

## تأثیر انحنای نیمرخ بستر بر پاسخ آبشناسی دامنه‌های موازی با استفاده از شبیه موج جنبشی

شبیم نوروزپور<sup>1\*</sup>، علی محمد آخوندعلی<sup>2</sup>، بهرام ثقفیان<sup>3</sup>

تاریخ دریافت: 91/1/26 تاریخ پذیرش: 91/6/24

### چکیده

یکی از عوامل اثرگذار بر پاسخ دامنه‌ها، ویژگی هندسی آنها، از جمله انحنای نیمرخ می‌باشد. در مطالعات گذشته جهت بررسی اثر انحنای نیمرخ تنها از یک معادله به منظور تولید نیمرخ دامنه استفاده می‌شد و دامنه‌های کوژ و کاو نامعادل با یکدیگر مقایسه می‌شدند. در این مقاله، در ابتدا معیارهایی جهت تولید دامنه‌های معادل و قابل قیاس پیشنهاد می‌گردند، و سپس بر اساس آنها، رابطه‌ی جدیدی جهت تولید دامنه‌های معادل با دامنه‌های حاصل از رابطه‌ی ایوانس استخراج می‌شود. در پایان، روابط مربوط به زمان تعادل دامنه‌های منحنی و روابط بدون بعد مربوط به شاخه‌ی صعودی آبنا سیل ناشی از آنها با استفاده از شبیه موج جنبشی استخراج و مقایسه می‌گردند. نتایج نشان دادند که زمان تعادل در دامنه‌های کاو کمتر از دامنه‌های کوژ است. همچنین، در دامنه‌های کوژ در نظر نگرفتن انحنای دامنه می‌تواند تا 25% باعث کمتر برآورد کردن زمان تعادل شود. علاوه بر این، میزان خطا در دامنه‌های کاو ناچیز است.

**واژه‌های کلیدی:** جریان سطحی، آبنا، موج جنبشی، زمان تعادل، دامنه‌ی کوژ، دامنه‌ی کاو

<sup>1</sup> - دانشجوی دکتری هیدرولوژی و منابع آب، دانشگاه شهید چمران اهواز

<sup>2</sup> - عضو هیات علمی گروه هیدرولوژی و منابع آب دانشگاه شهید چمران

<sup>3</sup> - عضو هیات علمی پژوهشکده حفاظت خاک و آبخیزداری

\* - نویسنده مسئول

## مقدمه

یکی از مهمترین اهداف و موضوعهای مورد علاقه آبخشاسها و طراحان در زمینه‌ی منابع آب شناسایی عوامل موثر بر پاسخ آبخشاسی حوضه‌ها و تعیین میزان تأثیر هر یک از این عوامل، و به این طریق افزایش دقت پیش‌بینی این پاسخ است. پستی و بلندی دامنه‌ها، بویژه انحناي دامنه‌هاست. از آنجا که توپوگرافی دامنه‌ها، به ویژه انحناي دامنه‌ها، الگوی تغییرات سرعت بر روی دامنه و زمان پاسخ دامنه را تعیین می‌نماید، نقش بسزایی در شکل‌گیری آبنا خروجی از دامنه‌ها دارد. اکثر شبیه‌های بارش-رواناب بطور مستقیم یا غیرمستقیم به فراسنج توصیف‌کننده‌ی زمان پاسخ حوضه نیازمندند. از جمله متداولترین فراسنجهای زمان پاسخی که در شبیه‌های آبخشاسی به کار می‌رود، زمانهای تمرکز، تأخیر و تعادل است. به عنوان مثال، طراحی زهکشهای شهری با استفاده از رابطه‌ی استدلالی نیاز به تخمینی از زمان تمرکز برای تعیین شدت بارش بحرانی دارد (بن-زوی، 1984). روشهای آبنا واحد اشنایدر، کلارک و SCS نیاز به برآورد زمان پاسخ حوضه دارند. روش روندیابی سیلاب ماسکینگام نیز از زمان پیمایش در بازه‌ی رودخانه‌ها استفاده می‌کند. مینینک (1978) نشان داد که تغییر زمان تمرکز از نصف تا دو برابر مقدار اولیه باعث تغییر در بدهی حداکثر متناظر تا  $1/64$  و  $0/48$  مقدار اولیه برای یک حوضه‌ی 5 کیلومتر مربعی در دارلینگ دانز استرالیا می‌شود.

روابط متعددی برای محاسبه‌ی زمان تمرکز بر اساس انگاره-ی موج جنبشی<sup>1</sup> در منابع موجود می‌باشند. از زمانی که ولهیسر و لیگت (1967) نشان دادند که معادلات موج جنبشی در اکثر شرایط برای محاسبه‌ی زمان تمرکز جریان سطح الارضی قابل استفاده می‌باشند، گرایش زیادی به سمت استفاده از انگاره‌ی موج جنبشی در استخراج روابط زمان تمرکز پدید آمد. در این میان تحقیقات اندکی اثر تغییرات پیوسته عوامل موثر بر زمان تعادل را در نظر گرفته‌اند. در این زمینه، ثقفیان و جولین (1995)، و اگنس و همکاران (2007) روابطی انتگرالی را برای محاسبه‌ی زمان تعادل حوضه‌ها، و بویژه دامنه‌ها، ارائه داده‌اند. تفاوت اصلی این دو رابطه در فرضیات به کار رفته در استخراج آنها می‌باشد. ثقفیان و جولین (1995) در استخراج رابطه‌ی زمان تعادل تنها از فرضیه موج جنبشی استفاده کردند، در حالیکه اگنس و همکاران (2007)، علاوه بر این فرضیه، فرضیه دیگری را نیز به کار بردند که هیدرولیک جریان را کاملاً در نظر نمی‌گرفت.

یکی از روابطی که امکان بررسی تأثیر تغییرات شیب بستر و عرض جریان بر پاسخ آبخشاسی دامنه‌ها و تولید دامنه‌های مرکب را فراهم می‌کند، رابطه‌ی ایوانس (1980) است. این رابطه پیش از این به وسیله‌ی ترخ و همکاران (2002)، طالبی و همکاران (2008) و سبزواری و همکاران (2010)

<sup>1</sup>Kinematic wave

با یکدیگر متفاوت می‌باشند. لذا، یکی از اهداف این تحقیق استخراج معادله‌ی بر اساس رابطه‌ی ایوانس (1980) جهت تولید دامنه‌های معادل و قابل مقایسه است. شیب میانگین دامنه یکی از فراسنجهایی است که در اکثر معادلات زمان تمرکز دیده می‌شود. با این وجود، بیشتر محققین با صرف نظر کردن از تغییرات شیب، یا همان انحنا‌ی نیمرخ، دامنه را به صورت صاف فرض نموده‌اند. لذا هدف دیگر این تحقیق استخراج آبنماهای ناشی از دامنه‌های کوژ، کاو، و صاف با استفاده از شبیه موج جنبشی، و مقایسه‌ی پاسخ دامنه‌های معادل است.

### مواد و روشها

#### هندسه‌ی دامنه‌ها

همواره می‌توان بخش معینی از یک سطح پستی و بلندی یا حوضه را با استفاده از یک تابع پیوسته تقریب زد. یکی از شبیه‌هایی که در این زمینه به کار می‌رود شبیه ایوانس (1980) است. از آنجا که دامنه‌های به کار رفته در این تحقیق از نوع موازی می‌باشند، فقط بخشی از رابطه‌ی ایوانس (1980) که نیمرخ بستر جریان را شبیه‌سازی می‌نماید به کار می‌رود:

$$z = H \left( 1 - \frac{x}{L} \right)^N \quad (1)$$

در رابطه‌ی (1)،  $z$  ارتفاع،  $x$  فاصله افقی در جهت طول دامنه،  $L$  طول دامنه،  $H$  حداکثر اختلاف ارتفاع و  $N$  فراسنج انحنا در جهت شیب (انحنا‌ی نیمرخ) می‌باشند.

در زمینه‌ی جریان زیرسطحی مورد استفاده قرار گرفته است. ایشان با استفاده از این رابطه 9 دامنه‌ی مختلف تولید نمودند. در واقع، این 9 دامنه از ترکیب سه حالت مختلف برای انحنا‌ی نیمرخ دامنه (کوژ، کاو، و صاف) و سه حالت مختلف برای انحنا‌ی خطوط تراز (همگرا، واگرا، و موازی) به وجود می‌آیند. سبزواری و همکاران (2010) اظهار نمودند که نقش هندسه‌ی دامنه‌ها در جریان زیرسطحی بسیار حائز اهمیت است، اما در زمینه‌ی جریان سطحی نیاز به مطالعات بیشتری وجود دارد. در این تحقیق نشان داده می‌شود که محققین مزبور به منظور بررسی اثر انحنا‌ی دامنه با استفاده از رابطه‌ی ایوانس (1980) دامنه‌هایی را ایجاد نمودند که هم از نظر نوع و هم از نظر میزان انحنا با یکدیگر متفاوت بوده‌اند. به این ترتیب، به نظر می‌رسد که ایشان در بررسی اثر خالص انحنا‌ی نیمرخ موفق نبوده؛ بنابراین، نتایج حاصل از مطالعات ایشان نمی‌توانند منعکس کننده‌ی اثر خالص انحنا‌ی نیمرخ دامنه‌ها باشند. در واقع، علت اصلی این مساله را می‌توان استفاده از تنها یک تابع برای تولید هندسه‌ی دامنه‌ها دانست. در تحقیق حاضر نویسندگان علاوه بر رابطه‌ی ایوانس (1980) از رابطه‌ی دیگری کمک می‌گیرند تا این محدودیت را از میان برداشته و دامنه‌های کوژ و کاوی را ایجاد نمایند که نه تنها بر اساس تعریف ساده شیب میانگین با هم معادل می‌باشند، بلکه توابع توزیع تجمعی شیب و میزان انحنا‌ی آنها نیز یکسان بوده، و صرفاً از نظر نوع انحنا

## انحنای نیمرخ

انحنای نیمرخ  $c_p [L^{-1}]$ ، انحنای پستی و بلندی در امتداد یک خط جریان (منظور خطی است که بر اساس حداکثر شیب رسم شده است) را اندازه می‌گیرد (میتاسوا و هفیرکا، 1993؛ اشمیت و همکاران، 2003) انحنای نیمرخ برای دامنه‌های موازی از رابطه‌ی (2) به دست می‌آید:

$$c_p = \frac{f_{xx}}{(f_x^2 + 1)^{3/2}} \quad (2)$$

که  $f_x$  و  $f_{xx}$  مشتقات جزئی اول و دوم سطح پستی و بلندی  $Z=f(x)$  می‌باشند. مقادیر مثبت و منفی  $c_p$  به ترتیب نیمرخهای کاو و کوژ را نشان می‌دهند. تغییر انحنای نیمرخ در سطح دامنه مستقیماً به فرایندهای زمین ریخت‌شناسی حاکم مرتبط است. به عنوان مثال، در جایی که فرایندهای فرسایشی پخشی غالب است، شکل کلی دامنه کوژ است (بوگارت و ترخ، 2006). مقدار انحنای میانگین هر دامنه را می‌توان از رابطه‌ی زیر به دست آورد:

$$\bar{c}_p = \frac{1}{L} \int_0^L c_p dx \quad (3)$$

که  $\bar{c}_p$  میانگین انحنای نیمرخ دامنه در بازه  $0 \leq x \leq L$  است. به این ترتیب، می‌توان نتیجه گرفت که توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  در بازه  $0 \leq x \leq L$  زمانی تولید دامنه‌های معادل می‌نمایند که:

$$\left. \frac{f_x(x)}{\sqrt{1+f_x^2(x)}} \right|_{x=0}^L = \left. \frac{-g_x(x)}{\sqrt{1+g_x^2(x)}} \right|_{x=0}^L \quad (4)$$

در رابطه‌ی فوق  $g_x$  مشتق تابع تعریف‌کننده‌ی دامنه‌ی معادل است.

## دامنه‌های معادل و تابع توزیع تجمعی شیب

مشکل اصلی رابطه‌ی (1) این است که با استفاده از آن نمی‌توان دامنه‌های کوژ و کاو معادل را ایجاد نمود. اگر چه محققینی که از شبیه نیمرخ ایوانس (1980) استفاده کرده‌اند، صریحاً معیار به کار رفته برای انتخاب مقادیر فراسنج انحنای ذکر ننموده‌اند؛ چنین به نظر می‌رسد که ایشان برای فراسنج انحنای یک دامنه ممکن را در نظر گرفته، و با این پیش فرض که مقادیر حدی (بیشترین و کمترین) فراسنج انحنای منجر به ایجاد مقادیر حدی در متغیر مورد بررسی ایشان می‌شود، در مورد تأثیر انحنای نیمرخ بر آن متغیر به قضاوت پرداخته‌اند. در جدول 1 میانگین انحنای دامنه‌های کوژ و کاوی که در مطالعات گذشته مورد مقایسه قرار گرفته‌اند برای حالت خاص  $\bar{S} = 0/01$ ، که  $\bar{S} = H/L$  شیب میانگین دامنه می‌باشد، آمده است، و در شکل 1 توابع توزیع تجمعی متناظر با آن دامنه‌ها نشان داده شده‌اند. جدول 1 و شکل 1 به خوبی نابرابری دامنه‌های کوژ و کاوی را که این محققین مقایسه نموده‌اند نشان می‌دهند.

در واقع، در مطالعات گذشته دامنه‌هایی با هم مقایسه گردیده‌اند که تنها از نظر شیب میانگین (نسبت حداکثر اختلاف ارتفاع تقسیم به طول در جهت افقی) با هم یکسان بوده‌اند. در این مطالعه در تولید دامنه‌های معادل نه تنها

به آسانی قابل اثبات است که شرط تعریف شده به وسیله‌ی معادله (4) نیز برای تابع  $g(x)$ ، برقرار است. با استفاده از توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  می‌توان به ازای یک مقدار برای فراسنج انحنا،  $N$ ، دو دامنه‌ی معادل ایجاد نمود. چنانچه مقدار  $N$  کوچکتر از 1 در نظر گرفته شود، معادله‌ی (1) یک دامنه‌ی کوژ، و معادله (10) دامنه‌ی کاو معادل با آن را تولید می‌نماید، چنانچه مقدار  $N$  بزرگتر از 1 در نظر گرفته شود معادله‌ی (1) یک دامنه‌ی کاو، و معادله‌ی (10) دامنه‌ی کوژ معادل با آن را ایجاد می‌کند، و بازای  $N=1$  توابع  $g(x)$  و  $f(x)$  با هم برابر شده و یک دامنه‌ی صاف تولید می‌کنند. تابع  $g(x)$ ، علاوه بر اینکه از این نظر که دامنه‌های معادل با دامنه‌های حاصل از تابع  $f(x)$  تولید می‌کند، دارای اهمیت است می‌تواند در کنار تابع  $f(x)$  به عنوان یک شبیه پستی و بلندی مکمل جهت شبیه‌سازی نیمرخ دامنه‌هایی که در آنها تمرکز تغییرات شیب در بالادست دامنه است نیز مورد استفاده قرار گیرد. در شکل 2 نیمرخ بدون بعد دامنه‌هایی که در مطالعات قبلی، بدون در نظر گرفتن تابع توزیع تجمعی شیب و میانگین انحنای دامنه به کار رفته‌اند، به همراه نیمرخ بدون بعد دامنه‌هایی که در این تحقیق بر اساس تساوی تابع توزیع تجمعی شیب و میانگین انحنای دامنه استخراج می‌شوند رسم گردیده‌اند. دامنه‌هایی که در مطالعات قبلی با هم مقایسه گردیده‌اند نه تنها از نظر تابع توزیع تجمعی شیب با هم متفاوتند، بلکه بر اساس شکل 2،

شیب میانگین، بلکه تابع توزیع تجمعی شیب بطور کامل در نظر گرفته می‌شود، و به این ترتیب دامنه‌های کوژ و کاوی ایجاد می‌شوند که تابع توزیع تجمعی شیب آنها با هم برابر است. به آسانی قابل استدلال است که برای هر دامنه‌ی کوژ (کاو)، دامنه‌ی معادل کاو (کوژ) یکتایی وجود دارد، بطوری که هر دو دامنه دارای تابع توزیع تجمعی شیب یکسانی باشند؛ این دامنه‌ی معادل از معکوس نمودن روند تغییرات شیب دامنه‌ی اولیه به دست می‌آید. به این ترتیب، چنانچه فرض نماییم که دامنه‌ی اولیه،  $f(x)$ ، از تابع ایوانس (1980) تبعیت می‌نماید، ضابطه‌ی مربوط به دامنه‌ی معادل،  $z=g(x)$ ، قابل استخراج است. به منظور ساده‌سازی محاسبات از طول افقی بهنجار شده  $x = x/L$ ، و ارتفاع بهنجار شده  $h = z/H$  استفاده می‌گردد. بنابراین:

$$f(x) = h = (1-x)^N \quad (5)$$

$$f_x(x) = -N(1-x)^{N-1} \quad (6)$$

$$g_x(x) = f_x(1-x) = -Nx^{N-1} \quad (7)$$

$$g(x) = -x^N + c \quad (8)$$

$c$  ثابت انتگرال است که با صدق دادن یکی از نقاط واقع بر روی دامنه در ضابطه به دست می‌آید؛ به این ترتیب:

$$g(x) = 1 - x^N \quad (9)$$

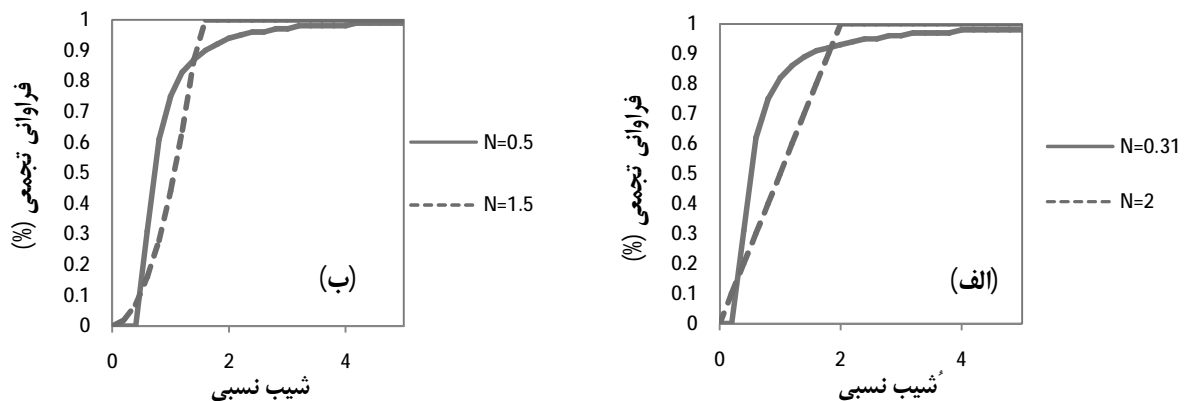
یا

$$g(x) = H \left[ 1 - \left( \frac{x}{L} \right)^N \right] \quad (10)$$

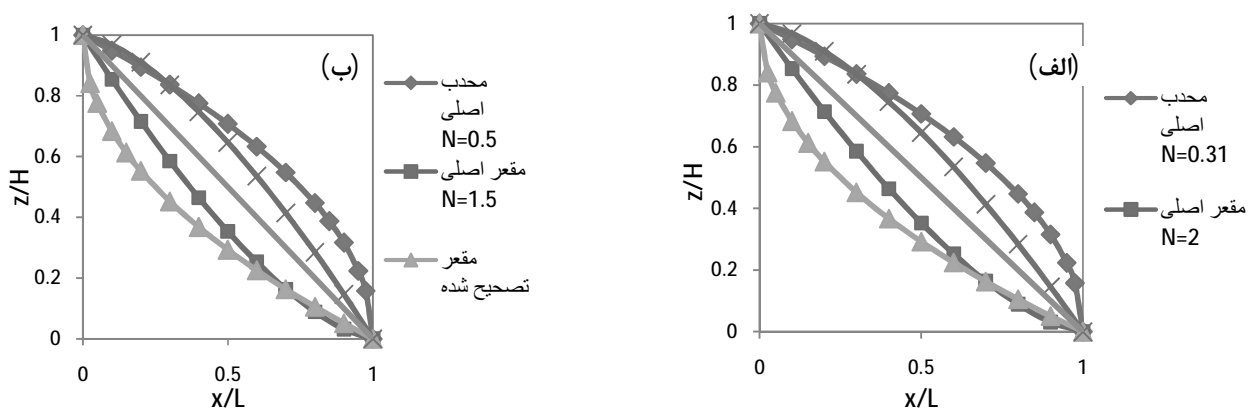
نگاره‌ی نیمرخ این دامنه‌ها نیز هیچ گونه ارتباطی با هم ندارند.

جدول 1- مقادیر میانگین انحنای دامنه‌های در نظر گرفته شده در مطالعات قبلی با فرض  $\bar{S} = 0/01$ .

منبع	N های در نظر گرفته شده	$c_p$
ترخ و همکاران (2002)	کوژ	-1
	کاو	0/02
طالبی و همکاران (2008) و سبزواری و همکاران (2010)	کوژ	-0/99
	کاو	0/01



شکل 1- تابع توزیع تجمعی دامنه‌های کوژ و کاو به کار رفته به وسیله ی (الف) ترخ و همکاران (2002)، (ب) طالبی و همکاران (2008)، و سبزواری و همکاران (2010) برای دامنه‌های موجود در جدول 1.



شکل 2- الف- نیمرخ دامنه‌های کوژ و کاو به کار رفته به وسیله ی ترخ و همکاران (2002)، و دامنه‌های معادل تصحیح شده. ب- نیمرخ دامنه‌های کوژ و کاو به کار رفته به وسیله ی طالبی و همکاران (2008)، و سبزواری و همکاران (2010)، و دامنه‌های معادل تصحیح شده.

## محاسبه‌ی زمان تعادل دامنه‌های منحنی معادل

$$q = ah^m \quad (12)$$

$$A_x = a_1 h^{b_1} \quad (13)$$

$$R = a_2 h^{b_2} \quad (14)$$

$$g = \frac{m-1}{m+b_1-1} \quad (15)$$

که  $\alpha = \sqrt{S}/n$  فراسنج اصطکاک و  $a_1, a_2, b_1$  و  $b_2$  تابع هندسه‌ی مقطع جریان می باشند. با توجه به اینکه در مطالعه‌ی حاضر عرض جریان ثابت در نظر گرفته می‌شود، بنابراین  $Q_e = a_1 r x$ ، که  $r$  شدت بارش می‌باشد. با فرض  $a_2 = b_2 = b_1 = 1$  و یکنواختی مکانی شدت بارش و ضریب زبری مانینگ، رابطه‌ی (11) به شکل زیر تقلیل می‌یابد:

$$t_e(x) = \frac{n^{1/m} r^{1/m}}{m} \int_0^x \frac{u^{1/m-1}}{S^{2/m}} du \quad (16)$$

و

$$S(x) = \left| \frac{dz}{dx} \right| = \left| \frac{d(hH)}{d(xL)} \right| = \bar{S} \left| \frac{dh}{dx} \right| = \bar{S} j_{pr}(x) \quad (17)$$

که  $j_{pr}(x)$  «تابع شکل نیمرخ» نامیده می‌شود. معادله‌ی

(16) را می‌توان به شکل بدون بعد زیر تبدیل کرد:

$$t_e(x = xL) = \frac{r^{1/m}}{m k_s^{1/m}} \int_0^x \frac{u^{1/m-1}}{(j_{pr}(u))^{2/m}} du \quad (18)$$

ثقفیان و جولین (1995) به استخراج روابطی جهت تعیین زمان تعادل حوضه‌هایی که ویژگیهای آنها دارای تغییرات مکانی است پرداختند. ایشان زمان پیمایش را در دو حالت جریانهای روی زمینی و آبراههای مورد بررسی قرار داده و در استخراج این روابط از تقریب موج جنبشی استفاده کردند؛ به همین دلیل، زمان پیمایش به دست آمده را «زمان تعادل جنبشی» معرفی نمودند. بیان ریاضی ثقفیان و جولین (1995) در حالت جریان دامنه‌ای، که مورد بحث مقاله حاضر است، کاملاً منطبق بر پیشروی موج جنبشی از بالادست به پایین دست است، و به همین دلیل، در این مقاله از رابطه‌ی ایشان جهت محاسبه زمان تعادل دامنه‌ها استفاده می‌شود. مطالعات ثقفیان و جولین (1995) در حالت جریان دامنه‌ای منجر به رابطه‌ی (11) شد:

$$t_e(x) = \int_0^x (1-g) \left( \frac{a_1}{Q_e} \right)^g \left( \frac{n}{a_2^{2/3} \sqrt{S}} \right)^{1-g} du \quad (11)$$

در رابطه‌ی فوق  $u$  متغیر انتگرال،  $S$  شیب بستر،  $Q_e$  بده‌ی تعادلی یا بده در شرایط ماندگار،  $n$  ضریب زبری مانینگ است، و  $a_1, a_2$  و  $\gamma$  با توجه به روابط بده در واحد عرض ( $q$ )، سطح مقطع جریان ( $A_x$ ) و شعاع هیدرولیکی ( $R$ ) با عمق جریان (روابط 12 تا 15) به دست می‌آیند:

بدون بعدسازی محور عمودی استفاده می‌گردد. منظور از دامنه‌ی صاف معادل دامنه‌ای است که از نظر کلیه شرایط (طول، شیب میانگین، زبری و شدت بارش مازاد) با دامنه‌ی موردنظر مشابه است، ولی فراسنج انحنای آن برابر با 1 می‌باشد. بازای  $N=1$  روابط (19) و (20) با هم برابر می‌شوند، و تابع آشنای زمان تعادل دامنه صاف را نشان می‌دهند:

$$T_{eStraight}(x=L) = \frac{r^{\frac{1}{m}-1}}{k_*^{\frac{1}{m}}} \quad (21)$$

روابط (19) و (20) را می‌توان به صورت توابعی از  $T_{eStraight}$  نوشت.

### استخراج معادله شاخه صعودی آبنمای سیل

بر اساس انگاره‌ی موج جنبشی معادله‌ی شاخه صعودی آبنما سیل به صورت زیر است:

$$q(t) = rx(t) \quad (22)$$

که  $t(x)$  در واقع طول قسمتی از دامنه است که در زمان  $t$  به تعادل رسیده است. از طرفی، بدهی تعادل در واحد عرض دامنه،  $q_e$ ، برابر است با:

$$q_e = rL \quad (23)$$

از روابط (22) و (23) نتیجه می‌شود:

$$\frac{q(t)}{q_e} = \frac{x(t)}{L} = \xi(t) \quad (24)$$

در رابطه‌ی فوق  $k_* = \sqrt{S} / (nL)$  هندسه‌ی «ناخالص» دامنه<sup>1</sup> را در نظر می‌گیرد که اثرات شیب میانگین، طول دامنه و زبری دامنه را لحاظ می‌نماید. به این ترتیب، با حل انتگرال معادله‌ی (18) می‌توان توزیع مکانی زمان تعادل را برای سطح اولیه،  $t_{ef}$ ، و سطح معادل،  $t_{eg}$ ، در راستای این سطوح به دست آورد:

$$t_{ef}(x=xL) = \frac{r^{\frac{1}{m}-1} \Gamma\left(\frac{1}{m}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1-N}{2m}\right)}{mk_*^{\frac{1}{m}} N^{\frac{1}{2m}} \Gamma\left(1 + \frac{3-N}{2m}\right)} \times \text{betainc}\left(x, \frac{1}{m}, 1 + \frac{1-N}{2m}\right) \quad (19)$$

(20)

$$t_{eg}(x=xL) = \frac{2r^{\frac{1}{m}-1} \xi^{\frac{3-N}{2m}}}{(3-N) N^{\frac{1}{2m}} k_*^{\frac{1}{m}}}$$

در معادله (19)،  $\text{betainc}(\cdot)$  تابع توزیع بتای ناقص با شناسه‌ی  $(\cdot)$  و  $\Gamma(\cdot)$  تابع گاما می‌باشد. این معادله زمانی برقرار است که  $N \leq 1 + 2m$ . بنابراین با فرض وضعیت جریان متلاطم بایستی شرط  $N \leq \frac{13}{3}$  برقرار باشد. به منظور فراهم نمودن امکان مقایسه آبنماها از نسبت زمان تعادل به زمان تعادل دامنه‌ی صاف معادل،  $T_{eStraight}$ ، برای بدون بعدسازی محور افقی و نسبت بده به بدهی تعادل برای

<sup>1</sup>"gross" hillslope geometry



یعنی  $\frac{T_{ef}}{T_{eStraight}}$  و  $\frac{T_{eg}}{T_{eStraight}}$  (به ترتیب متناظر با سطوح

تعریف شده به وسیله‌ی توابع  $Z=f(x)$  و  $Z=g(x)$  از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{T_{ef}}{T_{eStraight}} = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{m}\right)\Gamma\left(1+\frac{1-N}{2m}\right)}{mN^{\frac{1}{2m}}\Gamma\left(1+\frac{3-N}{2m}\right)} \quad (27)$$

$$\frac{T_{eg}}{T_{eStraight}} = \frac{2}{(3-N)N^{\frac{1}{2m}}} \quad (28)$$

نسبت‌های تعریف شده در معادلات (27) و (28)، بسته به اینکه زمان تعادل دامنه‌ی مورد بررسی کوچکتر، بزرگتر یا مساوی زمان تعادل دامنه صاف است، می‌تواند به ترتیب کمتر، بیشتر یا برابر با 1 باشد. شکل 3 نمودارهای نسبت زمان تعادل دامنه منحنی به زمان تعادل دامنه‌ی صاف را برای دامنه‌های معادل در فراسنج انحناهای مختلف (در بازه 0/3 تا 1/7) با فرض  $m = \frac{5}{3}$  نشان می‌دهد. بازه‌ی تغییرات فراسنج انحنا به وسیله‌ی این نمودارها به 2 محدوده تقسیم می‌گردند که در جدول 2 نشان داده شده‌اند.

با استفاده از معادلات (19)، (20) و (21) و انجام ساده-سازی، معادله‌ی آبنمای بدون بعد  $\frac{q(t)}{q_e}$  بر حسب

$\frac{t}{T_{eStraight}}$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{q(t)}{q_e} = \xi_f(t) = \text{betaincinv} \left( \frac{mN^{\frac{1}{2m}}\Gamma\left(1+\frac{3-N}{2m}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{m}\right)\Gamma\left(1+\frac{1-N}{2m}\right)} \frac{t}{T_{eStraight}}, \frac{1}{m}, 1+\frac{1-N}{2m} \right) \quad (25)$$

$$\frac{q(t)}{q_e} = \xi_g(t) = \left( \frac{(3-N)N^{\frac{1}{2m}}}{2} \frac{t}{T_{eStraight}} \right)^{\frac{2m}{3-N}} \quad (26)$$

که  $\text{betaincinv}(\cdot)$  معکوس تابع توزیع بتای ناقص با شناسه‌ی (,) است. با شرط  $m = \frac{5}{3}$ ، رابطه‌ی (25) با فرض

$N \leq 1.78$  برقرار است. به منظور شکل‌گیری کامل شاخه‌ی

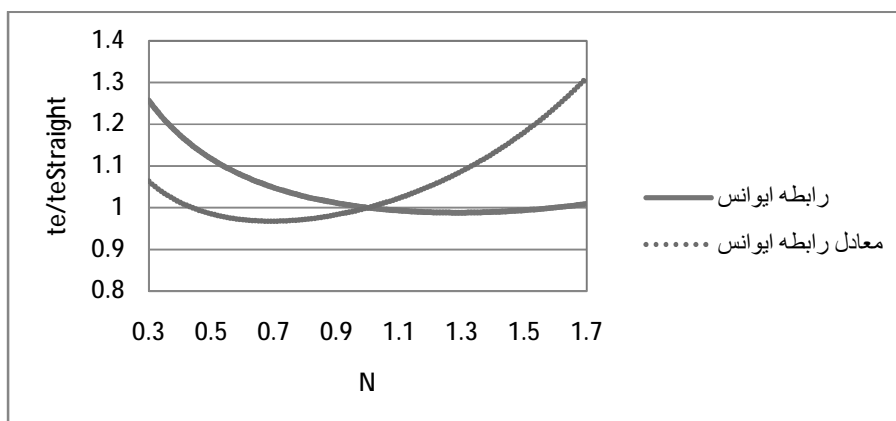
صعودی آبنمای سیل بایستی مقدار  $\frac{t}{T_{eStraight}}$  را به حدی

افزایش داد که بده در واحد عرض بدون بعد متناظر با آن

برابر با 1 شود؛ بنابراین، مقدار  $\frac{t}{T_{eStraight}}$  در شرایط تعادل،

جدول 2- محدوده‌های فراسنج انحنا و موقعیت زمان تعادل دامنه‌های کوژ، کاو و صاف در هر محدوده.

زمان تعادل	بازه‌ی تغییرات فراسنج انحنا
$T_{eStraight} < T_{eConcave} < T_{eConvex}$	محدوده‌ی اول (فراسنج انحنا بین 0/3 و 0/45 یا بین 1/6 و 1/7)
$T_{eConcave} < T_{eStraight} < T_{eConvex}$	محدوده‌ی دوم (فراسنج انحنا بین 0/45 و 1/6)



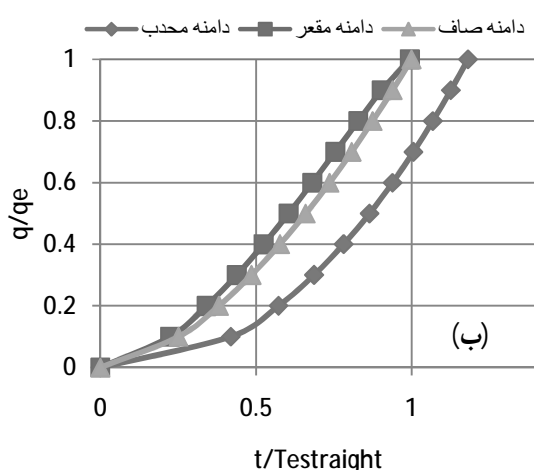
شکل 3- نسبت زمان تعادل دامنه منحنی به زمان تعادل دامنه صاف برای دامنه‌های معادل با فرض  $m = \frac{5}{3}$ .

## بحث و نتایج

درصد) است. علاوه بر این، در دامنه‌های کوژ رفتار تغییرات زمان تعادل دامنه با فراسنج انحنا منظم است، یعنی همواره با افزایش کوژی دامنه زمان تعادل آن نیز افزایش می‌یابد، اما در دامنه‌های کاو این رفتار نامنظم است، یعنی با افزایش کاوی، در ابتدا زمان تعادل دامنه کاهش یافته، و پس از آن افزایش می‌یابد. این نامنظمی، در دامنه‌های تعریف شده به وسیله‌ی معادل رابطه‌ی ایوانس (1980) ملموستر است. این رفتار نامنظم را می‌توان به این شکل توجیه نمود که سرعت حرکت موج جنبشی، و به تبع آن زمان تعادل دامنه، تابعی از دو عامل شیب بستر و مساحت مشارکت‌کننده است. این دو عامل در دامنه‌های کوژ در یک جهت عمل می‌نمایند، یعنی در جهت جریان، هم شیب بستر و هم مساحت مشارکت‌کننده افزایش می‌یابد، اما در دامنه‌های کاو، اینگونه نیست، زیرا شیب بر خلاف مساحت مشارکت‌کننده در جهت جریان کاهش می‌یابد. اثر نهایی حاصل تعامل این دو عامل است، و

بر اساس نتایج به دست آمده، زمان تعادل دامنه‌های کوژ بیشتر از زمان تعادل دامنه‌های کاو است. در محدوده‌ی دوم، که احتمال وقوع آن در طبیعت بیشتر از محدوده‌ی اول است، زمان تعادل دامنه‌ی صاف بیشتر از زمان تعادل دامنه‌ی کاو، و کمتر از زمان تعادل دامنه‌ی کوژ است. این بدین معنی است که روابطی که تغییرات شیب را در نظر نمی‌گیرند، و برای محاسبه‌ی زمان تعادل دامنه از میانگین شیب استفاده می‌کنند، در دامنه‌های کوژ، زمان تعادل را کمتر، و در دامنه‌های کاو زمان تعادل را بیشتر تخمین می‌زنند. چنانچه محدوده‌ی دوم را به عنوان بازه‌ی ممکن تغییرات فراسنج انحنا در نظر بگیریم، خطای ناشی از چشم پوشی از تغییرات شیب می‌تواند تا 25 درصد برسد؛ یعنی تا 25 درصد ممکن است زمان تعادل کمتر تخمین زده شود. در حالی که این خطا در دامنه‌های کاو ناچیز (کمتر از 0/5

دامنه‌های کاو است. برخورد آبنماهای مربوط به دامنه‌های صاف و کاو در شکل 4-الف ناشی از همان رفتار نامنظم زمان تعادل در دامنه‌های کاو است. آبنماهای مربوط به دامنه‌های کوژ و دامنه‌ی صاف هیچ گاه با هم برخورد نمی‌کنند، زیرا زمان تعادل دامنه‌های کوژ با هر میزان انحنا، بیشتر از زمان تعادل دامنه‌ی صاف است.

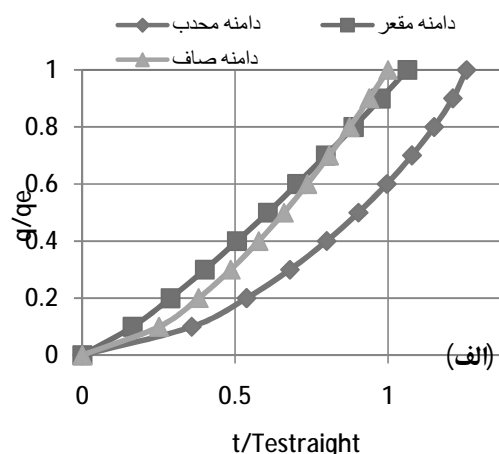


شکل 4-شاخه صعودی آبنمای خروجی از دامنه‌های معادل با فرض  $m = \frac{5}{3}$  (الف) به ازای  $N=0/3$  (ب) به ازای  $N=1/5$ .

کوژ می‌تواند تا 25 درصد باعث کمتر تخمین زدن زمان تعادل شود.

3- اختلاف زمان تعادل دامنه‌های کاو و دامنه‌ی صاف ناچیز است. همچنین، شکل آبنمای ناشی از دامنه‌های صاف و کاو در قسمت شاخه‌ی صعودی آبنمای سیل اختلاف چندانی با هم ندارد.

بسته به میزان انحنا، یکی از این دو عامل غالب و دیگری مغلوب واقع می‌شود. در شکل 4 آبنمای خروجی از دامنه‌های معادل بازای  $N=0/3$  و آبنمای خروجی از دامنه‌های معادل بازای  $N=1$  برای  $m = \frac{5}{3}$  نشان داده شده است. بر اساس شکل 4، خطای ناشی از در نظر نگرفتن تغییرات شیب در استخراج آبنمای سیل در دامنه‌های کوژ بیشتر از



## نتیجه گیری

نتایج به دست آمده از این تحقیق را می‌توان به شکل زیر خلاصه نمود:

- 1- زمان تعادل دامنه‌های کاو کمتر از زمان تعادل دامنه‌های کوژ است.
- 2- زمان تعادل دامنه‌های کوژ بیشتر از دامنه صاف است، بطوری که چشم پوشی از تغییرات شیب در دامنه‌های

6. Mitasova H. and Hoffierka J., 1993. Interpolation by regularized spline with tension: II. Application to terrain modelling and surface geometry analysis, *Math.Geol.*, 25, 657–669.
7. Meynink W.J.C., 1978, Catchment time response. Darling Downs institute of advance education, Australia.
8. Mitasova H. and Hoffierka J., 1993. Interpolation by regularized spline with tension: II. Application to terrain modelling and surface geometry analysis, *Math.Geol.*, 25, 657–669.
9. Sabzevari T., Talebi A., Ardakanian R. and Shamsai A., 2010. A steady-state saturation model to determine the subsurface travel time (STT) in complex hillslopes, *Hydrol.Earth Syst. Sci.*, 14, 891–900, doi:10.5194/hess-14-891-2010.
10. Saghafian B. and Julien P.Y., 1995. Time to equilibrium for spatially variable watersheds. *J Hydrol* 172:231–45.
11. Schmidt J., Evans I.S. and Brinkmann J., 2003. Comparison of polynomial models for land surface curvature calculation, *Int. J.. Geogr.Inf. Sci.*, 17, 797–814
12. Talebi A., Troch P.A. and Uijlenhoet R., 2008. A steady-state analytical hillslope stability model for complex hillslopes, *Hydrol Process* 22: 546-553.
- 4- در دامنه‌های کوژ، با افزایش میزان کوژی زمان تعادل، و در نتیجه زمان رسیدن به بدهی حداکثر در آب‌نمای سیل همواره افزایش می‌یابد در حالی که در دامنه‌های کاو، روند تغییرات زمان تعادل با میزان کاوی منظم نیست، بطوری که در ابتدا با افزایش انحنا زمان تعادل کاهش، سپس افزایش می‌یابد. این روند نامنظم در مواقعی که از شبیه معادل رابطه‌ی ایوانس (1980) جهت تولید دامنه استفاده گردد، بارزتر و ملموس‌تر است.

### منابع

1. Agnese C., Baiamonte G. and Corrao C. 2007. Overland flow generation on hillslopes of complex topography: analytical solutions. *Hydrol Process* 21: 1308–1317.
2. Ben-Zvi A., 1984. Runoff peaks from two dimensional laboratory watersheds. *J Hydrol* 68: 39-115.
3. Bogaart P.W. and Troch P.A., 2006. Curvature distribution within hillslopes and catchments and its effect on the hydrological response. *Hydrol.Earth Syst. Sci.*, 10: 925-936.
4. Evans I.S., 1980. An integrated system of terrain analysis and slope mapping. *Zeitschrift fur Geomorphologie, Supplementband* 36: 274-295.
5. Meynink W.J.C., 1978, Catchment time response. Darling Downs institute of advance education, Australia.

13. Troch P.A., Van Loon A.H. and Hilberts A.G.J., 2002. Analytical solutions to a hillslope storage kinematic wave equation for subsurface flow. *Adv Water Resour* 25(6): 637–649.
14. Woolhiser D.A. and Liggett J.A., 1967. Unsteady one-dimensional flow over a lane—The rising hydrograph. *Water Resour. Res.*, 3(3), 753-771.