

## مطالعه عددی انتقال نانوذرات در جابه‌جایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم با خواص متغیر در یک محفظه مربعی

قنبرعلی شیخزاده<sup>۱،۲\*</sup> و مجید دستمالچی<sup>۱</sup>

۱. گروه حرارت و سیالات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان

۲. پژوهشکده انرژی، دانشگاه کاشان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۸/۰۵ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۱/۰۵/۱۶)

چکیده-

واژگان کلیدی:

---

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: [sheikhz@kashanu.ac.ir](mailto:sheikhz@kashanu.ac.ir)

## Numerical study of nanoparticles transport in natural convection of water- $Al_2O_3$ nanofluid with variable properties in a square enclosure

G. A. Sheikhzadeh<sup>1&2</sup> and M. Dastmalchi<sup>1</sup>

1. Department of of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, University of Kashan,  
2. Energy Research Institute, University of Kashan

**Abstract:** In this numerical study, flow field, heat transfer and nanoparticles transport in  $Al_2O_3$ -water nanofluid natural convection in a square cavity are investigated. The governing equations are discretized using the control volume method. Transport mechanisms including Brownian diffusion and thermophoresis that cause heterogeneity are considered in nanoparticles transport model. It is shown that a better agreement with experimental results is achieved considering the transport model compared to the homogeneous model with equivalent properties. Transport mechanisms of nanoparticles affect buoyancy force and reduce heat transfer and cause formation of a small vortex near the top and bottom walls of the cavity.

**Keywords:** Numerical Study, Transport model, Thermophoresis, Brownian diffusion, Natural convection

		x, y	مختصات با بعد
Nf	نانوسیال		
p	نانوذرات		
T	انتقال		
	<b>بالانویس ها</b>		
-	متوسط		
$c_p$	گرمای ویژه در فشار ثابت		
$C_s$	ثابت بی بعد پارامتر ترموفرسیس		
d	قطر ذرات		
$D_B$	ضریب پخش براونی		
$D_T$	ضریب پخش ترموفرسیس		
g	شتاب گرانش		
h	ضریب انتقال حرارت محلی		
$J_p$	بردار شار ذرات		
k	ضریب هدایت حرارتی		
$k_B$	ثابت بولنتزمن		
L	عرض و ارتفاع محفظه		
$N_{BT}$	نسبت پخش براونی به ترموفرسیس		
			<b>علائم یونانی</b>
		$\alpha$	ضریب پخش گرما
		$\beta$	ضریب انبساط گرمایی
		$\varphi$	کسر حجمی نانوذرات
		$\Phi$	کسر حجمی نسبی
		$\mu$	ویسکوزیته دینامیک
		$\rho$	دانسیته ( $kg/m^3$ )
		$\Theta$	دمای بی بعد
		$\nu$	ویسکوزیته سینماتیک
		$\psi$	تابع جریان جرمی با بعد
		$\Psi$	تابع جریان جرمی بی بعد
			<b>زیرنویس ها</b>
		0	دمای مرجع
		b	بالک
		C	سرد
		f	سیال پایه
		H	گرم، همگن

Nu	عدد ناسلت	$S_T$	پارامتر ترموفریسیس
n	بردار نرمال	T	دمای با بعد
P	فشار	u,v	مؤلفه‌های سرعت
Pr	عدد پرانتل	U,V	سرعت‌های بدون بعد
Ra	عدد رایلی	X,Y	مختصات بدون بعد
Re	عدد رینولدز نانوذرات		

## ۱- مقدمه

عملکرد بالای خنک کاری، یکی از نیازهای حیاتی بسیاری از صنایع است. ضریب هدایت گرمایی پایین یکی از محدودیتهای اولیه برای افزایش کارآمدی سیالات رایج در سیستمهای حرارتی است. هدایت گرمایی این گونه سیالات را می‌توان با افزودن نانوذرات به آنها افزایش داد. سیال مخلوط حاصل، نانوسیال نام گرفته که از سوسپانسیون کردن نانوذرات با اندازه متوسط زیر ۱۰۰ نانومتر در سیالات پایه مانند آب، روغن و اتیلن گلیکول ساخته می‌شود. محققان زیادی [۱-۳] بیان کرده‌اند که با افزودن نانوذرات با کسر حجمی کم (۱٪ تا ۵٪) می‌توان ضریب هدایت گرمایی نانوسیال را تا حدود ۲۰٪ افزایش داد. اگرچه هدایت گرمایی بالا یک عامل دلگرم کننده است، اما دلیلی برای افزایش ظرفیت خنک‌کاری چنین سیالی نیست. برای اطمینان از افزایش ظرفیت خنک‌کاری نانوسیالات، عملکرد آنها در شرایط جابه‌جایی باید به اثبات برسد.

مدلهای متعددی برای بررسی گرمای جابه‌جایی نانوسیال ارائه شده است که در قالب مدل همگن، مدل ناهمگن و مدل پراکندگی قابل تقسیم است. در مدل همگن فرض می‌شود که نانوسیالات مانند یک سیال معمولی رفتار می‌کند و تمام معادلات معمول حاکم بر جریان سیال شامل بقای جرم، ممنت و انرژی با در نظر گرفتن خواص معادل برای نانوسیال استفاده می‌شود. اکثر محققان از مدل همگن برای مطالعه جریان نانوسیال استفاده کرده‌اند.

خانافر و همکاران [۴] به بررسی نانوسیال آب-اکسید مس در یک محفظه مربعی پرداخته‌اند. آنها گزارش کردند که انتقال

گرمایی با افزایش درصد حجمی نانوذرات در هر عدد گراشف افزایش می‌یابد. جو و تزدنگ [۵] و ازتپ و ابوندا [۶] نیز نتایج مشابه خانافر و همکاران را به دست آوردند. ابوندا و همکاران [۷] نانوسیال با خواص متغیر در یک محفظه را مطالعه کردند. آنها دریافتند که برای نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم با افزایش درصد حجمی نانوذرات، عدد ناسلت در رایلی‌های بالا کاهش و در رایلی‌های پایین افزایش می‌یابد. شیخ‌زاده و همکاران [۸] جابه‌جایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید مس را در محفظه مربعی با وجود منبع گرم و سرد روی دیواره‌های عمودی به صورت عددی بررسی کردند و گزارش کردند که انتقال گرما با افزایش کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. شیخ‌زاده و محمودی [۹] جابه‌جایی طبیعی به وجود آمده از دو و سه جفت جزء سرد و گرم قرار گرفته بر روی دیواره‌های محفظه مربعی پر شده از نانو سیال آب-نقره را بررسی کردند. آنها به این نتیجه رسیدند که انتقال گرما با تعداد گردابه‌ها درون محفظه افزایش می‌یابد و تأثیر استفاده از نانوسیال بر افزایش انتقال گرما، بیشتر از تأثیر چند سلولی بودن ساختار جریان است.

مطالعات تجربی نشان می‌دهند که مدل همگن برای پیش بینی انتقال گرمای نانوسیال مناسب نیست. پوترا و همکاران [۱۰] جابه‌جایی طبیعی دو نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم و آب-اکسید مس در یک استوانه افقی را به صورت گرمایی تجربی مورد مطالعه قرار دادند. آنها دریافتند که عدد ناسلت در این نانوسیال‌ها با افزایش کسر حجمی نانوذرات کاهش می‌یابد. ون و دینگ [۱۱] به بررسی تجربی انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم بین دو دیسک پرداختند و

همان نتایج پوترا و همکاران [۱۰] را به دست آوردند. هو و همکاران [۱۲] به بررسی تجربی جابه‌جایی آزاد نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در سه نوع محفظه مربع شکل با ابعاد مختلف به همراه اندازه‌گیری تجربی کلیه خواص ترموفیزیکی نانوسیال پرداختند و اظهار داشتند که افزایش یا کاهش غیر عادی انتقال گرما را تنها با خواص ترموفیزیکی نانوسیال به طور ساده نمی‌توان توضیح داد. آنها دلایل ممکن برای این رفتار غیر عادی را مورد بحث و بررسی قرار دادند و توضیح دادند که اثر کسر حجمی متغیر که بر اثر انتقال نانوذرات به وجود می‌آید در جابه‌جایی طبیعی نانوسیال می‌تواند مهم باشد.

مکانیزمهای متعددی مانند حرکت براونی و ترموفورسیس برای انتقال ذرات در سوسپانسیون وجود دارد. حرکت براونی پس از تحقیقات گیاه‌شناس، رابرت براون، بدین نام خوانده شد و حرکت تصادفی ذرات در سیال است [۱۳]. گرادیان دما می‌تواند با فرایندی بنام ترموفورسیس یا پخش گرمایی یا سورت باعث شار جرمی شود. این پدیده برای اولین بار توسط جان تیندال [۱۴] در سال ۱۸۷۰ مشاهده و گزارش شد. گرادیان کسر حجمی می‌تواند انتقال گرمایی به نام گرمای پخشی یا اثر دوفور تولید کند. اثر دوفور معمولاً کوچک و صرف نظرپذیر است [۱۵].

بونجیورنو [۱۶] هفت نوع مکانیزم انتقال نانوذرات که باعث لغزش میان نانوذرات و سیال پایه می‌شود را معرفی کرد و با استفاده از تحلیل ابعادی و مقایسه زمانهای نفوذ نشان داد که ترموفورسیس و حرکت براونی از اهمیت بیشتری نسبت به سایر مکانیزمها برخوردار است. او به صورت تحلیلی افزایش غیرعادی عدد ناسلت در جابه‌جایی اجباری نانوسیال را در یک کانال بررسی کرد و توضیح داد که افزایش انتقال گرمای جابه‌جایی در اثر کاهش ویسکوزیته در اثر انتقال نانوذرات در لایه مرزی به وجود می‌آید. بونجیورنو اثر دوفور را بر انتقال گرما مورد بررسی قرار نداد و نتیجه‌گیری کرد که پراکندگی نانوذرات که به صورت یک جمله به معادله انرژی اضافه می‌شود، اثری بر انتقال گرما ندارد.

پاکروان و یعقوبی [۱۷] مکانیزمهای مختلف انتقال نانوذرات

یعنی حرکت براونی، ترموفورسیس و دوفور برای انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی نانوسیال را به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که اثر دوفور انتقال گرما را نسبت به مدل همگن کاهش می‌دهد. آنان با مقایسه داده‌های تجربی و مقادیر تخمینی برای عدد ناسلت سازگاری خوبی را گزارش کردند. آنها بعضی از اثرات مانند جابه‌جایی طبیعی دوگانه (ناشی از پخش گرما و جرم) و تغییر خواص ناشی از وجود گرادیان کسر حجمی را در نظر نگرفتند.

مکانیزمهای انتقال ذرات در مسائل مختلف انتقال گرما و جرم برای سیالات مختلف بررسی شده است. ویور و ویسکانتا [۱۸] انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی و انتقال جرم یک مخلوط برای یک مخلوط دوتایی در یک محفظه را مورد مطالعه قرار دادند. آنان به این نتیجه رسیدند که ترموفورسیس و دوفور انتقال گرما را افزایش می‌دهند، ولی به علامت ضریب دوفور بستگی دارد. نیشادوی و بانگ [۱۹] به بررسی انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی دوگانه در یک محفظه مربعی با منابع گرمایی همراه با تأثیر سورت و دوفور پرداختند. آنها به این نتیجه رسیدند که برای حالتی که غلظت دیوار گرم کمتر از دیوار سرد است، ترموفورسیس انتقال گرما را کاهش و دوفور انتقال گرما را افزایش می‌دهد.

در کار حاضر، اثرات ترکیبی مکانیزمهای انتقال نانوذرات شامل حرکت براونی و ترموفورسیس تحت عنوان مدل انتقال در جابه‌جایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در یک محفظه مربعی به صورت عددی بررسی می‌شود. این مکانیزمها قبلاً در مراجع [۱۶-۱۸] به صورت تحلیلی بررسی شده و در منابع علمی قابل دسترس به صورت عددی مورد مطالعه قرار نگرفته است. نتایج عددی با داده‌های تجربی هو و همکاران [۱۲] مقایسه و توانایی مدل انتقال در پیشگویی رفتار جابه‌جایی آزاد نانوسیال بررسی می‌شود.

## ۲- خواص نانوسیال

تاکنون مطالعات زیادی در مورد ارزیابی خواص نانوسیالات

خطای ۱/۸۶٪ برای هدایت گرمایی ارائه داد:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 4.4Re^{0.4}Pr^{0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}}\right)^{10} \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.03} \phi^{0.66} \quad (3)$$

در اینجا Re و Pr به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Pr = \frac{\mu_f}{\rho_f \alpha_f} \quad (4)$$

$$Re = \frac{2\rho_f k_B T}{\pi \mu_f^2 d_p} \quad (5)$$

مدل کورشیونه در محدوده وسیعی از نانوذرات شامل اکسید آلومینیوم، اکسید مس، اکسید تیتانیوم و مس، سیالات پایه شامل آب و اتیلن گلیکول، قطر نانوذرات در محدوده ۱۰nm تا ۱۵۰nm، کسر حجمی در محدوده ۰/۰۰۲ تا ۰/۰۹ و دما در محدوده ۲۹۴K تا ۳۲۴K ارائه شده است.

مدل کورشیونه برای ویسکوزیته به این صورت است:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = \frac{1}{1 - 34.87(d_p/d_f)^{-0.3} \phi^{1.03}} \quad (6)$$

ویسکوزیته سیال پایه (آب) متغیر با دما فرض می‌شود و از برازش منحنی بر داده‌های تجربی [۲۸] مطابق معادله زیر به دست می‌آید:

$$\mu_f = 562.77 (\ln(T + 62.756))^{-8.9137} \quad (7)$$

مدل کورشیونه برای ویسکوزیته در محدوده وسیعی از نانوذرات شامل اکسید آلومینیوم، اکسید سیلیسیم، اکسید تیتانیوم و مس، سیالات پایه شامل آب و اتیلن گلیکول، پروپیلن گلیکول و اتانول، قطر نانوذرات در محدوده ۲۵nm تا ۲۰۰nm، کسر حجمی در محدوده ۰/۰۰۰۱ تا ۰/۰۷۱ و دما در محدوده ۲۹۳K تا ۳۳۳K ارائه شده است.

در شکل (۱) ضریب هدایت گرمایی نانوسیال بر حسب دما برای کسر حجمی‌های مختلف با استفاده از مدل کورشیونه [۲۷] و داده‌های تجربی هو و همکاران [۱۲] و مدل‌های کلاسیک بر حسب دما در کسر حجمی‌های مختلف مقایسه شده است. این شکل تطابق نسبتاً خوبی بین مدل کورشیونه و داده‌های آزمایشگاهی هو و همکاران نشان می‌دهد. شکل (۱-الف) نشان می‌دهد که مدل ماکسول حتی در دمای اتاق نیز هدایت

برحسب خواص سیال پایه و نانوذرات انجام و مدل‌های متعددی ارائه شده است. هو و همکاران [۱۲] به صورت آزمایشگاهی خواص ترموفیزیکی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم را اندازه گرفته‌اند. آنها از نانوذراتی با اندازه ۳۳ نانومتر و آب بسیار خالص به عنوان سیال پایه استفاده کردند و کلیه خواص ترموفیزیکی شامل اندازه نانوذرات، ویسکوزیته دینامیکی، هدایت گرمایی و دانسیته را به صورت تابعی از دما و همچنین کسر حجمی نانوذرات اندازه‌گیری کردند.

دانسیته نقش بسیار مهمی در انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی دارد. زیرا منشاء جابه‌جایی طبیعی نیروی شناوری و گرادیان چگالی است. خانافر و وفایی [۲۰] یک معادله برای دانسیته نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم با استفاده از داده‌های تجربی هو و همکاران به صورت تابعی از دما و کسر حجمی نانوذرات ارائه کردند:

$$\rho_{nf} = 1001.064 + 2738.6191\phi - 0.2095T \quad (1)$$

این معادله برای کسر حجمی در محدوده ۰ تا ۰/۰۴ و دما در محدوده ۵ تا ۴۰ درجه سانتیگراد ارائه شده است.

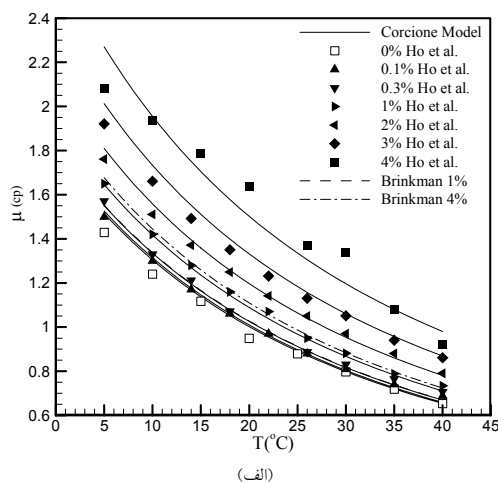
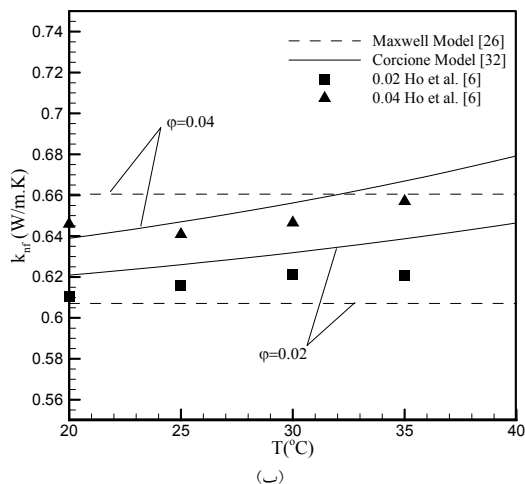
گرمای ویژه نانوسیال با فرض تعادل گرمایی بین نانوذرات و سیال پایه به صورت زیر تعیین می‌شود [۲۰]:

$$(c_p)_{nf} = \frac{(1-\phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_p}{(1-\phi)(\rho)_f + \phi(\rho)_p} \quad (2)$$

این مدل تطابق خوبی با داده‌های تجربی دارد.

داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مدل‌های کلاسیک مانند مدل ماکسول [۲۱] و همیلتون [۲۲] کروسر برای ارزیابی هدایت گرمایی و مدل ایستین [۲۳] و [۲۴] و بریکمن [۲۵] و بچلر [۲۶] برای ارزیابی ویسکوزیته از دقت مناسبی برخوردار نیستند؛ چراکه این مدل‌ها مکانیزم‌های مهم انتقال گرما مانند حرکت براونی را به حساب نمی‌آورند. این مدل‌ها تنها اثر غلظت نانوذرات را شامل می‌شوند و دما و قطر ذرات را شامل نمی‌شوند.

کورشیونه [۲۷] با استفاده از تحلیل رگرسیونی بر محدوده وسیعی از داده‌های آزمایشگاهی معتبر، مدل تجربی زیر را با



شکل ۱- (الف) تغییرات ویسکوزیته برحسب دما: مقایسه بین مدل کورشیونه برای درصدهای حجمی ۰ تا ۰.۴٪ (خطوط پر به ترتیب از پایین به بالا) با داده‌های تجربی هو و همکاران [۱۲] (نقاط) و مدل برینکمن (خط چین و خط نقطه)  
 (ب) تغییرات هدایت گرمایی برحسب دما: مقایسه بین مدل کورشیونه برای درصدهای حجمی ۰.۰۲٪ و ۰.۰۴٪ (خطوط پر به ترتیب از پایین به بالا) با داده‌های تجربی هو و همکاران [۱۲] (نقاط) و مدل ماکسول (خط چین)

همکاران [۷] نیز بررسی شده است.

خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات در دمای ۲۹۵ کلوین در جدول (۱) [۲۹] نشان داده شده است.

### ۳- مکانیزم‌های انتقال

حرکت اتفاقی نانوذرات در سیال پایه حرکت براونی نامیده می‌شود، و از برخورد مداوم بین نانوذرات و مولکولهای سیال پایه ناشی می‌شود. حرکت براونی در مقیاس میکروسکوپی به شار پخش در مقیاس ماکروسکوپی می‌انجامد. ضریب نفوذ براونی،  $D_B$ ، با استفاده از قانون استوکس محاسبه می‌شود [۱۶]:

$$D_B = \frac{k_B T}{3\pi\mu_f d_p} \quad (۸)$$

پدیده‌ای که در آن ذرات به واسطه گرادیان دما تحت تاثیر نیروی ترموفرتیک انتقال می‌یابند، ترموفرسیس نامیده می‌شود. ایتکن [۳۰] با انجام یک سری آزمایشات ثابت کرد که ذرات باید از سطح گرم توسط اختلاف بمباران مولکولهای گاز در اثر گرادیان دما دور شوند. سیال در حال حرکت نزدیک سطح داغ انرژی جنبشی

جدول ۱- خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات [۲۹].

خواص ترموفیزیکی	آب	اکسید آلومینیوم
$c_p$ (J/kg.K)	۴۱۷۹	۷۶۵
$\rho$ (m)	۹۹۷/۸	۳۹۷۰
K(W/m.K)	۰/۵۹	۴۰
$\beta \times 10^4$ (1/K)	۲/۳	۰/۸۵
$d_p \times 10^9$ (m)	۰/۳۸۴	۳۳

گرمایی نانوسیال را به درستی پیش بینی نمی‌کند. شکل (۱-ب) نشان می‌دهد که مدل برینکمن تنها در کسر حجمی‌های کوچک (در حدود ۰/۰۰۱) ویسکوزیته را درست پیش بینی می‌کند. ویسکوزیته نانوسیال نقش کلیدی در پیش‌بینی انتقال گرمای نانوسیال دارد. با توجه به اینکه مدل برینکمن ویسکوزیته نانوسیال را مقدار کمتری پیش‌بینی می‌کند دلیل اختلاف انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی در مراجع [۴-۸] استفاده از مدل‌های کلاسیک برای ویسکوزیته است. اختلاف مدل‌های کلاسیک و خواص متغیر در انتقال گرما توسط ابوندا و

نانوسیال به عنوان مخلوط دو جزیی فرض می شود و پیوسته، مخلوط رقیق، نیوتنی با خواص فیزیکی متغیر با دما و کسر حجمی در نظر گرفته می شود. دانسیته نانو سیال به صورت متغیر و بدون استفاده از تقریب بوزینسک در نظر گرفته می شود. از کار تراکم و پراکنندگی و تلفات لزجی در معادله انرژی چشم پوشی و هدایت گرمایی با قانون فوریه بیان می شود. همچنین نانو ذرات در تعادل گرمایی با سیال پایه هستند و هیچ نیروی خارجی، منبع گرمایی، واکنش شیمیایی و انتقال گرمای تابشی در این مسئله وجود ندارد.

متغیرهای بی بعد به صورت زیر تعریف می شوند:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{u}{\alpha_{f0}/L}, V = \frac{v}{\alpha_{f0}/L} \quad (3)$$

$$\theta = \frac{T - T_C}{\Delta T}, \Psi = \frac{\psi}{\rho_{nf} \alpha_{f0}}, \Phi = \frac{\phi}{\phi_b}$$

با توجه به اینکه دانسیته نانو سیال با دما و کسر حجمی متغیر است، مقدار تابع جریان به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\rho_{nf} u = - \frac{\partial \psi}{\partial y} \Rightarrow \psi(x, y) = - \int \rho_{nf} u dx + \psi_0 \quad (13)$$

اعداد بی بعد به صورت زیر تعریف می شوند:

$$Ra = \frac{g \beta_{f0} \Delta T L^3}{\alpha_{f0} \nu_{f0}} \quad (14)$$

$$Nu = \frac{hL}{k_f}, \bar{Nu} = \frac{\bar{h}L}{k_f} \quad (15)$$

که در آن  $h$  از معادله زیر محاسبه می شود:

$$h = \frac{-k_{nf} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0}}{\Delta T} \quad (16)$$

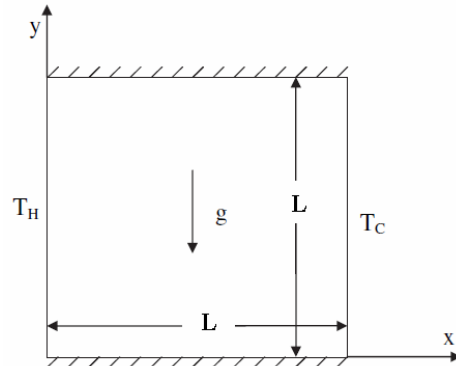
و ضریب جابه جایی متوسط از انتگرال گیری ضریب جابه جایی موضعی در طول دیوار مطابق رابطه زیر به دست می آید.

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h dy \quad (17)$$

نسبت نفوذ براونی به ترموفورسیس به صورت زیر تعریف می شود:

$$N_{BT} = \frac{\phi_b D_B}{D_T \Delta T} = \frac{K_B \rho_f}{3\pi S_T \mu_f^2 d_p} \frac{T^2}{\Delta T} \quad (18)$$

معادلات حاکم با فرض متغیر بودن خواص نوشته می شود.



شکل ۲- هندسه مسئله و شرایط مرزی

بیشتری نسبت به سیال در حال حرکت نزدیک سطح سرد دارند، که منجر به یک نیروی خالص روی ذرات می شود. این نیروی خالص نیروی ترموفوریتیک نامیده می شود [۳۱].

برای نانو ذرات در محدوده ۰ تا ۱۰۰ نانومتر عدد نادسن نسبتاً کوچک است و فرض پیوستگی منطقی است. به این ترتیب ضریب ترموفورسیس را می توان به صورت زیر محاسبه کرد [۱۶]:

$$D_T = S_T \frac{\mu_f}{T \rho_f} \phi \quad (2)$$

که  $S_T$  پارامتر ترموفورسیس بوده و برای سوسپانسیون (مخلوط) ذرات در اندازه میکرون از معادله (۱۰) محاسبه می شود. پارامتر ترموفورسیس فقط به هدایت گرمایی ذرات و سیال پایه بستگی دارد. متأسفانه هنوز اطلاعات کاملی در مورد پارامتر ترموفورسیس نانو سیال در دسترس نیست.

$$S_T = C_s \frac{1}{1 + k_p / 2k_f} \quad (10)$$

شار جرمی نانو ذرات را می توان مجموع شار جرمی در اثر ترموفورسیس و حرکت براونی نوشت:

$$j_p = -D_B \nabla \phi - D_T \nabla T \quad (11)$$

#### ۴- معادلات حاکم و شرایط مرزی

شکل (۲) نمودار شماتیک هندسه حل و شرایط مرزی را نشان می دهد. ارتفاع و عرض محفظه  $L$  است. دیوار سمت چپ گرم و در دمای ثابت  $T_H$  و دیوار سمت راست سرد و در دمای  $T_C$  است. دیوار بالایی و پایینی عایق است.

جدول ۲- مقایسه عدد ناسلت متوسط برای شبکه‌های مختلف

نقاط شبکه	$\bar{Nu}$
۱۸۱×۱۸۱	۷/۰۱۵
۱۹۱×۱۹۱	۷/۳۶۴
۲۰۱×۲۰۱	۷/۹۶۶
۲۱۱×۲۱۱	۷/۹۶۲

معادله پیوستگی برای نانوسیال به صورت زیر است:

$$\frac{\partial(\rho_{nf} u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf} v)}{\partial y} = 0 \quad (19)$$

معادله ممتوم برای نانوسیال به صورت زیر است [۲۸]:

$$\rho_{nf} \left[ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu_{nf} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu_{nf} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (20)$$

$$\rho_{nf} \left[ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right] = -\frac{\partial}{\partial y} \left[ 2\mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu_{nf} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_{nf} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial p}{\partial y} - \rho_{nf} g \quad (21)$$

و معادله انرژی عبارتست از [۲۸]:

$$\left( \rho c_p \right)_{nf} \left[ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (22)$$

معادله انتقال ذرات بر اساس بقای جرم ذرات و با توجه به

رابطه (۱۱) به صورت زیر است [۱۶]:

$$u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( D_B \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_B \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] + \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( D_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_T \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] \quad (23)$$

معادله بالا بیانگر این است که نانوذرات می‌توانند به صورت همگن توسط جابه‌جایی (جمله سمت چپ) در نانوسیال انتقال یابند. همچنین نانوذرات توسط نفوذ براونی (جمله اول سمت

راست) و ترموفورسیس (جمله دوم سمت راست) در نانوسیال انتقال می‌یابند.

شرایط مرزی برای معادلات (۱۹) تا (۲۳) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} x = L, v = u = 0, T = T_C, j_p \cdot n = 0 &\Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{D_T}{D_B} \frac{\partial T}{\partial x} \\ x = 0, v = u = 0, T = T_H, j_p \cdot n = 0 &\Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{D_T}{D_B} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (24) \\ y = 0, y = L, v = u = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, j_p \cdot n = 0 &\Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \end{aligned}$$

### ۵- حل عددی

معادلات حاکم و شرایط مرزی مربوطه به صورت عددی و با استفاده از روش حجم کنترل و تهیه یک برنامه رایانه‌ای به زبان فرترن حل شده است. جمله پخش در معادلات حاکم با استفاده از طرح تفاضل مرکزی مرتبه دو؛ برای تفاضل جمله جابه‌جایی طرح عده توانی به کار رفته است. سیستم شبکه جابه‌جا شده با الگوریتم سیمپلر برای حل مولفه‌های فشار و سرعت اتخاذ شده است. دستگاه معادلات منفصل شده با استفاده از روش تکرار خط به خط و الگوریتم ماتریس سه قطری حل می‌شوند [۳۲]. برای به دست آوردن حل همگرا، ضریب زیر تخفیف ۰/۹ برای معادلات ممتوم و انرژی و ضریب زیر تخفیف از ۰/۵ تا ۰/۴ برای معادله انتقال ذرات به کار گرفته شده است. لازم به ذکر است که با افزایش کسر حجمی نانوذرات از مقادیر کمتر زیر تخفیف برای انتقال نانوذرات استفاده شده است.

### ۵-۱- انتخاب شبکه بهینه

بر اساس آزمایشهای عددی مشخص شد که حل مسئله حساسیت زیادی به تعداد نقاط شبکه داشته و همچنین گرادیان شدید کسر حجمی و گردهای کوچک در نزدیکی دیوارها وجود دارد، لذا انتخاب تعداد نقاط و ضریب انبساط شبکه اهمیت زیادی دارد. چندین ضریب انبساط شبکه مورد آزمایش قرار گرفته و ضریب انبساط ۱/۱۲ در جهت افقی و ۱/۰۵ در



### جدول ۳- عدد ناسلت متوسط در مقادیر مختلف رایلی برای آب خالص با

دانسیته متغیر: مقایسه نتایج حاضر با کار تجربی هو و همکاران [۱۲]

$10^6 \times$ عدد رایلی	کار حاضر	کار تجربی	خطا (%)
۰/۷۶	۸/۲۴	۷/۶۹	۶/۷
۱/۴۲	۹/۸۵	۹/۴۴	۴/۲
۱/۹۳	۱۰/۵۴	۱۰/۳۵	۱/۸
۲/۶۷	۱۱/۴۰	۱۱/۲۸	۱/۱
۳/۳۳	۱۲/۰۹	۱۲/۰۴	۰/۴

### ۶- نتایج و بحث

هو و همکاران [۱۲] یک کار آزمایشگاهی برای بررسی جابه‌جایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه با عرض و ارتفاع ۲۵ میلیمتر و طول ۶۰ میلیمتر انجام دادند. اختلاف دمای دیوار سرد و گرم در محدوده ۲ تا ۱۰ درجه سانتیگراد و عدد رایلی در محدوده  $5/08 \times 10^5$  تا  $3/37 \times 10^6$  تغییر داده شده است. مدل انتقال در مطالعه حاضر با استفاده از داده‌های تجربی هو و همکاران کالیبره شده است. برای پیدا کردن پارامتر ترموفریسیس  $S_T$  در معادله (۹)، نتایج عددی برای نسبت ضریب جابه‌جایی نانوسیال به سیال پایه با چندین مقدار  $S_T$  به دست آمده و با نتایج تجربی هو و همکاران مقایسه شده است. مقدار بهینه  $S_T$  از حداقل قرار دادن خطای نسبی بین نتایج عددی و نتایج تجربی برابر  $0/036$  به دست آمد.

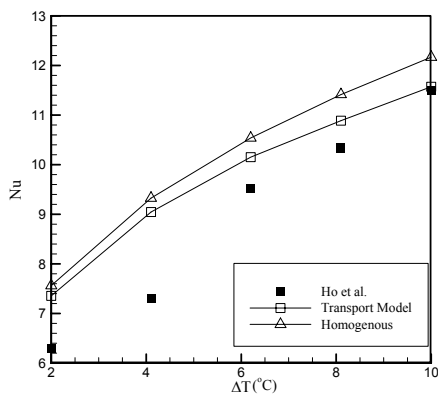
در شکل (۳) تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب اختلاف دما در مقادیر مختلف کسر حجمی نشان شده است. در این شکل نتایج حاصل از مدلسازی عددی با مدل‌های انتقال و همگن و نتایج تجربی مقایسه شده است. خطای بین نتایج عددی و نتایج تجربی در جدول (۴) مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، به جز در اختلاف دمای پایین، تطابق نسبی قابل قبولی بین مدل انتقال و نتایج تجربی وجود دارد و ماکزیمم اختلاف ۹/۶۵٪ است. در حالی که اختلاف مدل همگن و داده‌های تجربی بین ۵/۹ و ۲۶/۶۹٪ است.

شکل (۴) نسبت ضریب جابه‌جایی مدل انتقال و مدل

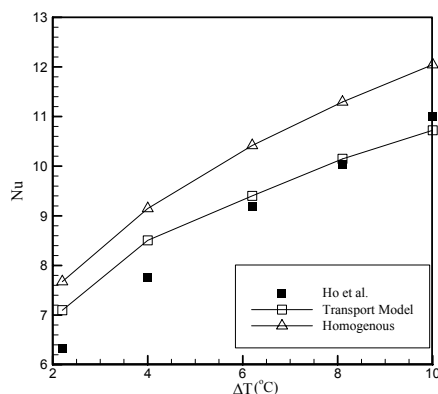
جهت عمودی انتخاب شده است. عدد ناسلت متوسط برای شبکه‌های مختلف با تعداد نقاط  $181 \times 181$  تا  $211 \times 211$  در جدول (۲) مقایسه شده است. لازم به ذکر است که برای شبکه با تعداد نقاط کمتر و بیشتر از محدوده فوق، نتایج قابل قبولی از لحاظ فیزیکی حاصل نشده است. گرادیان کسر حجمینانوذرات نزدیک دیوارهای عمودی چپ و راست شدید است، بنابراین شبکه نزدیک دیوار چپ و راست بسیار ریز و از مرتبه  $10^{-8}$  است. احتمالاً برای شبکه با نقاط بیشتر، اندازه شبکه نزدیک این دیوارها بیش از حد ریز می‌شود و خطای محاسباتی افزایش می‌یابد. ملاحظه می‌شود که در عدد ناسلت از شبکه  $201 \times 201$  تا  $211 \times 211$  تغییر قابل ملاحظه‌ای مشاهده نمی‌شود. با توجه به اینکه دقت نتایج و زمان محاسباتی کمتر نیاز است، شبکه  $201 \times 201$  برای تمام محاسبات انتخاب شده است.

### ۵-۲- بررسی صحت نتایج برای آب

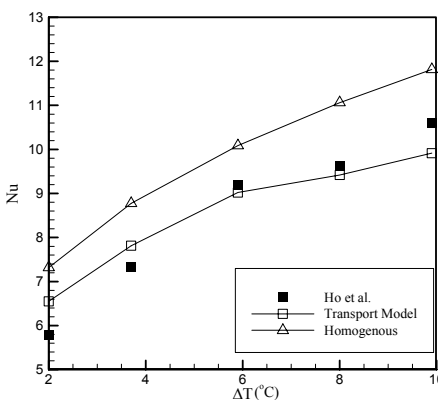
حل عددی برای مدل همگن با مقایسه عدد ناسلت حاصل از کار حاضر برای اعداد رایلی مختلف با داده‌های تجربی هو و همکاران [۱۲] اعتبار سنجی شده است که در جدول (۳) ارائه شده است. مقادیر جدول (۳) نشان می‌دهد که مطابقت خوبی بین کار عددی حاضر و نتایج تجربی وجود دارد و خطای نسبی بین نتایج عددی و تجربی هو و همکاران [۱۲] در محدوده ۰/۴ تا ۶/۷ درصد است.



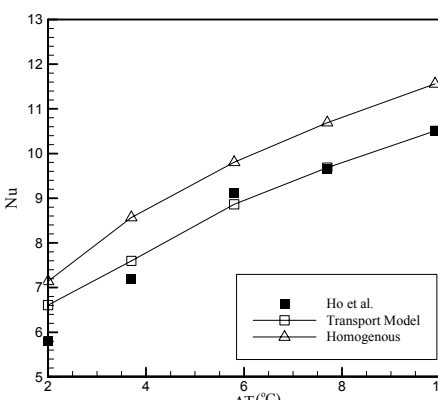
$\phi_b = 0.01$



$\phi_b = 0.02$



$\phi_b = 0.03$



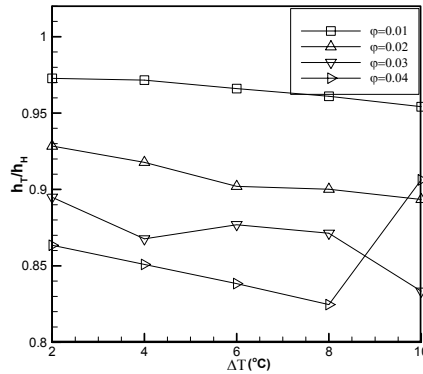
$\phi_b = 0.04$

شکل ۳- تغییرات عدد ناسلت برحسب اختلاف دمای دیوار گرم و سرد برای کسر حجمی‌های مختلف:

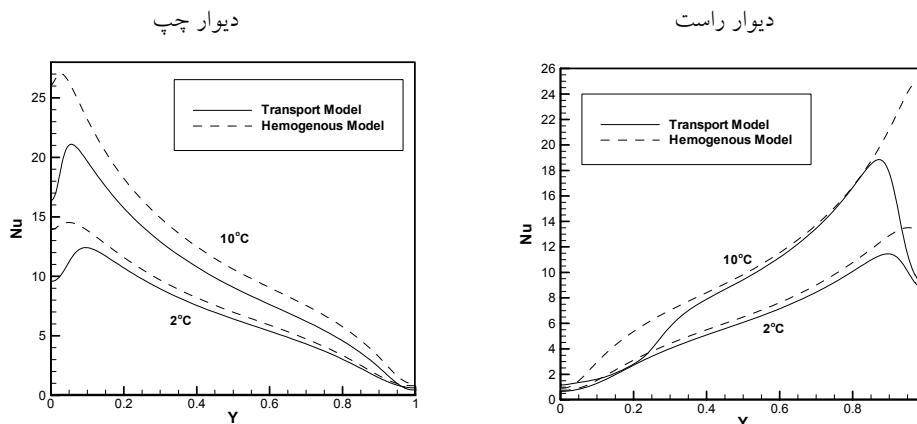
مقایسه مدل انتقال و مدل همگن با نتایج تجربی هو و همکاران [۱۲]

جدول ۴- مقایسه خطای نسبی عدد ناسلت دو مدل انتقال و مدل همگن نسبت به نتایج تجربی هو و همکاران [۱۲]

$\phi_b = 0.01$			$\phi_b = 0.02$			$\phi_b = 0.03$			$\phi_b = 0.04$		
$\Delta T$ °C	مدل انتقال	مدل همگن	$\Delta T$ °C	مدل انتقال	مدل همگن	$\Delta T$ °C	مدل انتقال	مدل همگن	$\Delta T$ °C	مدل انتقال	مدل همگن
۲/۰	۱۷/۰۶	۲۰/۳۳	۲/۲	۱۲/۰۳	۲۱/۱۲	۲/۰	۱۳/۳۸	۲۶/۶۹	۲/۰	۱۳/۶۵	۲۲/۸۴
۴/۱	۲۴/۰۵	۲۷/۸۸	۴/۰	۹/۶۵	۱۷/۹۴	۳/۷	۶/۴۵	۱۹/۵۷	۳/۷	۵/۴۸	۱۸/۹۶
۶/۲	۶/۶۷	۱۰/۷۰	۶/۲	۲/۳۹	۱۳/۴۵	۵/۹	-۱/۷۹	۹/۸۰	۵/۸	-۲/۷۹	۷/۵۲
۸/۱	۵/۳۱	۱۰/۴۲	۸/۱	۱/۲۰	۱۲/۶۲	۸/۰	-۲/۱۹	۱۴/۸۷	۷/۷	۰/۳۹	۱۰/۸۴
۱۰/۰	۰/۷۱	۵/۹۰	۱۰/۰	-۲/۵۸	۹/۴۳	۹/۹	-۶/۵۳	۱۱/۳۸	۹/۹	۰/۰۵	۱۰/۰۵



شکل ۴- تغییرات نسبت ضریب جابه‌جایی متوسط دو مدل انتقال و همگن برحسب اختلاف دما برای کسر حجمی‌های مختلف

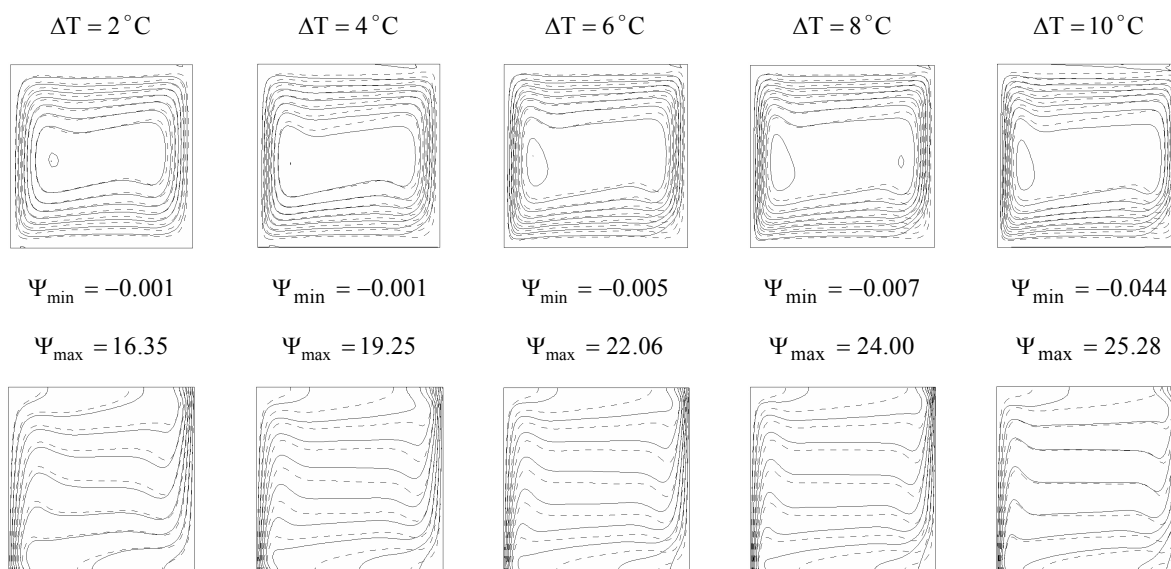


شکل ۵- عدد ناسلت موضعی روی دیوار چپ و راست برای دو مدل انتقال و همگن

همگن با افزایش اختلاف دما زیاد می‌شود. در شکل (۶) خطوط جریان و دما ثابت برای دو مدل انتقال و همگن برای کسر حجمی ۰/۰۳ و اختلاف دماهای ۲ تا ۱۰°C رسم شده است. گردابه‌های کوچکی در خلاف جهت گردابه اصلی در بالا سمت راست و پایین سمت چپ به وجود می‌آید. تابع جریان در این گردابه‌های کوچک منفی و دارای مقادیر بسیار کم است. برای جلوگیری از شلوغی شکل (۶) این گردابه‌های کوچک حذف شده‌اند و خطوط جریان با  $\psi > 0$  رسم شده است. نمونه‌ای از این گردابه‌های کوچک برای حالت  $\phi_b = 0/03$  و اختلاف دمای ۲°C در شکل (۷) نشان داده شده است.

همگن بر حسب اختلاف دما را برای مقادیر مختلف کسر حجمی نانوذرات نشان می‌دهد. با افزایش کسر حجمی از ۰/۰۱ تا ۰/۰۴ ضریب جابه‌جایی مدل انتقال نسبت به مدل همگن به جز کسر حجمی ۰/۰۴ و اختلاف دمای ۱۰°C کاهش می‌یابد.

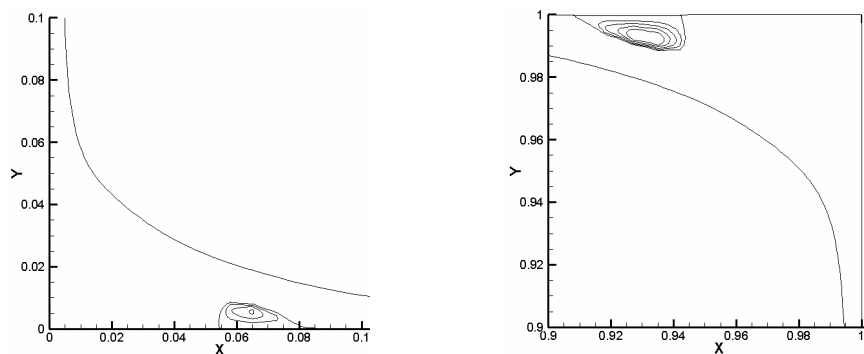
تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیوار چپ و راست با مدل انتقال و مدل همگن برای  $\phi_b = 0/03$  و اختلاف دمای ۲°C و ۱۰°C در شکل (۵) نشان داده شده است. مقایسه عدد ناسلت موضعی برای دو مدل انتقال و مدل همگن نشان می‌دهد که عدد ناسلت موضعی مربوط به مدل انتقال از مدل همگن کمتر است و اختلاف آنها روی دیوار سمت راست نزدیک کف و دیوار بالایی و روی دیوار چپ نزدیک دیوار بالایی محفظه قابل ملاحظه است. همچنین مشاهده می‌شود که اختلاف عدد ناسلت موضعی برای مدل انتقال نسبت به مدل



شکل ۶- مقایسه خطوط جریان و دما ثابت برای  $\phi_b = 0.3$  و اختلاف دماهای مختلف:  
مدل انتقال (خطوط پر) و مدل همگن (خطوط خط چین)

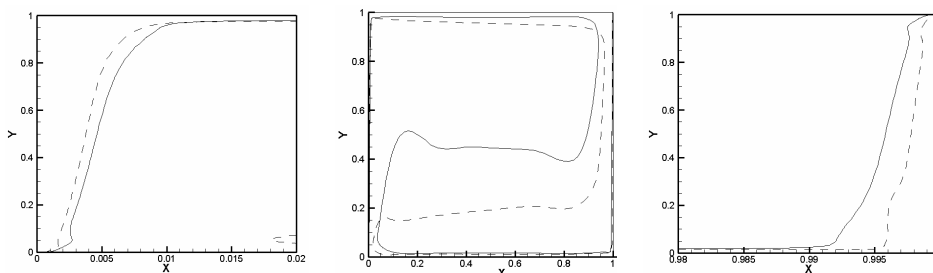
سرد تشکیل می‌شود (که در آن  $\Phi > 1$ ) و ضخامت آن روی دیوار سرد از بالا به پایین و سپس روی دیوار پایینی از راست به چپ زیاد می‌شود. با توجه به خطوط دما ثابت، گرادیان دما روی دیوار گرم و سرد به ترتیب از پایین به بالا و از بالا به پایین کاهش می‌یابد. بنابراین شار گرمی در اثر ترموفورسیس روی دیوار گرم و سرد به ترتیب از پایین به بالا و از بالا به پایین کاهش می‌یابد. با کاهش شار گرمی، گرادیان کسر حجمی نیز کاهش یافته و در نتیجه ضخامت لایه مرزی زیاد می‌شود. گرادیان کسر حجمی در مجاورت دیوار بالایی و پایینی در اثر گرادیان دما به وجود نمی‌آید، زیرا این دیوارها عایق گرمایی بوده و گرادیان دما وجود ندارد. گرادیان کسر حجمی در نزدیکی دیواره بالایی و پایینی ناشی از تاثیر جابه‌جایی جریان بر کسر حجمی است. با حرکت نانوسیال در مجاورت دیوار بالایی و پایینی نانوذرات در اثر پخش براونی نفوذ کرده و لایه مرزی رشد می‌کند. کاهش و افزایش کسر حجمی در لایه مرزی به ترتیب نزدیک دیواره‌های گرم و سرد در اثر ترموفورسیس به وجود می‌آید. لازم به ذکر است که مکانیزمهای انتقال نانوذرات یعنی ترموفورسیس، پخش براونی و جابه‌جایی با هم در رقابت‌اند، بدین معنا که اثر ترموفورسیس باعث

همان طور که از شکل (۶) مشاهده می‌شود، فاصله خطوط جریان در گوشه‌ها نسبت به مدل همگن با افزایش اختلاف دما افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش اختلاف دما، گرادیان دما در گوشه‌ها نسبت به مدل همگن کاهش می‌یابد و این موضوع منجر به کاهش عدد ناسلت موضعی در گوشه‌ها می‌شود. در اثر انتقال نانوذرات توزیع کسر حجمی نانوذرات در محفظه به وجود می‌آید و لذا مقدار نسبی آن ( $\Phi$ ) در کنار دیوار گرم کمی کمتر از یک و در کنار دیوار سرد کمی بیشتر از یک می‌شود. در شکل (۸) خط ( $\Phi = 1$ ) ( $\Phi = \phi_b$ ) که به عنوان معیاری از ضخامت لایه مرزی و رشد لایه مرزی کسر حجمی در نظر گرفته شده است، در محفظه نشان داده شده است. این شکل تغییرات مورد نظر نزدیک دیوار سرد و گرم را نیز با بزرگنمایی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود لایه مرزی نازکی از کسر حجمی در کنار دیوار گرم تشکیل می‌شود (که در آن  $\Phi < 1$ ) و ضخامت آن روی دیوار گرم از پایین به بالا و سپس روی دیوار بالایی از چپ به راست زیاد می‌شود. همچنین لایه مرزی نازکی از کسر حجمی در کنار دیوار



شکل ۷- گردابه‌های کوچک تشکیل شده در بالا سمت راست و در پایین سمت چپ برای  $\phi_b = 0.03$  و

اختلاف دمای  $\Delta T = 2^\circ C$



بزرگنمایی نزدیک دیوار گرم

کل محفظه

بزرگنمایی نزدیک دیوار سرد

شکل ۸- خط لایه مرزی کسر حجمی ( $\Phi = 1$ ) برای  $\phi_b = 0.03$ : اختلاف دمای  $2^\circ C$  (خط پر) و

$10^\circ C$  (خط چین) لایه مرزی کسر حجمی  $10^\circ C$  (خط پر) و  $10^\circ C$  (خط چین)

با کسر حجمی است. دانسیته متغیر با کسر حجمی می‌تواند بر جمله شناوری،  $\rho n f g$  و همچنین جمله جابه‌جایی در معادلات ممنتوم و انرژی اثر بگذارد. کاهش دانسیته ناشی از تغییرات کسر حجمی در نزدیک دیوار گرم و افزایش آن نزدیک دیوار سرد، بر افزایش نیروی شناوری تأثیر زیادی نمی‌گذارد، زیرا کاهش دانسیته در لایه نازکی به وجود می‌آید و سرعت داخل این لایه نزدیک صفر است.

### ۷- نتیجه‌گیری

مکانیزمهای انتقال شامل حرکت براونی و ترموفورسیس تحت عنوان مدل انتقال در جابه‌جایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در یک محفظه مربعی به صورت عددی بررسی و نتایج آن با نتایج مدل همگن مقایسه شد. براساس نتایج ارائه

انباشتگی نانوذرات در جهت گرادیان دمای منفی شده و باعث به وجود آمدن گرادیان کسر حجمی می‌شود، در حالی که پخش براونی باعث پخش نانوذرات و یا ایجاد شار جرمی در جهت گرادیان کسر حجمی منفی می‌شود. انباشتگی نانوذرات در لایه مرزی نزدیک دیوار سرد و کاهش نانوذرات در لایه مرزی نزدیک دیوار گرم نشان دهنده این است که اثر ترموفورسیس بر پخش براونی غالب است.

برای پی بردن به اینکه خواص شامل دانسیته، هدایت گرمایی و ویسکوزیته متغیر بر اثر گرادیان کسر حجمی در محفظه چقدر بر انتقال گرما اثر دارند، حالت‌های مختلف با در نظر نگرفتن تغییرات دانسیته، ویسکوزیته و ضریب هدایت گرمایی با کسر حجمی به‌طور جداگانه بررسی شده است [۳۳]. مشاهده شده است که عامل عمده مؤثر بر کاهش انتقال گرما نسبت به مدل همگن، در نظر گرفتن تغییرات دانسیته

شده موارد ذیل قابل ذکر است:

کاهش یافته و در نتیجه انتقال گرما کاهش می‌یابد و انتقال گرمایی پیش‌بینی شده با مدل انتقال نسبت به مدل همگن نیز کاهش بیشتری می‌یابد.

۱. با استفاده از مدل انتقال و کالبراسیون آن با نتایج تجربی، نشان داده شد که مدل انتقال نسبت به مدل همگن با خواص معادل تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد.

۲. مکانیزمهای انتقال با تاثیر بر نیروی بویانسی باعث برگشت جریان و به وجود آمدن گردابه‌های کوچکی در دیوارهای بالای سمت راست و پایینی سمت چپ محفظه می‌شود که باعث کاهش عدد ناسلت موضعی در گوشه‌های محفظه می‌شود.

۳. با افزایش کسر حجمی از ۰/۱ تا ۰/۴ ضریب جابه‌جایی

## ۸- قدردانی

نویسندگان مایل‌اند از پژوهشکده انرژی و معاونت پژوهشی دانشگاه کاشان به سبب حمایت مالی از این تحقیق تشکر نمایند.

## مراجع

1. Lee, S., Choi, S.U.S., Li, S., and Eastman, J.A., "Measuring Thermal conductivity of fluids Containing Oxidnanoparticles," *ASME Transactions Journal of Heat Transfer*, Vol. 121, pp. 280-289, 1999.
2. Eastman, J.A., Choi, S.U.S., Li, W. Yu, S., and Thompson, L.J., "Anomalous Increased Effective Thermal Conductivities of Ethylene Glycol-Based Nanofluids Containing Copper Nanoparticles", *Journal of Applied Physics Letters*, Vol. 78, pp. 718-720, 2001.
3. Xuan, Y., and Li, Q., "Heat Transfer Enhancement of Nanofluids," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 21, pp. 58-64, 2000.
4. Khanafer, K., Vafai, K., and Lightstone, M., "Buoyancy-Driven Heat Transfer Enhancement in a Two Dimensional Enclosure Utilizing Nanofluids," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 3639-3653, 2003.
5. Jou, R., and Tzeng, S., "Numerical Research of Nature Convective Heat Transfer Enhancement Filled with Nanofluids in Rectangular Enclosures," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 727-736, 2006.
6. Oztop, H.F., and Abu-Nada, E., "Numerical Study of Natural Convection in Partially Heated Rectangular Enclosure Filled with Nanofluids". *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 1326-1336, 2008.
7. Abu-Nada, E., Masoud, Z., Oztop, H. F., and Campo, A., "Effect of Nanofluid Variable Properties on Natural Convection in Enclosures," *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, pp. 479-491, 2010.
8. Sheikhzadeh, G.A., Arefmanesh, A., Kheirkhah, M.H., and Abdollahi, R., "Natural Convection of Cu-Water Nanofluid in a Cavity with Partially Active Side Walls," *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 30, pp. 166-176, 2011.
9. شیخزاده، ق.ع. و محمودی، م.، مطالعه عددی جابه‌جایی آزاد نانوسیال در یک محفظه مربعی با وجود اجزای سرد و گرم روی دیواره‌های عمودی آن، نشریه استقلال، سال ۳۰، شماره ۱، ص ۷۹-۹۶، تابستان ۱۳۹۰.
10. Putra, N., Roetzel, W., and Das, S.K., "Natural Convection of Nano-Fluids," *Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 775-784, 2003.
11. Wen, D., and Ding, Y., "Experimental Investigation Into Convective Heat Transfer of Nanofluids at the Entrance Region under Laminar Flow Conditions," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 5181-5188, 2004.
12. Ho, C.J., Liu, W.K., Chang, Y.S., Lin, C.C., "Natural Convection Heat Transfer of Alumina-Water Nanofluid in Vertical Square Enclosures: An Experimental Study," *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, pp. 1345-1353, 2010.
13. Probst, R.F., *Physicochemical Hydrodynamics*, Second Edition, Wiley Interscience, Hoboken, New Jersey, 2003.
14. Tyndall, J., "On Dust and Disease," *Proc. R. Inst.*, Vol. 6, pp. 1-14, 1870.
15. Bird, R. B., Stewart, W. E., Lightfoot, E. N., *Transport Phenomena*, Wiley, New York, 1960.
16. Buongiorno, J., "Convective Transports in Nanofluids," *ASME Transactions Journal of Heat Transfer*, Vol. 128, pp. 240-250, 2006.
17. Pakravan, H.A., and Yaghoubi, M., "Combined Thermophoresis, Brownian Motion and Dufour Effects on Natural Convection of Nanofluids," *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, pp. 394-402, 2011.

18. Weaver, J.A., and Viskanta, R., "Natural Convection due to Horizontal Temperature and Concentration Gradients e 2. Species Interdiffusion, Soret and Dufour Effects," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 3121-3133, 1991.
  19. Nithyadevi, N., and Yang, R.J., "Double Diffusive Natural Convection in a Partially Heated Enclosure with Soret and Dufour Effects," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 30, pp. 902-910, 2009.
  20. Khanafer, K., and Vafai, K., "A Critical Synthesis of Thermophysical Characteristics of Nanofluids," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, pp. 4410-4428, 2011.
  21. Maxwell, J.C., A Treatise on Electricity and Magnetism, 3rd Ed., Dover, New York, 1954.
  22. Hamilton, R.L., and Crosser, O.K., "Thermal Conductivity of Heterogeneous two Component systems," *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, Vol. 1, pp. 187-191, 1962.
  23. Einstein A., "Eine Neue Bestimmung der Molekul-Dimension (A New Determination of the Molecular Dimensions)," *Annals of Physics*, Vol. 19, pp. 289-306, 1906.
  24. Einstein, A., "Berichtigung zu Meiner Arbeit: Eine Neue Bestimmung der Molekul-Dimension (Correction of My Work: a New Determination of the Molecular Dimensions)," *Annals of Physics*, Vol. 34, pp. 591-592, 1911.
  25. Brinkman, H.C., "The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions," *Journal of Chemical Physics*, Vol. 20, pp. 571, 1952.
  26. Batchelor, G., "The Effect of Brownian Motion on the Bulk Stress in a Suspension of Spherical Particles," *The Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 83, pp. 97-117, 1977.
  27. Corcione, M., "Empirical Correlating Equations for Predicting the Effective Thermal Conductivity and Dynamic Viscosity of Nanofluids," *Energy Conversion and Management*, Vol. 52, pp. 789-793, 2011.
  28. Bijan, A., *Convection Heat Transfer*, Third Edition, Wiley, New York, 1984.
  29. Alloui, Z., Vasseur P., and Reggio M., "Natural Convection of Nanofluids in a Shallow Cavity Heated from Below," *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, pp. 1-9, 2010.
  30. Aitken, J., "On the Formation of Small Clear Spaces in Dusty Air," *Royal Society of Edinburgh*, Vol. 32, pp. 239-272, 1884.
  31. Zheng, F., "Thermophoresis of Spherical and Non-Spherical Particles: a Review of Theories and Experiments," *Advances in Colloid and Interface Science*, Vol. 97, pp. 255-278, 2002.
  32. Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Second ed., Hemisphere, McGraw-Hill, Washington DC, 1980.
۳۳. دستمالچی، م.، "مطالعه عددی اثر انتقال نانوذرات در جابه‌جایی طبیعی نانوسیال با خواص متغیر،" پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه کاشان، کاشان، ۱۳۹۰.