تحليل ارتعاشات آزاد پانل ساندويچي با نظريه بهبود يافته مرتبه بالا

بهروز افطاري[i]؛ سيد محمد رضا خليلي[ii*]؛ علي اصغر جعفري[iii]؛ كرامت ملک زاده فرد[iv]

چكيده

در این مقاله با استفاده از روش جدیدی بر اساس نظریه بهبود یافته مرتبه بالا صفحه‌های ساندویچی، ارتعاشات آزاد این صفحات مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات حرکت با استفاده از اصل همیلتون[۱] و روش انرژی بدست آمده است. برای رویه‌ها از تئوری برشی مرتبه اول استفاده شده است و در هسته، جابجایی‌ها در جهت‌های مختلف، به صورت چند جمله‌ای با ضرایب نامعلوم فرض شده‌اند. نیروهای اینرسی، ممانهای اینرسی و تغییر شکل‌های برشی در هسته میانی و رویه‌ها در نظر گرفته شده‌اند. همچنین بر خلاف در نظر نگرفتن تنش‌های صفحه‌ای هسته در مقالات قبلی، در این مقاله فرض شده است که هسته قابلیت تحمل تنش‌های صفحه‌ای را دارد و اثر آن‌ها در جواب‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات حل نیمه تحلیلی برای یک صفحه ساندویچی با شرایط مرزی ساده، با استفاده از روش نویر[۲] و با حل معادله مقادیر ویژه بدست آمده است. این روش مودهای بالاتری را نسبت به سایر نظریه‌های صفحات ساندویچی دارد. دقت و صحت این تئوری با مقایسه بین نتایج بدست آمده با نتایج تحلیلی و عددی موجود در مراجع، بررسی شده است. اثر تعدادی از پارامترهای فیزیکی و یا هندسی روی فرکانس‌های طبیعی مورد بررسی قرار گرفتند.

كلمات كليدي : صفحه ساندویچی، هسته انعطاف پذیر، تئوری کامل‌شده مرتبه بالا، ارتعاشات آزاد

Analysis of Free Vibration of Sandwich Panels Based on Improved High-order Sandwich Panel Theory

B. Eftari, S.M.R. Khalili, A. Jafari, K. Malekzadeh

ABSTRACT

A new improved high-order theory is presented to investigate the dynamic behavior of sandwich panels with flexible core. Shear deformation theory is used for the face sheets while the three-dimensional elasticity theory is used for the core. Displacements in the core are assumed as polynomial with unknown coefficients. Inertia forces, moments of inertia and shear deformations in the core and the face sheets are taken into consideration. Unlike the previous improved theory, the in-plane normal and shear stresses in the core are considered. The governing equations and the boundary conditions are derived by Hamilton's principle. Closed form solution is achieved using the Navier method and solving the eigenvalues. The numerical results of present analysis are compared with the available numerical or theoretical results in the literatures. It indicates that the present new modified theory is more accurate than the other developed theories for sandwich panels. The variations of the non-dimensional natural frequency with respect to the various geometrical and material parameters are investigated.

KEYWORDS : Sandwich Panel, Flexible Core, Improved Higher-Order Theory, Free Vibrations

---

تاريخ دريافت مقاله:۱۳۸۷/۷/۱۵

تاريخ اصلاحات مقاله: ۱۳۸۹/۱/۱٤

[i] كارشناس ارشد، دانشگاه صنعتي خواجه نصيرالدين طوسي، دانشكده مهندسي مكانيك، b.eftari@gmail.com

[ii] * نويسنده مسئول و استاد، دانشگاه صنعتي خواجه نصيرالدين طوسي، دانشكده مهندسي مكانيك، khalili@kntu.ac.ir

[iii] دانشيار، دانشگاه صنعتي خواجه نصيرالدين طوسي، دانشكده مهندسي مكانيك jafari@uast.ac.ir

[iv] استادیار، مرکز تحقیقات هوایی، تهران، kmalekzadeh@mut.ac.ir

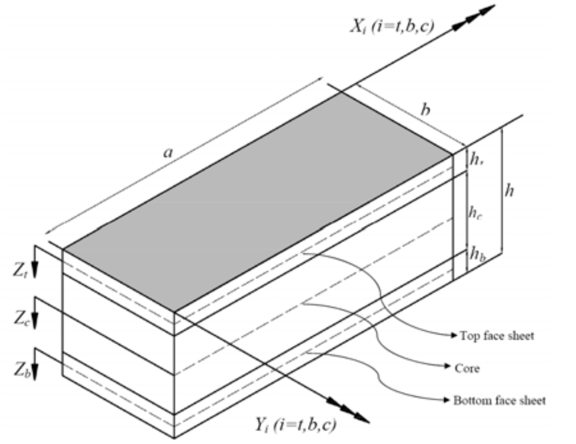
۱- مقدمه

سازه‌های ساندویچی جدید، سبک بوده و نسبت استحکام به وزن بالایی دارند. لذا، امروزه در صنایع هوافضا، دریایی، حمل و نقل، عمران و غیره کاربرد دارند. یک سازه در عمر کاری خود معمولاً تحت بارگذاری‌های دینامیکی قرار می‌گیرد. وقتی یک سازه در یکی از فرکانس‌های طبیعی خود به صورت مکرر تحریک می‌شود، میزان انرژی دریافتی حداقل شده و دامنه نوسان به شدت افزایش می‌یابد. این پدیده با توجه به نوع سازه و مواد تشکیل دهنده آن باعث بروز حالاتی مانند: شکست، تغییر شکل پلاستیک در قسمتی از سازه، بروز رفتار غیر خطی در سازه، خستگی و در ادامه سبب شکست سازه می‌گردد. در نتیجه در اکثر سازه‌ها از تحریک هر یک از فرکانس‌های طبیعی در صورت امکان جلوگیری می‌شود. لذا دانستن مقادیر فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی سازه مورد نیاز است. رفتارهای خطی و غیر خطی انواع از ورق‌های ساندویچی در کتب مراجع کلاسیک موجود می‌باشد [۱]، [۲]، [۳]. همچنین بررسی بیش‌تر روی انواع مدل‌های تحلیلی و محاسباتی سال‌های گذشته بر روی سازه‌های ساندویچی در مراجع [۴] و [۵] ارائه شده است. نظریه‌های کلاسیک و برشی مرتبه اول از متداولترین نظریه‌های موجود برای تحلیل ورق‌های کامپوزیتی و صفحات ساندویچی است [۶]، [۷]، [۸]. نظریه کلاسیک صفحه، به علت در نظر نگرفتن تغییر شکل‌های برشی عرضی و تخمین بالای فرکانس‌های طبیعی، دقت کافی برای تحلیل چندلایه‌های ضخیم و پانل‌های ساندویچی را ندارد. بنابراین محاسبه اثر تغییر شکل‌های برشی عرضی در مطالعه چندلایه‌های ضخیم ضروری است. دقت محاسبات در نظریه برشی مرتبه اول به ضریب تصحیح برشی وابسته است [۹]. برای حل محدودیت‌های نظریه برشی مرتبه اول، نظریه‌های مرتبه بالا[3] شامل جمله‌های مرتبه بالا در بست تیلور جابجایی‌ها در جهت ضخامت توسعه یافته‌اند. همچنین نظریه برشی مرتبه سه[4] (TSDT) برای چندلایه‌های کامپوزیتی توسعه یافت [۱۰]. نظریه‌های مرتبه بالا دقت بالاتری در تخمین فرکانس‌های طبیعی صفحات چندلایه دارند [۹]. بنابراین، دیدگاه متداولی از کافی بودن نظریه‌های تعمیم‌یافته مرتبه بالا برای تحلیل مسائل دینامیکی سازه‌های چندلایه، وجود دارد. این نظریه اولین بار توسط مرجع [۱۱] توسعه یافت و مطالعات بیشتر در مراجع [۱۲] و [۱۳] آورده شده است. آن‌ها این نظریه را برای ورق‌های چند لایه استخراج نمودند که به خوبی شرایط پیوستگی هندسی و تنش را در وجه‌های مشترک، در نظر می‌گیرد. تعداد مجهولات در این نظریه مستقل از تعداد لایه‌های کامپوزیت‌های چند لایه است. نظریه لایه‌ای[5] نیز برای تحلیل ارتعاشات آزاد ورق‌های چند لایه به کار گرفته شده است [۹]. مدل لایه‌ای به علت وابسته بودن تعداد توابع مجهول به تعداد لایه‌های چندلایه‌ها، دارای دقت خوبی در محاسبه فرکانس‌های طبیعی این ساختارها دارد. در مرجع [۱۴] نظریه مرتبه بالای پانل‌های ساندویچی[6] (HSAPT) را در تحلیل ارتعاشات آزاد پانل ساندویچی با هسته انعطاف پذیر بکار برده‌اند. این نظریه به طور موفقیت آمیزی در زمینه‌های مختلف تحلیل مانند تحلیل تیرها، کمانش و ارتعاشات آزاد تیرهای ساندویچی، خمش و کمانش در پانل‌های ساندویچی، تمرکز تنش، فتوالاستیسیته، رفتارهای غیرخطی صفحات ساندویچی، ارتعاشات آزاد تیرهای انحناءدار، مسائل شبیه سازی و مسائل پیزوالکتریک [۱۴] مورد استفاده قرار گرفته است. در مرجع [۱۴] دو مدل برای این تحلیل آورده شده است. در مدل اول، تنش‌های برشی عمودی و جابجایی‌های رویه‌های بالا و پایین پانل ساندویچی، مجهولات مسئله هستند. در مدل دوم میدان جابجایی در هسته بر اساس نتایج مدل اول به صورت یک چند جمله‌ای توصیف می‌شود. همچنین، ضرایب چند جمله‌ای مذکور و جابجایی‌های رویه‌ها، مجهولات مسئله را تشکیل می‌دهند. ملك‌زاده و همکاران [۱۵] نظریه بهبود یافته مرتبه بالای ورق‌های ساندویچی[7] (IHSAPT) را بر پایه نظریه مرتبه بالا در مرجع [۱۴] ارائه نموده اند و از آن برای تحلیل ارتعاشات آزاد در پانل‌های ساندویچی استفاده می‌نمایند. در این نظریه سهم نیروهای صفحه‌ای رویه‌های بالایی و پایینی ورق ساندویچی، ضریب استهلاک و همچنین میرایی سیستم برای تحلیل ارتعاشات مورد بررسی قرار گرفته شده است.

۲- معادلات حاکم و روش حل تحلیلی

ورق ساندویچی مورد مطالعه در این مقاله به شکل مستطیل است و دارای دو رویه چند لایه کامپوزیتی و هسته میانی انعطاف‌پذیر می‌باشد (شکل(۱)). ضخامت هسته میانی، رویه بالایی، رویه پایینی و کل ورق به ترتیب h, h_b, h_t, h_c است. درشکل (۱) محورهای مختصات نشان داده شده است. طول و عرض ورق به ترتیب برابر با a و b هستند. فرمول‌بندی ریاضی در ادامه مراحل نظریه کامل‌شده مرتبه بالای ورق‌های ساندویچی صورت گرفته است [۱۴]. معادلات حرکت و شرایط مرزی با استفاده از اصل همیلتون بدست می‌آیند.

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(U+V-T)\,dt=0 \qquad (1)$$



شکل (۱): پارامترهای هندسی پانل ساندویچی مستطیلی شکل با دو رویه چند لایه کامپوزیتی و هسته میانی با انعطاف‌پذیری عرضی

V ,T, U به ترتیب نمایان‌گر انرژی پتانسیل، جنبشی و انرژی حاصل از نیروهای خارجی، δ عملگر تغییرات مرتبه اول می‌باشد. t_2-t_1 بازه انتگرال‌گیری است. در ادامه معادله تغییرات مرتبه اول انرژی پتانسیل آورده شده است. در رابطه (۲) (y یا i=x) σ_{ii} و ε_{ii} به ترتیب تنش و کرنش عمودي در جهات x وy و اندیس بالای t، b وc نشان دهنده رویه‌های بالایی، پایینی وهسته میانی می‌باشند. (y یا i=x) τ_{iz} و γ_{iz} به ترتیب تنش و کرنش برشی قائم در هسته میانی، و σ^c_{zz} و ε^c_{zz} به ترتیب تنش و کرنش عمودي در جهت قائم در هسته میانی می‌باشند. v_c ,v_b ,v_t به ترتیب نمایانگر حجم‌های رویه‌های بالایی، پایینی و هسته میانی هستند. در رابطه (۲) عبارت‌های $\sigma^c_{xx}\delta\varepsilon^c_{xx}$ ، $\sigma^c_{yy}\delta\varepsilon^c_{yy}$ و $\tau^c_{xy}\delta\gamma^c_{xy}$ که در معادله تغییرات مرتبه اول انرژی پتانسیل وارد شده‌اند، بیانگر تغییرات انرژی صفحه‌ای در هسته میاني بوده، که در نظریه مرتبه بالا [۱۴] و نظریه کامل‌شده مرتبه بالا [۱۵] نبوده‌اند، اما در روش حاضر در نظر گرفته شده‌اند.

$$\delta U=\int_{v_t}(\sigma^t_{xx}\delta\varepsilon^t_{xx}+\sigma^t_{yy}\delta\varepsilon^t_{yy}+\tau^t_{xy}\delta\gamma^t_{xy}+\tau^t_{xz}\delta\gamma^t_{xz}+\tau^t_{yz}\delta\gamma^t_{yz})dv$$
$$+\int_{v_b}(\sigma^b_{xx}\delta\varepsilon^b_{xx}+\sigma^b_{yy}\delta\varepsilon^b_{yy}+\tau^b_{xy}\delta\gamma^b_{xy}+\tau^b_{xz}\delta\gamma^b_{xz}+\tau^b_{yz}\delta\gamma^b_{yz})dv \quad (۲)$$
$$+\int_{v_c}(\sigma^c_{zz}\delta\varepsilon^c_{zz}+\sigma^c_{yy}\delta\varepsilon^c_{yy}+\sigma^c_{xx}\delta\varepsilon^c_{xx}+\tau^c_{xy}\delta\gamma^c_{xy}+\tau^c_{xz}\delta\gamma^c_{xz}+\tau^c_{yz}\delta\gamma^c_{yz})dv$$

در رویه‌ها از تئوری برشی مرتبه اول با در نظر گرفتن تغییر مکان‌های کوچک و چرخش‌های کوچک استفاده شده است.

$$u_j(x,y,z,t)=u^j_0(x,y,t)+z_j\psi^j_x(x,y,t)$$
$$v_j(x,y,z,t)=v^j_0(x,y,t)+z_j\psi^j_y(x,y,t) \qquad \text{(j=t,b)(۳)}$$
$$w_j(x,y,z,t)=w^j_0(x,y,t)$$

با توجه به روابط ارائه شده در روش دوم جابجایی در هسته میانی [۱۴]، جابجایی‌ها را به صورت چند جمله‌ای با ضرایب نامعلوم فرض می‌نماییم:

$$u_c(x,y,z_c,t)=u_0(x,y,t)+z_cu_1(x,u,t)+z_c^2u_2(x,y,t)$$
$$+z_c^3u_3(x,y,t)$$
$$v_c(x,y,z_c,t)=v_0(x,y,t)+z_cv_1(x,u,t)+z_c^2v_2(x,y,t) \qquad (۴)$$
$$+z_c^3v_3(x,y,t)$$
$$w_c(x,y,z_c,t)=w_0(x,y,t)+z_cw_1(x,u,t)+z_c^2w_2(x,y,t)$$

که در آن (i=0,1,2,3) u_i، و v_i و (j=0,1,2) w_j ضرایب مجهول مستقل از z_c می‌باشند. شرایط سازگاری در محل اتصال هسته میانی به رویه‌ها با فرض اتصال کامل، به صورت رابطه (۵) است [۱۴] [۱۵].

$$u_c(z_c=-h_c/2)=u^t_0+\frac{1}{2}h_t\psi^t_x$$
$$v_c(z_c=-h_c/2)=v^t_0+\frac{1}{2}h_t\psi^t_y$$
$$w_c(z_c=-h_c/2)=w^t_0 \qquad (۵)$$
$$u_c(z_c=h_c/2)=u^b_0-\frac{1}{2}h_b\psi^b_x$$
$$v_c(z_c=h_c/2)=v^b_0-\frac{1}{2}h_b\psi^b_y$$
$$w_c(z_c=h_c/2)=w^b_0$$

با استفاده از روابط (۳) تا (۵) روابط بین پارامترهای وابسته به جابجایی در هسته میانی به صورت رابطه (۶) استخراج می‌شود:

$$u_2=(2(u^b_0+u^t_0)-h_b\psi^b_x+h_t\psi^t_x-4u_0)/h_c^2 \qquad (۶)$$
$$u_3=(4(u^b_0-u^t_0)-2(h_b\psi^b_x+h_t\psi^t_x)-4h_cu_1)/h_c^3$$
$$v_2=(2(v^b_0+v^t_0)-h_b\psi^b_y+h_t\psi^t_y-4v_0)/h_c^2$$
$$v_3=(4(v^b_0-v^t_0)-2(h_b\psi^b_y+h_t\psi^t_y)-4h_cv_1)/h_c^3$$

با استفاده از روابط (۱) تا (٦)، معادلات تغییرات انرژی جنبشی و انرژی حاصل از نیروهای خارجی طبق مرجع [۱۵] و همچنین انجام عملیات ریاضی، دستگاه معادلات حاکم بر مسئله بدست می‌آیند. دستگاه معادلات شامل ۱۵ معادله و ۱۵ مجهول می‌باشند که این تعداد، حداقل معادلات مستقل بوده و برای هر حالتی از شرایط مرزی مختلف قابل استفاده می‌باشند. براي مثال در رابطه (۷) يك معادله از دستگاه معادلات بدست آمده براي ورق ساندويچي آورده شده است.

$$
\begin{aligned}
& N^{t}_{xx,x} + N^{t}_{xy,y} + \bar{n}_{xt} + \tfrac{1}{6} h_c E_c u_{0,xx} + \tfrac{1}{40} h_c^3 E_c u_{2,xx} \\
& + \tfrac{1}{6} h_c G_{xyc} (u_{0,yy} + v_{0,xy}) + \tfrac{1}{40} h_c^3 G_{xyc} (u_{2,yy} + v_{2,xy}) \\
& - \tfrac{1}{3} h_c G_{xzc} (2u_2 + w_{1,x}) - \tfrac{1}{40} h_c^2 E_c u_{1,xx} - \tfrac{1}{112} h_c^4 E_c u_{3,xx} \\
& - \tfrac{1}{20} h_c^2 G_{xyc} (u_{1,yy} + v_{1,xy}) - \tfrac{1}{112} h_c^4 G_{xyc} (u_{3,yy} + v_{3,xy}) \\
& + G_{xzc} (u_1 + w_{0,x}) + \tfrac{1}{40} h_c G_{xzc} (3u_3 + w_{2,x}) \\
& = m^t u^t_{0,tt} - \tfrac{2}{h_c^2} I^c_2 u_{0,tt} + \tfrac{4}{h_c^3} I^c_4 u_{1,tt} - \tfrac{2}{h_c^2} I^c_4 u_{2,tt} + \tfrac{4}{h_c^3} I^c_6 u_{3,tt}
\end{aligned} \qquad (۷)
$$

۱۵ مجهول وابسته، در رابطه (۸) آورده شده‌اند:

$$\{u_0^t, \psi_x^t, v_0^t, \psi_y^t, w_0^t, u_0^b, \psi_x^b, v_0^b, \psi_y^b, w_0^b, u_0, u_1, v_0, v_1, w_0\} \qquad (۸)$$

ملاحظه می‌شود که دستگاه معادلات دیفرانسیل ارتعاشـات آزاد ورق ساندویچی با هسته انعطاف‌پـذیر بـر حـسب توابـع تغییـر مکان‌های صفحه‌ای، عرضی، چـرخش‌هـا در رویـه‌هـا و هـسته میانی و همچنین با استفاده از روش نویر برای شرایط مرزی با تکیه‌گاه ساده [١٦] به یک مسئله استاندارد مقـادیر ویـژه تبـدیل می‌شود.

$$([k] - [M] \times \omega^2)\{X_0^*\} = \{0\} \qquad (۹)$$

در معادله (۹)، [K] و [M] به ترتیب ماتریس‌های سفتی و جـرم می‌باشند. به علت تعداد بالای درایه‌ها، براي نمونه یـک درایـه از هر ماتریس [K] و [M] در رابطه (۱۰) آورده شده است.

$$K(1,1) = \frac{47 G^{c}_{xz}}{15 h_c} + \alpha^2 [A^t(1,1) + \frac{3 h_c E^{c}_{xx}}{35}] + \beta^2 [B^t(3,3) + \frac{3 h_c G^{c}_{xy}}{35}]$$

$$M(1,1) = m^t + \frac{m^c \rho_c^4}{20} + \frac{m^c \rho_c^6}{28} \qquad (۱۰)$$

در رابطه (۱۰)، $\alpha_m = m\pi/a$ و $\beta_n = n\pi/b$ است و m^c و m^t به ترتیب برابر با جرم هسته میانی و جرم رویه بـالای پانـل سـاندویچی می‌باشند.

۳- بررسی نتایج

در این قسمت یک مثال از پانل‌های ساندویچی بررسی مي‌شود و نتايج حاصل از حل مسئله با نظریه این مقاله با نتایج ساير مراجع مقايسه مي‌گردد. اثر تنش‌هاي عمودي و برشی صفحه‌ای هسته میانی بر نتایج، بررسی خواهند شد. در نتایج بدست آمده، در حالت I اثر تنش‌های صفحه‌ای هسته میانی در فرمول‌ها، در نظر گرفته نشده است، اما در حالت II، این اثر را در نظر گرفته‌ایم.

۳-۱- ارتعاشات آزاد پانل ساندويچی هفت لایه با هسته میانی لانه‌زنبوري و با تکیه‌گاه اطراف لولا

در این مثال دو ورق مربع شکل با لایه چینی به ترتیب با آرایش [۰/۹۰/۰/هسته/۰/۹۰/۰] و [۴۵-/۴۵/۴۵-/هسته/-۴۵/۴۵/-۴۵] را در نظر مي‌گيريم. در جدول‌هاي (۱) و (۲) نتایج حاصل از روش‌های تحلیلی [۱۷] و المان محدود [۱۸] بر اساس نظریه مرتبه بالای ورق‌های ساندویچی و همچنین نتایج حاصل از نظریه بهبود یافته مرتبه بالای ورق‌های ساندویچی [۱۵] با نتايج حاصل از روش موجود براي دو لايه چيني مقايسه شده است. در این جداول سرعت‌های زاویه‌ای بدون بعد شده $\overline{\omega} = \frac{\omega a^2}{h}\sqrt{\rho_0 / E_0}$ مربوط به فرکانس‌های طبیعی چهار مود اول مقایسه شده‌اند. ورق دارای خواص هندسی ($h_c/h=۰/۸۸$ ،$a/h=۱۰$، $a/b=۱$) است. رویه‌ها از الیاف شیشه و رزین پلی استر و هسته میانی از جنس فوم HEREX-C70,130PVC ساخته شده‌اند [۱۵].

خواص لایه کامپوزیتي مربوط به الیاف شیشه با رزین پلي‌استر عبارتند از [۱۵]:

E_1 = 24.51 GPa , E_2 = 7.77 GPa , $G_{12} = G_{13}$ = 3.34 GPa , G_{23} = 1.34 GPa, v_s = 0.078 , ρ_s = 1800 Kg/m^3

خواص ماده هسته میانی عبارتند از [۱۵]:

E_c = 103.63 MPa , G_c = 50 Mpa , v_c = 0.32 , ρ_c = 130 Kg/m^3

با توجه به جداول (۱) و (۲)، نتایج بدست آمده از این با نتایج حاصل از نظریه بهبود یافته مرتبه بالای ورق‌های ساندویچ در مرجع [۱۵] همخواني دارند. به طور کلی نتایج حاصل از روش حاضر و نظریه بهبود یافته مرتبه بالا [۱۵] به علت بالاتر در نظر گرفتن درجات آزادی و در نتیجه محاسبه پایین‌تر سفتی ورق در مقایسه با نظریه‌های کلاسیک و نظریه‌های مرتبه بالا، مقدار کمتری را نسبت به نتایج بدست آمده از روش تحلیلی [۱۷] و المان محدود [۱۸] بر پایه نظریه‌های مرتبه بالا نشان می‌دهند، اما به مقادیر حاصل از نتايج نيمه تحليلي و نظریه بهبود یافته نزدیکتر می‌باشند [۱۵]. نتایج بدست آمده از این روش حاضر در حالت II بزرگتر از حالت I است که به دلیل در نظر گرفتن تنش‌های صفحه‌ای هسته در حالت II و در نتیجه افزایش سفتی ورق می‌باشد. این روش مانند روش نظریه بهبود یافته مرتبه بالای توانایی محاسبه مودهای صفحه‌ای را نیز داراد. نظریه‌های معمولی مرتبه بالا، این قابلیت را ندارند [۱۵]. فرکانس‌های بدست آمده از این روش در مقایسه با روش نظریه بهبود یافته مرتبه بالا مرجع [۱۵] بجز در فرکانس ارتعاشي اول کوچکتر می‌باشند که این اختلاف به علت تفاوت میدان جابجایی هسته در این دو مرجع است. در روش این مقاله میدان جابجایی در هسته به صورت چند جمله‌ای با ضرایب نامعلوم فرض شده است. اما در مراجع [۱۴] و [۱۵] با فرض یکنواختی تنش‌های برشی در

راستاي ضخامت و استفاده از روابط الاستیسیته بدست می‌آید، که این فرض سبب ایجاد خطا می‌شود [۱۴].

جدول (۱): فرکانس‌های طبیعی بی بعد مربوط به ورق ساندویچی هفت لایه کامپوزیتی [۰/۹۰/۰/هسته/۰/۹۰/۰]

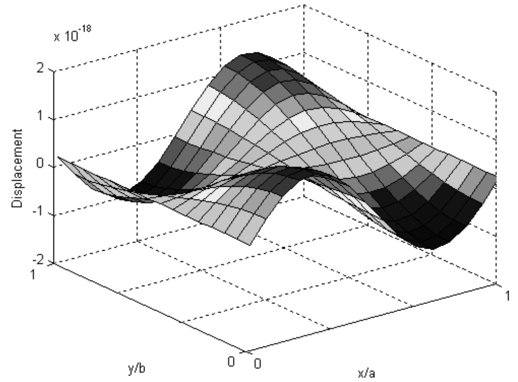
مودها	ورق ساندویچی هفت لایه کامپوزیتی 0/90/0/core/0/90/0				
	روش حاضر در حالت II	روش حاضر در حالت I	روش نیمه تحلیلی بر اساس IHSAPT [۱۵]	روش المان محدود بر اساس HSAPT [۱۸]	روش تحلیلی بر اساس HSAPT [۱۷]
۱	۱۵/۰۶۱	۱۵/۰۴	۱۴/۸۳	۱۵/۰۴	۱۵/۲۸
۲	۲۶/۷۵۳	۲۶/۷۳۳	۲۶/۹۱	۲۸/۱	۲۸/۶۹
۳	۲۷/۳۴۳	۲۷/۳۲۹	۲۷/۴۷	۲۹/۲	۳۰/۰۱
۴	۳۵/۳۳	۳۵/۳۱۶	۳۵/۵۷	۳۷/۷۶	۳۸/۸۶

جدول (۲): فرکانس‌های طبیعی بدون بعد ورق ساندویچی هفت لایه کامپوزیتی [۴۵/-۴۵/۴۵/هسته/-۴۵/۴۵/-۴۵]

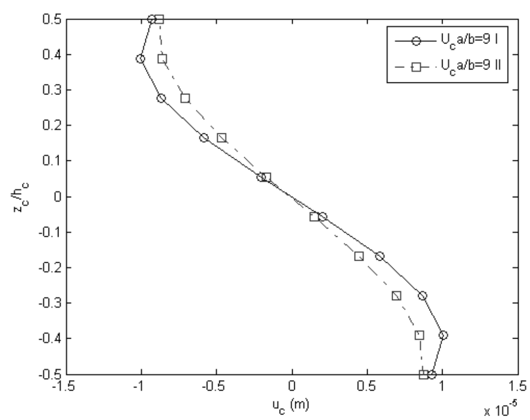
مودها	ورق ساندویچی هفت لایه کامپوزیتی 45/- 45/45/core/-45/45/-45				
	روش حاضر در حالت II	روش حاضر در حالت I	روش نیمه تحلیلی بر اساس IHSAPT [۱۵]	روش المان محدود بر اساس HSAPT [۱۸]	روش تحلیلی بر اساس HSAPT [۱۷]
۱	۱۵/۷۹۹	۱۵/۷۸۶	۱۵/۵۳	۱۶/۰۹	۱۶/۳۸
۲	۲۷/۳۲۹	۲۷/۳۱۶	۲۷/۳۶	۲۸/۹۳	۲۹/۶۵
۳	۲۷/۳۲۹	۲۷/۳۱۶	۲۷/۳۶	۲۸/۹۳	۲۹/۶۵
۴	۳۶/۲۲	۳۶/۲۱۶	۳۶/۹۳	۳۸/۷۶	۴۰

۳-۲- شکل مود جابجایی هسته در جهت عرضی (U_c)

در شکل (۲)، شکل مود جابجایی هسته (U_c) در مرکز هسته (در حالت II)، برای مود دوم ضخامت در ورق ساندویچی [۰/۹۰/۰/هسته/۰/۹۰/۰] نشان داده شده است. در شکل (۳)، اثر در نظر گرفتن تنش‌های صفحه‌ای هسته میانی بر تغییرات جابجایی هسته در راستای ضخامت در ورق ساندویچی با نسبت طول به عرض برابر با ۹ و لایه چینی [۰/۹۰/۰/هسته/۰/۹۰/۰]، نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل (۳) مشخص است، در نظر نگرفتن اثر تنش‌های عمودي و برشی صفحه‌ای هسته میانی سبب ایجاد بیشترین اختلاف برابر با ۱۴/۷ درصد در نتایج شده است.



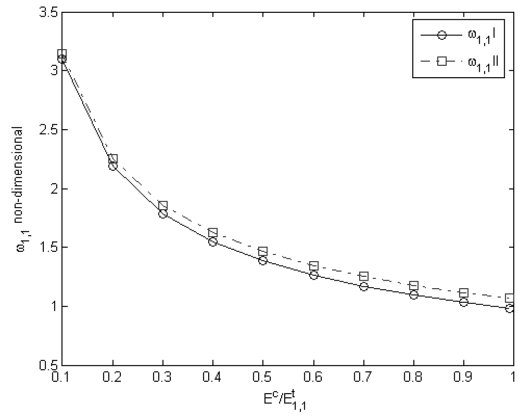
شکل (۲): شکل مود جابجایی هسته (U_c) در مرکز هسته (حالت II)، برای مود دوم ضخامت در ورق ساندویچی [۰/۹۰/۰/هسته/۰/۹۰/۰]



شکل (۳): اثر فرض تنش‌های صفحه‌ای هسته میانی بر تغییرات جابجایی هسته در راستای ضخامت برای مود اول در ورق ساندویچی [۰/۹۰/۰/هسته/۰/۹۰/۰] (نسبت طول به عرض ۹)

۳-۳- بررسی اثر تغییرات مدول الاستیسیته هسته نسبت به مدول الاستیسیته رویه بالا بر فرکانس طبیعی

با توجه به شکل (۴) مقدار فرکانس طبیعی اول بدون بعد با افزایش نسبت مدول ارتجاعی هسته به رویه بالا در بازه $0/1 \le E^c/E^t_{11} \le 0/99$ کاهش می‌یابند. اختلاف بین حالت II و I در فرکانس طبیعی اول بدون بعد با افزایش نسبت E^c/E^t_{11} ، افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه افزایش نسبت E^c/E^t_{11} منجر به مستحکم‌تر شدن هسته ورق ساندویچی مي‌شود، بیشترین اختلاف میان حالت II نسبت به حالت I در Ec/Et_{11}=/۹۹، برابر با ۷/۸۷ درصد است. درنتیجه، در ورق‌های ساندویچی که هسته نرم ندارند، در نظر نگرفتن تنش‌های صفحه‌ای هسته سبب بوجود آمدن خطا در محاسبات مي‌شود.



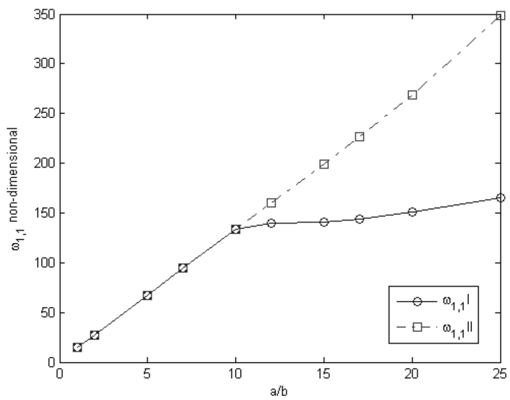
شکل (٤): تغییرات فرکانس طبیعی نسبت به Ec/E^t_{11} در ورق ساندویچی [۰/۹۰/۰/هسته/۰/۹۰/۰]

۳-٤- بررسی اثر تغییرات طول به عرض ورق بر فرکانس طبیعی

به طور کلی با افزایش نسبت a/b در ورق طول آن زیادتر و عرض آن کمتر و ورق به شکل تیر نزدیک می‌شود. برخلاف تیرها در این حالت، هر چهار لبه ورق شرایط مرزی تکیه گاه ساده دارند و لذا تغییر شکل‌های قائم و برشی ورق کاهش و سفتی و کوپلینگ‌های بین اثرات خمشی-غشایی و برشی افزایش می‌یابد. با توجه به شکل (۵) با افزایش نسبت (a/b)، فرکانس طبیعي بدون بعد افزایش می‌یابد. اختلاف بین حالت II نسبت به حالت I با افزایش نسبت (a/b)، افزایش یافته و بیشترین اختلاف در a/b=۲۵ برابر با ۵۴/۴۵ درصد است. نتایج نشان می‌دهند که هرچه ضریب منظری ورق افزایش یابد (a/b>۳)، اثر تنش‌های صفحه‌ای در هسته میانی برروی فرکانس طبیعی بیشتر مي‌شود.

٤- نتیجه‌گیری

با استفاده از روش جدید، فرمول‌بندي ارتعاشات آزاد پانل ساندویچی با هسته انعطاف پذیر بررسی گردید. نتایج بدست آمده از این روش حاضر، دقت بالاتری نسبت به تئوری مرتبه بالای ورق‌های ساندویچی داشته و همخوانی با نظریه کامل‌شده مرتبه بالای ورق‌های ساندویچی دارد.



شکل (۵): تغییرات طول به عرض ورق بر فرکانس طبیعی در ورق ساندویچی [۰/۹۰/۰/هسته/۰/۹۰/۰]

با توجه به اینکه تعداد درجات آزادی در این روش بیشتر از نظریه‌های مرتبه بالا است، لذا در تحلیل دینامیکی ورق ساندویچی، سفتی پایین‌تر از سفتي نظریه‌های قبلی محاسبه شده و فرکانس‌های طبیعی بدست آمده به مقادیر حاصل از نظریه کامل‌شده مرتبه بالا نزدیکتر می باشد. با توجه به نتایج بدست آمده مشاهده می‌شود، که پاسخ دینامیکی پانل ساندویچی براي مثال مقادیر فرکانس طبیعی و جابجایی هسته میانی بسیار متاثر از فرض در نظر گرفتن تنش‌های صفحه‌ای در هسته میانی است. لذا در نظر نگرفتن این تنش‌های صفحه‌ای در محاسبات سبب بروز خطا در نتایج خواهد شد

۵- مراجع

[۱] F.j. Plantema, "Sandwich Construction", John Wily & Sons, New York, 1966.

[۲] H.G. Allen, "Analysis and Design of Structural Sandwich Panels", Pergamon Press, Oxford, 1969.

[۳] D. Zenkert, "An Intoduction to Sandwich Construction. Chameleon Press Ltd", London, 1995.

[٤] A.K. Noor, W.S. Burton, C.W. Bert, "Computional models for sandwich panels and shells", Applied Mechanics Reviews 49,155-199, 1996.

[۵] L. Librescu, T. Hause, "Recent developments in the modeling and behavior of advanced sandwich constructions: a survey", Composite Structures 48 (1), 1-17, 2000.

[٦] Reissner, E.; "The Effects of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates", ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 67, p.p. 69-77, 1945.

[۷] Mindlin, R. D.; "Influence of Rotary Inertia and Shear on Flexural Motion of Isotropic Elastic Plates", ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 73, p.p. 69-77, 1951.

[۸] Whitney, J.; M., Pagano, N. J.; " Shear Deformation in Heterogeneous Anisotropic Plates", Journal of Applied Mechanics, vol. 92, p.p. 1031-1036, 1970.

[۹] Zhen, W.; Wanji , C.; "Free vibration of laminated composite and sandwich plates using global-local higher-order theory", Journal of Sound and Vibration, vol. 298, p.p. 333–349, 2006.

[۱۰] J.N. Reddy, “A simple higher-order theory for laminated composite plates”, J Appl Mech 51,745-52, 1984.

[۱۱] Li, X. Y.; Liu, D.; “Generalized laminate theories based on double superposition hypothesis”, J Numerical Methods Engineering, vol. 40 , p.p. 1197–1212, 1997.

[۱۲] Zhen, W.; Ronggeng, C.; Wanji, C.; “Refined laminated composite plate element based on global-local higher-order shear deformationtheory”, Composite Structrues, vol. 70 , p.p. 135–152, 2005.

[۱۳] Zhen, W.; Wanji, C.; “An efficient higher-order theory and finite element for laminated plates subjected to thermal loading”, CompositeStructures vol. 73 , p.p. 99–109, 2006.

[۱٤] Frostig, Y.; Thomsen, O. T.; “High-order free vibration of sandwich panels with a flexible core”, J Solid and Structures,vol. 41, pp. 1697-1724, 2004.

[۱۵] Malekzadeh, K.; Khalili, M. R.; Mittal, R. K.; “Local and Global Damped Vibrations of Plates with a Viscoelastic Soft Flexible Core: An Improved High-order Approach”, Journal of Sandwich Structures and Materials, vol. 7, p.p. 431-456, 2005.

[۱٦] Khalili, M.R.; Malekzadeh, K; Mittal, R.K.; “Effect and physical and geometrical parameters on transverse low-velocity impact response of sandwich panels with a transversely flexible core”, Journal of Composite Structures, vol. 77, pp. 430-443, 2007.

[۱۷] Meunier, M.; Shenoi, RA.; “ Free vibration analysis of composite sandwich plates”, Proc ImechE, Part C: J Mech Engng Sci , vol. 213(7), p.p. 715–27, 1999.

[۱۸] Nayak, A.K .; Moy, S.S.J.; Shenoi, R.A.; “Free vibration analysis of composite sandwich plates based on Redd’s higher-order theory”, Composit: Part B, vol. 33, p.p. 505-519, 2002.

۶- زیرنویس‌ها

---

[۱] Hamilton Principle
[۲] Navier method
[۳] Higher-Order Sandwich Plate Theory
[٤] Third-Order Shear Deformation
[٦] Mixed layerwise
[۷] The Higher-Order Sandwich Panels Theory
[۸] Improved Higher-Order Sandwich Plate Theory