

بهینه‌سازی شکل سطح تماس برای سازه‌ها تحت بارگذاری چندگانه به کمک روش تکاملی دو طرفه

علی قدوسیان^۱، مجتبی شیخی^{۱*} و محمد رضا رستمی^۱

اطلاعات مقاله	چکیده
واژگان کلیدی: مکانیک تماس، روش بهینه‌سازی تکاملی دو طرفه سازه‌ها، بهینه‌سازی شکل، بارگذاری چندگانه، روش تنش بیشینه، روش میانگین وزنی.	مکانیک تماس یکی از شاخه‌های مهم و پرکاربرد در مکانیک جامدات می‌باشد. هدف این مقاله به کارگیری روش بهینه‌سازی تکاملی دو طرفه برای رسیدن به شکل بهینه سطوح تماس در سازه‌ها تحت بارگذاری چندگانه می‌باشد. در اینجا برای مدل‌سازی سطوح تماس، بین هر دو گره متناظر در حال تماس، یک المان فاصله در نظر گرفته شده طوری که با تغییر طول این المان‌های فاصله، شکل سطح تماس تعیین می‌شود. مدل‌سازی سطح تماس با المان‌های فاصله، موجب ساده‌تر شدن تحلیل مسئله به کمک روش اجزای محدود و کاهش حجم زیاد محاسبات غیرخطی مسئله می‌شود. در روش بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها برای به دست آوردن شکل بهینه سطح تماس، در طی یک فرآیند ساده با افزایش تدریجی طول المان‌های ناکارآمد، شکل سازه به یک حالت بهینه همگرا می‌شود اما در این مقاله با به کارگیری روش بهینه‌سازی تکاملی دو طرفه سازه‌ها امکان افزایش و کاهش طول المان‌های فاصله، به طور همزمان وجود دارد که این مورد، باعث افزایش سرعت همگرایی روش شده‌است. در اینجا معیار کارآیی هر المان، فاصله در طی فرآیند بهینه‌سازی با به کارگیری روش تنش بیشینه و روش میانگین وزنی ارزیابی می‌شود و در نهایت یک توزیع یکنواخت از تنش در طول سطح تماس حاصل می‌شود.

جمله روش‌های تکاملی می‌توان به روش‌های حداکثر تنش طراحی، مرگ نرم، افزایش معکوس و بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها اشاره کرد.

روش بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها^۱ (ESO) اولین بار توسط زی و استیون براساس یک ایده ساده که براساس آن می‌توان به یک سازه بهینه (سازه‌ای با سختی بیشینه و وزن کمینه) با حذف تدریجی مواد ناکارآمد از مرز طراحی رسید، معرفی گردید [۱]. این روش با در نظر گرفتن یک معیار طراحی، که باتوجه به نوع مسئله و نظر طراح تعیین

۱- مقدمه

تلاش جهت یافتن طرحی که دارای مناسب‌ترین ویژگی باشد، سال‌های متمادی ذهن محققین را به خود مشغول کرده‌است. پیچیدگی روابط ریاضی و مشکلات روش‌های کلاسیک در بهینه‌سازی منجر به ارائه روش‌های تکاملی گردید. روش‌های تکاملی با حذف تدریجی مواد زائد از فضای طراحی به جواب بهینه موردنظر دست می‌یابند. از

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: mojtabasheikhi@gmail.com

۱. دانشگاه سمنان، دانشکده مهندسی مکانیک

¹ Evolutionary Structural Optimization

سازه حداقل اولیه که امکان تحلیل المان محدود آن وجود داشته باشد، آغاز شده و در هر مرحله در نقاط مورد نظر سازه نسبت به اضافه کردن مواد اقدام می‌نماید و این امر در حالی است که هیچ گونه حذف مواد صورت نمی‌گیرد. روش BESO را می‌توان به صورت ترکیبی از دو روش ESO و AESO در نظر گرفت که هم زمان با اضافه کردن مواد در نقاط بحرانی قادر به حذف مواد زائد نیز می‌باشد که این امر موجب افزایش سرعت دست‌یابی به جواب موردنظر به ویژه در سازه‌های سه‌بعدی می‌گردد.

بهینه‌سازی شکل تماس در حالت پیوسته، شامل پیدا کردن شکل بهینه مرز که مشخص‌کننده دامنه اشغال شده توسط پیکره جسم است، می‌باشد. شکل بهینه سطوح تماس شکلی است که تنش در تمام سطح تماس حداقل شود و یا در طی فرآیند بهینه‌سازی یک توزیع یکنواخت تنش در طول سطح تماس به دست آید. زی و همکارانش با استفاده از روش ESO برای بهینه‌سازی شکل تماس برای سازه‌های قابی^۳ [۱۰] و همچنین از این روش برای رسیدن به شکل بهینه در حالت پیوسته برای تماس الاستیک مانند تماس جسم الاستیک با تکیه‌گاه صلب تحت بارگذاری چندگانه، استفاده کرده‌اند [۱۲] و [۱۱]. همچنین قدوسیان و همکارانش به بهینه‌سازی شکل تماس دوبعدی با روش تکاملی با استفاده از شبکه عصبی [۱۳] و بررسی کارایی روش بهینه‌سازی تکاملی دوطرفه سازه‌ها [۱۴] در زمینه بهینه‌سازی شکل تماس پرداخته‌اند.

هر سازه در طول عمر کاری خود در شرایط مختلف تحت بارگذاری‌های مختلف (چندگانه) قرار می‌گیرد. بارگذاری چندگانه را می‌توان به مجموعه‌ای از نیروهای مستقل از هم اطلاق نمود که در زمان‌های مختلف و مستقل از هم بر سازه اعمال می‌شود. هر سازه در مقابل بارگذاری‌های گوناگون دارای پاسخ‌های مختلفی بوده و باید به گونه‌ای طراحی شود که در مقابل این مجموعه بارگذاری‌ها مقاومت لازم را داشته و قابل اطمینان باشد. بحرانی‌ترین

می‌گردد، به کار گرفته می‌شود. در این روش مرز طراحی در طی تحلیل اجزای محدود معین شده و علاوه بر آن نیروهای خارجی و شرایط مرزی بر مدل المان‌بندی شده اعمال می‌شوند، سپس با توجه به معیار طراحی کارایی المان‌ها برای حضور یا عدم حضور در دامنه طراحی سنجیده می‌شود. از جمله مزیت‌های این روش از دیدگاه مهندسی می‌توان به سازگاری خوب آن با تحلیل اجزای محدود و نیاز به محاسبات کم حجم برای پیاده سازی آن اشاره نمود. از نکات قابل توجه دیگر این روش، در تحلیل المان محدود مسئله بوده که علیرغم تکرار در هر مرحله، نیاز به المان‌بندی مجدد فضای طراحی نمی‌باشد.

نتایج حاصل از روش (ESO) در مسائل بهینه‌سازی توپولوژی در مقایسه با نمونه‌های تحلیلی، مانند خرپای میشل، دارای نتایج قابل قبولی بوده است [۲]. از جمله کاربردهای روش ESO در زمینه‌های مختلف بهینه‌سازی توپولوژیکی، می‌توان به مواردی از قبیل مسائل کماتش [۳]، مسائل فرکانس طبیعی [۴] و مسائل با قید جابجایی [۵] اشاره نمود. روش ESO توانایی خود را در بهینه‌سازی توپولوژیکی مسائل حرارتی نیز بخوبی اثبات کرده است [۶] و حتی در سایر زمینه‌های دیگر بهینه‌سازی از جمله بهینه‌سازی شکل سازه‌ها نیز با موفقیت به کار گرفته شده است [۷].

طیف وسیع کاربرد این روش گواه قابلیت بالای تطبیق‌پذیری آن و پتانسیل بالای کاربری آن به عنوان ابزار طراحی می‌باشد. کاربردهای گسترده این روش و توجه پژوهشگران به پیشرفت روش مذکور موجب تکامل نهایی در این زمینه گردید که از مهمترین موارد قابل ذکر می‌توان ارائه روش بهینه‌سازی تکاملی افزاینده^۱ در سازه‌ها [۸] موسوم به AESO و بهینه‌سازی تکاملی دوطرفه در سازه‌ها^۲ [۹] که موسوم به روش BESO می‌باشد را نام برد. روش AESO بر خلاف روش ESO است و از یک

¹ Adaptive Evolutionary Structural Optimization

² Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization

³ Frame structure

جداگانه، در این حالت فرم کلی مسئله به فرم بهینه‌سازی تابع هدف چندگانه درمی‌آید.

دسته دوم پیداکردن شکل بهینه سازه برای بحرانی‌ترین تابع هدف که بتواند قیود مسئله را ارضا کند. این قیود می‌تواند جابه‌جایی یا تنش در گره‌ها و فرکانس‌های طبیعی مجاز وابسته به همه شرایط بارگذاری باشد. برای این حالت باید به بهینه‌سازی تابع هدف (منفرد) تحت چند قید پرداخت.

در طی این نوشته برای تحلیل حالت بارگذاری چندگانه تابع هدف منفردی تعریف شده تا بتوان به شکل بهینه‌ای از سازه تحت همه حالت‌های بارگذاری رسید.

۲- تعریف تابع هدف

آنالیز مسائل برخورد و تماس بین سطوح یکی از شاخه‌های پرکاربرد مکانیک جامدات است که از نظر تحلیل ریاضی از پیچیده‌ترین مسائل مهندسی به‌شمار می‌رود. مشکل اساسی مسائل تماس، طبیعت غیرخطی آن‌ها است. پدیده تماس برای سیستم‌های مکانیکی، شرایط مرزی دینامیک را معرفی می‌کند. بررسی وجود یا عدم وجود تماس بین دو سطح برای سیستم‌های مکانیکی، بسته به شرایط مرزی دینامیکی مسئله دارد. این شرایط در حالت عادی غیرفعال بوده و زمانی که پیکره‌ها در طی جابه‌جایی مکانیکی در تماس با یکدیگر قرار می‌گیرند، فعال می‌شوند. در طی این‌گونه فرایندها چگونگی و زمان تماس نامعلوم می‌باشد، بنابراین تعیین فعال یا غیرفعال بودن این شرایط در طی فرآیند تماس پیچیده است که این مورد باعث به‌وجود آمدن سطح بالایی از غیرخطی بودن برای مسائل تماس شده‌است. بنابراین نامعین بودن شرایط مرزی، تغییرات آن‌ها در طی بارگذاری و لغزش پیکره‌ها در تماس اصطکاکی، عدم مشخص بودن ناحیه تماس به‌عنوان ناحیه مشخصی برای اعمال نیروها، تغییر حالت تماس و ناحیه آن در طول فرایند بارگذاری، مسئله تماس را به یکی از سخت‌ترین مسائل غیرخطی در مکانیک جامدات تبدیل نموده‌است.

وضعیت برای یک سازه تحت بارگذاری چندگانه حالتی است که تمامی این مجموعه بارگذاری‌های مستقل در یک زمان بر سازه اعمال شود. یکی از مشکلات در طراحی سازه، تعیین این بار بحرانی بوده تا سازه طراحی شده برای تمامی حالت‌های بارگذاری قابل اطمینان باشد. طرح نهایی در محیط بارگذاری چندگانه به یک ترکیب بهینه از تمامی بارگذاری‌ها ختم می‌شود [۱۵ و ۱۶].

در این مقاله برای مدل‌سازی تماس بین سطوح از المان‌های فاصله استفاده شده که طول این المان‌ها به‌عنوان متغیر طراحی در طی فرایند بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شود و برای بهینه کردن طول این المان‌ها از تنش تماس به‌عنوان معیار استفاده می‌گردد. با توجه به روش بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها، المان‌های با کمترین بازده تحت همه شرایط بارگذاری به‌صورت تدریجی افزایش طول پیدا می‌کنند تا مرحله‌ای که هر یک از المان‌ها با طول جدید، حداقل برای یکی از شرایط بارگذاری مفید و موثر باشد. در روش بهینه‌سازی تکاملی دوطرفه سازه‌ها برای رسیدن به حالت بهینه برای سازه تحت بارگذاری چندگانه، طول المانی که برای همه شرایط بارگذاری کم بازده باشد، افزایش و در مقابل طول المانی که تنها برای یک بارگذاری لازم باشد، کاهش می‌یابد [۱۷]. یکی از مهمترین مشکلات در این گونه مسائل سازه‌ای محاسبه تنش معیار برای گره‌های در حال تماس برای تعیین بازده المان‌ها می‌باشد. در این مقاله دو روش میانگین وزنی و تنش بیشینه برای محاسبه تنش معیار استفاده شده‌است که هر کدام براساس فیزیک مسئله دارای مزایا و معایبی هستند. در ادامه کارآیی آن‌ها براساس شکل های بهینه سطوح تماس حاصله و نیز نمودار توزیع تنش تماس با یکدیگر مقایسه می‌گردد.

عموماً مسائل بهینه‌سازی شکل سازه تحت شرایط بارگذاری چندگانه به دو دسته کلی تقسیم بندی می‌شوند:

دسته اول بهینه‌سازی سختی، فرکانس‌های طبیعی و سایر تابع‌های هدف تحت هر کدام از شرایط بارگذاری به‌صورت

زیادی در مهندسی است. در این حالت تابع هدف را می‌توان به صورت رابطه (۱) نوشت.

$$\text{Min } f(g(x)) = \text{Max}_i [\sigma^i(g(x))] \quad (1)$$

که $\sigma^i(g(x))$ تنش تماس گره i ام می‌باشد که تابعی از فاصله $g(x)$ می‌باشد. این روش به دلیل عدم مشتق‌پذیری تابع هدف به دست آمده کاربرد زیادی در الگوریتم‌ها با پایه ریاضیاتی ندارد.

دومین ملاک بهینه‌سازی، حداقل‌سازی انرژی پتانسیل در حالت تعادل می‌باشد، که عبارت است از:

$$f(g(x)) = U(g(x)) = \frac{1}{2} C^T C \sigma \quad (2)$$

که در آن C ماتریس نرمی سطح تماس است. می‌توان گفت که معادله (۲) تقریبی از انرژی کرنشی ذخیره شده در پیکره در اثر تماس می‌باشد. با توجه به بعضی از جنبه‌های محاسباتی و ریاضی (مانند مشتق‌پذیری تابع هدف به دست آمده)، این روش برای رسیدن به یک توزیع یکنواخت تنش در الگوریتم‌ها با محاسبات ریاضیاتی گرادینانی بسیار مناسب‌تر می‌باشد.

همان‌طور که بیان شد در این مقاله برای تحلیل سطح تماس، تابع فاصله به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته شده است. بنابراین المان‌های فاصله بین گره‌های تماس، نه تنها حالت تماس را مدل می‌کنند بلکه می‌توانند شکل تماس را با تغییر دادن فاصله گره‌های متناظر (افزایش و کاهش طول المان فاصله) اصلاح نمایند. با توجه به طبیعت غیرخطی مسئله، پیدا کردن فاصله بهینه میان تمام سطوح تماس در یک مرحله بهینه‌سازی بسیار مشکل می‌باشد و نیازمند فرآیندی مرحله‌به‌مرحله برای رسیدن به حالت بهینه است.

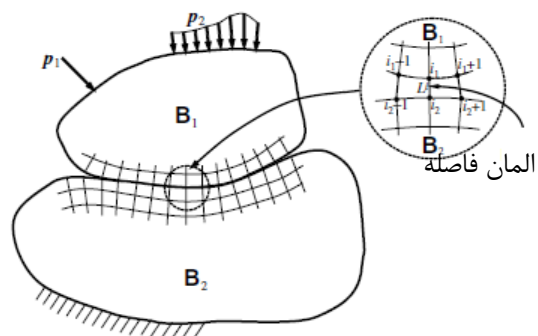
۳- تنش معیار برای حالت بارگذاری

چندگانه

برای سازه‌ای که تحت بارگذاری چندگانه قرار دارند، می‌توان مسئله را به صورت زیر تعریف نمود.

به خاطر شرایط تماس و تغییراتی که در طول فرایند بارگذاری اتفاق می‌افتد یک روش ساده برای تحلیل مسئله تماس، استفاده از المان فاصله است، که با اکثر نرم‌افزارهای تحلیل اجزای محدود نیز سازگاری دارد.

در فرایند تحلیل اجزای محدود برای تماس، دو پیکره به صورت جداگانه مدل شده و سطوح تماس با فاصله ناچیزی از هم مانند شکل ۱ در نظر گرفته می‌شوند. در این حالت جفت گره‌های در حال تماس به وسیله المان فاصله با طول اولیه بین سطوح، به یکدیگر متصل می‌شوند. برای حالت اولیه، المان‌های فاصله نه در فشار و نه در کشش می‌باشند. برای حالتی از بارگذاری که باعث کاهش فاصله بین سطوح تماس می‌شود، المان‌های فاصله تحت نیروی فشاری قرار می‌گیرند، که باید دارای سختی محوری بالایی باشند تا بتوانند نیرو را بین دو پیکره منتقل کنند و از نفوذ پیکره‌ها در هم مانع شوند. در مقابل اگر بارگذاری باعث افزایش فاصله بین گره‌های تماس شود، المان‌های فاصله در کشش قرار گرفته که به صورت خودکار از تحلیل اجزای محدود خارج می‌شوند.



شکل ۱- مدل سازی سطح تماس با المان فاصله

در تحلیل و بهینه‌سازی سیستم‌های تماس، با در نظر گرفتن تابع فاصله بین گره‌های تماس به عنوان متغیر طراحی می‌توان دو نوع تابع هدف را در نظر گرفت. اولین ملاک، حداقل‌سازی تنش بیشینه در گره‌های در حال تماس و یا به عبارتی دیگر رسیدن به یک توزیع یکنواخت تنش در تمام پروفیل تماس است. در نظر گرفتن این نوع تابع هدف برای مسائل بهینه‌سازی دارای کاربرد

که در رابطه (۵) صورت ریاضی آن آورده شده است. هدف از این محاسبات کاهش و یکنواخت نمودن تنش به دست آمده از رابطه (۴) است.

$$f_j(p_j, g) = \max_i [\sigma^i(p_j, g), \dots, \sigma^M(p_j, g)] \quad (5)$$

که در آن $\sigma^i(p_j, g)$ تنش تماس در گره ی‌ام تحت بارگذاری λ ام است. با جای‌گذاری تابع هدف معرفی شده با معادله (۵) در معادله (۴)، معادله (۶) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \hat{f}(g(x)) &= \max_j \left\{ \max_i [\sigma^i(p_j, g)] \right\} \\ &= \max_j \left\{ \max_i [\sigma^i(p_j, g)] \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

که براساس آن، بیشترین تنش تماس در گره λ ام تحت تمام بارگذاری‌ها $p_j (j=1, 2, \dots, N)$ ، به‌عنوان تنش معیار فرض می‌شود.

با معرفی کردن $\tilde{\sigma}^i$ به‌صورت رابطه (۷)، رابطه (۶) را به‌صورت رابطه (۸) به‌عنوان تابع هدف با تنش معیار روش تنش بیشینه معرفی می‌شود.

$$\tilde{\sigma}^i = \max_j [\sigma^i(p_j, g)] = \max_j [\sigma^i(p_1, g), \dots, \sigma^i(p_j, g)] \quad (7)$$

$$\bar{f}(g(x)) = \tilde{\sigma}^{\max} = \max_i \tilde{\sigma}^i = \max_j \left\{ \max_i [\sigma^i(p_j, g)] \right\} \quad (8)$$

که $\tilde{\sigma}^{\max}$ بیشینه تنش معیار گره‌های تماس است. به‌عبارتی می‌توان گفت در روش تنش بیشینه، در مرحله اول ماکزیمم تنش تحت همه بارگذاری‌ها در یک گره معین به‌عنوان تنش معیار برای آن گره معرفی می‌شود و در مرحله بعدی بیشینه تنش‌های معیار گره‌های تماس به‌عنوان تابع هدف برای فرایند بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شود.

روش تنش بیشینه از لحاظ استاتیکی معیار مناسبی است، زیرا که شکست در سطح تماس با احتمال زیاد در بیشینه تنش در سطح تماس رخ می‌دهد. ولی روش تنش بیشینه از اثر بارگذاری‌های کم تنش بر روی گره‌های تماس چشم‌پوشی می‌کند. بنابراین در تحلیل‌هایی مانند خستگی که علاوه بر مقدار تنش، فرکانس کاری بار و دوران سرویس کاری آن نیز در جواب مسئله تاثیرگذار است، روش مناسبی برای تحلیل نمی‌تواند باشد.

با فرض N بارگذاری $p_j (j=1, 2, \dots, N)$ و توزیع تنش به‌صورت $\sigma(p_j, g)$ برای هر بارگذاری، مسئله کلی نیازمند N تابع هدف می‌باشد که با استفاده از معادلات (۱) یا (۲) بیان می‌شوند. برای رسیدن به حالت بهینه، پیدا کردن تابع فاصله‌ای که بتواند توابع $f_j(p_j, g)$ را حداقل‌سازی کند، مورد نظر می‌باشد. بنابراین مسئله بهینه‌سازی شکل تماس تحت بارگذاری چندگانه به‌صورت رابطه (۳) بیان می‌شود.

$$\begin{cases} \text{Min } f(g(x)) = \text{Min}[f_1(p_1, g), \dots, f_N(p_N, g)]^T \\ \text{S.to } g^L(x) \leq g(x) \leq g^U(x) \end{cases} \quad (3)$$

که در آن $g^L(x)$ و $g^U(x)$ به ترتیب حد پائین و بالا برای تابع فاصله در ناحیه تماس و $f_N(p_N, g)$ تابع هدف تعریف شده است. حل این گونه مسائل بهینه‌سازی منجر به حل بهینه پارتو^۱ می‌گردد. برای رسیدن به این حالت بهینه، راحت‌ترین روش ساخت تابع منفردی است که بتواند تمام نیازمندی‌های طراحی را منعکس کند.

۳-۱- روش تنش بیشینه

یکی از روش‌های متداول بررسی شرایط بارگذاری چندگانه، تشخیص بحرانی‌ترین بار است. برای تعیین آن، سیستم تحت بارگذاری چندگانه به‌صورت مجزا حل شده و بالاترین سطح تنش تحت تمام بارگذاری‌ها به‌عنوان معیار در نظر گرفته می‌شود. هدف طراحی کاهش تنش بیشینه تماس در بحرانی‌ترین حالت بارگذاری است. بحرانی‌ترین حالت به‌صورت تابع $\hat{f}(g(x))$ برای هر گره در رابطه (۴) بیان شده که به‌صورت بیشینه تابع هدف در آن گره تحت تمام حالت‌های بارگذاری $p_j (j=1, 2, \dots, N)$ معرفی می‌شود.

$$\hat{f}(g(x)) = \text{Max}_j [f_1(p_1, g), \dots, f_j(p_j, g), \dots, f_N(p_N, g)] \quad (4)$$

به‌طوری‌که در رابطه (۴) تابع هدف $f_N(p_N, g)$ به‌صورت بیشینه تنش تماس در میان M گره تماس معرفی شده

¹ Pareto Optimal

۳-۲- روش میانگین وزنی

در روش میانگین وزنی، برای هر حالت بارگذاری یک ضریب وزنی ($w_j \geq 0$) در نظر گرفته می‌شود، طوری که مجموع ضرایب فرض شده برابر با واحد می‌باشد.

$$\sum_{j=1}^N w_j = 1 \quad (9)$$

بنابراین تابع هدف در این روش به صورت رابطه (۱۰) به دست می‌آید.

$$f_u(g(x)) = w^T \cdot f = \sum_{j=1}^N w_j f_j(g(x)) \quad (10)$$

با جای گذاری معادله (۱) در معادله (۱۰)، رابطه (۱۱) را می‌توان نوشت.

$$f_u(g(x)) = \sum_j w_j (p_j) \sigma_j^{\max} = \sum_j \max_i [w_j (p_j) \sigma_j^i] \quad (11)$$

با معرفی تنش $\tilde{\sigma}^i$ به عنوان تنش معیار برای گره i در رابطه (۱۲) و جای گذاری آن در رابطه (۱۱) و ساده سازی آن می‌توان رابطه (۱۱) را به صورت رابطه (۱۳) بازنویسی کرد.

$$\tilde{\sigma}^i = \sum_{j=1}^N w_j \sigma_j^i \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{f}(g(x)) = \tilde{\sigma}^{\max} &= \max_i [\sum_j w_j (p_j) \sigma_j^i] \\ &= \max_i [\tilde{\sigma}^1, \dots, \tilde{\sigma}^i, \dots, \tilde{\sigma}^M] \end{aligned} \quad (13)$$

پس می‌توان گفت محاسبه معادله (۱۳) به عنوان تابع هدف در دو مرحله انجام می‌گیرد. در مرحله نخست برای هر گره، مجموع حاصلضرب تنش‌های هر بارگذاری آن گره در ضریب وزنی متناظر با آن بارگذاری، به عنوان تنش معیار گره در نظر گرفته می‌شود (رابطه (۱۲))، سپس در مرحله بعدی بیشینه تنش معیار در میان M گره تماس به عنوان تابع هدف در روش میانگین وزنی معرفی می‌شود (رابطه (۱۳)). باتوجه به روابط نوشته شده، ضرایب وزنی وسیله‌ای برای در نظر گرفتن شرایط مختلف بارگذاری است. به عنوان مثال ضرایب وزنی می‌توانند به عنوان منعکس کننده فرکانس کاری هر بارگذاری (یا زمان بارگذاری بر روی سازه) جهت تاکید اهمیت یک بارگذاری

نسبت به دیگری مورد استفاده قرارگیرند. کاربرد مهم دیگر این روش آن است که می‌توان با تغییر دادن ضرایب وزنی، به مجموعه‌ای از حل بهینه برای مسئله با حالت بارگذاری چندگانه رسید. در این شرایط طراح با مجموعه‌ای از جواب بهینه برای تصمیم‌گیری روبرو است.

در شرایط واقعی مسئله، بارگذاری‌های مختلف دارای مقادیر مختلفی نسبت به هم هستند که برای به کارگیری در تابع هدف نیازمند آن است که مقادیر آن‌ها نسبت به کل مجموعه بارگذاری‌ها نرمالیزه شود. یکی از صورت‌های نرمالیزه کردن تابع هدف برای مرحله k ام فرایند بهینه‌سازی به صورت زیر می‌باشد.

$$f(g(x)) = \frac{\bar{f}_k^{\max} - \bar{f}_k^{\min}}{\bar{f}_0^{\max} - \bar{f}_0^{\min}} = \frac{\tilde{\sigma}_k^{\max} - \tilde{\sigma}_k^{\min}}{\tilde{\sigma}_0^{\max} - \tilde{\sigma}_0^{\min}} \quad (15)$$

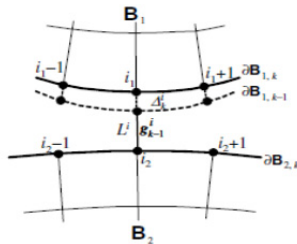
به طوری که $\tilde{\sigma}_k^{\min}$ و $\tilde{\sigma}_k^{\max}$ به ترتیب بیشینه و کمینه تنش معیار در میان M تنش معیار برای گره‌های تماس می‌باشد که در رابطه (۱۶) ارائه شده است.

$$\tilde{\sigma}^{\min} = \text{Min}_i [\tilde{\sigma}^1, \tilde{\sigma}^2, \dots, \tilde{\sigma}^i, \dots, \tilde{\sigma}^M] \quad (16)$$

۴- روش تکاملی بهینه‌سازی شکل سطح

تماس

باتوجه به طبیعت مسئله، رسیدن به جواب بهینه نیازمند یک فرایند بهینه‌سازی مرحله به مرحله (تدریجی) است. در اینجا در هر مرحله فرایند بهینه‌سازی، تحلیل اجزای محدود تماس، برای همه حالت‌های بارگذاری انجام می‌شود. سپس تنش معیار برای گره‌های تماس محاسبه شده و تنش معیار برای هر گره تماس با مقدار بیشینه تنش معیار یا میانگین مجموع آن‌ها، $(\tilde{\sigma}^i / \tilde{\sigma}^{\max})$ ، $(\tilde{\sigma}^i / \tilde{\sigma}^{avg})$ مقایسه می‌گردد و سپس براساس یک نرخ اصلاح، فاصله گره‌های تماس اصلاح می‌شود. از دید ریاضی، مقدار نرخ اصلاح در روش ESO

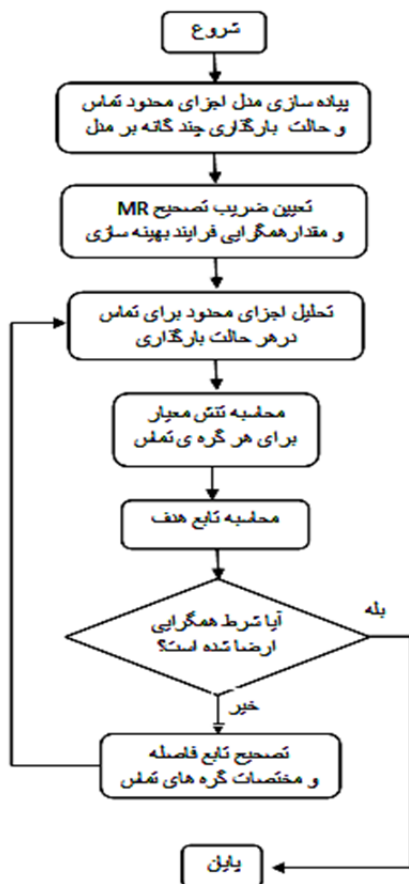


شکل ۲- تصحیح تابع فاصله

در این مقاله از تغییرات وابسته میان دو تابع هدف نرمالیزه شده (معادله (۱۵)) در دو مرحله متوالی $k-1$ و k به عنوان شرط همگرایی به صورت رابطه (۲۳) استفاده شده و مقدار آن برابر با $\tau = 0.01$ در نظر گرفته شده است.

$$\left| \frac{f_k(g(x)) - f_{k-1}(g(x))}{f_k(g(x))} \right| \leq \tau \quad (23)$$

در شکل ۳ فلوجارت روش تکاملی دوطرفه سازه‌ها جهت یافتن شکل بهینه تماس برای حالت بارگذاری چندگانه آورده شده است.



شکل ۳- فلوجارت بهینه سازی شکل تماس

به عنوان تابعی از نسبت $(\tilde{\sigma}^i / \tilde{\sigma}^{\max})$ برای هر گره به صورت تابع fn معرفی می شود.

$$\Delta^i = fn(\tilde{\sigma}^i / \tilde{\sigma}^{\max}) n^i \quad (17)$$

Δ^i بردار تصحیح فاصله در هر مرحله در گره i ام و n^i بردار عمود بر گره بر روی سطح تماس می باشد. در این مقاله برای تابع fn یک تابع توانی با یک ضریب ثابت MR به عنوان نرخ تصحیح در نظر گرفته شده است.

$$\Delta^i = MR \times (\tilde{\sigma}^i / \tilde{\sigma}^{\max})^2 n^i \quad (18)$$

می توان رابطه (۱۸) را با استفاده از نسبت $\tilde{\sigma}^{\min} / \tilde{\sigma}^{\max}$ برای فیلتر کردن افزایش طول های غیر ضروری به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\Delta^i = MR \times \left(\frac{\tilde{\sigma}^i}{\tilde{\sigma}^{\max}} - \frac{\tilde{\sigma}^{\min}}{\tilde{\sigma}^{\max}} \right)^2 n^i \quad (19)$$

برای بالا بردن بازده محاسبات، تصحیح طول المان فاصله می تواند در دو جهت صورت بگیرد. افزایش فاصله برای گره ها با تنش بالاتر و کاهش آن برای گره ها با تنش پایین تر (روش تکاملی دو طرفه)، که می توان نرخ اصلاح برای آن را به صورت زیر بیان نمود.

$$\Delta^i = MR \times \text{sgn}(\tilde{\sigma}^i - \tilde{\sigma}^{avg}) \left| \frac{\tilde{\sigma}^i - \tilde{\sigma}^{avg}}{\tilde{\sigma}^{avg}} \right| n^i \quad (20)$$

به طوری که $\tilde{\sigma}^{avg}$ میانگین تنش های معیار گره های تماس است. بر اساس روابط (۱۹) و (۲۰) تابع فاصله و متناظر آن مختصات گره های بین سطوح تماس را می توان به صورت زیر اصلاح نمود (شکل ۲).

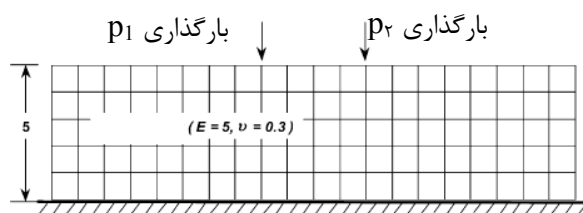
$$g_k^i = g_{k-1}^i + \Delta_k^i \quad (21)$$

$$x_k^i = x_{k-1}^i + \Delta_k^i \quad (22)$$

اندیس k ام شماره مرحله فرایند تکاملی و g_k^i بردار فاصله و x_k^i مختصات برای گره i ام در مرحله k ام فرایند بهینه سازی می باشد.

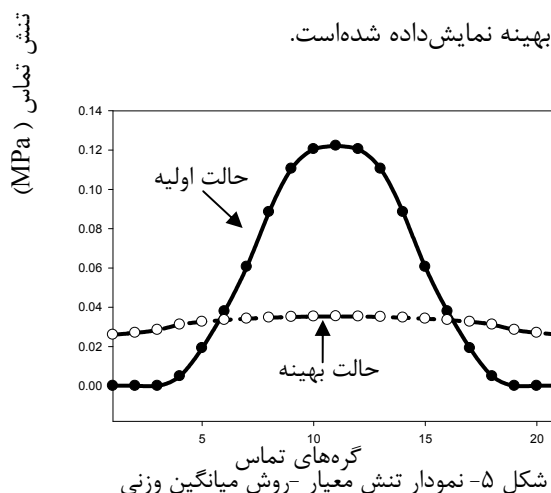
۵- ارائه مثال

برای بررسی کارایی روش ارائه شده، در این بخش به حل مثال جهت یافتن شکل بهینه سطح تماس برای سازه تحت بارگذاری چندگانه پرداخته شده است. یک صفحه مستطیل شکل الاستیک بر روی تکیه‌گاه صلب تحت دو بارگذاری مجزای $p_1=1N$ و $p_2=1N$ مطابق شکل ۴ در نظر گرفته شده است. برای یافتن شکل بهینه سطح تماس، مقدار ضریب تصحیح برابر با $MR=0.02$ و مقادیر $w_1=0.5$ و $w_2=0.5$ برای ضرایب وزنی در نظر گرفته شده است. در روش میانگین وزنی از میانگین تنش تحت دو بارگذاری p_1 و p_2 به عنوان معیاری برای تصحیح تابع فاصله استفاده شده است. در نظر گرفتن ضرایب وزنی با مقادیر برابر به آن معنا است که اهمیت دو بارگذاری برای این مثال یکسان منظور شده است.



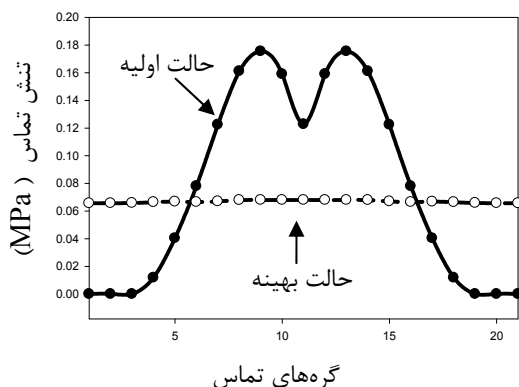
شکل ۴- طرح اولیه تماس جسم الاستیک با تکیه‌گاه صلب [۱۱]

در شکل های ۵ و ۶ به ترتیب تنش معیار با استفاده از روش میانگین وزنی و روش تنش بیشینه در حالت اولیه و حالت بهینه نمایش داده شده است.



شکل ۵- نمودار تنش معیار - روش میانگین وزنی

همان طوری که مشاهده می‌شود منحنی سهمی گون تنش معیار در حالت اولیه به منحنی تقریباً یکنواخت در حالت بهینه رسیده است. با مقایسه مقادیر دو حالت اولیه و بهینه می‌توان مشاهده نمود که در طی فرآیند بهینه‌سازی، هم مقدار بیشینه تنش کاهش چشم‌گیری داشته هم توزیع تنش در سطح تماس یکنواخت شده است.



شکل ۶- نمودار تنش معیار - روش تنش بیشینه

بیشینه تنش تماس در حالت بهینه نسبت به حالت اولیه برای روش میانگین وزنی حدود ۷۰ درصد کاهش یافته است به طوری که این کاهش برای روش مشابه (تنش بیشینه) ۶۳ درصد می‌باشد. در جدول ۱ مقایسه‌ای میان نتایج حاصل از روش ESO [۱۱] و BESO آورده شده است. همان طوری که مشاهده می‌شود تنش بهینه برای حالت (BESO/میانگین وزنی) نسبت به حالت (ESO/میانگین وزنی) ۳۰ درصد کاهش داشته است و برای حالت (BESO/تنش بیشینه) نسبت به (ESO/میانگین وزنی) مقدار ۱۸ درصد کاهش را نشان می‌دهد. این کاهش تنش تماس در حالی است که تعداد مراحل بهینه‌سازی در روش BESO یک کاهش ۳۹ درصدی نسبت به روش ESO داشته است.

جدول ۱- مقایسه نتایج حاصل از روش‌های ESO و BESO

روش بهینه‌سازی		ESO [۱۱]	BESO
تنش تماس (MPa)	میانگین وزنی	۰/۰۵	۰/۰۳۵
	تنش بیشینه	۰/۰۸	۰/۰۶۵
تعداد گام‌ها		۳۰۰	۱۸۳

۶- نتیجه گیری

با بررسی نتایج این مقاله و مقایسه آن نسبت به مطالعات گذشته می‌توان نتایج زیر را گرفت:

در روش بهینه‌سازی تکاملی دو طرفه سازه‌ها، چون امکان افزایش و کاهش طول المان‌های فاصله به طور هم‌زمان وجود دارد، سرعت همگرایی به جواب بهینه نسبت به روش تکاملی سازه‌ها بیشتر می‌باشد.

به‌کارگیری روش بهینه‌سازی تکاملی دوطرفه سازه‌ها موجب رسیدن به جواب بهینه بهتری نسبت به روش‌های گذشته می‌شود.

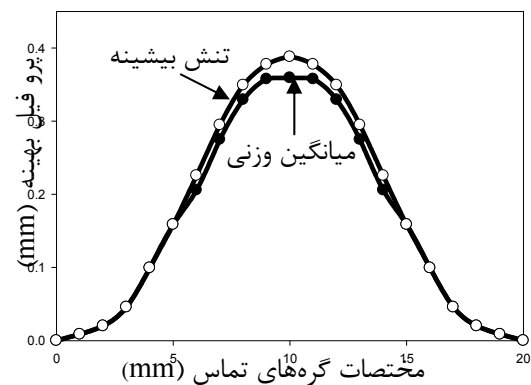
به‌کارگیری المان فاصله با تقریب خوبی می‌تواند برای مدل‌سازی تماس مورد استفاده قرارگیرد.

روش میانگین وزنی نسبت به روش مشابه تنش بیشینه برای حالت بارگذاری چندگانه دارای کارایی بالاتری می‌باشد زیرا که تمام بارگذاری‌های مسئله در رسیدن به جواب بهینه نقش ایفا می‌کنند ولی تنش تماس پروفیل روش تنش بیشینه یکنواخت‌تر است.

۷- تقدیر و تشکر

نویسندگان این مقاله از دفتر استعدادهای درخشان دانشگاه سمنان به خاطر حمایت‌های بی‌دریغش تشکر و قدردانی می‌نمایند.

شکل ۷ شکل‌های بهینه تماس با استفاده از روش BESO براساس تنش معیار با روش میانگین وزنی و تنش بیشینه را نشان می‌دهد. با مقایسه این دو نمودار می‌توان مشاهده کرد که پروفیل بهینه تماس با استفاده از دو روش میانگین وزنی و تنش بهینه با یکدیگر متفاوت بوده است. علت این اختلاف، تفاوت این روش‌ها در محاسبه تنش معیار جهت رسیدن به جواب بهینه می‌باشد. باتوجه به شکل ۷ حداکثر نمودار سهمیگون برای روش تنش بیشینه مقدار ۹ درصد بالاتر نسبت به حداکثر روش میانگین وزنی است.



شکل ۷- شکل بهینه سطح تماس با استفاده از BESO

مراجع

- [1] Xie, Y.M., Steven, G.P. (1997). "Evolutionary structural optimization". Springer-Verlag, Berlin.
- [2] Abolbashi, M.H., Keshavarzmanesh, Sh. (2006). "On various aspects of application of the evolutionary structural optimization method for 2D and 3D continuum structures". Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 42, No. 6, pp. 478-491,
- [3] Manickarajah, D., Xie, M., Steven, G. (2000). "Optimization of columns and frames against buckling", Comput. Struct, Vol. 75, No. 1, pp. 45-54.
- [4] Huang, X., Zuo, Z.b.H., Xie, Y.M. (2010). "Evolutionary topological optimization of vibrating continuum structures for natural frequencies". Comput. Struct, Vol. 88, pp. 357-364.
- [5] Huang, X., Xie, Y.M. (2008). "Topology optimization of nonlinear structures under displacement loading". Engineering Structures, Vol. 30, pp. 2057-2068.
- [6] Gao, T., Zhang, W.H., Zhu, J.H., Xu, Y.J., Bassir, D.H. (2008). "Topology optimization of heat conduction problem involving design dependent heat load effect". Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 44, No. 14, pp. 805-813.

- [7] Ghaffarianjam, H.R., Abolbashari, M.H. (2010). "Performance of the evolutionary structural optimization-based approaches with different criteria in the shape optimization of beams". *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 46, pp. 348–356.
- [8] Querin, O., Steven, G., Xie, M. (2000). "Evolutionary structural optimization using an adaptive algorithm". *Finite Element Anal*, Vol. 34, No. 3, pp. 291-308.
- [9] Querin, O., Steven, G., Xie, M. (1998). "Evolutionary structural optimization (ESO) using bi-directional algorithm". *Engineering Computations*, Vol. 15, No. 8, pp. 1031-1048.
- [10] Li, W., Li, Q., Steven, G.P., Xie, Y.M. (2003). "An evolutionary approach to elastic contact optimization of frame structures. *Finite elements in analysis and design*", Vol. 40, No. 1, pp. 61-81.
- [11] Li, W., Li, Q., Steven, G.P., Xie, Y.M. (2005). "An evolutionary shape optimization for elastic contact problems subject to multiple load cases". *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 194, No. 30, pp. 3394-3415.
- [12] Li, W., Steven, G.P., Xie, Y.M. (2001). "Shape design for two- and three-dimensional contact problems using an evolutionary method". *Int. J. Comput. Eng. Sci.*, Vol. 2, pp. 181–198.
- [13] Ghoddosian, A., Bamdad, M., Shahani, R. (2006). "Optimal shape of contact problem in 2D by evolutionary method and neural network". *Proceedings of the 14th annual conference on Mechanical engineering*, Esfahan University, Esfahan, Iran.
- [14] Ghoddosian, A., Sheikhi, M., Rostami, M.R. (2011). "Investigation of efficiency for Bi-directional Evolutionary Structural Shape Optimization for Contact Problems". *Proceedings of the 19th annual conference on Mechanical engineering*, Birjand University.
- [15] Xie, Y.M., Steven, G.P. (1994). "Optimal design of multiple load case structures using an evolutionary procedure". *Engineering computations*, Vol. 11, No. 4, pp. 295–302.
- [16] Hu, X.G., Cheng, H.M., Tao, Y. (2012). "Modified Rejection Ratio for Multiple Load Cases Evolutionary Structural Optimization". *Procedia Engineering*, Vol. 31, pp. 627-633.
- [17] Young, V., Querin, O.M., Steven, G.P., Xie, Y.M., "3D and Multiple Load Case Bidirectional Evolutionary Structural optimization (BESO)". *Structural optimization*, Vol. 18, No. (2-3). pp. 183–192.