یک رویکرد کارآ براي مسأله جايابي تسهيلات غير مشابه در فضاي ناپيوسته

داود شیشه‌بري[i] ; مهدي مهنام[ii]; علي شاهنده[iii]

چکیده

مسأله جايابي تسهيلات (MFLP) مكان‌يابي تعداد معيني تسهيل براي خدمت رساني به مجموعه‌اي از مشتريان با نيازها و مكان‌هاي مشخص است. اگر محيط مورد نظر ناپيوسته باشد مسأله به صورت مكان‌يابي تسهيلات در محيط غير پيوسته (DMFLP) مطرح مي‌گردد. در اين مقاله حالت خاصي از مسأله DMFLP با هدف استقرار تسهيلات غير مشابه در محيط ناپيوسته و با درنظرگرفتن تسهيلات موجود مورد بررسي قرار مي‌گيرد. مسأله مورد نظر در دو حالت وجود و عدم وجود ارتباط ميان تسهيلات قابل بررسي است. در اين مقاله يك الگوريتم حل دقيق بر پايه روش شاخه‌وكران و يک الگوريتم ابتكاري براي حل مسأله ارائه شده است. در هر دو حالت وجود و عدم وجود ارتباط، با افزايش تعداد تسهيلات و مكان‌ها زمان حل مسأله براي رسيدن به جواب بهينه به طور قابل توجهي افزايش مي‌يابد. بدين لحاظ يک الگوريتم ابتكاري كارآ توسعه داده شده و براي حل مسأله براي هر دو ديدگاه به كار گرفته شد. با توليد مسائل تصادفي كارآيي روش ابتكاري در مقايسه با الگوريتم حل دقيق بررسي و نشان داده شده است.

كلمات كليدي

جايابي تسهيلات، الگوريتم شاخه‌وكران، روش ابتكاري.

An Efficient Approach to Discrete Multiple Different Facility Location Problem

D. Shishebori; M. Mahnam; A. Shahandeh

ABSTRACT

The Multiple Facility Location Problem (MFLP) is to locate certain facilities so as to serve a given set of customers, whose locations and requirements are known. When the locations have to be selected from a given set of candidate locations, the problem becomes a Discrete Multiple Facility Location Problem (DMFLP). In this study, a special case of DMFLP is discussed where multiple facilities that are of different type are to be placed (location decision) and assign customers to these facilities (allocation or assignment). Both cases with and without interactions among new facilities are considered in this problem. In this paper, efficient lower and upper bounds are used to propose a branch-and-bound scheme as an exact method. Also, new heuristic method is provided for both cases and compared for large-job sizes. Computational results on randomly generated data in comparison with optimal solutions indicate that the heuristic method is accurate and efficient.

KEYWORDS

Facility location, Branch and Bound, Heuristic.

[i] كارشناس ارشد مهندسي صنايع دانشگاه صنعتي اصفهان: Email: shishebori@in.iut.ac.ir
[ii] كارشناس ارشد مهندسي صنايع دانشگاه صنعتي اصفهان: Email: mahnam@in.iut.ac.ir
[iii] دانشيار دانشكده مهندسي صنايع دانشگاه صنعتي اصفهان: Email: ali-nook@cc.iut.ac.ir

۱- مقدمه

مسأله جايابي تسهيلات (MFLP[1]) از جمله مسائل مطرح در طراحي استقرار است كه در مباحث پژوهش عملياتي از جايگاه ويژه‌اي برخوردار بوده وتوجه زيادي را به خود اختصاص داده است [۱و۲]. به طور كلي اين مسأله را مي‌توان در دو حالت پيوسته (CMFLP[2]) و غير پيوسته (DMFLP[3]) مورد بررسي قرار داد [۳]. در حالت پيوسته تسهيلات جديد مي‌توانند در هر نقطه‌اي از محيط مستقر شوند در حالي كه در محيط گسسته به دليل محدوديت فضا، تسهيلات جديد فقط مي‌توانند در مكان‌هاي از پيش تعيين شده استقرار يابند [٤]. از جمله نمونه‌هاي كاربردي اين دسته از مسائل، استقرار ماشين‌آلات صنعتي و مكان‌يابي مراكز خدماتي نظير مراكز اورژانس و آتش‌نشاني در محيط‌هاي شهري است. با توجه به محدوديت‌هاي موجود در محيط‌هاي صنعتي و شهري، تحليل جايابي تسهيلات در محيط گسسته از نقطه نظر كاربردي داراي اهميت زيادي است كه در اين مقاله نيز مورد توجه قرار مي‌گيرد.

مسأله DMFLP را مي‌توان از دو ديدگاه تسهيلات جديد مشابه و متفاوت مورد بررسي قرار داد. اين مسأله در حالتي كه تسهيلات جديد مشابه بوده و ارتباطي بين تسهيلات موجود نباشد به مسأله p ميانه[4] كاهش مي‌يابد. مسأله p ميانه، جايابي p تسهيل مشابه در مجموعه مكان‌هاي نامزد (J) با هدف كمينه‌نمودن هزينه براي پاسخگويي به نياز مجموعه مشتريان (K) بوده و يكي از مسائل كلاسيک در جايابي‌تسهيلات در محيط گسسته است[۵، ٦]. اين مسأله اولين بار توسط رول و سوين [۷] در سال ۱۹۷۰ به عنوان يک مسأله برنامه ريزي‌خطي عدد صحيح فرمول‌بندي شد. سپس كاريو وحكيمي [۸] نشان دادند كه اين مسأله NP-hard است. روش‌هاي دقيق و ابتكاري متعددي براي حل مسأله p ميانه ارائه شده است [۹-۱۲]. ديليپ [۱۳] نيز اين مسأله را از ديدگاه طراحي استقرار مورد بررسي قرار داده و الگوريتم شاخه‌وكراني براي آن ارائه نموده است. رويكرد او براي مسائل با مقياس كوچك كارآست، اما با بزرگ شدن ابعاد مسائل، زمان حل به صورت چشمگيري افزايش مي‌يابد. اخيراً نيز الگوريتم هاي فرا ابتكاري نظير الگوريتم ژنتيک و جستجوي ممنوع به منظور بهبود جواب‌هاي اوليه ارائه شده‌اند [۳].

در اين مقاله هدف آن است تا با ارائه يك رويكرد كارآ، مسأله جايابي چند تسهيل جديد ناهمسان در مكان‌هاي غير پيوسته و چگونگي تخصيص تقاضاي تسهيلات موجود به تسهيلات جديد مورد بررسي (DMDFLP) قرار گيرد. مسأله DMDFLP خود مي‌تواند مشتمل بر دو حالت باشد؛ در حالت اول ارتباطي ميان تسهيلات جديد وجود ندارد و در حالت دوم، علاوه بر ارتباط با تسهيلات موجود، تسهيلات جديد نيز با يكديگر مرتبط مي‌باشند. با مرور به ادبيات مسائل مكان‌يابي و تخصيص و براساس اطلاعات نويسندگان روش حل دقيق يا ابتكاري به منظور حل اين مسأله ارائه نشده است [۱۲، ١٤]. همچنين برخلاف مطالعات انجام شده در ارتباط با مسأله p ميانه نمي‌توان از روش‌هاي حل اين مسأله براي جايابي تسهيلات متفاوت با فرض ارتباط بين تسهيلات استفاده نمود. با توجه به اينكه تسهيلات جديد با يكديگر متفاوتند بنابراين يک بعد جديد به مسأله اضافه مي شود و همين امر منجر به عدم توانايي روش‌هاي قبلي حل مسأله p ميانه براي مدل ياد شده مي‌گردد. علاوه بر اين، با توجه به فروض و ماهيت مسأله مورد بررسي در اين مقاله، نمي توان از روش‌هاي ابتكاري و حل دقيقي كه براي حل مسائل مختلف مكان يابي و تخصيص ارائه شده استفاده نمود.

۲- مدل رياضي مسأله

فرض مي‌شود J={۱,۲, ..., n} مجموعه مكان‌هاي نامزد و I={۱,۲,..., p} مجموعه تسهيلات جديد بوده و K={۱,۲, ..., q} مجموعه تسهيلات موجود (مشتريان) را نشان دهد. همچنين فرض بر آن است كه هر تسهيل موجود k براي تامين تقاضاي خود فقط به نزديک‌ترين (كم‌هزينه‌ترين) تسهيل جديد اختصاص يابد. بنابراين در اين مدل به طور همزمان جايابي و تخصيص درنظرگرفته شده است. مدل رياضي مسأله DMFLP در حالت مشابه بودن تسهيلات جديد در قالب روابط (۱) تا (۵) خواهد بود [۵، ۱۲]:

PMP:

$$Min\ Z=\sum_{k\in K}\ \sum_{j\in J}(w_k\, d_{kj}).z_{kj}+\sum_{j\in J} fc_j y_j \qquad (۱)$$

$$s.t. \quad \sum_{j\in J} z_{kj}=1 \qquad \forall k\in K \qquad (۲)$$

$$z_{kj}-y_j\le 0 \qquad \forall k\in K, \forall j\in J \qquad (۳)$$

$$\sum_{j\in J} y_j = p \qquad (٤)$$

$$z_{kj}, y_j\in\{0,1\}\ ,\ \ \forall k\in K, \forall j\in J \qquad (۵)$$

كه در آن y_j يک متغير تصميم دودويي است كـه مقـدار يـك بـه معناي تخصيص مكان j ام به تسهيل جديد و مقدار صفر بيانگر عدم تخصيص آن است. z_{kj} نيز يک متغير صفر- يـك اسـت كـه نشانگر تخصيص و يا عدم‌تخصيص تسهيل موجود k به تسهيل

جديد مستقر در مكان j مي‌باشد. d_{kj} فاصله بين تسهيل موجود k و تسهيل جديد مستقردر مكان j و w_k ميزان جريان يا تقاضاي تسهيل موجود k و fc_j هزينه ثابت استقرار تسهيل‌جديد در مكان j ام مي‌باشد. از آنجا كه تسهيلات جديد مشابه هستند، خروجي مدل مكان‌هاي مناسب براي استقرار ماشين‌آلات‌جديد (y_j) خواهد بود، ضمن آنكه z_{kj} نيز تخصيص تسهيلات‌موجود به تسهيلات‌جديد استقراريافته را نشان مي‌دهد.

در حالتي كه تسهيلات جديد با يكديگر مشابه نبوده و ارتباطي نيز ميان آن‌ها وجود نداشته باشد، مدل رياضي مسأله DMDFLP به شكل روابط (٦) تا (١٠) خواهد بود:

DMDFLP1:

$$Min\ Z=\sum_{i\in I}\sum_{k\in K}\sum_{j\in J}(w_{ik}d_{kj}.z_{ikj})+\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}fc_{ij}y_{ij} \qquad (٦)$$

s.t.

$$\sum_{j\in J}z_{ikj}=1 \qquad \forall k\in K,\forall i\in I \qquad (٧)$$

$$z_{ikj}-y_{ij}\le 0 \qquad \forall k\in K,\forall j\in J,\forall i\in I \qquad (٨)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}y_{ij}=p \qquad (٩)$$

$$z_{ikj},y_{ij}\in\{0,1\}\ ,\ \ \forall k\in K,\forall j\in J\ ,\ \forall i\in I \qquad (١٠)$$

با مقايسه مدل PMP و DMDFLP1 تسهيل i به عنوان يک بعد جديد به مدل افزوده شده است. بنابراين در مدل DMDFLP1، y_{ij} يک متغير تصميم دودويي است كه در صورت تخصيص تسهيل جديد i به مكان j برابر يك قرار مي‌گيرد و درغير اين صورت برابر صفر است. متغير صفر- يك z_{ikj} نيز نشانگر تخصيص و يا عدم تخصيص تسهيل موجود k به تسهيل جديد i مستقر در مكان j است. همچنين w_{ik} ميزان تقاضاي (جريان) تسهيل موجود k را نشان مي‌دهد كه توسط تسهيل جديد i برآورده مي‌شود و fc_{ij} هزينه ثابت استقرار تسهيل جديدi در مكان j ام است.

در صورتي‌كه تسهيلات جديد غير مشابه، با يكديگر مرتبط بوده و S_{ikj} بيانگر هزينه ارتباط تسهيل جديد i در مكان j با تسهيل موجود k، d ماتريس فاصله بين مكان‌هاي نامزد و f ماتريس ميزان ارتباط ميان تسهيلات جديد باشد؛ آنگاه مدل رياضي مسأله DMDFLP با فرض وجود ارتباط بين تسهيلات جديد به صورت روابط (١١) تا (١٥) قابل تعريف است:

DMDFLP2:

$$Min\ Z=\sum_{i\in I}\sum_{k\in K}\sum_{j\in J}(S_{ikj}.z_{ikj})+\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}fc_{ij}y_{ij}+\sum_{j\in J}\sum_{i\in I}(y_{ij}.\sum_{j'\in J-\{j\}}\sum_{i'\in I-\{i\}}y_{i'j'}.f_{ii'}.d_{jj'}) \qquad (١١)$$

s.t.

$$\sum_{j\in J}z_{ikj}=1 \qquad \forall k\in K,\forall i\in I \qquad (١٢)$$

$$z_{ikj}-y_{ij}\le 0 \qquad \forall k\in K,\forall j\in J,\forall i\in I \qquad (١٣)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}y_{ij}=p \qquad (١٤)$$

$$z_{ikj},y_{ij}\in\{0,1\}\ ,\ \ \forall k\in K,\forall j\in J\ ,\ \forall i\in I \qquad (١٥)$$

مدل ياد شده مشابه حالت عدم وجود ارتباط بوده با اين تفاوت كه هزينه ارتباط ميان تسهيلات جديد به تابع هدف اضافه شده و باعث غيرخطي شدن مدل مي شود. اين عبارت نشان مي‌دهد كه اگر تسهيل جديد i در مكان j استقرار يابد ($y_{ij}=1$) آنگاه بايستي مجموع هزينه‌هاي ارتباط ديگر تسهيلات جديد (i') با اين تسهيل به تابع هدف افزوده شود.

به منظور بررسي ساده تر مساله، فرض مي‌شود كه هر يک از تسهيلات موجود با كليه تسهيلات جديد در ارتباط است. در حقيقت با در نظر گرفتن اين فرض تنها جايابي تسهيلات مورد بررسي قرارگرفته و خللي نيز به كاربرد مسأله در محيط‌هاي واقعي وارد نمي گردد. با اين فرض ماتريس هزينه S به ماتريس دوبعدي C - نشان‌دهنده هزينه ارتباط تسهيل‌جديد i در مكان j با كليه‌تسهيلات‌موجود- تبديل مي‌شود.

۳- روش حل دقيق

به منظور حل دقيق مسأله DMDFLP از الگوريتم شاخه و كران با استفاده از روش جستجوي عمقي[5] استفاده و در اين ارتباط حدود بالا و پايين مناسب به‌كارگرفته شد. در اين روش، گره در پايين‌ترين سطح درخت بررسي و بسط داده مي‌شود. بنابراين جستجو فقط زماني كه به بن‌بست برسد برگشت داده شده و به گره‌هايي در سطوح كم‌عمق‌تر مي‌رود. به دليل تفاوت ميان تسهيلات جديد، تمام جايگشت‌هاي ممكنِ موقعيت‌ها بررسي و جايگشتِ با كمترين هزينه انتخاب مي‌شود. تعداد حالت‌هاي مورد بررسي $n!/(n-p)!$ است كه n تعداد موقعيت‌هاي نامزد و p تعداد تسهيلات جديد مي‌باشد. در روش ارائه شده، Ψ مجموعه تسهيلات تخصيص‌يافته، k تعداد اين تسهيلات و Ψ' مجموعه تسهيلات تخصيص‌نيافته است. همچنين γ و γ' به‌ترتيب مجموعه مكان‌هاي تخصيص داده شده و نشده درنظرگرفته شده‌اند.

در الگوريتم شاخه‌وكران يك ترتيب جزئي از k موقعيت به صورت $\sigma = J_{[1]}, J_{[2]},\ldots, J_{[k]}$ و با حد پاييني معادل LB(σ) نمايش داده مي‌شود كه $J_{[k]}$ نشان‌دهنده موقعيت تخصيص داده شده به تسهيل جديد k ام است. در اين ترتيب جزئي با اضافه كردن هر يك موقعيتهاي تخصيص داده نشده مجموعه γ' به انتهاي σ يک شاخه جديد ايجاد مي‌شود. بنابراين k يك واحد افزايش يافته، تسهيل اضافه شده به σ از مجموعه Ψ' برداشته و

به مجموعه Ψ اضافه مي‌شود . هنگاميکه k برابر تعداد تسهيلات (p) شود، σ يك جايابي کامل است و گره بسته مي‌شود. در طول رويه جستجو، بهترين جايابي کامل در σ^* و هزينه مرتبط با آن در Z^* بهنگام مي‌شود.

رويه شاخه و کران

(۰) يافتن يک جايابي مناسب با استفاده از حد بالا و قرار دادن آن به عنوان جواب اوليه

(۱) ايجاد گره اوليه به صورت $(\sigma,\ k,\ \gamma',\ Z)$ که در آن $\gamma'=\{\gamma'_1,\gamma'_2,...,\gamma'_n\}$ ، $k=۰$ ، $\sigma=\emptyset$ و $Z=۰$ است.

(۲) گره‌هايي که $k=p$ هستند قطع‌شده و درصورتيکه هزينه گره مربوطه از Z^* کمتر باشد، مقادير σ^* و Z^* بهنگام شوند.

(۳) گره‌هاييدر ليست که $LB(\sigma)\geq Z^*$ قطع شوند.

(٤) درصورتيکه ليست خالي نيست، با استفاده از قاعده عمق اول و بر مبناي توالي حد بالا شاخه‌هاي جديد زده شود.

(٥) حدود پايين متناسب با هر شاخه جديد محاسبه و در $LB(\sigma)$ ذخيره شود.

(٦) تا زماني که ليست درخت جستجو تهي نيست قدم‌هاي (۲) تا (٥) تکرار شود.

چنانچه اشاره شد، مسأله DMDFLP در دو حالت وجود و عدم وجود ارتباط ميان تسهيلات جديد مطرح‌مي‌شود که در ادامه حدود بالا و پايين متناسب با هر حالت بررسي مي‌شود.

۳-۱- عدم ارتباط ميان تسهيلات جديد

به دليل آن‌که در اين حالت هيچ ارتباطي ميان تسهيلات جديد وجود ندارد استقرار هر تسهيل در هر مکان داراي هزينه مشخص c_{ij} با کليه تسهيلات موجود است. در اين حالت براي به دست آوردن حد بالا از يك الگوريتم حريصانه استفاده مي‌شود. بدين صورت که تسهيلات به ترتيب به موقعيتي با کمترين هزينه تخصيص يافته، سپس آن موقعيت از بين مکان‌هاي نامزد حذف مي‌گردد. اين الگوريتم به طور کامل در بخش ٤ تشريح مي‌شود.

براي به دست آوردن حد پايين فرض مي‌شود که هر موقعيت قادر است بيش از يك تسهيل را در درون خود جاي دهد. بنابراين هر يک از تسهيلات باقيمانده بدون درنظر گرفتن محدوديت فضا به نزديک‌ترين موقعيت با کمترين هزينه تخصيص داده مي‌شود. درنتيجه، حد پايين با فرض c_{ij} به صورت ميزان هزينه ارتباط ماشين تخصيص‌نيافته i به مکان‌نامزد باقيمانده j بر اساس رابطه (١٦) محاسبه مي‌شود:

$$LB_1=\sum_{i\in\psi'}\min_{j\in\gamma'}(c_{ij}) \qquad (١٦)$$

۳-۲- حالت وجود ارتباط ميان تسهيلات جديد

در اين حالت علاوه بر هزينه ميان تسهيلات جديد و موجود، بين تسهيلات جديد نيز ارتباط وجود داشته و هزينه آن با توجه به ميزان ارتباط و فاصله مکاني تسهيلات به دست مي‌آيد. حد بالا در اين حالت نيز با استفاده از يک الگوريتم حريصانه تعيين مي گردد، ضمن آنکه هزينه ارتباط ميان تسهيلات جديد نيز درنظرگرفته مي‌شود. چارچوب اين الگوريتم در بخش ٤ مورد بررسي قرار مي‌گيرد.

براي تعيين حد پايين علاوه بر محاسبه هزينه ارتباط تسهيلات جديد و موجود علاوه بر آنکه محدوديت پذيرش بيش از يك تسهيل در هر موقعيت برداشته مي شود، ارتباط ميان تسهيلات جديد با يکديگر نيز بايستي درنظرگرفته شود. بنابراين کمترين فاصله مکاني تخصيص داده شده (i) تا موقعيت‌هاي تخصيص نيافته (مجموعه γ') مشخص شده و با اين فرض که کليه تسهيلات باقيمانده حداقل در اين فاصله قرار گرفته‌اند حد پايين بر اساس رابطه (۱۷) محاسبه مي‌گردد.

$$LB_2=\sum_{i\in\psi'}\min_{j\in\gamma'}(c_{ij})+\sum_{i\in\psi}\sum_{i'\in\psi'}f_{ii'}\times(\min_{j\in\gamma'}(d_{l(i),j})) \qquad (۱۷)$$

که در اين رابطه $l(i)$ مکان استقرارماشين جديد i، $d_{l(i),j}$ بيان‌کننده فاصله تسهيل i از موقعيت j، $f_{ii'}$ ميزان ارتباط تسهيل تخصيص يافته i با تسهيل تخصيص نيافته i' و c_{ij} ميزان هزينه ارتباط ماشين تخصيص‌نيافته i با مکان نامزد باقيمانده j است.

٤- الگوريتم ابتکاري

همان‌گونه که پيش از اين اشاره شد، در روش‌هاي حل دقيق با افزايش ابعاد مسأله، زمان حل مسأله بصورت چشمگيري افزايش يافته و کارآيي آن کاهش مي‌يابد. بنابراين بکارگيري روش‌هاي ابتکاري براي حل مسأله در اندازه‌هاي بزرگ اجتناب ناپذير به نظر مي‌رسد.

حالت اول (عدم وجود ارتباط ميان تسهيلات جديد)

با توجه به اينکه ورودي مسأله، هزينه ارتباط تسهيلات جديد در هر يک از مکان‌هاي نامزد با هر يک از تسهيلات موجود (S_{ikj}) و وجود اين فرض که هر يک از تسهيلات موجود با کليه تسهيلات جديد در ارتباط است، ماتريس سه بعدي S به ماتريس دوبعدي C تبديل مي شود. از آنجا که هدف، کمينه نمودن هزينه استقرار تسهيلات جديد در مکان‌هاي نامزد است؛ در ادامه، حداقل هزينه ارتباط ميان تسهيلات جديد و مکان‌هاي نامزد در ماتريس هزينه "تسهيلات جديد- مکان‌هاي نامزد" (C) به دست آورده مي‌شود. سپس اين مقدار کمينه به تابع هدف

افزوده شده و تسهيل جديد و مكان نامزد مربوط به آن از ماتريس هزينه حذف مي‌شود. عمليات كمينه‌يابي بار ديگر بر روي ماتريس صورت گرفته و اين رويه تا جايابي كليه ماشين‌هاي جديد ادامه مي‌يابد. فرايند به‌كارگرفته شده در حالت اول در شكل (۱) نشان داده شده است.

حالت دوم (وجود ارتباط ميان تسهيلات جديد)

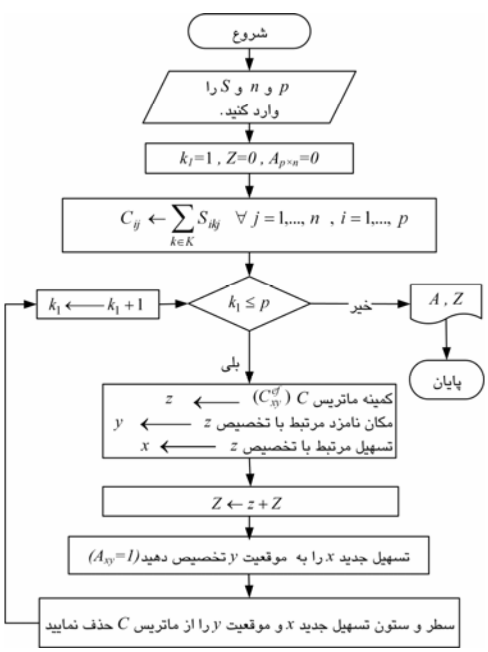
در اين حالت نيز از يک الگوريتم حريصانه مشابه حالت اول استفاده شده با اين تفاوت كه در ماتريس هزينه، علاوه بر هزينه استقرار تسهيلات جديد در مكان‌هاي نامزد، ارتباط ميان تسهيلات جديد نيز درنظرگرفته مي‌شود. فرايند الگوريتم ابتكاري در حالت دوم در شكل (۲) نشان داده شده است.

به طور كلي الگوريتم ابتكاري در اين حالت شامل دو مرحله است. در مرحله اول، ماتريس هزينه به گونه‌اي اصلاح مي‌شود كه هزينه ارتباط ميان تسهيلات جديد مستقرشده و استقرارنيافته و حد پاييني از هزينه ارتباط تسهيلات استقرار نيافته با يكديگر را در بر بگيرد. در مرحله دوم مشابه الگوريتم ابتكاري حالت اول، بر اساس ماتريس هزينه‌ها يک تسهيل جديد به بهترين موقعيت نامزد تخصيص مي‌يابد. اين دو مرحله به تواتر تا جايابي كليه تسهيلات ادامه مي‌يابد.

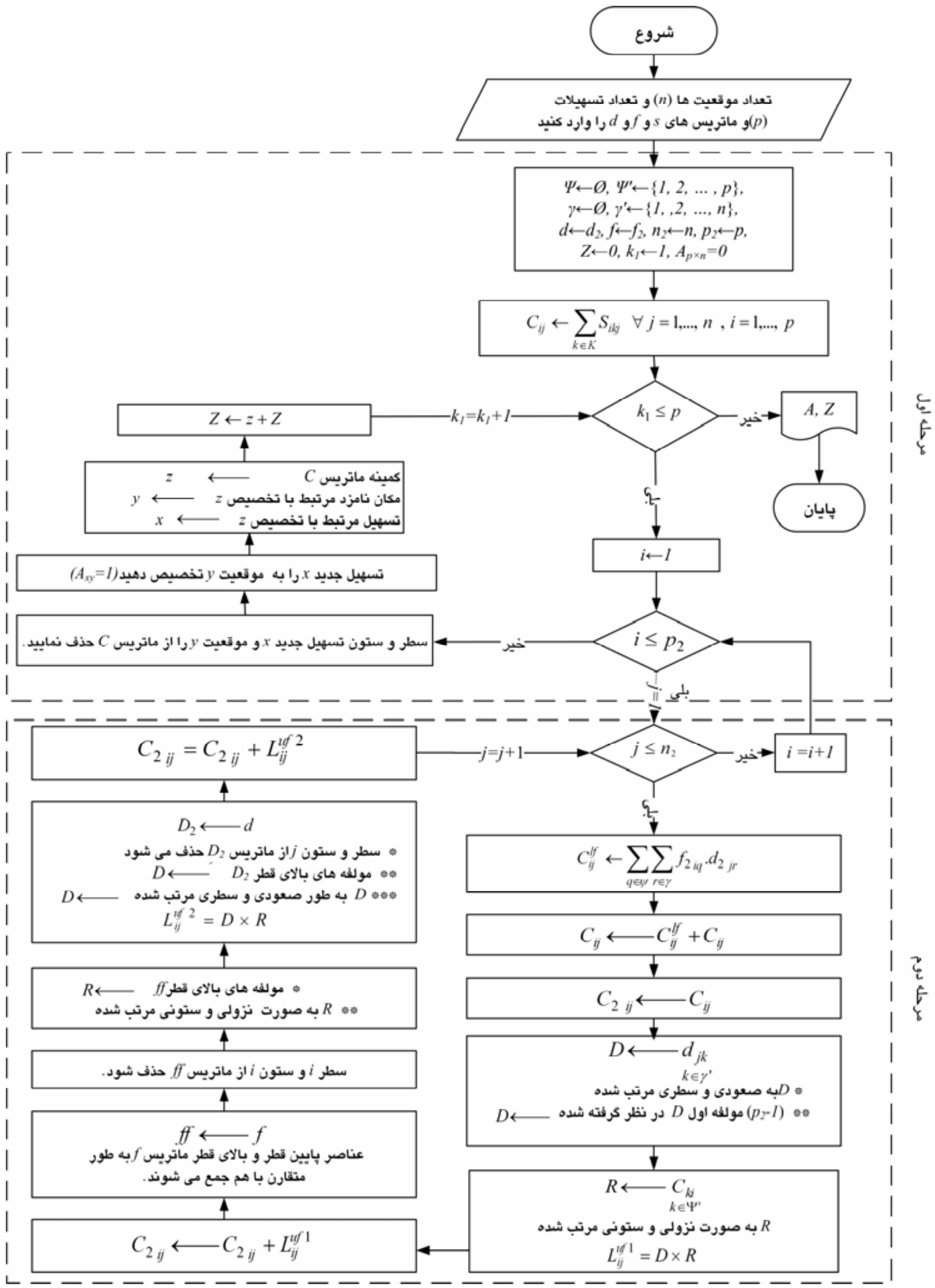
با فرض اينكه تسهيل جديد i در مكان نامزد j باشد اين الگوريتم شامل چهار نوع هزينه ارتباط است:

- هزينه ارتباط تسهيل جديد i با تسهيلات موجود (C_{ij}^{ef})
- هزينه‌ارتباط‌تسهيل‌جديد i باتسهيلات‌جديداستقراريافته (C_{ij}^{lf})
- حد پاييني از هزينه ارتباط تسهيل جديد i با تسهيلات استقرارنيافته ($L_{ij}^{uf_1}$)
- حدپاييني از هزينه ارتباط تسهيلات جديد استقرارنيافته با يكديگر در حالتي كه i در مكان j قرار گرفته باشد ($L_{ij}^{uf_2}$)

بنابراين، همانطور كه در شكل (۲) نشان داده شده است، در آغاز هزينه ارتباط تسهيل جديد i در مكان نامزد j با تسهيلات استقراريافته محاسبه شده و به مقدار C_{ij}^{ef} در ماتريس هزينه افزوده مي‌شود. در ادامه، براي محاسبه $L_{ij}^{uf_1}$، نزديك‌ترين موقعيت‌هاي نامزد باقيمانده نسبت به مكان j را به صورت نزولي مرتب شده (به تعداد تسهيلات استقرار داده نشده) و در بردار $\vec{d}$ قرار داده مي‌شود. همچنين ميزان جريان تسهيلات باقيمانده با تسهيل i را به‌صورت صعودي مرتب و در $\vec{f}$ قرار داده مي‌شود. با ضرب برداري $\vec{f}\times\vec{d}$ مقدار كمينه ارتباط بين تسهيل‌جديد i در مكان نامزد j با بقيه تسهيلات‌استقرارنيافته به‌دست مي‌آيد. مقدار $L_{ij}^{uf_2}$ نيز براساس قاعده ضرب برداري صعودي و نزولي مقادير فاصله و ارتباط تسهيلات مجموعه Ψ' و مكان‌هاي مجموعه γ' به‌دست مي‌آيد. براساس ماتريس به‌دست‌آمده، درمورد تسهيل و موقعيت آن مطابق رويه قبل تصميم‌گيري مي‌شود. لازم به ذكر است كه C_{ij}^{ef} و C_{ij}^{lf} هزينه‌هاي مشخص و ثابت بوده كه در هزينه كل نيز در نظر گرفته مي‌شوند ولي $L_{ij}^{uf_1}$ و $L_{ij}^{uf_2}$ دو حدپايين هستند كه تنها در هر مرحله براي تصميم‌گيري بهتر و كارآتر مورد استفاده قرار مي‌گيرند.



شكل (۱): روش ابتكاري در حالت عدم وجود ارتباط بين تسهيلات جديد



شکل (۲): الگوریتم ابتکاري در حالت وجود ارتباط بین تسهیلات جدید

به منظور تشریح بهتر الگوریتم ابتکاري، یک نمونه مسأله DMDFLP مورد بررسي قرار مي‌گیرد.

مثال

فرض کنید در کارگاهي سه ماشین A، B و C استقرار داشته و مدیریت قصد دارد دو ماشین جدید از دو نوع متفاوت در کارگاه مستقر نماید. به همین منظور چهار موقعیت ۱، ۲، ۳ و٤ به عنوان مکان‌هاي نامزد درنظرگرفته شده‌اند. میزان هزینه ارتباط دو ماشین‌جدید با ماشین‌هاي‌موجود در هریک از موقعیت‌ها در جداول (۱) و (۲) آورده شده است. همچنین فرض مي‌شود که بین ماشین‌آلات جدید ارتباط وجود داشته و میزان این ارتباط برابر ۱۰ است (جدول ۳). فواصل موقعیت‌هاي نامزد با یکدیگر نیز مطابق جدول (٤) مشخص شده است.

به منظور حل مسأله، ابتدا مجموع هزینه ارتباط هر یک از تسهیلات جدید با کلیه تسهیلات موجود با توجه به مکان‌هاي نامزد محاسبه مي‌گردد (جدول ۵). چنانچه اشاره شد، الگوریتم در هر بار تکرار مقداري را به عنوان هزینه ارتباط بین تسهیلات

جديد به جدول (۵) اضافه و آنگاه گزينه داراي کمترين هزينه انتخاب نموده و تخصيص تسهيل به مکان نامزد مربوط به آن صورت مي‌گيرد. اين مقادير بر طبق روندي که در شکل (۲) نشان داده شده، محاسبه و به جدول (۵) افزوده شده‌است (جدول ٦). در ادامه، سطر و ستون مربوط به اين گزينه حذف و روند تا جايابي کليه تسهيلات جديد ادامه مي‌يابد.

جدول (۱): ماتريس هزينه تسهيل جديد ۱

تسهيل موجود	مکان نامزد			
	۱	۲	۳	٤
A	۱۰۰	۱۰۰	۲۰۰	۱۵۰
B	۲۰۰	۱۵۰	۱۰۰	۵۰
C	۳۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۳۰۰

جدول (۲): ماتريس هزينه تسهيل جديد ۲

تسهيل موجود	مکان نامزد			
	۱	۲	۳	٤
A	۱۰۰	۲۰۰	۱۵۰	۲۰۰
B	۳۰۰	۱۵۰	۱۰۰	۲۰۰
C	۲۵۰	۱۵۰	۱۰۰	۵۰

جدول (۳): ماتريس ميزان ارتباط تسهيلات جديد

تسهيل جديد	۱	۲
۱	-	۵
۲	۵	-

جدول (٤): ماتريس فواصل موقعيت‌هاي نامزد

مکان نامزد	۱	۲	۳	٤
۱	-	۱۰	۱۵	۲۰
۲	۱۰	-	۲۰	۵
۳	۱۵	۲۰	-	۸
٤	۲۰	۵	۸	-

جدول (۵): ماتريس "تسهيلات جديد- مکان‌هاي نامزد"

ماشين جديد	مکان نامزد			
	۱	۲	۳	٤
۱	٦۰۰	۳۵۰	٤۰۰	۵۰۰
۲	٦۵۰	۵۰۰	۳۵۰	٤۵۰

جدول (٦): ماتريس هزينه ارتباط تسهيل جديد- مکان نامزد

تسهيل جديد	مکان‌هاي نامزد			
	۱	۲	۳	٤
۱	۷۰۰	٤۰۰	٤۸۰	۵۸۰
۲	۷۵۰	۵۵۰	٤۳۰	۵۳۰
حداقل هزينه	۷۰۰	٤۰۰	٤۳۰	۵۳۰

جواب حاصل از الگوريتم ابتکاري، استقرار تسهيل ۱ در موقعيت ۲ و استقرار تسهيل ۲ در موقعيت ۳ است که هزينه کل اين استقرار برابر ۹۰۰ مي‌باشد. مشاهده مي‌شود که جواب الگوريتم ابتکاري داراي انحرافي برابر ۵٫۵۸% نسبت به جواب بهينه (۸۵۰) است.

۵- طراحي روش آزمون و نتايج محاسباتي

به منظور بررسي ميزان کارايي الگوريتم‌هاي ارائه شده، تعداد ۸٤۰ مسأله به‌صورت‌تصادفي توليد و با استفاده از دو روش شاخه‌وکران و ابتکاري حل وبا توجه به دو معيار زمان و کيفيت جواب‌ها با هم مقايسه شده‌اند.

۵-۱- طراحي روش آزمون

اندازه نمونه‌هاي تصادفي به گونه‌اي متنوع طراحي شده‌اند که ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ را پوشش دهند. اين مسائل در ۲۱ گروه با تعداد ماشين (p) و تعداد موقعيت (n) در محدوده ۵ تا ۲۰ توليد شده‌اند. در الگوريتم ارائه شده، ميزان هزينه ارتباط ميان هر يک از تسهيلات جديد مستقر در موقعيت‌هاي مختلف با کليه تسهيلات موجود، محاسبه و به عنوان ماتريس تسهيلات جديد- مکان‌هاي نامزد درنظرگرفته مي‌شود. به منظور ساده‌سازي طراحي روش آزمون، در اين تحقيق مقادير ماتريس هزينه تسهيلات جديد- مکان‌هاي نامزد به صورت تصادفي از توزيع يکنواخت گسسته [۵۰۰, ۲۷۰۰] توليد شده و ماتريس ارتباط بين ماشين‌آلات جديد و ماتريس فاصله مکان‌ها نيز بر اساس توزيع يکنواخت گسسته [۵, ۲۰] توليد شده‌اند. تعداد ۲۰ مسأله در هر گروه توليد و در مجموع براي هر حالت ٤۲۰ مسأله و در کل ۸٤۰ نمونه توليد شده است. کليه الگوريتم‌ها با استفاده از نرم افزار MATLAB نوشته شده و بر روي کامپيوتر پنتيوم IV با سرعت ۲٫۸ مگاهرتز و ۵۱۲ مگابايت RAM اجرا شده‌اند.

۵-۲- نتايج محاسباتي

مسائل با فرض وجود و عدم وجود ارتباط ميان ماشين‌آلات جديد بررسي و نتايج مربوط به آن‌ها با توليد

مسائل تصادفي مورد تجزيه‌وتحليل قرارگرفته‌اند.

۵-۲-۱ حالت عدم وجود ارتباط

به منظور آزمايش كارآيي الگوريتم ابتكاري در حالت عدم وجود ارتباط، مسائل تصادفي توليد و با استفاده از هر دو روش، حل و درصد انحراف بين جواب الگوريتم ابتكاري و جواب بهينه به كمك رابطه (۱۸) محاسبه شده است.

$$ARE = \frac{\sum_{i=1}^{m} \frac{H_i - OPT_i}{OPT_i}}{m} \times ۱۰۰ \qquad (۱۸)$$

در اين رابطه ARE [6]، ميانگين درصد خطاي نسبي بين جواب الگوريتم ابتكاري و جواب بهينه، m تعداد مسأله در هر گروه و OPT_i و H_i به ترتيب جواب حاصل از الگوريتم شاخه‌وكران و الگوريتم ابتكاري مي‌باشند. نتايج اين دو روش از نظر ميزان انحراف و مدت زمان اجرا مطابق جدول (۷) با يكديگر مقايسه شده‌اند.

با توجه به اين‌كه ميانگين درصد انحراف الگوريتم ابتكاري از جواب بهينه، برابر ٦/٥٠ و ميانگين زمان حل روش شاخه‌وكران و ابتكاري به ترتيب ۲۵۰ و ۰/۰۰۰۵ ثانيه است؛ مي‌توان نتيجه گرفت كه الگوريتم ابتكاري جواب‌هاي بسيار مناسبي را در مدت زمان كم (نزديك به صفر) ارائه مي‌دهد.

جدول (۷): مقايسه كيفيت جواب و زمان حل بهينه و ابتكاري در حالت عدم وجود ارتباط ميان تسهيلات جديد

ابعاد مسأله (p×n)	ميانگين زمان روش ابتكاري (ثانيه)	ميانگين زمان حل بهينه (ثانيه)	درصد انحراف
۵*۵	۰/۰۰۰	۰/۰۱۳۱	۸/۱۳۷۳
۵*۸	۰/۰۰۰	۰/۰۰۵۵	۳/۵۳۸۲
۵*۱۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۳۷	۳/۳۳۱۷
۵*۱۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۲۳	۲/۰۷۹۱
۵*۱۵	۰/۰۰۰	۰/۰۰۷۸	۱/۹۳۵۸
۵*۲۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۷۸	۰/۳۷۶۹
۸*۸	۰/۰۰۰	۰/۰۶۹۵	۱۰/۶۳۵۷
۸*۱۰	۰/۰۰۰	۰/۰۸۳۶	۶/۰۲۰۱
۸*۱۲	۰/۰۰۰	۰/۰۶۸۸	۷/۳۲۸۸
۸*۱۵	۰/۰۰۰	۰/۰۲۲۷	۳/۳۵۳۶
۸*۲۰	۰/۰۰۰	۰/۰۲۲۷	۱/۶۹۲۵
۱۰*۱۰	۰/۰۰۰	۰/۹۵۹۳	۱۰/۲۷۳۰
۱۰*۱۲	۰/۰۰۰	۰/۳۵۶۲	۸/۲۰۱۶
۱۰*۱۵	۰/۰۰۰	۰/۱۸۹۱	۳/۹۰۱۶
۱۰*۲۰	۰/۰۰۰	۰/۹۸۳۰	۳/۰۵۳۶
۱۲*۱۲	۰/۰۰۱	۳/۸۷۵	۱۳/۳۰۶۷
۱۲*۱۵	۰/۰۰۰	۱/۱۸۳۶	۷/۵۹۷۳
۱۲*۲۰	۰/۰۰۰	۰/۳۳۶۹	۲/۷۰۵۱
۱۵*۱۵	۰/۰۰۲	۲۲/۶۳۱۳	۱۵/۰۵۱۲
۱۵*۲۰	۰/۰۰۰	۸/۷۳۹۸	۶/۳۵۰۹
۲۰*۲۰	۰/۰۰۲	۵۲۱۰/۰۰۰	۱۷/۵۲۱۰
ميانگين	۰/۰۰۰۵	۲۵۰/۰۰۰	۶/۵۰۱۰

شايان ذكر است كه با افزايش تعداد مكان‌هاي‌نامزد، درصد انحراف كاهش‌يافته كه مي‌توان دليل آن را انعطاف‌پذيري بيشتر الگوريتم در انتخاب مكان دانست.

۵-۲-۲ حالت وجود ارتباط

در اين حالت، به دليل افزايش پيچيدگي و زمان حل، روش شاخه‌وكران دو بار، مرتبه اول با حداكثر زمان ٦٠٠ ثانيه ($B\&B_1$) و مرتبه دوم با حداكثر مدت زمان ٤٠٠٠ ثانيه ($B\&B_2$) اجرا شد. تعداد مسائل به‌همراه نتايج محاسباتي كه در مدت زمان تعيين‌شده و يا كمتر به‌دست‌آمده، در جدول (۸) نشان داده شده است. در اين مقايسه، متوسط درصد انحراف جواب حاصل از الگوريتم‌ها با يكديگر براي ۲۰ نمونه محاسبه و در مواردي كه جواب بهينه به دست نيامده، بهترين جواب حاصل تا آن مرحله درنظرگرفته شده است.

با مشاهده نتايج مي توان نتيجه گرفت كه با بزرگ‌تر شدن ابعاد مسأله (۱۰*۱۵ به بالا) به دليل محدوديت زماني، هيچكدام از مسائلي كه توسط الگوريتم شاخه‌وكران حل شده‌اند به جواب بهينه نرسيده‌اند. همچنين درصد انحراف الگوريتم‌هاي شاخه‌وكران $B\&B_1$ و $B\&B_2$ زياد نبوده و به‌نظرمي‌رسد كه اضافه نمودن زمان براي حل مسأله براي به‌دست آوردن جواب بهينه در اندازه‌هاي بزرگ تاثير زيادي ندارد. به همين دليل در محاسبات بهترين جواب حاصل مورد استفاده قرار گرفته است.

ملاحظه مي‌گردد كه كارآيي الگوريتم ابتكاري با افزايش تعداد مكان‌هاي نامزد(n) در حالت وجود ارتباط ميان تسهيلات جديد افزايش يافته به‌طوري‌كه بيشينه انحراف جواب الگوريتم ابتكاري از جواب حاصل از $B\&B_2$ برابر % ٤/٦٥ مي‌باشد. علاوه بر اين متوسط زمان حل مسأله توسط الگوريتم ابتكاري در حالت وجود ارتباط ميان تسهيلات جديد كمتر از يك ثانيه شده است. با توجه به مناسب بودن ميانگين درصد انحراف روش ابتكاري از جواب بهينه مي‌توان از اين روش براي تخصيص ماشين‌هاي جديد به مكان‌هاي نامزد بهره برد.

بررسي كارآيي روش ابتكاري با درنظرگرفتن حد پايين

به منظور تحليل بيشتر كارآيي روش ابتكاري، ميزان انحراف جواب الگوريتم ابتكاري از حد پايين مسأله نيز مورد بررسي قرار گرفته است. در اين حالت نيز ميزان انحراف مشابه حالت قبل محاسبه شده با اين تفاوت كه در رابطه (۱۸) به جاي مقدار بهينه (OPT_i) از حد پايين (LB_i) استفاده شده است. مقدار حد پايين مسأله، كران پايين الگوريتم شاخه‌وكران در گره

جدول (۸): مقايسه كيفيت جواب و زمان حل بهينه و ابتكاري در حالت وجود ارتباط ميان تسهيلات جديد

ابعادمسأله ($p \times n$)	تعداد مسائل	زمان $B\&B_1$	زمان $B\&B_2$	زمان H	تعدادبهينه $B\&B_1$	تعدادبهينه $B\&B_2$	تعدادبهينه H	درصدانحراف $B\&B_1$ و H	درصدانحراف $B\&B_2$ و H	درصدانحراف $B\&B_1$ و $B\&B_2$
۵*۵	۲۰	۰٫۰۲۹۷	۰٫۰۲۹۷	۰٫۰۰۳۹	۲۰	۲۰	۶	۳٫۶۸۴۶	۳٫۶۸۴۶	۰٫۰۰۰۰
۵*۸	۲۰	۰٫۱۲۲۷	۰٫۱۲۲۷	۰٫۰۱۳۳	۲۰	۲۰	۷	۲٫۷۸۶۰	۲٫۷۸۶۰	۰٫۰۰۰۰
۵*۱۰	۲۰	۰٫۲۳۲۰	۰٫۲۳۲۰	۰٫۰۱۴۸	۲۰	۲۰	۷	۲٫۰۶۷۰	۲٫۰۶۷۰	۰٫۰۰۰۰
۵*۱۲	۲۰	۰٫۳۵۷۰	۰٫۳۵۷۰	۰٫۰۲۵۰	۲۰	۲۰	۸	۲٫۴۴۳۶	۲٫۴۴۳۶	۰٫۰۰۰۰
۵*۱۵	۲۰	۰٫۸۴۶۹	۰٫۸۴۶۹	۰٫۰۳۱۳	۲۰	۲۰	۴	۳٫۰۸۸۱	۳٫۰۸۸۱	۰٫۰۰۰۰
۵*۲۰	۲۰	۲٫۷۷۰۳	۲٫۷۷۰۳	۰٫۰۶۱۷	۲۰	۲۰	۱	۴٫۰۴۸۷	۴٫۰۴۸۷	۰٫۰۰۰۰
۸*۸	۲۰	۴٫۰۵۴۷	۴٫۰۵۴۷	۰٫۰۲۱۹	۲۰	۲۰	۱	۴٫۰۰۷۲	۴٫۰۰۷۲	۰٫۰۰۰۰
۸*۱۰	۲۰	۲۷٫۵۳۲۸	۲۷٫۵۳۲۸	۰٫۰۳۱۳	۲۰	۲۰	۲	۳٫۴۶۶۹	۳٫۴۶۶۹	۰٫۰۰۰۰
۸*۱۲	۲۰	۱۰۷٫۱۳۲۸	۱۰۷٫۱۳۲۸	۰٫۰۴۶۱	۲۰	۲۰	۱	۳٫۵۲۵۰	۳٫۵۲۵۰	۰٫۰۰۰۰
۸*۱۵	۲۰	۳۸۶٫۴۳۳۶	۳۸۶٫۴۳۳۶	۰٫۰۶۸۸	۲۰	۲۰	۴	۳٫۰۳۴۰	۳٫۰۳۴۰	۰٫۰۰۰۰
۸*۲۰	۲۰	۲۰۸۳٫۲۰۰۰	۳۰۱۰٫۸۰۰۰	۰٫۱۳۲۸	۱۵	۲۰	۱	۳٫۱۹۱۷	۳٫۵۸۰۵	۰٫۳۷۸۹
۱۰*۱۰	۲۰	۳۳۱٫۰۷۸۹	۳۳۱٫۰۷۸۹	۰٫۰۴۳۰	۲۰	۲۰	۰	۶٫۳۲۹۰	۶٫۳۲۹۰	۰٫۰۰۰۰
۱۰*۱۲	۲۰	۶۰۰٫۰۰۰۰	۲۸۲۰٫۰۰۰۰	۰٫۰۶۱۷	۰	۲۰	۰	۴٫۴۱۵۲	۴٫۶۵۲۵	۰٫۲۲۹۵
۱۰*۱۵*	۲۰	۶۰۰٫۰۰۰۰	۴۰۰۰٫۰۰۰۰	۰٫۰۹۳۸	۰	۰	۰	۱٫۴۹۳۳	۳٫۳۰۸۸	۱٫۷۸۳۷
۱۰*۲۰*	۲۰	۶۰۰٫۰۰۰۰	۴۰۰۰٫۰۰۰۰	۰٫۱۸۲۸	۰	۰	۰	۰٫۳۶۴۸	۰٫۹۰۹۴	۰٫۵۴۲۵
۱۲*۱۲*	۲۰	۶۰۰٫۰۰۰۰	۴۰۰۰٫۰۰۰۰	۰٫۰۷۸۱	۰	۰	۰	۲٫۴۷۲۸	۴٫۶۴۶۷	۲٫۱۲۹۶
۱۲*۱۵*	۲۰	۶۰۰٫۰۰۰۰	۴۰۰۰٫۰۰۰۰	۰٫۱۲۵۰	۰	۰	۰	۰٫۳۰۱۰	۰٫۷۶۸۹	۰٫۴۶۶۴
۱۲*۲۰*	۲۰	۶۰۰٫۰۰۰۰	۴۰۰۰٫۰۰۰۰	۰٫۲۴۷۷	۰	۰	۰	۰٫۰۰۴۴	۰٫۰۷۵۷	۰٫۰۷۱۲
۱۵*۱۵*	۲۰	۶۰۰٫۰۰۰۰	۴۰۰۰٫۰۰۰۰	۰٫۱۷۲۷	۰	۰	۰	۰٫۰۰۰۰	۰٫۰۰۳۶	۰٫۰۰۳۶
۱۵*۲۰*	۲۰	۶۰۰٫۰۰۰۰	۴۰۰۰٫۰۰۰۰	۰٫۳۴۳۰	۰	۰	۰	۰٫۰۰۰۰	۰٫۰۰۰۰	۰٫۰۰۰۰
۲۰*۲۰*	۲۰	۶۰۰٫۰۰۰۰	۴۰۰۰٫۰۰۰۰	۰٫۴۵۱۰	۰	۰	۰	۰٫۰۰۰۰	۰٫۰۲۲۵	۰٫۰۲۲۵

* در اين دسته مسائل به علت محدوديت زماني، روش شاخه‌وكران قطع شده و بهترين جواب به دست آمده در محاسبات مورد استفاده قرار گرفته است.

ابتدايي با $\sigma = \phi, k = 0 , \gamma' = \{\gamma'_1, \gamma'_2, ..., \gamma'_n\}$ است. بنابراين در آغاز هزينه ارتباط تسهيلات جديد و موجود با برداشتن فرض محدوديت پذيرش بيش از يك تسهيل در هر موقعيت محاسبه، سپس براي به دست آوردن حد پايين هزينه ارتباط ميان تسهيلات جديد با يكديگر، ميزان ارتباط ميان ماشين‌آلات جديد به‌صورت صعودي مرتب شده و حاصل ضرب برداري آن در بردار نزولي فواصل مكان‌هاي نامزد محاسبه مي‌شود (همواره $n \geq p$ است). در پايان مجموع حد پايين هزينه‌هاي ارتباط ميان ماشين‌آلات جديد و موجود و همچنين ارتباط ماشين‌آلات جديد با يكديگر، حد پايين كل مسأله را تشكيل مي‌دهد. نتايج درصد انحراف الگوريتم ابتكاري از حد پايين درجدول (۹) نشان داده شده است.

همان‌گونه كه در جدول (۹) مشاهده مي‌شود ميانگين درصد انحراف جواب الگوريتم ابتكاري از حد پايين تقريباً برابر ۲۷٫۳% بوده كه بيانگر كارآيي مناسب اين روش است. همچنين با افزايش تعداد مكان‌هاي نامزد، درصد انحراف جواب الگوريتم ابتكاري از حد پايين به‌شدت افزايش يافته درحالي‌كه درصد انحراف جواب الگوريتم ابتكاري از جواب بهينه (جدول ۸) روند كاهشي دارد. بدين ترتيب به نظر مي‌رسد كه افزايش انحراف جواب ابتكاري از حد پايين در جدول (۹) به دليل افزايش اختلاف ميان حد پايين و جواب‌بهينه بوده و ارتباطي با الگوريتم ابتكاري ندارد.

جدول (۹): ميانگين درصد انحراف جواب الگوريتم ابتكاري از حد پايين در حالت وجود ارتباط ميان تسهيلات‌جديد

تعداد تسهيلات	تعداد مكان‌هاي نامزد					
	۵	۸	۱۰	۱۲	۱۵	۲۰
۵	۱۲٫۴۷	۲۹٫۲۲	۳۱٫۴۸	۳۱٫۴۷	۳۴٫۰۵	۳۳٫۷۶
۸	-	۱۷٫۵۰	۲۵٫۳۹	۳۳٫۱۹	۴۰٫۵۰	۳۸٫۴۵
۱۰	-	-	۱۴٫۶۶	۲۴٫۹۶	۳۵٫۲۱	۴۶٫۶۸
۱۲	-	-	-	۱۵٫۴۳	۲۷٫۱۳	۴۵٫۵۷
۱۵	-	-	-	-	۱۳٫۲۶	۳۳٫۶۱
۲۰	-	-	-	-	-	۱۳٫۷۷
ميانگين درصد انحراف				۲۷٫۳		

٦- نتيجه‌گيري

در اين مقاله مسأله جايابي تسهيلات در حالت ناپيوسته با درنظرگرفتن تسهيلات جديد متفاوت توسعه داده شد و در دو حالت وجود و عدم وجود ارتباط بين تسهيلات جديد مورد بررسي قرارگرفت. با استفاده از روش شاخه‌وكران، مشاهده شد كه زمان حل مسأله با افزايش تعداد تسهيلات و موقعيت‌ها به طور قابل توجهي افزايش‌مي‌يابد؛ بنابراين مي‌توان با ارائه یک الگوريتم ابتكاري كارآ و مناسب، تخصيص كارآمدي را در زمان معقول براي ابعاد بزرگ به دست آورد. در ادامه، با توليد مسائل تصادفي متنوع، كارآيي روش ابتكاري ارائه شده در مقايسه با الگوريتم حل دقيق نشان داده شد.

در تحقيقات آتي مي‌توان با استفاده از روش‌های فراابتكاري نظير الگوريتم ژنتيك و جستجوي ممنوع، الگوريتم‌هاي تركيبي كارآتري ارائه نمود و معيارهاي مختلف ديگري را در قالب یک تابع چند هدفه مورد بررسي قرار داد.

٧- نمادگذاري

N	تعداد مكان‌هاي نامزد؛
p	تعداد تسهيلات جديد؛
d_{ij}	فاصله بين مكان‌هاي نامزد i و j؛
f_{ij}	رابطه ميان تسهيلات جديد i و j؛
Ψ	مجموعه ماشين‌هاي تخصيص يافته؛
Ψ'	مجموعه ماشين‌هاي تخصيص نيافته؛
γ	مجموعه مكان‌هاي تخصيص داده شده؛
γ'	مجموعه مكان‌هاي تخصيص داده نشده؛
σ	تخصيص جزئي بدست آمده از روش شاخه‌وكران؛
k	تعداد تسهيلات تخصيص داده شده؛
S	ماتريس تسهيل‌جديد- تسهيل موجود- مكاننامزد؛
C	ماتريس تسهيل جديد – مكان نامزد؛
C_{ij}^{ef}	هزينه ارتباط تسهيل جديد i با تسهيلات موجود؛
C_{ij}^{lf}	ارتباط تسهيل جديد i با تسهيلات جديد استقرار يافته؛
L_{ij}^{uf1}	حدپايين هزينه‌ارتباط تسهيل i با تسهيلات استقرار نيافته
L_{ij}^{uf2}	حدپايين هزينه ارتباط تسهيلات جديداستقرار نيافته با يكديگردرحالتي‌كه i درمكان j قرارگرفته‌باشد.

٨- مراجع

[١] Drezner Z.; "Facility Location: A Survey of Applications and Methods", First Edition, New York: Springer, September 11, 1995.

[٢] Yuri L.; and Adi B.; "A Heuristic Method for Large-Scale Multi-Facility Location Problems", Computers & Operations Research, Vol. 31, No. 2, pp. 257–272, 2004.

[٣] Domschke, W.; and Krispin, G.; "Location and layout planning, A survey", ORSpektmm, Vol. 19, pp. 181-194, 1997.

[٤] Francis, R.L.; and white, J.A; "Facility Layout and Location An Analytical Approach", Second Edition, Pearson Professional, October 1st, 1991.

[٥] Daskin M.S.; "Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications", Wiley, New York, 1995.

[٦] Drezner T., Drezner Z.; and Salhi, S.; "Solving the Multiple Competitive Facilities Location Problem", European Journal of Operational Research, Vol. 142, No. 1, pp. 138-151, 2002.

[٧] ReVelle, C.S.; and Swain, R.; "Central Facilities Location", Geographical Analysis, Vol. 2, pp. 30–42, 1970.

[٨] Kariv, O.; and Hakimi, S.; "An Algorithmic Approach to Network Location Problems. II: The P-Medians", SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 37, pp. 539–560, 1979.

[٩] Christofides, N.; and Beasley, J.E; "A Tree Search Algorithm for the P-Median Problem", European Journal of Operational Research, Vol. 10, No. 2, pp. 196–204, 1982.

[١٠] Hanjoul, P.; and Peeters, D.; "A Comparison of Two Dual-Based Procedures for Solving the P-median Problem", European Journal of Operational Research, Vol. 20, No. 3, pp. 387–396, 1985.

[١١] Beasley, J.E.; "Lagrangean Heuristics for Location Problems", European Journal of Operational Research, Vol. 65, No. 3, pp. 383–399, 1993.

[١٢] Klose, A.; and Drexl A., "Facility Location Models for Distribution System Design", European Journal of Operational Research, Vol. 162, No. 1, pp. 4–29, 2005.

[١٣] Dileep, R.S.; "Manufacturing Facilities Location planning & Design", Second Edition, Louisiana Tech university, PWS Publishing, January 26, 1994.

[١٤] Sahin, G.; and Süral, H.; "A review of hierarchical facility location models", Computers & Operations Research, Vol. 34, pp. 2310-2331, 2007.

٩- زيرنويس‌ها

[١] Multiple Facility Location Problem
[٢] Continuous Multiple Facility Location Problem
[٣] Discrete Multiple Facility Location Problem
[٤] *p*-median problem
[٥] Depth First Search
[٦] Average Ratio Error