer, USA.
- [16] Houlston, R., Slater, J.E., Peg, N., Desrochers C.G. (1985). "On analysis of structural response of ship panels subjected to air blast loading". *Computer & Structures*, Vol. 21, pp. 273-289.
- [17] Genin, G.M., Birman, V. (2009). "Micromechanics and structural response of functionally graded, particulate-matrix, fiber-reinforced composites". *International Journal of Solid and Structures*, Vol. 46, pp. 2136-2150.
- [18] Birman, V., Bert, C.W. (1987). "Behavior of laminated plates subjected to conventional blast". *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 6, pp. 145-155.