



## طراحی و پیاده‌سازی کنترل مود لغزشی فازی برای یک ربات چرخ‌دار به همراه تریلر

علی کیماسی خلجی<sup>1</sup>، سید علی اکبر موسویان<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران  
2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران  
\* تهران، صندوق پستی 19991-43344، moosavian@kntu.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 26 مرداد 1392  
پذیرش: 25 آبان 1392  
ارائه در سایت: 10 خرداد 1393  
کلید واژگان:  
ربات متحرک چرخ‌دار  
سیستم‌های غیر هولونومیک  
تعقیب مسیرهای حرکت زمانی  
کنترل مود لغزشی فازی

### چکیده

ربات متحرک چرخ‌دار به همراه یک تریلر یک سیستم رباتیکی است که از یک ترکور به همراه یک تریلر تشکیل می‌شود. تعقیب مسیرهای حرکت زمانی مرجع یکی از مسائل مطرح در زمینه ربات‌های متحرک چرخ‌دار می‌باشد که در این مقاله به آن می‌پردازیم. ابتدا معادلات سینماتیکی ربات متحرک استخراج می‌گردد. سپس، مسیرهای حرکت زمانی مرجع تولید می‌گردد. در ادامه یک قانون کنترل سینماتیکی فیدبک خروجی و یک کنترل دینامیکی مود لغزشی فازی برای ربات طراحی می‌گردد. قانون کنترلی پیشنهاد شده، ربات متحرک چرخ‌دار را به صورت مجانبی حول مسیرهای حرکت زمانی مرجع پایدار می‌سازد. در پایان نتایج تجربی پیاده‌سازی روش طراحی شده بر روی یک مدل آزمایشگاهی و نتایج مقایسه‌ای ارائه می‌گردد. نتایج به‌دست آمده کارایی روش پیشنهاد شده را نشان می‌دهد.

## Design and implementation of a fuzzy sliding mode control law for a wheeled robot towing a trailer

Ali Keymasi Khalaji<sup>1</sup>, Seyed Ali Akbar Moosavian<sup>2\*</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.  
2- Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.  
\* P.O.B. 19991-43344, Tehran, moosavian@kntu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 17 August 2013  
Accepted 16 November 2013  
Available Online 31 May 2014

#### Keywords:

Wheeled Mobile Robot  
Nonholonomic Systems  
Trajectory Tracking  
Fuzzy Sliding Mode Control

### ABSTRACT

Tractor-Trailer Wheeled Mobile Robot (TTWMR) is a robotic system that consists of a tractor module towing a trailer. Trajectory tracking is one of the challenging problems which is focused in the context of Wheeled Mobile Robots (WMRs) that has been discussed in this paper. First, kinematic equations of TTWMR are obtained. Then, reference trajectories for tracking problem are produced. Subsequently, an output feedback kinematic control law and a dynamic Fuzzy Sliding Mode Control (FSMC) are designed for the TTWMR. The proposed controller steer the TTWMR asymptotically follow reference trajectories. Finally, experimental results of the designed controller on an experimental setup and comparison results are presented. Obtained results show the effectiveness of the proposed controller.

### 1- مقدمه

این معنا که در هر لحظه سرعت‌های حرکتی در راستاهای مختلف مستقل نیستند و در نتیجه برای حرکت از هر نقطه‌ای در فضای متغیرهای ربات به هر نقطه‌ی دیگر باید قیود لحظه‌ای را برآورده ساخت. بنابراین حضور قیود غیر هولونومیک از یک سو باعث افزایش پیچیدگی‌های مدل‌سازی و کنترل این سیستم‌ها می‌گردد از سویی دیگر به جذابیت مسائل مطرح در این زمینه می‌انجامد. مسائل کنترلی مختلفی در زمینه کنترل حرکت این سیستم‌ها در تحقیقات مورد توجه قرار گرفته است. تعقیب مسیر در فضای کارترین<sup>1</sup> [6,5]، پایدارسازی حول وضعیت‌های مطلوب<sup>2</sup> [9-7] و تعقیب مسیرهای حرکت زمانی<sup>3</sup> [11,10] نمونه‌هایی از مسائل مطرح در این زمینه است.

امروزه کاربرد ربات‌های متحرک در سیستم‌های مهندسی در حال گسترش است. بنابراین، مدل‌سازی و کنترل این سیستم‌ها مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است [1-3].

ربات‌های متحرک چرخ‌دار یک نمونه از متداول‌ترین سیستم‌ها هستند که به خاطر تماس میان چرخ‌ها با سطح زمین، مقید به قیود غیر هولونومیک می‌باشند. این قیود در اثر غلتش خالص چرخ‌ها در حرکت رو به جلو و عدم لغزش در جهت جانبی به وجود می‌آیند. در مرجع [4] مدل‌سازی و ویژگی‌های انواع مختلف ربات‌های چرخ‌دار ارائه شده و مورد بحث قرار گرفته است. در سیستم‌های غیرهولونومیک حرکت‌های دیفرانسیلی سیستم یا سرعت‌های تعمیم‌یافته سیستم دارای محدودیت خواهند بود. به

1- Path Following  
2- Point stabilization  
3- Trajectory tracking

### Please cite this article using:

A. Keymasi Khalaji, S.A.A. Moosavian, Design and implementation of a fuzzy sliding mode control law for a wheeled robot towing a trailer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 4, pp.81-88, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

منظور استفاده از مزایای منطق فازی و کنترلر مود لغزشی می‌توان از ترکیب آن‌ها به منظور بهبود روش کنترلی و کاستن از معایب موجود استفاده نمود که در سیستم‌های غیرهولونومیک کمتر مورد توجه قرار گرفته است. عدم نیاز به مدل دقیق ریاضی، افزایش مقاومت در برابر عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات در محیط و کاهش نوسانات حول سطح لغزش از جمله مزایای کنترلر مود لغزشی فازی نسبت به کنترلرهای مود لغزشی متداول می‌باشد.

در این مقاله یک الگوریتم مود لغزشی فازی برای تعقیب مسیرهای حرکت زمانی ربات متحرک چرخ‌دار دارای تریلر ارائه شده و نتایج تجربی پیاده‌سازی قانون کنترلی طراحی شده ارائه گردیده است که متضمن دستاوردهای زیر است:

- تعمیم قوانین کنترلی مود لغزشی به یک سیستم غیرخطی کم عملگر، چند متغیره غیرمربعی و مقید به قیود غیرهولونومیک
- افزایش مقاومت قوانین کنترلی مود لغزشی در برابر عدم قطعیت‌های ساختاری و اغتشاشات در محیط با استفاده از منطق فازی
- مدل‌سازی ربات چرخ‌دار دارای یک تریلر در حضور عدم قطعیت‌های دینامیکی
- طراحی یک قانون کنترل سینماتیکی فیدبک خروجی برای یک ربات چرخ-دار به همراه یک تریلر
- طراحی یک قانون کنترل دینامیکی مود لغزشی برای ربات چرخ‌دار به همراه یک تریلر
- تحلیل پایداری قوانین کنترلی ارائه شده و پیاده‌سازی بر روی یک سیستم آزمایشگاهی و ارائه نتایج تجربی

در ادامه این مقاله مدل دینامیکی ربات متحرک چرخ‌دار دارای تریلر در حضور عدم قطعیت‌های دینامیکی استخراج گردیده است. سپس، مسیرهای حرکت مرجع برای تعقیب ربات تولید شده است. در ادامه، یک قانون کنترل سینماتیکی فیدبک خروجی برای سیستم طراحی شده است. سپس، یک قانون کنترلی دینامیکی برای تعقیب مجانبی مسیرهای مرجع براساس روش مود لغزشی فازی طراحی گردیده است. در نهایت نتایج تجربی پیاده‌سازی روش پیشنهاد شده بر روی ربات متحرک چرخ‌دار دارای یک تریلر و نتایج مقایسه‌ای ارائه شده است. نتایج به‌دست آمده نشان دهنده کارایی قانون کنترلی طراحی شده است.

## 2- توصیف سیستم و مدل‌سازی

سیستم مورد نظر، همان‌گونه که در شکل 1 نمایش داده شده، یک ربات چرخ‌دار دیفرانسیلی به همراه یک تریلر است. چرخ‌های ترکتور با عملگرهای مجزا مجهز شده‌اند و یک چرخ کروی نیز برای حفظ پایداری استفاده شده است. اتصال میان ترکتور و تریلر از طریق پین غیر فعال  $P_0$  برقرار می‌باشد، همان‌گونه که در شکل 2 نمایش داده شده است.

نقاط  $C_0$  و  $C_1$  به ترتیب نشان دهنده مرکز جرم ترکتور و تریلر می‌باشند. همچنین،  $\varphi_r$  و  $\varphi_l$  به ترتیب نمایش دهنده جابه‌جایی زاویه‌ای چرخ‌های سمت راست و چپ ترکتور هستند، و  $\varphi_{1r}$  و  $\varphi_{1l}$  به ترتیب جابه‌جایی چرخ‌های سمت راست و چپ تریلر را نشان می‌دهند.  $d$  فاصله میان نقاط  $P_0$  و  $P_1$  را نمایش می‌دهد و  $a_0$  و  $a_1$  به ترتیب فاصله میان نقاط  $P_0$  و  $C_0$  و نقاط  $P_1$  و  $C_1$  می‌باشند. این ابعاد در شکل 2 نمایش داده شده‌اند. وضعیت ربات متحرک دارای تریلر با بردار مختصات تعمیم یافته  $q = (x, y, \theta_0, \theta_1)^T$  نشان داده می‌شود، که در آن  $(x, y)$  مختصات نقطه  $P_0$  می‌باشد و  $\theta_0$  و  $\theta_1$  به ترتیب جهت‌گیری ترکتور و تریلر نسبت به دستگاه مرجع را نشان می‌دهند.

ربات متحرک دارای تریلر یک سیستم غیرخطی، کم عملگر و مقید به قیود غیرهولونومیک می‌باشد، که در این مقاله مسئله تعقیب مسیرهای حرکت زمانی مرجع آن مورد بررسی قرار گرفته است. کنترلر این سیستم در محیط آزمایشگاهی به خاطر دینامیک غیرخطی، عدم قطعیت‌های ساختاری و پارامتری، اغتشاشات خارجی، نویز و پدیده‌های مختلف موجود در سیستم‌های مهندسی واقعی مسئله‌ای پیچیده و در عین حال جذاب به شمار می‌آید. بنابراین، الگوریتم‌های کنترلی مختلفی برای حل این مسئله پیشنهاد شده است که برخی از این قوانین کنترلی در ادامه بررسی می‌شوند. در مرجع [10] یک کنترلر تطبیقی برای تعقیب مسیرهای مرجع یک ربات دیفرانسیلی پیشنهاد شده و نتایج شبیه‌سازی و پیاده‌سازی عملی برای شرایط مختلف ربات ارائه گردیده است. در مرجع [12] یک کنترلر تعقیب مسیرهای حرکت مرجع یک ربات شبه خودرو در یک فضای هوشمند و در حضور موانع با استفاده از الگوریتم‌های کنترل مقاوم غیر متمرکز<sup>1</sup> مطالعه گردیده و نتایج پیاده‌سازی آزمایشگاهی ارائه شده است. در مرجع [13] یک کنترلر پیش‌بین برای ربات دیفرانسیلی طراحی شده و پیاده‌سازی الگوریتم کنترلی روی یک سیستم آزمایشگاهی که در آن وضعیت سیستم از طریق پردازش تصویر استخراج می‌شود انجام شده است. در [14] یک کنترلر سینماتیکی بر مبنای کنترل تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر<sup>2</sup> برای ربات دیفرانسیلی طراحی گردیده که ضرایب کنترلی بهینه از طریق شبکه‌های عصبی محاسبه می‌شوند، این مرجع نتایج شبیه‌سازی ارائه نموده است. در [15] نیز یک کنترلر سینماتیکی برای ربات دیفرانسیلی بر مبنای تئوری لیاپانوف طراحی شده که ضرایب کنترلی بهینه آن از طریق شبکه‌های عصبی به‌دست می‌آیند. در مرجع [16] یک کنترلر غیر وابسته به مدل برای ربات چرخ‌دار دارای تریلر پیشنهاد شده است. در [17] یک قانون کنترلی مقاوم تطبیقی برای ربات چرخ‌دار دارای تریلر ارائه شده است.

یکی از کنترلرهای مورد توجه در سیستم‌های غیرخطی کنترلر مود لغزشی است که دارای ویژگی‌هایی همچون مقاومت در برابر عدم قطعیت‌های ساختاری و پارامتری و پاسخ گذرای مناسب می‌باشد که آن را از روش‌های کنترل دیگر متمایز می‌نماید. در [18] یک کنترلر سینماتیکی به‌روش مود لغزشی برای یک ربات چرخ‌دار پیشنهاد گردیده که پایداری آن از طریق روش لیاپانوف بررسی شده است. در مرجع [11] یک کنترلر دینامیکی بر مبنای مود لغزشی-تطبیقی برای ربات دیفرانسیلی ارائه گردیده و تحلیل پایداری کنترلر از روش لیاپانوف انجام شده است. از معایب کنترلر مود لغزشی، پدیده نوسانات فرکانس بالا حول سطح لغزش و محافظه‌کار بودن این الگوریتم است. محافظه‌کار بودن الگوریتم، باعث کاهش سرعت آن و عدم استفاده از تمامی ظرفیت عملگرها در زمان‌های مختلف کاری سیستم است. برای رفع این معایب یکی از روش‌ها ترکیب این الگوریتم با منطق فازی است.

سیستم‌های فازی امروزه در طیف وسیعی از علوم و فنون کاربرد پیدا کرده‌اند. یکی از مهم‌ترین کاربردها کنترلر سیستم‌های مهندسی است. پیاده‌سازی مفاهیم کلامی با استفاده از منطق و ریاضیات کلاسیک بسیار پیچیده می‌باشد. از طرف دیگر بیان این مهم با استفاده از منطق و ریاضیات فازی بسیار آسان و ساده می‌باشد. مزیت مهم دیگر استفاده از منطق فازی این است که کنترلر فازی یک کنترلر مقاوم است و در صورت طراحی مناسب دقت قابل قبولی را ارائه می‌دهد. در [19] مرجع یک کنترلر هیبرید فازی برای تعقیب مسیرهای حرکت مرجع سیستم‌های غیرهولونومیک در حضور عدم قطعیت‌ها طراحی گردیده و نتایج پیاده‌سازی تجربی ارائه شده است. به-

1- Decentralized robust control

2- PID

$$S(q) = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & 0 \\ \sin \theta_0 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{1}{d} \sin(\theta_1 - \theta_0) & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

بنابراین مدل سینماتیکی ربات متحرک چرخ‌دار دارای تریلر را می‌توان به صورت (6) بیان نمود.

$$\dot{q}(t) = S(q)u \quad (6)$$

که در آن  $u = (u_1, u_2)^T$  بردار ورودی‌های سینماتیکی مستقل سیستم است.  $u_1$  سرعت خطی نقطه  $P_0$  و  $u_2$  سرعت زاویه‌ای تریلر می‌باشد.

مدل به‌دست آمده مدل سینماتیکی وضعیت<sup>۱</sup> سیستم نامیده می‌شود. این ورودی‌های سینماتیکی با سرعت زاویه‌ای چرخ‌های دارای عملگر ربات به صورت (7) مرتبط می‌باشند.

$$\begin{cases} u_1 = \frac{r}{2}(\dot{\phi}_r + \dot{\phi}_l) \\ u_2 = \frac{r}{2b}(\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_l) \end{cases} \quad (7)$$

که در آن  $r$  شعاع چرخ‌های دارای عملگر ربات است.  $b$  نصف فاصله میان چرخ‌های تریلر است.  $\dot{\phi}_r$  و  $\dot{\phi}_l$  به ترتیب سرعت‌های زاویه‌ای چرخ‌های سمت راست و چپ دارای عملگر ربات می‌باشند.

### 3- تعقیب مسیرهای حرکت زمانی

تعقیب مسیرهای حرکت زمانی یکی از مسائل مربوط به کنترل خودکار حرکت ربات‌های متحرک به حساب می‌رود. در این مسئله هدف این است که ربات متحرک با شروع از یک شرایط اولیه مشخص به یک مسیر دلخواه در فضای کارترین برسد و با رعایت زمان‌بندی آن را تعقیب نماید. به عبارت دیگر علاوه بر کنترل ربات متحرک در جهت جانبی سرعت پیشروی ربات نیز نسبت به مسیر زمانی مرجع کنترل گردد. از نظر ریاضی هدف آن است که حالت‌های سیستم یک سری حالت‌ها یا توابع مطلوب را تعقیب نمایند. این مسئله را می‌توان به صورت تعقیب یک ربات مرجع نیز در نظر گرفت که دارای همان سینماتیک ربات متحرک دارای یک تریلر است. به عبارت دیگر متغیرهای حالت ربات مرجع را می‌توان به عنوان مسیرهای حرکت مطلوب برای ربات متحرک دارای تریلر در نظر گرفت که باید تعقیب شوند. بنابراین ورودی‌های کنترلی سیستم باید به گونه‌ای طراحی شوند که خطای تعقیب  $(x - x_r, y - y_r)$  با گذشت زمان به مبدأ میل نماید، که  $(x_r, y_r)$  مختصات نقطه  $P_0$  در دستگاه اینرسی است. بنابراین هدف این بخش طراحی ورودی کنترلی  $u$  برای نزدیک کردن نقاط  $P_0$  به  $P_{0r} = (x_r, y_r)$  است. فرض بر این است که حرکت ربات متحرک دارای تریلر رو به جلو می‌باشد یا به بیان دیگر سرعت پیشروی ربات مثبت می‌باشد. این فرض برای اجتناب از اثر جک-نایف<sup>۲</sup> سیستم تریلر-تریلر در نظر گرفته می‌شود.

### 4- تولید مسیرهای حرکت مرجع

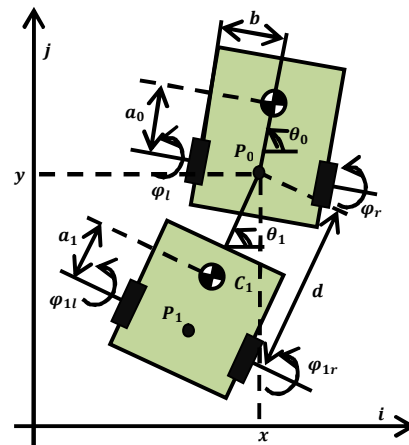
فرض می‌کنیم توابع زمانی مسیر مرجع در فضای کارترین که باید توسط ربات تعقیب شود به صورت (8) بیان گردد.

$$\begin{cases} x_r = x_r(t) \\ y_r = y_r(t) \end{cases} \quad (8)$$

که اندیس  $r$  برای نشان دادن متغیرهای سیستم روی مسیر مرجع استفاده شده است. در این قسمت هدف نگاشت این مسیر به فضای متغیرهای ربات



شکل 1 سیستم تجربی



شکل 2 ربات متحرک چرخ‌دار به همراه یک تریلر و پارامترهای سیستم

فرض بر آن است که حرکت ربات صفحه‌ای است، چرخ‌های ربات در جهت جانبی لغزش نمی‌کنند و چرخ‌های ربات در حرکت رو به جلو غلتش خالص می‌نمایند.

مهم‌ترین ویژگی در سینماتیک ربات‌های متحرک چرخ‌دار، وجود قیدهای غیرهولونومیک می‌باشد. این قیود رابطه‌ای میان مختصات تعمیم یافته سیستم و سرعت‌های تعمیم یافته سیستم می‌باشند. چنین قیودی قابل انتگرال‌گیری و کاهش به رده موقعیت نمی‌باشند. این رابطه نسبت به سرعت‌های تعمیم یافته سیستم خطی است و می‌توان آن را به صورت (1) بیان نمود.

$$a_j^T(q)\dot{q} = 0 \quad j=1, \dots, m \quad (1)$$

قیود سیستم در فرمت ماتریسی به صورت (2) بیان می‌شوند.

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (2)$$

که در آن  $A(q)$  ماتریس قیدی  $n \times m$  می‌باشد.  $n$  تعداد قیدهای سیستم و  $m$  تعداد مختصات تعمیم یافته سیستم است.

برای ربات متحرک چرخ‌دار دارای یک تریلر ماتریس قیدی به صورت (3) می‌باشد.

$$A(q) = \begin{bmatrix} \sin \theta_0 & -\cos \theta_0 & 0 & -d \cos(\theta_0 - \theta_1) \\ \cos \theta_0 & \sin \theta_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

در این صورت ماتریس  $S(q)$  با رتبه  $m$  وجود دارد که شامل بردارهای مستقل خطی می‌باشد و فضای تهی ماتریس قیدی را افزایش می‌کند، این ویژگی به صورت (4) بیان می‌گردد.

$$S^T(q)A^T(q) = 0 \quad (4)$$

ماتریس  $S(q)$  برای ربات متحرک چرخ‌دار دارای تریلر به صورت (5) به دست می‌آید.

1- Posture kinematic model  
2- Jack-knife effect

## 6- مدل سازی دینامیکی

معادلات دینامیکی ربات چرخ‌دار به همراه یک تریلر از طریق روش لاگرانژ به صورت (18) به دست می‌آید.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) = B(q)\tau + A^T(q)\lambda \quad (18)$$

که در آن  $M(q)$  ماتریس جرمی سیستم،  $C(q, \dot{q})$  شامل نیروهای جانب مرکز و کوریولیس،  $B(q)$  ماتریس تبدیل ورودی،  $A(q)$  ماتریس قیدی سیستم و  $\lambda$  بردار مضارب لاگرانژ سیستم است و به صورت (19) به دست می‌آیند.

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & -a_0 m_0 \sin \theta_0 & -F \sin \theta_1 \\ 0 & m & a_0 m_0 \cos \theta_0 & F \cos \theta_1 \\ -a_0 m_0 \sin \theta_0 & a_0 m_0 \cos \theta_0 & I_{\theta_0} & 0 \\ -F \sin \theta_1 & F \cos \theta_1 & 0 & I_{\theta_1} \end{bmatrix};$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -a_0 m_0 \cos \theta_0 \dot{\theta}_0^2 - F \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2 \\ -a_0 m_0 \sin \theta_0 \dot{\theta}_0^2 - F \sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \tau = \begin{pmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{pmatrix};$$

$$B(q) = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & \cos \theta_0 \\ \sin \theta_0 & \sin \theta_0 \\ b & -b \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

که در رابطه (19) پارامترهای (20) استفاده شده است.

$$m = m_0 + m_1$$

$$F = m_1(a_1 - d)$$

$$I_{\theta_1} = m_1(d - a_1)^2 + I_1$$

$$I_{\theta_0} = m_0 a_0^2 + I_0 \quad (20)$$

که در آن  $m_0$  و  $m_1$  به ترتیب معرف جرم‌های تریلر،  $I_0$  و  $I_1$  به ترتیب معرف ممان‌های اینرسی جرمی تریلر و تریلر حول محور عمود بر صفحه حرکت،  $a_0$  و  $a_1$  به ترتیب معرف فاصله میان مراکز جرم و نقطه میانی چرخ‌های تریلر و تریلر و  $r$  معرف شعاع چرخ‌های ربات است.

برای حذف مضارب لاگرانژ روش مکمل متعامد طبیعی می‌تواند استفاده شود [20]. بنابراین با جایگزینی از (6) در (18) و استفاده از (4) رابطه (21) به دست می‌آید.

$$\bar{M}(q)\dot{u}(t) + \bar{C}(q, u)u(t) = \bar{B}(q)\tau \quad (21)$$

که ضرایب معادله (21) به صورت (22) می‌باشد.

$$\bar{M}(q) = S^T(q)M(q)S(q); \bar{B}(q) = S^T(q)B(q)$$

$$\bar{C}(q, u) = S^T(q)(M(q)\dot{S}(q) + C^*(q, u)) \quad (22)$$

که در تکمیل رابطه (22) رابطه (23) برقرار است.

$$C(q, S(q)u(t)) = C^*(q, u)u(t) \quad (23)$$

مدل دینامیکی (21) را می‌توان به صورت (24) بازنویسی نمود.

$$\dot{u}(t) = B^{\oplus}(q)\tau - C^{\oplus}(q, u)u(t) \quad (24)$$

که ضرایب معادله (24) به صورت (25) می‌باشد.

$$B^{\oplus}(q) = \bar{M}^{-1}(q)\bar{B}(q)$$

$$C^{\oplus}(q, u) = \bar{M}^{-1}(q)\bar{C}(q, u) \quad (25)$$

## 7- مدل دینامیکی در حضور عدم قطعیت‌ها

در کاربردهای مهندسی، به خاطر اغتشاشات خارجی، ساده‌سازی‌های مدل سازی، دینامیک‌های مدل نشده و عوامل ناشناخته و غیر قابل پیش‌بینی

است. در این صورت مسیرهای زمانی تولید شده برای ربات قابل پیمایش<sup>1</sup> خواهد بود.

با استفاده از معادله‌ی (5) و (6) رابطه (9) به دست می‌آید.

$$u_{1r}(t) = \sqrt{\dot{x}_r^2(t) + \dot{y}_r^2(t)} \quad (9)$$

همچنین  $\theta_{0r}(t)$  را می‌توان به صورت (10) محاسبه نمود.

$$\theta_{0r}(t) = \text{ATAN2}(\dot{y}_r(t), \dot{x}_r(t)) \quad (10)$$

که  $\text{ATAN2}$  معکوس تابع تانژانت در یک دور کامل می‌باشد.

حال  $\dot{\theta}_{0r}(t)$  به صورت (11) به دست می‌آید.

$$\dot{\theta}_{0r}(t) = \frac{\dot{y}_r(t)\dot{x}_r(t) - \dot{x}_r(t)\dot{y}_r(t)}{u_{1r}^2(t)} \quad (11)$$

زاویه جهت‌گیری ترک‌تور نیز به صورت (12) قابل محاسبه است.

$$\theta_{1r}(t) = \theta_{0r}(t) + a \sin\left(\frac{d\dot{\theta}_{0r}(t)}{u_{1r}(t)}\right) \quad (12)$$

در نهایت ورودی دوم سیستم نیز به صورت (13) به دست می‌آید.

$$u_{2r} = \dot{\theta}_{0r} + du_{1r} \frac{(\ddot{y}_r \dot{x}_r - \ddot{x}_r \dot{y}_r)u_{1r}^2 - 3(\dot{y}_r \dot{x}_r - \dot{x}_r \dot{y}_r)(\dot{x}_r \dot{x}_r - \dot{y}_r \dot{y}_r)}{u_{1r}^3 + d^2(\dot{y}_r \dot{x}_r - \dot{x}_r \dot{y}_r)^2} \quad (13)$$

## 5- قانون کنترل سینماتیکی فیدبک خروجی

در این بخش یک قانون کنترلی سینماتیکی برای سیستم طراحی می‌گردد. فرض می‌کنیم ربات چرخ‌دار دارای سرعت رو به جلوی مثبت است. می‌خواهیم کنترلی طراحی کنیم که نقطه  $P$  روی ربات را حول نقطه  $P_{0r}$  پایدار مجانبی نماید. بنابراین بردار خطای تعقیب نسبت به دستگاه متصل به ربات مرجع به صورت (14) تعریف می‌شود.

$$\varepsilon = R(-\theta_r) \begin{pmatrix} x_{c_0} - x_{c_{0r}} \\ y_{c_0} - y_{c_{0r}} \end{pmatrix} \quad (14)$$

که در آن  $R$  ماتریس دوران دو بُعدی می‌باشد. همان‌گونه که از رابطه فوق می‌توان دید خطای تعقیب برای نقطه  $C_0$  نوشته شده است در حالی که هدف تعقیب نقطه  $P_{0r}$  توسط نقطه  $P$  است. این موضوع در ادامه بیشتر بررسی خواهد شد. هدف ما طراحی کنترلی می‌باشد که خطای تعقیب (14) را حول مبدأ پایدار مجانبی نماید. برای این منظور دینامیک خطای تعقیب به صورت (15) محاسبه می‌گردد.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial q} \dot{q}S(q)u + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (15)$$

برای پایدارسازی دینامیک خطای تعقیب، ورودی کنترلی  $u$  به صورت (16) در نظر گرفته شده است.

$$u = -\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial q} S(q)\right)^{-1} \left(K\varepsilon + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right) \quad (16)$$

که در آن  $K$  ماتریس بهره کنترلی، یک ماتریس قطری مثبت معین است. با این انتخاب دینامیک خطای سیستم به صورت (17) خواهد بود.

$$\dot{\varepsilon} = -K\varepsilon \quad (17)$$

که یک دینامیک خطای پایدار است و خطای تعقیب سیستم حول مبدأ پایدار می‌گردد. شرط قابل اعمال بودن قانون کنترلی به دست آمده این است که

ماتریس  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial q} S(q)$  تکین نباشد که به همین علت خطای تعقیب حول نقطه  $C_0$  نوشته شد.

که در آن  $\text{sgn}(\cdot)$  معرف تابع علامت و  $\Lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2]^T$  بردار بهره کنترلی سیستم است.

**قضیه 1.** قانون کنترلی (33) برای سیستم دینامیکی (24) بردار خطای تعقیب سرعت‌های سیستم طبق رابطه (31) را حول مبدأ پایدار مجانبی می‌سازد.

**اثبات.** برای اطمینان از وجود مود لغزش در سیستم روی سطح لغزش و قابلیت دسترسی به سطح لغزش در زمان محدود، شرط لغزش همان‌گونه که در ادامه توصیف می‌شود باید برقرار باشد. برقراری شرط لغزش تضمین می‌کند که لایه مرزی سطح لغزش جاذب است.

$$\frac{1}{2} \dot{V}(S(t)) \leq -\eta^T |S(t)| \quad (34)$$

که در آن  $\eta = [\eta_1 \ \eta_2]^T$  یک بردار با عناصر مثبت می‌باشد و  $V(S(t))$  یک بردار مثبت معین به صورت (35) است.

$$V(S(t)) = \frac{1}{2} S^T(t) S(t) \quad (35)$$

مشقت اول زمانی این تابع به صورت (36) است.

$$\dot{V}(S(t)) = S^T(t) \dot{S}(t) = S^T(t) [\dot{e} + \Gamma e] = S^T(t) [\dot{u}_c - \dot{u} + \Gamma e] \quad (36)$$

با جایگذاری از رابطه (24) رابطه (37) به دست می‌آید.

$$\dot{V}(S(t)) = S^T(t) \left[ \dot{u}_c - \bar{M}^{-1}(q) \{ \bar{B}(q)\tau - \bar{C}(q, u)u(t) \} + \Gamma e \right] \quad (37)$$

با اعمال ورودی کنترلی (33) رابطه (38) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \dot{V}(S(t)) = S^T(t) [\dot{u}_c - \bar{M}^{-1}(q) \{ \bar{M}(q)\dot{u}_c(t) + \bar{M}(q)\Gamma e(t) \\ + \bar{M}(q)\text{diag}(\Lambda)\text{sgn}(S) - \bar{C}(q, u)u(t) \} + \bar{C}(q, u)u(t) + \Gamma e] \end{aligned} \quad (38)$$

با ساده‌سازی رابطه (39) به دست می‌آید.

$$\dot{V}(S(t)) = -S^T(t) \text{diag}(\Lambda) \text{sgn}(S) = -\Lambda^T |S(t)| \quad (39)$$

برای تحقق شرط لغزش رابطه (40) باید برقرار باشد.

$$\Lambda \geq \eta \quad (40)$$

بنابراین  $\lambda_i$ ها باید مقادیر مثبتی در نظر گرفته شوند. هرچه مقادیر بزرگتری انتخاب شوند زمان رسیدن به سطح لغزش کمتر خواهد بود اما از سوی دیگر ورودی‌های کنترلی بزرگتری نیاز خواهیم داشت. با این انتخاب سیستم پایدار بوده و با گذشت زمان  $S(t)$  به مبدأ میل خواهد کرد.

### 9- قانون کنترلی دینامیکی مود-لغزشی فازی

سیستم‌های فازی امروزه در طیف وسیعی از علوم و فنون کاربرد پیدا کرده‌اند، از کنترل، پردازش سیگنال، ارتباطات و سیستم‌های خیره گرفته تا بازرگانی، پزشکی، دانش اجتماعی و ... با این حال به‌عنوان یکی از مهم‌ترین کاربردها کنترل سیستم‌های مهندسی را می‌توان بیان کرد.

پیاده‌سازی مفاهیم کلامی با استفاده از منطق و ریاضیات کلاسیک بسیار پیچیده می‌باشد. از طرف دیگر بیان این مهم با استفاده از منطق و ریاضیات فازی بسیار آسان و ساده می‌باشد. مزیت مهم دیگر استفاده از منطق فازی این است که کنترلر فازی یک کنترلر مقاوم است، در صورت طراحی مناسب دقت قابل قبولی را ارائه می‌دهد. به‌منظور استفاده از مزایای منطق فازی می‌توان از ترکیب آن با کنترلر مود لغزشی به‌منظور بهبود روش کنترلی و کاستن از معایب موجود استفاده نمود. عدم نیاز به مدل دقیق ریاضی، افزایش مقاومت در برابر عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات در محیط و کاهش نوسانات حول سطح لغزش از جمله مزایای کنترلر مود لغزشی فازی نسبت به کنترلرهای مود لغزشی متداول می‌باشد.

البته کنترلر فازی طراحی شده باید تا حد امکان ساده باشد تا هزینه محاسباتی آن زیاد نشود. همچنین نظر به اینکه کنترلر فازی یک کنترلر

دیگر، مدل ریاضی سیستم تقریبی از سیستم واقعی می‌باشد. بنابراین در حضور عدم قطعیت‌ها می‌توان پارامترهای مدل دینامیکی را به صورت (26) در نظر گرفت.

$$\begin{aligned} B^*(q) &= \hat{B}^*(q) + \Delta B^*(q); \\ C^*(q, u) &= \hat{C}^*(q, u) + \Delta C^*(q, u) \end{aligned} \quad (26)$$

که در آن  $\hat{B}^*(q)$  و  $\hat{C}^*(q, u)$  بخش‌های معین و  $\Delta B^*(q)$  و  $\Delta C^*(q, u)$  بخش‌های نامعین پارامترهای دینامیکی سیستم می‌باشند. فرض بر آن است که میزان عدم قطعیت در پارامترهای سیستم کوچکتر و حداکثر مساوی خود پارامترهای سیستم باشند که این میزان عدم قطعیت بسیار نادر است. با وجود این فرض، معادلات دینامیکی سیستم همچنان در طراحی کنترلی قابل استفاده است. با جایگذاری (26) در مدل دینامیکی (24) رابطه (27) به دست می‌آید.

$$\dot{u}(t) = \hat{B}^* \tau - \hat{C}^* u(t) + B^* \tau + C^* u(t) + D(t) \quad (27)$$

که در آن  $D(t)$  بردار اغتشاشات خارجی کران‌دار سیستم است.

بنابراین بردار عدم قطعیت سیستم را می‌توان به صورت (28) در نظر گرفت.

$$\Phi(t) = B^* \tau + C^* u(t) + D(t) \quad (28)$$

با جایگذاری (28) در (27) رابطه (29) به دست می‌آید.

$$\dot{u}(t) = \hat{B}^* \tau - \hat{C}^* u(t) + \Phi(t) \quad (29)$$

عناصر بردار عدم قطعیت سیستم که طبق رابطه (28) تعریف شده است دارای کران بالایی به صورت (30) می‌باشند.

$$i=1,2 \quad |\phi_i(t)| \leq \bar{\lambda}_i \quad (30)$$

که در آن  $\bar{\lambda}_i$ ها کران بالای عدم قطعیت‌های سیستم می‌باشند و بردار کران بالای عدم قطعیت‌های سیستم نیز به صورت  $\bar{\Lambda} = [\bar{\lambda}_1 \ \bar{\lambda}_2]^T$  می‌باشد.

### 8- قانون کنترل دینامیکی مود لغزشی

به‌عنوان کنترلر بخش دینامیکی از کنترلر مود لغزشی استفاده می‌کنیم. کنترلر مود لغزشی دارای ویژگی‌هایی همچون مقاومت در برابر عدم قطعیت‌های ساختاری و پارامتری و پاسخ‌گذاری مناسب می‌باشد که آن را از روش‌های کنترل دیگر متمایز می‌نماید. برای این منظور خطای تعقیب به صورت (31) تعریف می‌گردد.

$$\epsilon(t) = u_c(t) - u(t) \quad (31)$$

که در آن  $u_c(t)$  بردار ورودی‌های سینماتیکی می‌باشد که در طراحی کنترلی سینماتیکی برای سیستم به دست آمد. هدف طراحی گشتاورهای عملگری برای پایدارسازی خطای تعقیب حول مبدأ می‌باشد.

خطای تعقیب فیلتر شده از نوع تناسبی-انتگرال‌گیر<sup>1</sup> به‌عنوان سطح لغزش به صورت (32) تعریف می‌گردد.

$$S(t) = \epsilon(t) + \Gamma \int_0^t \epsilon(\mu) d\mu \quad (32)$$

که در آن  $\Gamma = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2)$  ماتریس بهره‌ی بخش انتگرال‌گیر سطح لغزش است.

در صورتی که با گذشت زمان  $S(t) \rightarrow 0$  آنگاه  $\epsilon(t) \rightarrow 0$  و سرعت‌های سیستم سرعت‌های مطلوب را دنبال خواهند کرد.

قانون کنترلی (33) را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \tau(t) = \bar{B}^{-1}(q) \{ \bar{M}(q)\dot{u}_c(t) + \bar{C}(q, u)u(t) \\ + \bar{M}(q)\Gamma e(t) + \bar{M}(q)\text{diag}(\Lambda)\text{sgn}(S) \} \end{aligned} \quad (33)$$

قانون 5: اگر متغیر  $\tilde{S}$  عضو مجموعه‌ی PL باشد، آنگاه متغیر  $\tilde{A}$  عضو مجموعه PL است.

استنتاج فازی یک استنتاج تقریبی<sup>1</sup> می‌باشد که نگاشتی میان مجموعه‌های فازی ورودی و خروجی بر مبنای قوانین اگر-آنگاه فازی تولید می‌نماید.

فرض می‌کنیم  $\tilde{A}_1$  یکی از مجموعه‌های فازی تعریف شده روی متغیر فازی  $\tilde{A}$  و  $\tilde{S}_1$  یکی از مجموعه‌های فازی تعریف شده روی متغیر فازی  $\tilde{S}$  و  $R_k$  یکی از قوانین اگر-آنگاه فازی باشد بنابراین مجموعه فازی  $\tilde{A}_1 OR_k$  روی مجموعه  $\tilde{A}$  بر مبنای قانون استنتاج تقریبی سوپریمم-مینیمم به صورت (44) محاسبه می‌شود.

$$\mu_{\tilde{A}_1 OR_k}(A) = \sup[\min[\mu_{\tilde{A}_1}(S), \mu_{A \rightarrow S}(A, S)]] \quad (44)$$

که به‌عنوان اپراتور اشتراک<sup>2</sup> از مینیمم و به‌عنوان اپراتور اجتماع<sup>3</sup> از ماکزیمم استفاده شده است.

در سیستم فازی طراحی شده ماتریس بهره  $A$  با توجه به توابع عضویت در نظر گرفته شده پس از استنتاج تقریبی سوپریمم-مینیمم، مقادیر مثبتی خواهد داشت (تنها زمانی که  $S$  صفر است، بهره  $A$  نیز صفر خواهد بود که در چنین حالتی، خروجی مناسبی است). بنابراین، همواره براداری با مقادیر مثبت  $\eta$  وجود خواهد داشت که در شرط  $A \geq \eta$  صادق باشد و بنابراین شرط لغزش  $(\frac{1}{2}\dot{V}(S(t)) \leq -\eta^T |S(t)|)$  برقرار خواهد بود.

در الگوریتم‌های فازی مورد استفاده در سیستم‌های مهندسی یک روش متداول اضافه کردن یک فازی‌ساز در ورودی است که متغیرهای با مقادیر حقیقی را به یک مجموعه فازی تبدیل کرده و یک غیر فازی‌ساز در خروجی که یک مجموعه فازی را به یک متغیر با مقدار حقیقی در خروجی تبدیل می‌کند. به‌عنوان غیر فازی‌ساز، روش مرکز سطح به‌عنوان یکی از متداول‌ترین روش‌ها مورد استفاده قرار گرفته است.

### 10- نتایج به‌دست آمده

در این قسمت نتایج حاصل از پیاده‌سازی تجربی قانون کنترلی روی یک ربات چرخ‌دار ارائه می‌گردد.

#### 10-1- سیستم آزمایشگاهی

سیستم آزمایشگاهی همان‌گونه که در شکل 1 نشان داده شده است از یک ربات چرخ‌دار به همراه یک تریلر تشکیل می‌شود. ترک‌تور از طریق دو چرخ دارای عملگر حرکت می‌کند و از یک چرخ کروی به‌منظور حفظ پایداری آن استفاده شده است. مشخصات هندسی و مقادیر پارامترهای سیستم در جدول 1 ارائه شده است.

حرکت چرخ‌های دارای عملگر از طریق موتورهای جریان مستقیم دارای ولتاژ عملکردی 12 ولت و گشتاور نگهدارنده 1/62 نیوتن-متر شکل می‌گیرد. برای اندازه‌گیری وضعیت ربات که شامل چهار مختصه تعمیم‌یافته سیستم یعنی موقعیت نقطه مرجع تریلر، زاویه دوران ترک‌تور و نیز زاویه دوران تریلر می‌باشد از یک دوربین نصب شده بالای صفحه حرکت و پردازش تصویر به هنگام، استفاده شده است. دوربین استفاده شده دارای تفکیک‌پذیری<sup>4</sup> 480×640 پیکسل و نرخ تصویربرداری 30 تصویر در ثانیه است. اطلاعات از طریق

غیرخطی است و در حالت کلی پایدار نیست، لذا کنترلر فازی باید به نحوی بر مبنای دانش انسانی طراحی شود که کنترلر ترکیبی حاصله پایدار باشد.

در این قسمت می‌خواهیم قانون کنترلر مود لغزشی که در قسمت قبل طراحی شد را با استفاده از منطق فازی بهبود ببخشیم. قانون کنترلی مود لغزشی-فازی به‌ورت (41) در نظر گرفته می‌شود.

$$\tau_1 = \bar{B}^{-1}(q) \{ \bar{M}(q) \dot{u}_c(t) + \bar{C}(q, u) u(t) + \bar{M}(q) g_e(t) + \bar{M}(q) \text{diag}(\bar{\Lambda}) \text{sgn}(S) \} \quad (41)$$

ماتریس بهره  $\bar{A}$  در این بخش به‌صورت فازی تعیین می‌گردد. طراحی قانون کنترلی مود لغزشی-فازی با توسعه سطح لغزش کلاسیک  $S$  به سطح لغزش فازی  $\tilde{S}$  که براساس مفاهیم کلامی بیان می‌شود صورت می‌گیرد. مجموعه مقادیر کلامی مجموعه فازی سطح لغزش به‌صورت (42) در نظر گرفته می‌شود.

$$T(\tilde{S}) = \{ PL, P, Z, N, NL \} \quad (42)$$

که در آن هر یک از مقادیر کلامی  $PL, P, Z, N$  و  $NL$  نمایش دهنده مجموعه‌های فازی مقادیر مثبت بزرگ، مقادیر مثبت، مقادیر نزدیک صفر، مقادیر منفی و مقادیر منفی بزرگ می‌باشند. محدوده تغییرات متغیر فازی  $\tilde{S}$  بین  $\sigma$  و  $-\sigma$  در نظر گرفته شده است که در آن  $\sigma$  ضخامت لایه مرزی در اطراف سطح لغزش را نمایش می‌دهد.

برای ماتریس بهره  $\bar{A}$  مشابه قبل مقادیر کلامی مجموعه فازی به‌صورت (43) تعریف می‌گردد.

$$T(\tilde{A}) = \{ Z, M, ML, P, PL \} \quad (43)$$

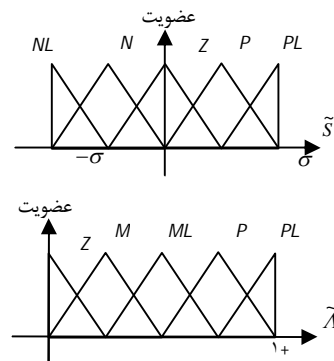
که در آن هر یک از مقادیر کلامی  $PL, P, ML, M$  و  $Z$  نمایش دهنده مجموعه‌های فازی مقادیر مثبت بزرگ، مقادیر مثبت، مقادیر متوسط بزرگ، مقادیر متوسط و مقادیر نزدیک صفر می‌باشند. از توابع عضویت نرمال مثلثی برای بیان این مقادیر کلامی استفاده شده که در شکل 3 نشان داده شده‌اند. برای طراحی کنترلر از مدل فازی مددانی استفاده شده است که در آن قوانین اگر-آنگاه فازی را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

قانون 1: اگر متغیر  $\tilde{S}$  عضو مجموعه NL باشد، آنگاه متغیر  $\tilde{A}$  عضو مجموعه PL است.

قانون 2: اگر متغیر  $\tilde{S}$  عضو مجموعه N باشد، آنگاه متغیر  $\tilde{A}$  عضو مجموعه P است.

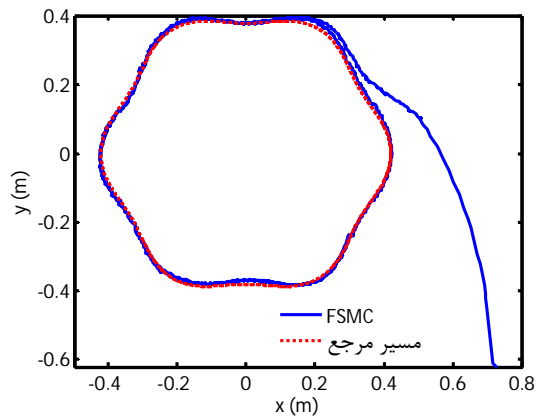
قانون 3: اگر متغیر  $\tilde{S}$  عضو مجموعه Z باشد، آنگاه متغیر  $\tilde{A}$  عضو مجموعه Z است.

قانون 4: اگر متغیر  $\tilde{S}$  عضو مجموعه P باشد، آنگاه متغیر  $\tilde{A}$  عضو مجموعه P است.

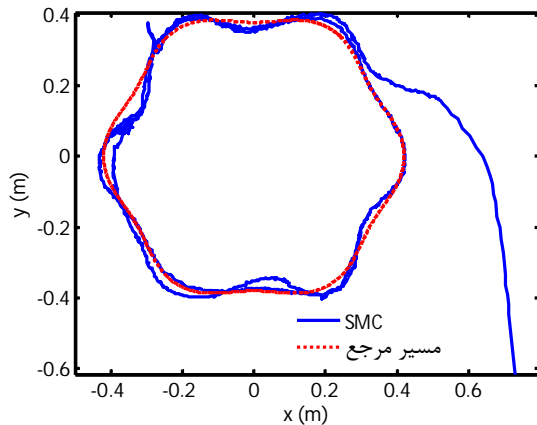


شکل 3 توابع عضویت نرمال مثلثی برای متغیرهای ورودی و خروجی

1- Approximate reasoning  
2- T-norm  
3- S-norm  
4- Resolution

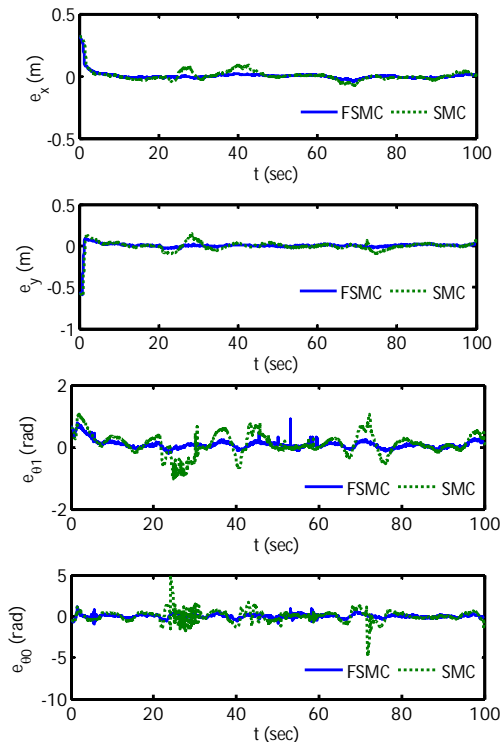


الف) کنترلر مود لغزشی فازی



ب) کنترلر مود لغزشی

شکل 4 مسیر حرکت ربات در صفحه حرکت



شکل 5 خطای تعقیب متغیرهای سیستم برای قوانین کنترلی مود لغزشی فازی و مود لغزشی

اتصال یونیورسال<sup>1</sup> به کامپیوتر انتقال می‌گردد. کامپیوتر مورد استفاده دارای ویژگی‌های (پردازشگر اینتل 2 گیگا هرتز، 32 بیت، حافظه با دسترسی تصادفی 2 گیگا بایت) می‌باشد و به منظور پردازش تصویر، تولید ورودی‌های کنترلی و انتقال اطلاعات استفاده شده است. فرکانس سیستم حلقه بسته 30 هرتز انتخاب شده است. حد بالای فرکانس سیستم تجربی، به نرخ تصویربرداری دوربین استفاده شده (30 تصویر در ثانیه) محدود می‌باشد. کنترلر سیستم از طریق نرم‌افزار متلب<sup>2</sup> پیاده‌سازی شده است.

## 10-2- نتایج تجربی

در این بخش به منظور بررسی کارایی کنترلر نتایج تجربی حاصل از پیاده‌سازی قانون کنترلی بر روی مدل آزمایشگاهی ارائه شده است. همچنین نتایج پیاده‌سازی الگوریتم مود لغزشی فازی با نتایج حاصل از الگوریتم مود لغزشی مقایسه شده است.

پارامترهای کنترلر در جدول 2 ارائه شده است.

مسیرهای حرکت مرجع به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند.

$$\begin{cases} x_r(t) = 0.02 \left( R + \cos\left(\frac{36t}{T}\right) \right) \cos\left(\frac{6t}{T}\right) \\ y_r(t) = 0.02 \left( R + \cos\left(\frac{36t}{T}\right) \right) \sin\left(\frac{6t}{T}\right) \end{cases} \quad (45)$$

شرایط اولیه سیستم به صورت (46) فرض شده‌اند.

$$x(0) = 0.7, y(0) = -0.65, \theta_1(0) = 3\pi/5, \theta_0(0) = 5\pi/9 \quad (46)$$

در سیستم‌های مهندسی، نویزهای ناشی از سیستم اندازه‌گیری، موتور، جعبه-دنده، برخی پدیده‌های موجود در سیستم‌های واقعی از جمله عدم قطعیت‌ها، اغتشاشات خارجی و عوامل ناشناخته و غیر قابل پیش‌بینی دیگر، نتایج سیستم را تحت تأثیر قرار می‌دهند.

به‌عنوان نمونه مقاومت کنترلر در برابر عدم قطعیت‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی به صورت خاص بررسی شده است و طبیعتاً چون پیاده‌سازی به صورت تجربی بوده است سایر عوامل نیز بر روی نتایج و عملکرد کنترلر تأثیرگذار بوده است. به منظور تحلیل اثر مقاومت کنترلر در ثانیه 28 ام پارامترهای جرمی سیستم به صورت (47) تغییر داده شده است.

جدول 1 مقادیر پارامترهای سیستم

پارامتر	توصیف	مقدار
$m_0, m_1$	جرم تریلر و ترکتور	kg 0/33, 0/9
$l_0, l_1$	ممان‌های اینرسی	kg.m <sup>2</sup> 0/00078, 0/0035
$d$	طول $P_0 P_1$	m 0/17
$r$	شعاع چرخ‌ها	m 0/026
$2b$	فاصله بین چرخ‌های ترکتور	m 0/1190
$a_0, a_1$	طول $P_0 C_0$ و $P_0 C_1$	m 0, 0/029

جدول 2 مقادیر پارامترهای کنترلر

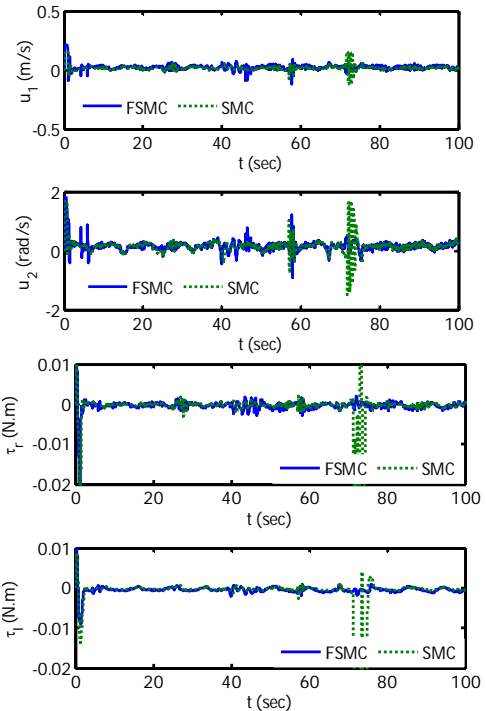
پارامتر	توصیف	مقدار
$R, T$	پارامترهای مسیر مرجع	s 50m, 20
$K$	بهره کنترلر سینماتیکی	diag(0/6, 0/6)
$\gamma_i (i=1,2)$	بهره کنترلر دینامیکی	20
$\lambda_i (i=1,2)$	بهره کنترلر دینامیکی	1

1- USB  
2- MATLAB

فازی برای ارتقاء الگوریتم کنترل مود لغزشی استفاده شد. سرانجام به‌منظور بررسی کارایی روش، نتایج تجربی پیاده‌سازی قانون کنترلی پیشنهاد شده بر روی یک مدل آزمایشگاهی ربات چرخ‌دار دارای تریلر ارائه و مقایسه گردید. نتایج به‌دست آمده کارآمد بودن روش ارائه شده را تایید می‌نمایند.

## 12- مراجع

- [1] S. R. Larimi, S. A. A. Moosavian, Dynamic balancing of an under-actuated differential two wheeled manipulator by a reaction wheel, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 79-92, 2013. (In persian)
- [2] P. Zarafshan, S. A. A. Moosavian, Adaptive hybrid suppression control of a wheeled mobile robot with flexible solar panels, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 5, pp. 130-143, 2013. (In persian)
- [3] S. A. A. Moosavian, A. Daneshvar, M. Moradi, Reactionless path planning for mobile robots, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 1, pp. 43-51, 2011. (In persian)
- [4] G. Campion, G. Bastin, B. Dandrea Novel, Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 1, pp. 47-62, 1996.
- [5] L. Lapierre, R. Zapata, P. Lepinay, Combined path-following and obstacle avoidance control of a wheeled robot, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 26, No. 4, pp. 361-375, 2007.
- [6] S. Sun, P. Cui, Path tracking and a practical point stabilization of mobile robot, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 20, No. 1, pp. 29-34, 2004.
- [7] C. Prieur, A. Astolfi, Robust stabilization of chained systems via hybrid control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 48, No. 10, pp. 1768-1772, 2003.
- [8] C. Wang, Semiglobal practical stabilization of nonholonomic wheeled mobile robots with saturated inputs, *Automatica*, Vol. 44, No. 3, pp. 816-822, 2008.
- [9] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Regulation of a differential driven wheeled robot towing a trailer, *Proceeding of the RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM 2013)*, Sharif University of Technology, Tehran, Iran, 2013.
- [10] F. N. Martins, W. C. Celeste, R. Carelli, M. Sarcinelli-Filho, T. F. Bastos-Filho, An adaptive dynamic controller for autonomous mobile robot trajectory tracking, *Control Engineering Practice*, Vol. 16, No. 11, pp. 1354-1363, 2008.
- [11] C. Y. Chen, T. H. S. Li, Y. C. Yeh, C. C. Chang, Design and implementation of an adaptive sliding-mode dynamic controller for wheeled mobile robots, *Mechatronics*, Vol. 19, No. 2, pp. 156-166, 2009.
- [12] H. Chih-Lyang, C. Li-Jui, Trajectory tracking and obstacle avoidance of car-like mobile robots in an intelligent space using mixed  $H_2/H_\infty$  decentralized control, *IEEE ASME Trans Mechatron*, Vol. 12, No. 3, pp. 345-352, 2007.
- [13] G. Klančar, I. Škrjanc, Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 55, No. 6, pp. 460-469, 2007.
- [14] J. Ye, Adaptive control of nonlinear PID-based analog neural networks for a nonholonomic mobile robot, *Neurocomputing*, Vol. 71, No. 7-9, pp. 1561-1565, 2008.
- [15] J. Ye, Tracking control for nonholonomic mobile robots: Integrating the analog neural network into the backstepping technique, *Neurocomputing*, Vol. 71, No. 16-18, pp. 3373-3378, 2008.
- [16] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Modified transpose jacobian for control of a tractor-trailer wheeled robot, *International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM 2013)*, Sharif University of Technology, Tehran, Iran, 2013.
- [17] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Robust adaptive controller for a tractor-trailer mobile robot, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. PP, No. 99, pp. 1-11, 2013.
- [18] Y. Pan, W. Wei, K. Furuta, Hybrid sliding sector control for a wheeled mobile robot, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, Vol. 222, No. 8, pp. 829-837, 2008.
- [19] C. Chian-Song, L. Kuang-Yow, Hybrid fuzzy model-based control of Nonholonomic Systems: A unified viewpoint, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 16, No. 1, pp. 85-96, 2008.
- [20] S. K. Saha, J. Angeles, Dynamics of nonholonomic mechanical systems using a natural orthogonal complement, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 58, No. 1, pp. 238-243, 1991.



شکل 6 ورودی‌های کنترلی برای قوانین کنترلی مود لغزشی فازی و مود لغزشی

$$g \rightarrow (1 + 0.5U(t-28))g \quad (47)$$

که در آن  $U(t)$  تابع پله واحد می‌باشد و  $g \in \{m_0, m_1\}$  پارامترهای جرمی ربات را دربر می‌گیرد.

همچنین اغتشاشی به‌صورت (48) به سیستم اعمال گردیده است.

$$D(t) = 0.3[1 \ 0]^T \{U(t-20) - U(t-25)\} \quad (48)$$

در شکل 4 مسیر حرکت ربات در صفحه برای الگوریتم‌های مود لغزشی فازی و مود لغزشی نشان داده شده است. در شکل 5 نیز خطای تعقیب متغیرهای سیستم برای الگوریتم‌های کنترلی مذکور ترسیم شده است.

نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد الگوریتم مود لغزشی فازی در حضور عدم قطعیت‌ها عملکرد بهتری نسبت به کنترلر فازی از خود نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با شروع از شرایط اولیه با اختلاف زیاد نسبت به موقعیت مرجع پس از تقریباً چهار ثانیه ربات متحرک خود را به مسیر مرجع رسانده و در یک حاشیه مناسبی از آن قرار گرفته است. ورودی‌های کنترلی تولید شده نیز دارای مقادیر مناسبی می‌باشند و خارج از محدوده گشتاورهای عملگری ربات قرار نمی‌گیرند.

در شکل 6 ورودی‌های کنترلی سینماتیکی و دینامیکی ارائه شده است.

## 11- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش جدید برای کنترل دینامیکی تعقیب مسیرهای حرکت یک ربات چرخ‌دار دارای یک تریلر به‌عنوان یک سیستم غیرخطی، کم عملگر، چند متغیره و غیرهولونومیک ارائه شده است. ابتدا معادلات دینامیکی سیستم استخراج گردید. سپس مسیرهای حرکت مرجع مناسب برای ربات تولید شد و یک کنترلر سینماتیکی براساس فیدبک خروجی سیستم طراحی گردید. سپس یک قانون کنترل دینامیکی مود لغزشی برای ربات طراحی شد. همچنین پایداری قانون کنترلی از طریق روش لیاپانوف مورد بررسی قرار گرفت. به‌منظور بهبود عملکرد سیستم در حضور عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات و همچنین حذف نوسانات فرکانس بالای سیستم حول سطح لغزش از منطق