

## طراحی بهینه ماشین ابزار موازی هگزاپاد در فضای کاری کارتزینی با تفکیک پذیری حداکثر

میرامین حسینی<sup>۱</sup>، حمیدرضا محمدی دانیالی<sup>۲</sup>  
ma.hosseini@iauamol.ac.ir

پذیرش مقاله: ۸۹/۱۲/۲۱

دریافت مقاله: ۸۹/۱۰/۰۷

### چکیده

در این تحقیق ربات موازی استوارت-گوف با شش درجه آزادی و کاربرد ماشین ابزاری مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. ماتریس ژاکوبین با مشتق گیری از روابط سینماتیک به دست آمده و با استفاده از روش ضرایب وزن دار عملیات بی بعد سازی ماتریس ژاکوبین انجام گرفته است. فضای کاری کارتزینی ربات با در نظر گرفتن حداقل قابلیت دوران حول سه محور برای مکانیزم به دست آمده و با بکارگیری الگوریتم ژنتیک در محیط نرم افزار MATLAB<sup>®</sup> پارامترهای هندسی ربات بهینه سازی شدند. شاخص های همسانگردی و کوچکترین و بزرگترین مقادیر تکین ماتریس ژاکوبین بی بعد شده در فضای کاری کارتزینی ربات مورد بررسی قرار گرفته و با محدودسازی این شاخص ها فضای کاری کارتزینی با تفکیک پذیری بالا نتیجه شده و با استفاده از عملیات بهینه سازی ساختاری از ربات که دارای حداکثر حجم با تفکیک پذیری بالا به دست آمده است.

### کلید واژه:

هگزاپاد - بهینه سازی - تفکیک پذیری - فضای کاری کارتزین - ماتریس ژاکوبین

۱- دانشجوی دکتری، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد آیت ا. ا. مملی، دانشکده مهندسی مکانیک، آمل، ایران ma.hosseini@iauamol.ac.ir  
۲- دانشیار، دانشگاه صنعتی نوشیروانی، دانشکده مهندسی مکانیک، بابل، ایران mohammadi@nit.ac.ir

## ۱- مقدمه

ربات‌های سنتی سری از یک سری حلقه‌های سینماتیکی باز<sup>۱</sup> چنان تشکیل شده‌اند که مستقل از هم عمل می‌نمایند، درحالی‌که ربات‌های موازی شامل حلقه‌های سینماتیکی بسته‌اند. ربات‌های موازی از یک سکوی ثابت، یک سکوی متحرک و دست‌کم دو بند<sup>۲</sup> تشکیل شده‌اند که با تغییر موقعیت بندها - که می‌تواند جابجایی خطی یا دورانی باشد - سکوی متحرک نسبت به سکوی ثابت تغییر وضعیت می‌دهد. خواص مثبت ربات‌های موازی مانند نسبت بار قابل حمل به وزن زیاد، سفتی بالا و دقت زیاد هنگام موقعیت‌پذیری توجه محققین را در دو دهه‌ی اخیر به خود جلب نموده است. از جمله‌ی مکانیزم‌های موازی که مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته مکانیزم استوارت-گوف است. در سال ۱۹۴۷، گوف (Gough) [۱] ضمن معرفی این مکانیزم، از آن در آزمایش تاپر خودرو استفاده نمود. در سال ۱۹۶۵، استوارت [۲] این مکانیزم را در شبیه‌ساز پرواز بکار برد و از آن پس به مکانیزم استوارت-گوف مشهور شد. در این مکانیزم سکوی متحرک با شش درجه آزادی، حرکت خود را از حرکت خطی شش پایه می‌گیرد. پایه‌ها از طرفی بوسیله‌ی شش مفصل کروی هر یک با سه درجه آزادی به سکوی متحرک، و از طرف دیگر بوسیله‌ی شش مفصل یونیورسال، هر یک با دو درجه آزادی، به سکوی ثابت مکانیزم متصل می‌شوند (شکل (۱)). قرارگرفتن پایه‌ها به صورت موازی و تغییر طول همزمان آنها به منظور موقعیت‌دهی به سکوی متحرک، سینماتیک و روابط دینامیکی متفاوتی را نسبت به مکانیزم‌های سری پدید آورده است.

هرچند بعضی از شرکت‌ها، ماشین‌ابزارهایی بر اساس مکانیزم استوارت ارائه کرده‌اند، ولی این ماشین‌ها هنوز در حد انتظار رواج نیافته‌اند. بررسی‌های تحلیلی و تجربی بیشتری برای کاهش محدودیت‌های ترویج این نوع ماشین‌های ابزار لازم است. از جمله محدودیت‌های این مکانیزم روابط پیچیده مربوط به خطاهای موقعیت‌پذیری مجری نهایی ربات می‌باشد، که سهم عمده‌ی آن مربوط به جابجایی‌های الاستیک سازه در موقعیت‌های مختلف سکوی متحرک است. با بررسی جابجایی الاستیک سازه در فضای کاری ربات، می‌توان برای جبران خطای حاصل از آن اقدام نمود. همچنین سفتی ربات موازی در ماشین‌های ابزار، نقش اساسی در نرخ براده‌برداری، عمر ابزار و پرداخت سطح کار دارد. تغییرات سفتی مکانیزم‌های موازی مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است [۳-۱۰]. گاسلین [۱۰] تغییرات سفتی را برای یک مسیر مشخص نشان داده است. مرلت [۱۱] به مسیرهای هم‌سفتی در فضای کاری ربات اشاره دارد، که در امتداد آن جابجایی الاستیک دارای مقدار یکسان می‌باشد. بطور کلی از دو روش برای تحلیل سفتی ربات‌های موازی استفاده شده است که روش المان محدود و

جدا کردن المان‌های تشکیل دهنده‌ی مکانیزم و بررسی سفتی هریک و سرهم‌سازی دوباره سفتی و بدست آوردن ماتریس سفتی مجموعه، از آن جمله‌اند.

در این تحقیق از تلفیقی از این دو روش، یعنی تجزیه المان‌ها و استفاده از روش المان محدود در محیط نرم‌افزار NASTRAN استفاده شده است. در کلیه‌ی تحقیق‌های صورت گرفته ساده‌سازی‌هایی نظیر صرف‌نظر کردن از تغییر شکل سکوهایی ثابت و متحرک، وزن اجزای تشکیل دهنده، اصطکاک مفاصل و پیش‌بار بودن بعضی از المان‌ها، صورت گرفته است. افزایش سفتی و استفاده از عملگرهای با مهره و یاتاقانهای با قابلیت پیش‌بار منجر به افزایش دقت سینماتیکی و دینامیکی مکانیزم می‌گردد [۱۲]. همچنین استفاده از المان‌های با قابلیت پیش‌بار و در نظر گرفتن تغییر شکل سکوها، رفتار ماتریس سفتی را تغییر می‌دهد که در این تحقیق مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند یکی از اهداف مهم در ربات‌های موازی با کاربرد ماشین‌ابزاری دستیابی به موقعیت‌های مختلف در فضای کاری کارتزینی با دقت مورد نظر است. در نتیجه بررسی اثر پارامترهای هندسی ربات و بهینه‌سازی آنها برای دستیابی به فضای کاری کارتزینی، با سفتی و تفکیک پذیری حداکثر، لازم و ضروری به نظر می‌رسد، که در این تحقیق مورد ارزیابی قرار گرفته است.

## ۲- روابط سینماتیکی

برای بررسی سفتی و تفکیک‌پذیری نیاز به مطالعه روابط سینماتیکی حاکم بر میز هگزپاد (استوارت-گوف) است. سینماتیک، ناظر بر روابط موجود بین طول، سرعت و شتاب خطی پایه‌ها از یک طرف و موقعیت، سرعت و شتاب سکوی متحرک از طرف دیگر است. سینماتیک و روابط حاکم در مراجع مختلف [۳ و ۱۱] بررسی شده است. در اینجا این روابط به گونه‌ای که در بخش‌های بعد قابل استفاده باشد، ارائه می‌شوند.

به منظور بیان شش درجه آزادی میز ماشین ابزار، لازم است شش مختصه شامل بردار موقعیت مرکز میز و زوایای اوپلر آن مشخص گردند. به این منظور همانطور که در شکل (۱) نشان داده شده، یک دستگاه مختصات ثابت در مرکز سکوی ثابت O<sub>XYZ</sub> قرار داده شده است. دستگاه مختصات W<sub>xyz</sub> متصل به مرکز سکوی متحرک است. دستگاه W همراه با میز جابجا می‌شود و محورهای آن همراه با دوران‌های میز حول محورهای دستگاه مختصات C دوران می‌کنند. دستگاه C متصل به نقطه‌ی C مرکز سکوی متحرک است و با آن جابجا می‌شود، ولی محورهای آن که x' و y' و z' نامیده می‌شوند، همواره موازی محورهای X، Y و Z باقی می‌مانند و دورانی ندارند. شش عملگر، سکوی ثابت را به سکوی متحرک متصل می‌کند. این اتصال با شش مفصل کروی m<sub>i</sub> (i=1..6) به سکوی متحرک که هریک سه درجه آزادی دارند و شش مفصل یونیورسال b<sub>i</sub> (i=1..6)

طول عملگرها و موقعیت پنجه مطابق رابطه زیر بیان می‌شود.

$$l_i n_i = x + Ra_i - bn_{bi} \quad (5)$$

با مشتق‌گیری از رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\dot{l}_i n_i + \omega_i \times l_i n_i = \dot{x} + \omega \times Ra_i \quad (6)$$

که در آن  $\dot{x} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$  و  $\omega = [\dot{\psi} \ \dot{\theta} \ \dot{\phi}]^T$  دهنده سرعت‌های زاویه‌ای و خطی پنجه واقع بر سکوی متحرک در دستگاه O است.

با اعمال ضرب داخلی بردار  $n_i$  به دو طرف رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{l}_i &= n_i^T \dot{x} + n_i^T (\omega \times Ra_i) \\ &= n_i^T \dot{x} + \omega (Ra_i \times n_i^T) \end{aligned} \quad (7)$$

از طرفی ارتباط سرعت‌های عملگرها و پنجه با رابطه (۸) بیان می‌شود.

$$A\dot{X} = B\dot{q} \quad (8)$$

که در آن بردار  $\dot{X}_{6 \times 1} = [\dot{x}^T \ \omega^T]^T$  نمایشگر سرعت‌های خطی و زاویه‌ای پنجه و بردار  $\dot{q}_{6 \times 1}$  شامل سرعت عملگرها است. همچنین A و B ماتریس‌های ژاکوبین سینماتیکی و سینماتیکی معکوس نام دارند.

و در نهایت ماتریس ژاکوبین مطابق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$J = A^{-1}B \quad (9)$$

و در نتیجه:

$$\dot{X}_{6 \times 1} = J_{6 \times 6} \dot{q}_{6 \times 1} = (A^{-1}B)\dot{q} \quad (10)$$

با توجه به روابط (۷) و (۱۰) ارتباط بردار سرعت خطی و زاویه‌ای میز متحرک با بردار سرعت خطی پایه‌ها را می‌توان بصورت زیر تعریف کرد:

$$\begin{bmatrix} n_1^T & Ra_1 \times n_1^T \\ \vdots & \vdots \\ n_6^T & Ra_6 \times n_6^T \end{bmatrix}_{6 \times 6} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \omega \end{bmatrix}_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} \dot{l}_1 \\ \vdots \\ \dot{l}_6 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (11)$$

به این ترتیب ماتریس ژاکوبین معکوس ( $J^{-1}$ ) مطابق رابطه زیر خواهد بود.

به سکوی ثابت که هریک دو درجه آزادی دارند، برقرار است. موقعیت سکوی متحرک را در دستگاه O می‌توان با بردار  $X_{6 \times 1}$  نشان داد که شامل سه مختصه نقطه C و سه زاویه دوران سکو، حول محورهای دستگاه C است.

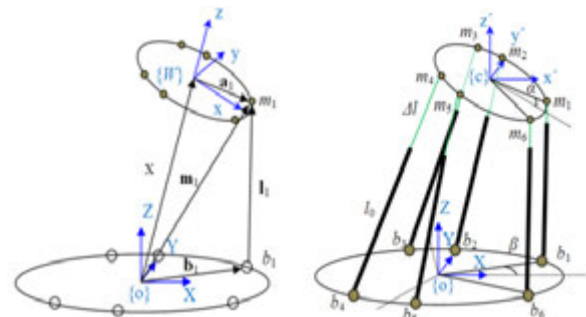
موقعیت مفاصل کروی نسبت به دستگاه O با بردار  $m_i$  نشان داده می‌شود و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$m_i = x + Ra_i \quad (1)$$

که در آن  $x = [x_c \ y_c \ z_c \ \psi \ \theta \ \phi]^T$  بردار موقعیت پنجه (مرکز سکوی متحرک) را نسبت به دستگاه O نشان می‌دهد. بردار موقعیت  $m_i$  در دستگاه W با  $a_i$  نشان داده شده است. همچنین R ماتریس دوران حول محورهای  $X'$  و  $Y'$  و  $Z'$  به اندازه  $\psi$ ،  $\theta$  و  $\phi$  است.

$$\begin{aligned} R &= R_\theta^y R_\psi^z R_\phi^x \\ &= \begin{bmatrix} c\theta c\phi - s\psi s\theta s\phi & c\theta c\phi + s\psi s\theta s\phi & c\psi s\theta \\ -c\psi s\phi & c\psi c\phi & -s\psi \\ -s\theta c\phi - s\psi c\theta s\phi & -s\theta s\phi + s\psi c\theta c\phi & c\psi c\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن C و S به ترتیب بیانگر Sin و Cos می‌باشند.



شکل (۱): نمایش مکانیزم استوارت با دستگاه‌های مختصات و بردارهای موجود

بردار پایه  $\dot{m}$  نیز که با  $l_i$  نشان داده می‌شود، در دستگاه O به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$l_i = m_i + b_i \quad (3)$$

که در آن  $b_i$  بردار موقعیت  $b_i$  در مختصات O است. بردار  $b_i$  یک پایه‌ها نیز مطابق رابطه‌ی زیر است.

$$n_i = \frac{l_i}{l_i} \quad (4)$$

که در آن  $l_i$  بیانگر اندازه‌ی بردار و  $n_i$  بردار یک‌ه‌ی پایه‌ی  $\dot{m}$  است. با در نظر گرفتن شعاع سکوی ثابت  $b$  و جهت بردارهای موقعیت مفاصل یونیورسال  $n_{bi}$  و با توجه به روابط (۱)، (۳) و (۴)، ارتباط

دسترس خواهد بود. نسبت بزرگترین به کوچکترین شعاع بیضی مهارت به نام عدد شرط ( $k$ ) ماتریس ژاکوبین شناخته می‌شود.

$$k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \quad (14)$$

عدد شرط ماتریس مشخصه‌ای از قابلیت معکوس‌پذیری آن ماتریس است [۱۳]. از عدد شرط ربات به عنوان معیاری برای دقت ربات یاد شده است [۱۴]. همچنین عدد شرط به عنوان یکی از شاخص‌های عملکرد ربات محسوب می‌شود [۱۵].

با توجه به ماهیت فیزیکی مقادیر تکین ماتریس ژاکوبین در بزرگنمایی ورودی‌ها در جهات مختلف، می‌توان با محدود سازی حداقل مقادیر تکین به یک اندازه کمینه یا حداکثر مقادیر تکین به یک اندازه بیشینه و همچنین در نظر گرفتن شرایط همسانگردی به ساختاری از ربات با تفکیک‌پذیری یا سرعت مطلوب در موقعیت پذیری دست یافت.

استفاده از مقادیر تکین و عدد شرط در گرو بی بعد بودن درایه‌های ماتریس ژاکوبین است.

لازم به ذکر است، تعیین حد پایین برای حداقل مقادیر تکین ماتریس ژاکوبین به معنای تعیین حد بالا برای حداکثر مقادیر تکین در معکوس ماتریس ژاکوبین خواهد بود که دستیابی به فضایی با سرعت‌پذیری بالا را دربر خواهد داشت.

شاخص شرط می‌تواند به صورت جزئی یا محلی  $(LCI)^2$  یا به صورت کلی  $(GCI)^3$  تعریف شود. چنانچه در موقعیتی مشخص، شاخص شرط مورد استفاده قرار گیرد از آن به عنوان شاخص شرط محلی یاد می‌شود. و چنانچه مقدار متوسط آن درون فضای کاری ربات مورد استفاده قرار گیرد از آن به عنوان شاخص شرط کلی یاد می‌شود. این شاخص مطابق رابطه زیر قابل محاسبه خواهد بود.

$$GCI = \frac{\int k dw}{\int dw} \quad (15)$$

به همین ترتیب شاخص چالاکی محلی  $(LDI)^4$  و شاخص چالاکی کلی  $(GDI)^5$  به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$LDI = \frac{1}{k} \quad (16)$$

$$GDI = \frac{\int (\frac{1}{k}) dw}{\int dw} \quad (17)$$

2- Local Conditioning Index  
3- Global Conditioning Index  
4- Local Dexterity Index  
5- Global Dexterity Index

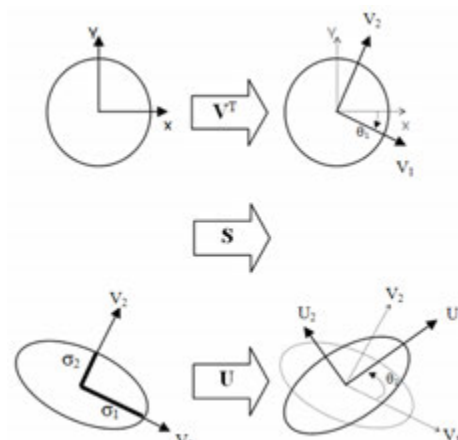
$$J^{-1} = \begin{bmatrix} n_1^T & Ra_1 \times n_1^T \\ \vdots & \vdots \\ n_6^T & Ra_6 \times n_6^T \end{bmatrix} \quad (12)$$

### ۳- تجزیه ماتریس ژاکوبین به مقادیر تکین و تفکیک‌پذیری

نقش ماتریس ژاکوبین انتقال، دوران و بزرگنمایی فضای برداری سرعت عملگرها به فضای برداری سرعت پنجه است. از طرفی هر ماتریس  $A_{m \times n}$  را می‌توان به صورت حاصل ضرب سه ماتریس مطابق رابطه زیر بیان نمود.

$$A = USV^T \quad (13)$$

که در آن ماتریس‌های  $U_{m \times m}$  و  $V_{n \times n}$  ماتریس‌های دوران و ماتریس  $S_{m \times n}$  ماتریس شامل مقادیر تکین ماتریس  $A$  است. از لحاظ فیزیکی چگونگی عملکرد تبدیل ماتریس  $A_{2 \times 2}$  از فضای برداری اولیه به فضای برداری انتهایی مطابق شکل (۳-۱) است.



شکل (۲): عملکرد ماتریس تبدیل  $A$  و عناصر تجزیه شده آن

ماتریس  $V$  فضای برداری را به اندازه  $\theta_1$  دوران داده و ماتریس  $S$  شامل مقادیر تکین ( $\sigma_1$  و  $\sigma_2$ )، در راستای محورهای دوران یافته از مرحله قبل (شامل  $V_1$  و  $V_2$ ) فضا را به اندازه مقادیر تکین می‌کشد. با این کشیدگی فضای دایره‌ای شکل به بیضی تبدیل می‌شود. میزان بزرگنمایی در هر یک از راستاها تابع اندازه مقدار تکین است. با اعمال ماتریس دوران  $U$  دوباره فضای حاصل به اندازه  $\theta_2$  دوران می‌یابد.

بیضی حاصل از اعمال ماتریس ژاکوبین و تبدیل فضای برداری، به مهارت<sup>۱</sup> ربات معروف است. با نزدیک شدن شعاع‌های بیضی مهارت به هم، رفتاری متقارن در جهات مختلف توسط پنجه ربات قابل

1- Manipulability

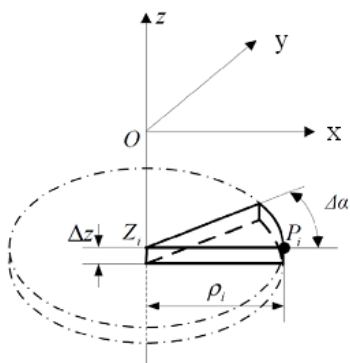
$$\begin{bmatrix} n_1^T & \frac{Ra_1 \times n_1^T}{L} \\ \vdots & \vdots \\ n_6^T & \frac{Ra_6 \times n_6^T}{L} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ L\omega \end{bmatrix}_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \vdots \\ \dot{i}_6 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (18)$$

#### ۵- فضای کاری

مجموعه نقاط قابل دسترس توسط پنجه ربات فضای کاری ربات را تشکیل می‌دهند. در فضای مذکور دو سری قید باید ارضا گردد. این قیود شامل قیود هندسی و قیود طراحی می‌باشند. قیود هندسی شامل محدوده عملکرد و عدم برخورد اجزا می‌باشند. قیود طراحی می‌توانند شامل نیازمندیهای طراح مانند چالاکي، سفتی مطلوب یا تفکیک‌پذیری مورد نظر، در فضای کاری باشد. در این بخش الگوریتم مناسب جهت محاسبه فضای کاری ارائه می‌شود.

#### ۵-۱- الگوریتم

به منظور تعیین شکل و اندازه حجم فضای کاری، لازم است فضای شش بعدی متشکل از محورهای  $X$ ،  $Y$  و  $Z$  و همچنین  $\psi$ ،  $\theta$  و  $\phi$  از فضای حرکتی پنجه را به یک سری از زیرفضاهای موازی با یکی از صفحات متشکل از دو محور دلخواه تقسیم کنیم. سپس با استفاده از یک روش جستجو، مرز زیرفضاها مشخص شده و حجم فضای کاری نیز با استفاده از روش انتگرال گیری عددی بدست می‌آید. با توجه به اینکه نمایش شش محور میسر نیست و همچنین به ازای دورانهای مختلف فضاهای کارتریزی متفاوتی بدست می‌آید، در اینجا فضای کاری کارتریزی (شامل محورهای  $X$ ،  $Y$  و  $Z$ ) به گونه‌ای که حداکثر مقدار دوران مورد نظر طراح را ارضا نمایند، مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه در چنین شرایطی (ارضای حداکثر مقدار دوران پنجه) فضای کارتریزی کوچکترین مقدار خود را برای دورانهای مختلف دارد، چنانچه ساختار ربات طوری بهینه‌سازی شود که این فضا حداکثر مقدار ممکن خود را داشته باشد. ساختاری با حداکثر فضای کاری ممکن، نتیجه خواهد شد.



شکل (۳): زیرفضایی از فضای کاری کارتریزی ربات استوارت-گوف

#### ۴- بی‌بعدسازی ماتریس ژاکوبین

روش‌های مختلفی جهت بی‌بعدسازی درایه‌های ماتریس ژاکوبین در ربات‌های با درجات آزادی مرکب از انتقالی و دورانی توسط محققین مختلف ارائه شده است. در سال ۱۹۹۲، تندیرسی [۱۶] و همکاران ماتریس ژاکوبین را با استفاده از بکارگیری طول مشخصه در درایه‌های با بعد طول، بی‌بعد نمودند. این ضریب در حقیقت همان ضریب بعددار طول طبیعی ( $NL$ ) بود که توسط ما و انجلس [۱۷] در سال ۱۹۹۱ در بهینه‌سازی ربات بکار گرفته شد. چپلت [۱۸] در سال ۲۰۰۲ پارامترهای ربات موازی صفحه‌ای با زنجیره PRR را برای شرایط همسانگردی بهینه نمود. گاسلین [۱۹] روشی را برای بی‌بعدسازی ماتریس ژاکوبین مکانیزم صفحه‌ای با یک درجه آزادی انتقالی و دو درجه آزادی دورانی با استفاده از فرموله کردن ماتریس ژاکوبین ارائه نمود. ماتریس ژاکوبین مورد نظر سرعت عملگرها را به مولفه‌های  $X$  و  $Y$  از دو نقطه از سکوی متحرک مرتبط می‌ساخت. کیم و ریو [۲۰] با پیشبرد همین روش و فرموله کردن ماتریس ژاکوبین که سرعت عملگرها را سرعت سه نقطه سکو مرتبط می‌ساخت، ماتریس ژاکوبین را بی‌بعد نمود.

پوند و کاریترو [۱۴] با پیشبرد این روش ماتریس ژاکوبین بی‌بعدی ارائه نمودند که ارتباط سرعت عملگرها را با مولفه‌های قائم سه نقطه از سکو برقرار می‌نمود. در سال ۲۰۰۹ منصوری و همکاران [۲۱] با استفاده از مفهوم توان در حرکات دورانی و انتقالی اقدام به بی‌بعد سازی ماتریس ژاکوبین نمودند. حسینی و دانیالی [۲۲] ضمن اصلاح و پیشبرد روش به کار گیری طول مشخصه، روش استفاده از ضریب وزن‌دار را ارائه دادند و نشان دادند که از روش فرموله کردن ماتریس ژاکوبین و ارتباط مولفه‌های خاص از چند نقطه از سکو نمی‌توان جهت بی‌بعد سازی ماتریس ژاکوبین استفاده نمود. همچنین شاخص چالاکي و آیزوتروپی غیر قابل قبولی را نتیجه می‌دهد.

در اینجا بی‌بعد سازی ماتریس ژاکوبین، با تقسیم درایه‌های ماتریس ژاکوبین که مربوط به سرعت‌های زاویه‌ای هستند بر یک ضریب با بعد طول صورت می‌گیرد [۲۲ و ۲۳]. به منظور حفظ تعادل ابعادی معادلات، لازم است معکوس این ضریب در بردار تویست اعمال شود. از لحاظ فیزیکی اعمال این ضریب در بردار تویست به معنای ارزش‌گذاری سرعت زاویه‌ای نسبت به سرعت خطی پنجه است که با صلاحدید طراح صورت می‌گیرد.

بی‌بعد سازی ماتریس ژاکوبین حاصل از رابطه (۱۲) به صورت رابطه (۱۸) انجام می‌شود.

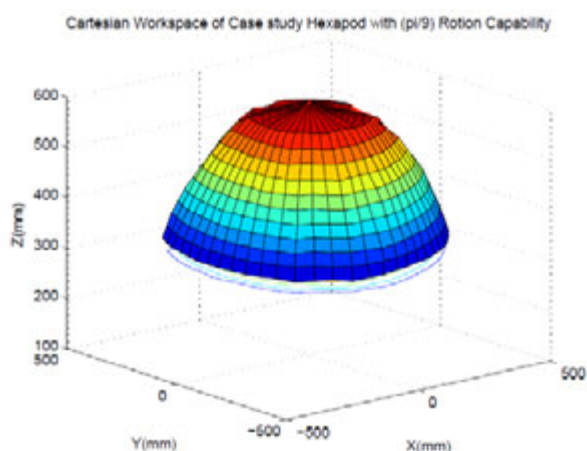
## ۶- مطالعه موردی

### الف- فضای کاری

با در نظر گرفتن حداقل قابلیت دوران  $\pi/9$  رادیان حول سه محور، به عنوان حداقل مقادیر دوران مورد نیاز، برای ساختاری مطابق جدول (۲)، فضای کاری مطابق شکل (۴) به دست می‌آید.

جدول (۲): پارامترهای هندسی در ربات مورد بررسی

Actuator (mm)	$\zeta$ (deg)	$\alpha$ (deg)	$\beta$ (deg)	$r_b$ (mm)	$r_a$ (mm)
350-650	$\pm 60$	5	5	400	200



شکل (۴): فضای کاری کارتریبی با قابلیت دوران به اندازه  $\pi/9$  رادیان

در ساختار مورد نظر حجم فضای کاری با استفاده از رابطه (۲۰) به اندازه  $9/1398 \times 10^6 \text{ mm}^3$  می‌باشد.

### ب- بهینه‌سازی

جهت دستیابی به حداکثر حجم فضای کاری کارتریبی لازم است از عملیات بهینه‌سازی استفاده شود. به این منظور، با توجه به غیر خطی بودن تابع هدف از یکی از روشهای قابل اطمینان [۸-۱۰] به نام الگوریتم ژنتیک<sup>۱</sup> (GA) در محیط نرم افزار Matlab® استفاده شده است.

این روش یک روش جستجوی مستقیم است که به تعداد دلخواه و تصادفی جمعیت اولیه با پارامترهای هندسی در محدوده تعریف شده طراح ایجاد نموده و به ازای هر کدام مقدار تابع یا همان حجم فضای کاری را به دست آورده و مناسب‌ترین مقادیر را انتخاب می‌نماید. ژنهای مطلوب را برای تولید نسل بعدی انتخاب نموده و به همین ترتیب تا نزدیک شدن به مقدار بهینه با کمترین تفاوت بین مقادیر بدست آمده (مقدار تفاوت توسط طراح تعیین می‌شود). ادامه می‌دهد.

همانگونه که در شکل (۳) مشخص است، در زیر فضایی به ارتفاع  $Z_i$  درون فضای کاری، به منظور تعیین مرز زیر فضا، بردار قطبی  $\rho_i$  با قابلیت دوران حول محور Z از صفر تا  $2\pi$  درجه در نظر گرفته می‌شود. نقاط مرزی به صورت نقاط  $P_i (\rho_i \cos \alpha, \rho_i \sin \alpha, Z_i)$  به دست می‌آیند. با ارضای شرایط سینماتیکی ربات اندازه طول بردار  $\rho_i$  به اندازه  $\Delta \rho$  افزایش یافته و  $\rho_{i+1}$  جایگزین  $\rho_i$  می‌شود تا اینکه شرایط سینماتیکی ارضا نشوند و نقطه  $P_i$  مشخص می‌شود. در مرحله بعد بردار  $\rho_i$  به اندازه  $\Delta \alpha$  حول محور Z دوران یافته و بردار  $\rho_i$  از مقدار صفر تا زمانیکه شرایط سینماتیکی ارضا گردد، افزایش می‌یابد. به این ترتیب کانتور مرز فضای کاری در هر ارتفاع به دست می‌آید. با توجه به شکل (۳) حجم هر المان فضای کاری از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$dV = \frac{\Delta \alpha}{2\pi} \pi \rho_i^2 \Delta Z \quad (19)$$

حجم فضای کاری با استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$V = \sum_{Z_i=Z_{min}}^{Z_{max}} \sum_{\alpha=0}^{2\pi} \frac{1}{2} \rho_i^2 \Delta \alpha \Delta Z \quad (20)$$

### الف- قیود هندسی

قیود موجود روی پارامترهای هندسی، حدود بالایی و پایینی شعاع های سکوی ثابت و متحرک و همچنین زوایای  $\beta$  و  $\alpha$  جهت جلوگیری از برخورد مفاصل واقع بر سکو است. محدوده حرکتی مفاصل یونیورسال ( $\zeta$ ) با استفاده از روابط سینماتیکی قابل محاسبه است.

شعاع قرارگیری مفاصل یونیورسال ( $r_b$ ) و کروی ( $r_a$ ) و همچنین زاویه قرارگیری آنها نسبت به محور X گذرنده از مرکز سکوهایی ثابت ( $\beta$ ) و متحرک ( $\alpha$ ) جزء پارامترهای هندسی طراحی محسوب می‌شوند. قیود هندسی موجود برای ربات مورد نظر جهت نمونه آزمایشگاهی، در جدول (۱) نشان داده شده است.

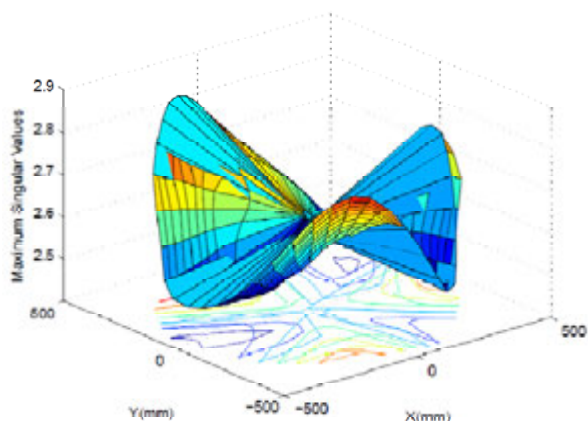
جدول (۱): قیود هندسی در ربات مورد بررسی

Actuator (mm)	$\zeta$ (deg)	$\alpha$ (deg)	$\beta$ (deg)	$r_b$ (mm)	$r_a$ (mm)
350-650	$\pm 60$	5-55	5-55	400-500	200-300

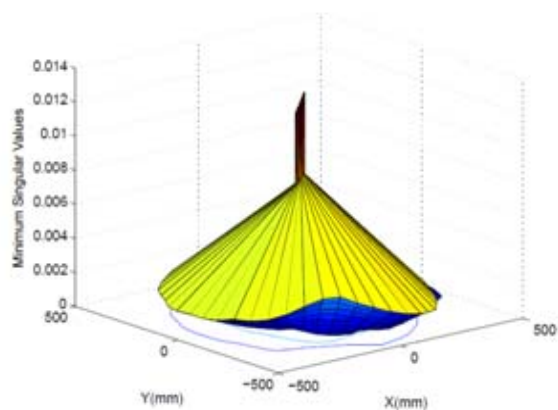
### ب- قیود طراحی

این قیود شامل تمامی نیازمندیهای فرآیند طراحی است. در اینجا، از شاخص‌های عدد شرط و حداکثر مقادیر تکین ماتریس ژاکوبین به منظور بهسازی ساختار جهت دستیابی به حداکثر حجم فضای کاری با حداکثر قدرت تفکیک‌پذیری استفاده شده است.

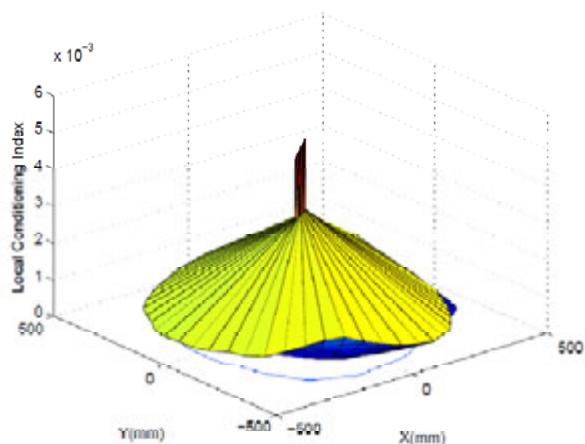
شکل (۷) تغییرات بزرگترین مقادیر تکین معکوس ماتریس ژاکوبین را به ازای ساختار به دست آمده مطابق جدول (۳) در ارتفاعات مختلف نمایش می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود، دامنه تغییرات این پارامتر بین ۲/۵ تا ۲/۹ می‌باشد.



شکل(۷): نمایش تغییرات بزرگترین مقادیر تکین معکوس ماتریس ژاکوبین



شکل(۸): نمایش تغییرات کوچکترین مقادیر تکین معکوس ماتریس ژاکوبین



شکل(۹): نمایش تغییرات شاخص شرط محلی معکوس ماتریس ژاکوبین

به طور خلاصه انجام عملیات را می‌توان به صورت زیر نشان داد.

$$V^* = \text{Max}(V(d, r_a, r_b))$$

Subject to:

$$1- 200 < r_a < 300, 400 < r_b < 500, 5 < \alpha < 55, 5 < \beta < 55$$

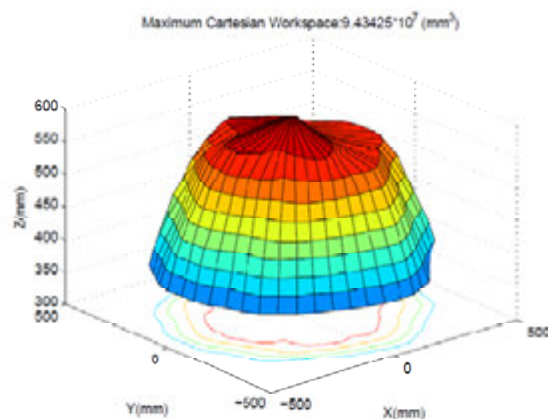
$$2- 350 < \text{Actuator Length (L)} < 650, -60 < \gamma < 60 \text{ deg}$$

(۲۱)

نتایج عملیات بهینه‌سازی در جدول (۳) نشان داده شده که در آن حجم فضای کاری برابر  $9.43425 \times 10^7 \text{ mm}^3$  است. فضای کاری بیشینه در شکل (۵) نشان داده شده است. این عملیات ۳/۲٪ افزایش حجم را نشان می‌دهد.

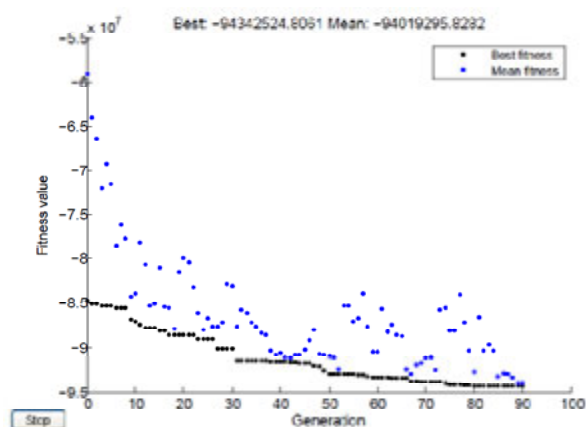
جدول(۳): نتایج بهینه‌سازی برای فضای کاری بیشینه

No. Iteration	$V^*$ ( $\text{mm}^3$ )	$\alpha$ (deg)	$\beta$ (deg)	$r_b$ (mm)	$r_a$ (mm)
90	$9.43 \times 10^7$	54.5	54.9	432.1	300



شکل(۵): فضای کاری کارتنی بیشینه با قابلیت دوران به اندازه  $\pi/9$  رادان

شکل (۶) همگرایی عملیات بهینه‌سازی را در یافتن فضای کاری کارتنی بیشینه نشان می‌دهد.

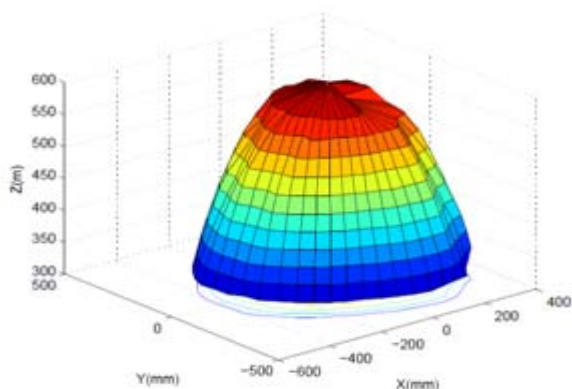


شکل(۶): همگرایی عملیات بهینه‌سازی در یافتن فضای کاری بیشینه

جدول (۴) داده‌های مربوط به ربات با حداکثر حجم فضای کاری با تفکیک پذیری بالا و شکل (۱۱) فضای کاری کارترینی مربوط به آن را نشان می‌دهد.

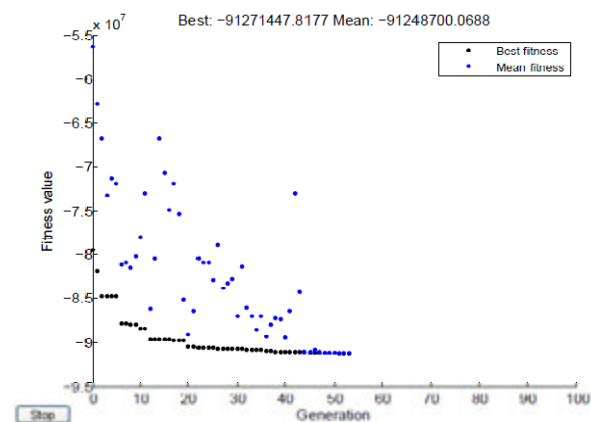
جدول (۴): نتایج بهینه‌سازی برای فضای کاری بیشینه با تفکیک‌پذیری بالا

No. Iteration	$v^*$ ( $\text{mm}^3$ )	$\alpha$ (deg)	$\beta$ (deg)	$r_b$ (mm)	$r_a$ (mm)
53	$9.13 \times 10^7$	51.5	55	400	201.9



شکل (۱۱): فضای کاری بیشینه کارترینی با تفکیک‌پذیری بالا

ساختار بهینه شده، دارای فضای کاری با تفکیک‌پذیری بالا به حجم  $9/13 \times 10^7 \text{ mm}^3$  است. شکل (۱۲) همگرایی عملیات را در یافتن بزرگترین فضای کاری با تفکیک‌پذیری مطلوب را نشان می‌دهد.



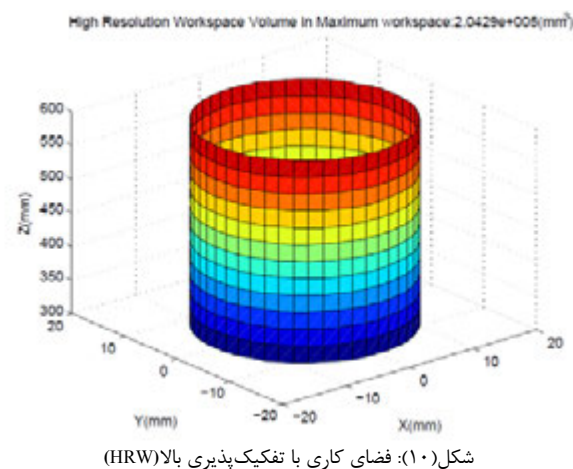
شکل (۱۲): همگرایی عملیات بهینه‌سازی

## ۷- نتیجه

در این تحقیق سینماتیک و تحلیل ماتریس ژاکوبین ربات موازی استوارت-گوف با کاربرد ماشین ابزاری مورد مطالعه قرار گرفت. این مکانیزم با دارا بودن شش درجه آزادی دورانی و انتقالی به طور چشمگیری مورد توجه سازندگان ماشین ابزار قرار گرفته است. از

به طور مشابه شکل (۸) تغییرات کوچکترین مقادیر تکین معکوس ماتریس ژاکوبین را به ازای ساختار به دست آمده در ارتفاعات مختلف نمایش می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود، دامنه تغییرات این پارامتر بین ۰ تا  $0/014$  می‌باشد. همچنین شکل (۹) تغییرات شاخص شرط معکوس ماتریس ژاکوبین را به ازای ساختار به دست آمده در ارتفاعات مختلف نمایش می‌دهد.

با در نظر گرفتن محدوده حداقلی برای کوچکترین مقادیر تکین معکوس ماتریس ژاکوبین، فضای کاری محدود به فضایی خواهد شد که در آن تفکیک‌پذیری و سفتی ربات محدود به حداقل مقدار مورد نظر باشد. علاوه بر این محدوده حداقلی برای شاخص شرط، ساختار ربات را نزدیک به شرایط همسانگردی می‌نماید. با مقیدسازی فضای کاری بیشینه به حداقل شاخص شرط برابر  $0/001$  و حداقل مقدار  $0/004$  برای کوچکترین مقادیر تکین، مطابق شکل (۱۰) فضایی با حجم  $2/043 \times 10^5 \text{ mm}^3$  به عنوان فضای کاری با تفکیک‌پذیری بالا (HRW)<sup>۱</sup> نتیجه می‌شود.



شکل (۱۰): فضای کاری با تفکیک‌پذیری بالا (HRW)

با توجه به اینکه مقیدسازی فضای کاری بیشینه جهت به دست آوردن فضای کاری با تفکیک‌پذیری بالا، فضای با تفکیک‌پذیری بالا با حجم بیشینه را نتیجه نمی‌دهد، لازم است به منظور دستیابی به ساختار رباتی با حداکثر حجم فضای کاری با تفکیک‌پذیری بالا، عملیات بهینه‌سازی با تابع هدف و قیود زیر انجام شود.

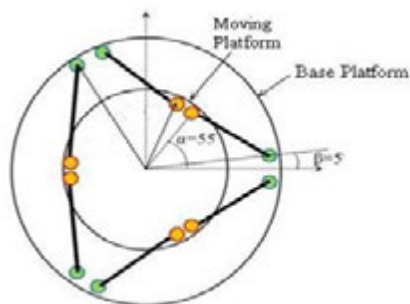
$$W^* = \text{Max}(V(c, r_a, r_b))$$

Subject to:

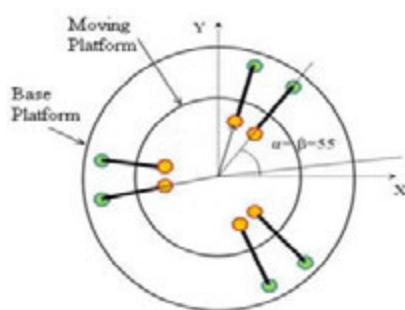
- 1-  $LCI \geq 0.001$
- 2-  $\sigma_{min} \leq 0.004$
- 3-  $200 < r_a < 300, 300 < r_b < 500, 5 < \alpha < 55, 5 < \beta < 55$
- 4-  $300 < \text{Actuator Length (L)} < 650, -60 < \gamma < 60 \text{deg}$

(۲۲)





(الف): چالاکي حداکثر(همراه با آيزوتروپي)



(ب): سفتي حداکثر

شکل(۱۳): نماي فوقاني شماتيك ساختار ربات براي دستيابي به

(الف) حداکثر همسانگري و چالاکي، (ب) حداکثر تفکيک پذيري با حجم بيشينه

جمله نیازمندی‌های ماشین‌های ابزار دقت موقعیت‌پذیری بالا یا همان تفکیک‌پذیری مناسب ابزار یا قطعه کار است. به علاوه در ماشین‌های فرز فضای کاری ماشین در قالب یک مکعب مستطیل قابل دستیابی توسط ابزار بیان می‌شود. ابعاد این مکعب در راستای محورهای کارتزینی  $X$ ،  $Y$  و  $Z$  می‌باشند. با توجه به اینکه چیدمان اجزای تشکیل دهنده رباتهای موازی نقش اصلی در شکل و اندازه فضای کاری و همچنین رفتار ماشین دارند، با استفاده از الگوریتم ژنتیک ساختار ربات چنان بهینه سازی شد که دارای بزرگترین حجم فضای کاری کارتزینی توام با تفکیک‌پذیری مطلوب باشد.

این فرآیند با استفاده از در نظر گرفتن ارضای نیازمندی دورانی ابزار به اندازه مورد نیاز حول سه محور و بی‌بعدسازی ماتریس ژاکوبین و همچنین محدود سازی عدد شرط و حداقل مقادیر تکین معکوس ماتریس ژاکوبین در تک‌تک نقاط فضای کاری صورت گرفت.

نمایش فضای کارتزینی با منظور نمودن حداقل دامنه دوران مطلوب، یکی از روش‌های نمایش فضای کاری ربات‌های با درجات آزادی بیش از سه درجه است. با استفاده از الگوریتم ژنتیک در نهایت دو ساختار متفاوت برای ربات با شرایط همسانگرد و رباتی با حجم بيشينه فضای کاری با تفکیک‌پذیری بالا به دست آمد.

شکل (۱۳) دو ساختار مربوط به شرایط همسانگردی و تفکیک‌پذیری بيشينه همراه با حجم بيشينه را نمایش می‌دهد.

## ۸- تقدیر و تشکر

این پژوهش با حمایت دانشگاه آزاد اسلامی واحد آیت‌ا. آملی انجام شده و برگرفته از طرح پژوهشی است. نویسنده اول مراتب تقدیر و تشکر را در حمایت همه جانبه واحد، از انجام طرح به عمل می‌آورد.

## ۹- مراجع

- [6] Ceccarelli, M. and Carbone, G. "A Stiffness Analysis for CaPaMan (Cassino Parallel Manipulator)", Mechanism and Machine Theory, Vol.37, No. 5, 2002, pp.427-439.
- [7] Ceccarelli M., "A Stiffness Analysis for CaPaMan", Proceedings of Conference on New Machine Concepts for Handling and Manufacturing Devices on the Basis of Parallel Structures, VDI 1427, Braunschweig, pp.67-80, 1998.
- [8] Carbone G., "Stiffness Evaluation of Multibody Robotic Systems", PhD Dissertation, LARM, University of Cassino, Cassino, 2003.
- [9] Carbone G. and Ceccarelli M., "A Procedure for Experimental Evaluation of Cartesian Stiffness Matrix", 15th CISM-IFTOMM Symposium on Robot Design, Dynamics and Control ROMANSY, Montreal, CD Proceedings, pp. 4-24, 2004.
- [10] Majou, F. and Gosselin, C. and Wenger, P. D. and Chablat, V. "Parametric stiffness analysis of the Orthoglide", Mechanism and Machine Theory, Vol. 42, 2007, pp. 296-311.
- [1] Gough, V. E. and Whitehall, S. G., "Universal Tire Test Machine". In 9th International Congress of F.I.S.I.T.A., Vol. 117, pp. 117-135, May 1962.
- [2] Stewart, D., "A Platform with Six Degrees of Freedom". In Proceedings of the Institute of Mechanical Engineering, Vol. 180, pp. 371-386, London, U.K., 1965.
- [3] Gasselin, C., "Stiffness Mapping for Parallel manipulators", IEEE Transactions of Robotic and, Automation, Vol. 6, No. 3, pp. 377-382, June 1990.
- [4] Chakarov, D., "Study of the passive compliance of parallel manipulators", Mechanism and Machine Theory, Vol. 34, 1999, pp. 373-389.
- [5] Chakarov, D., "Study of the antagonistic stiffness of parallel manipulators with actuation redundancy", Mechanism and Machine Theory, Vol. 39, 2004, pp. 583-601.

- iso-conditioning loci of planar three dof parallel manipulators”, Proceedings. of DETC'2002, ASME Design Engineering Technical Conferences, Montreal, Quebec, Canada, 2002.
- [19] Gosselin, C.M., “The optimum design of robotic manipulators using dexterity indices”, Journal of Robotics and Autonomous Systems, Vol. 9, No. 4, 1992, pp. 213–226.
- [20] Kim, S. G. and Ryu, J., “New dimensionally homogeneous jacobian matrix formulation by three end-effector points for optimal design of parallel manipulators”, IEEE Trans. On Robotics and Automation, Vol. 19, No. 4, pp. 731–737, 2003.
- [21] Mansouri, I., Ouali, M., “A new homogeneous manipulability measure of robot manipulators based on power concept”, Journal of Mechatronics, Vol. 19, 2009, pp. 927–944.
- [22] Hosseini, M.A., MohammadiDaniali, H.R. “Weighted local conditioning index of a positioning and orienting parallel manipulator”, ScientiaIranica Journal, Vol. 18, No. 1, 2011, pp. 115-120.
- [23] Hosseini, M.A., MohammadiDaniali, H.R. and Taghirad, H.R., “Dexterous Workspace Optomization of Tricept Parallel Manipulator”, Advanced Robotic (to be published).
- [11] Merlet, J. -P., Parallel Robot 2<sup>nd</sup> Ed., Springer, 2006.
- [12] <http://www.THK.com>
- [13] Zlatanov D, Bonev IA and Gosselin CM., “Constraint singularities of parallel mechanisms”, Proceedings of IEEE international conference robotics and automation, Washington, DC, pp. 496–502, 2002.
- [14] Pond, G. and Carretero, J.A., “Quantitative dexterous workspace comparison of parallel manipulators”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 42, No. 10, 2007, pp. 1388-1400.
- [15] Merlet, J.-P., “Micro Parallel Robot MIPS for Medical Applications”, Proceedings of the 8th International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA 2001), Antibes-Juan les pins, France, October 15–18, 2001.
- [16] Tandirci M., Angeles, J., Ranjbaran F., “The characteristic point and characteristic length of robotic manipulators”, Proceedings of ASME 22<sup>nd</sup> Biennial Conf. Robotics, Spatial Mechanisms & Mech. Sys., Scotsdale, Arizona, Vol. 45, pp. 203-208, Sept. 1992
- [17] Ma, O. and Angeles, J., “Optimum architecture design of platform manipulators”, Proceedings. of Int. Conf. on Advanced Robotics, Pisa, Italy, pp. 1130-1135, 1991.
- [18] Chablat, D., Wenger, Ph., Caro, S. and Angeles, J., “The