



## تحلیل ارتعاشات غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی در مد متناوب بر اساس تئوری تنش-کوپل اصلاح شده

اردشیر کریمی محمدی<sup>1\*</sup>، محمد عباسی<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود  
2- مربی، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شاهرود، شاهرود  
\*شاهرود، صندوق پستی 3619995161، [akaramim@shahroodut.ac.ir](mailto:akaramim@shahroodut.ac.ir)

### چکیده

در این مقاله، رفتار ارتعاشاتی غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی در مد متناوب مورد تحلیل قرار گرفته است. ابتدا، با استفاده از اصل هامیلتون و با بهره‌گیری از معادلات ساختاری تنش-کوپل اصلاح شده، معادله حرکت و شرایط مرزی به دست آمده است. با توجه به ماهیت غیرخطی نیروی وارد بر نوک، از تئوری اغتشاشات برای حل معادلات غیرخطی استفاده شده است. سپس، روابطی برای فرکانس غیرخطی و فاکتور میرایی غیرخطی موثر به دست آمده است. همچنین، تاثیر خطای ناشی از مونتاژ غیردقیق نوک در انتهای میکروتیر، بر روی رفتار ارتعاشاتی تیر میکروسکوپ مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده با نتایج حاصل از تئوری تیر کلاسیک مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که فرکانس غیرخطی و فاکتور میرایی غیرخطی پارامترهایی وابسته به اندازه هستند. افزایش فاصله جدایی تعادلی بین نوک و میکروسکوپ، باعث کاهش تاثیر نیروهای جاذبه وان‌دروالس بر روی فرکانس غیرخطی شده، اما تاثیر آن بر روی فاکتور میرایی غیرخطی ناچیز است. همچنین، با توجه به نتایج می‌توان نتیجه گرفت که افزایش فاصله بین نوک و سر آزاد تیر، می‌تواند تاثیر چشمگیری بر دقت میکروسکوپ در مد متناوب داشته باشد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 08 اسفند 1392  
پذیرش: 19 اردیبهشت 1393  
ارائه در سایت: 05 مهر 1393  
کلیدواژه‌ها:  
میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی  
مد متناوب  
فرکانس غیرخطی  
فاکتور میرایی غیرخطی  
تئوری تنش-کوپل اصلاح شده

## Nonlinear vibration analysis of a dynamic atomic force microscope microcantilever in the tapping mode based on the modified couple stress theory

Ardashir Karami mohammadi<sup>1\*</sup>, Mohammad Abbasi<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Tech., Shahrood, Iran.  
2- Department of Mechanical Engineering, Shahrood Branch, Islamic Azad Univ., Shahrood, Iran.  
\*P.O.B. 361995161 Shahrood, [akaramim@shahroodut.ac.ir](mailto:akaramim@shahroodut.ac.ir)

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 27 February 2014  
Accepted 09 May 2014  
Available Online 27 September 2014

#### Keywords:

Dynamic Atomic Force Microscope  
Tapping Mode  
Nonlinear Frequency  
Nonlinear Damping Factor  
Modified Couple Stress Theory

### ABSTRACT

In this study, the nonlinear vibration behavior of a Dynamic Atomic Force Microscope (DAFM) in the tapping mode is investigated. First, the governing differential equation of motion and boundary conditions for dynamic analysis are obtained by a combination of the basic equations of the modified couple stress theory and Hamilton principle. Regarding the nonlinear dynamics of the probe, perturbation technique has been used to solve the nonlinear equations. Afterwards, closed-form expressions for nonlinear frequency and effective nonlinear damping factor are derived. The effect of the tip position, on the vibration behavior of the micro cantilever are also analyzed. The results obtained by couple stress theory are compared with those of classical beam theory. The results show that the nonlinear frequency and effective nonlinear damping factor are size dependent. According to the results, an increase in the equilibrium separation between the tip and the surface sample reduces the overall effect of van der Waals forces on the nonlinear frequency, but its effect on the effective nonlinear damping factor is negligible. The results also indicate that the change in the distance between tip and cantilever free end has a significant effect on the accuracy of the DAFM.

اتمی دینامیکی<sup>1</sup> (DAFM) قابلیت‌های بالاتری داشته و می‌تواند نسبت  
سیگنال به اختلال<sup>2</sup> را افزایش داده و خصوصیات دقیق‌تر و تصاویر واضح‌تر از

### 1- مقدمه

انواع مختلفی از میکروسکوپ‌های نیرو اتمی (AFM) بسته به روش مورد  
استفاده برای روبش مواد، وجود دارد که از میان آن‌ها، میکروسکوپ نیرو

1- Dynamic Atomic Force Microscope  
2- Noise

Please cite this article using:

A. Karami mohammadi, M. Abbasi, Nonlinear vibration analysis of a dynamic atomic force microscope microcantilever in the tapping mode based on the modified couple stress theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 10, pp. 9-17, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

طول در معادلات ساختاری آن، قادر به پیش‌بینی رفتار وابسته به اندازه ماده نیست. از این رو نظریه‌های غیرکلاسیک محیط پیوسته، شامل تئوری الاستیسیته غیرمحل [12] و تئوری‌های مرتبه بالاتر [11] که در معادلات ساختاری آن‌ها یک یا چند پارامتر طول مقیاس<sup>2</sup> علاوه بر دو پارامتر کلاسیک وجود دارد، ارائه شده‌اند.

نظریه تنش-کوپل اصلاح شده که از جمله تئوری‌های مرتبه بالاتر بوده، در سال 2002 توسط یانگ و همکاران [13] ارائه شد، که معادلات ساختاری آن تنها شامل یک پارامتر مقیاس طولی اضافی است. به‌وسیله این تئوری، کانگ و همکاران [14] معادله حرکت و شرایط مرزی یک تیر اولر برنولی را به‌دست آوردند. لی و همکاران [15] نیز، حساسیت خمشی یک تیر میکروسکوپ نیرو اتمی شبه‌استاتیکی<sup>3</sup> شکل ۷ را برپایه این تئوری مورد مطالعه قرار دادند.

به‌دلیل ابعاد پایین میکروتیر میکروسکوپ، در عمل امکان مونتاژ نوک به‌طور دقیق در انتهای تیر وجود نداشته و ناگزیر فاصله‌ای بین نوک و سر آزاد میکروتیر به‌وجود خواهد آمد [16]. در مطالعات انجام گرفته شده بر روی میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی، از تحلیل برخی پارامترها نظیر فرکانس غیرخطی، فاکتور میرایی غیرخطی و نیز از تاثیر خطای مونتاژ نوک بر روی رفتار ارتعاشاتی غیرخطی میکروسکوپ نیرو اتمی صرف‌نظر شده است. تحلیل‌های صورت گرفته نیز یا با خطی‌سازی روابط و یا با بهره‌گیری از روش‌های عددی انجام گرفته است. همچنین، رفتار وابسته به اندازه میکروسکوپ نیرو اتمی در این مد مورد بررسی قرار نگرفته است که می‌تواند اطمینان در صحت نتایج حاصل شده را کاهش دهد. در این مقاله، با بهره‌گیری از روش تئوری اغتشاشات<sup>4</sup> و بر پایه تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، سعی شده است تحلیل بر روی رفتار ارتعاشاتی غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی در مد متناوب به‌صورت کامل تر و دقیق تر انجام پذیرد. ابتدا روابطی برای فرکانس غیرخطی و میرایی غیرخطی موثر به‌دست آمده است. سپس، با فرض وجود یک فاصله بسیار کوچک بین محل قرارگیری نوک بر روی تیر تا سر آزاد تیر، فرکانس غیرخطی و میرایی موثر غیرخطی مورد تحلیل قرار گرفته است.

## 2- الگوسازی

### 2-1- میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی

شکل 1 طرح کلی یک تیر میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی در حال روبش سطح نمونه در مد متناوب را نشان می‌دهد. میکروتیر یکسردرگیر مورد نظر، یک تیر مستطیل شکل با ضخامت  $h$ ، عرض  $b$  و طول  $L$  است. فرض شده‌است که نوک تیر به‌طور دقیق در انتهای آن قرار نگرفته و دارای فاصله  $L_1$  از سر درگیر و  $L_2$  از سر آزاد تیر باشد. با توجه به شکل 1،  $D$  فاصله جدایی تعادلی بین نوک و سطح نمونه در حالت نبود نیروهای برهم‌کنش بین نوک و سطح، و  $z(x, t)$  فاصله لحظه‌ای بین نوک و نمونه است. یک محرک پیزوالکتریک تحریک هارمونیک به‌صورت  $g(t) = h_g \cos(\omega t)$  را به انتهای تیر میکروسکوپ اعمال می‌کند، که در آن  $h_g$  دامنه تحریک و  $\omega$  فرکانس آن است.  $w(x, t)$  نیز تغییر مکان نوک تیر نسبت به یک دستگاه اینرسی متصل به زمین است، که به‌صورت رابطه (1) تعریف می‌شود.

$$w(x, t) = v(x, t) + g(t) \quad (1)$$

مواد و سطوح آن‌ها ارائه نماید [2,1]. در میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی، با اعمال یک فرکانس تحریک در محدوده فرکانس تشدید تیر، میکروتیر میکروسکوپ وادار به ارتعاش شده و سپس نوک تیر در حال نوسان، جهت روبش به سطح ماده مورد نظر نزدیک می‌شود. با ثبت تغییرات در ویژگی‌های دینامیکی تیر نظیر دامنه، فاز و فرکانس تشدید، ویژگی‌های ماده مورد نظر به‌دست می‌آید [3]. مد متناوب<sup>1</sup> یکی از پرکاربردترین مدهای عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی است که در آن، نوک تیر به‌طور متناوب در تماس با سطح ماده قرار گرفته و لذا از ایجاد هرگونه آسیب به سطح مواد، به ویژه مواد نرم جلوگیری می‌شود. همچنین، می‌توان از این مد جهت روبش موادی که از لحاظ شیمیایی ناپایدارند، استفاده نمود [4]. روبش در این مد می‌تواند امکان اندازه‌گیری خصوصیات بسیاری از نانو مواد را با دقت بسیار بالاتر فراهم سازد.

بسته به فاصله بین نوک و سطح نمونه در مد متناوب، نیروهای برهم-کنش بین نوک و نمونه می‌تواند به‌صورت نیروهای دافعه یا جاذبه، نوک میکروتیر را تحت تاثیر قرار دهند. از آنجا که ماهیت این نیروها نسبت به فاصله بین نوک و سطح نمونه به شدت غیرخطی است، رفتار دینامیکی میکروسکوپ نیرو اتمی در مد متناوب نیز به شدت غیرخطی می‌شود. از این رو تحلیل غیرخطی رفتار دینامیکی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی در مد متناوب ضروری است. با استفاده از مدل جرم نقطه‌ای، برنهام [5] منحنی نیروهای برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه را به‌دست آورد. بر پایه اصل بقای انرژی، پائولو و گارسیا [6] رابطه‌ای تحلیلی بین دامنه نوسان، تغییرات فاز و نیروهای برهم‌کنش بین نوک و نمونه ارائه دادند. آن‌ها دریافتند که متوسط مقادیر نوسان و نیروی برهم‌کنش و همچنین متوسط نیروی اتلاف شده در اثر برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه، کمیت‌هایی هستند که کاهش دامنه را کنترل می‌نمایند. سادر [7] پاسخ فرکانسی میکروتیر میکروسکوپ در محیط مایع را مورد تحلیل قرار داد و نشان داد که چگالی مایع تاثیر بسیاری بر پاسخ فرکانسی نوک تیر دارد. با خطی‌سازی نیروی برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه، سانگ و بوشان [3] پاسخ‌های فرکانسی نوک تیر را مورد تحلیل قرار دادند. با استفاده از روش عددی، کرایم و همکاران [8] تاثیر نیروهای موئینگی بر پاسخ‌های فرکانسی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مد متناوب را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها [9]، همچنین، با استفاده از روش اجزا محدود و با خطی‌سازی نیروهای برهم‌کنش بین نوک و نمونه، پاسخ‌های فرکانسی میکروسکوپ در محیط هوا و مایع را مورد بررسی قرار دادند.

ابعاد تیرهای مورد استفاده در میکروسکوپ نیرو اتمی در حدود میکرون است. آزمایش‌های انجام گرفته [10,11] حاکی از رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه تیرها در ابعاد میکرون و پایین‌تر دارند. با توجه به آزمایش‌های انجام گرفته، آشکار است که رفتار وابسته به اندازه از خصوصیات ذاتی ماده است و هنگامی که اندازه مشخصه ماده در حدود

پارامتر مقیاس طول آن است، تاثیر چشمگیری بر رفتار مکانیکی ماده دارد. برای تیر میکروسکوپ نیرو اتمی، اندازه مشخصه همان ضخامت تیر است. به‌علت اینکه ضخامت تیر میکروسکوپ نیرو اتمی در حدود پارامتر مقیاس طول آن است، تحقیق در مورد رفتار وابسته به اندازه مانند فرکانس غیرخطی وابسته به اندازه یا فاکتور میرایی وابسته به اندازه ضروری می‌نماید. نظریه کلاسیک محیط پیوسته به علت عدم وجود یک پارامتر مقیاس

2- Length scale parameter  
3- Quasi-static  
4- Perturbation technique

1- Intermittent Mode (Tapping Mode)

در محدوده 5 ~ 100nm) بوده و ضخامت تیر در حدود (0.5 ~ 7.5µm) است. این در حالی است که طول تیرهای به کار رفته در مد متناوب در حدود (90 ~ 500µm) است [17]. از این رو می‌توان برای الگوی میکروتیر DAFM در مد متناوب، از تئوری تیر اولر برنولی بهره برد. برای انرژی جنبشی میکروتیر DAFM نشان داده شده در شکل 1، می‌توان رابطه (5) را نوشت:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho_c A_c \left( \frac{\partial z}{\partial t} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^L \rho_c A_c \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx \quad (5)$$

که در رابطه (5)،  $\rho_c$  و  $A_c$  به ترتیب معرف چگالی ماده تیر و مساحت سطح مقطع تیر هستند. همچنین، براساس تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، برای انرژی پتانسیل میکروتیر مورد نظر می‌توان رابطه (6) را نوشت [14]:

که  $E$  و  $G$  به ترتیب مدول الاستیک و مدول برشی ماده تیر و  $I_c$  ممان اینرسی

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L (EI_c + GA_c l^2) \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (6)$$

سطح مقطع تیر هستند.  $l$  نیز پارامتر مقیاس طول برای ماده تیر است، که مقدار آن برای سیلیکون حدود 0.67µm در نظر گرفته می‌شود [18].

اگر  $f(x, t)$  نیروی وارد شده بر تیر یکسردرگیر باشد، آنگاه برای کار نیروهای غیرپایستار می‌توان رابطه (7) را نوشت:

$$\delta w_{nc} = \int_0^L f(x, t) \delta w(x, t) dx = \int_0^L f(x, t) \delta v(x, t) dx \quad (7)$$

در این مقاله فرض بر این است که دو نوع نیرو بر میکروتیر DAFM اعمال شود. یکی نیروی برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه که پیش‌تر به آن اشاره شد، و دیگری نیروی میرایی که تابع ضریب میرایی محیط عملکرد میکروسکوپ (هوا یا مایع) است. با فرض عملکرد میکروسکوپ در محیط هوا و با در نظر گرفتن نیروهای برهم‌کنش بین نوک و نمونه، برای نیروی وارد شده بر تیر یکسردرگیر می‌توان رابطه (8) را نوشت:

$$f(x, t) = F_{ts}(z, \dot{z}) \delta(x - L_1) - D_{air} \dot{w}(x, t) \quad (8)$$

که  $D_{air}$  ضریب میرایی هوا است.

برای به دست آوردن معادله حرکت و شرایط مرزی میکروتیر مورد نظر براساس تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، ابتدا با توجه به اصل هامیلتون می‌توان رابطه (9) را نوشت:

$$\delta \int_0^L (T - U + w_{nc}) dt = 0 \quad (9)$$

با جای گذاری روابط (5) تا (8) در معادله (9) و با توجه به روابط (1) و (2)، معادله حرکت سیستم به دست می‌آید (رابطه 10):

$$EI_c \lambda \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + D_{air} \frac{\partial v}{\partial t} + \rho_c A_c \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = F_{ts}(z, \dot{z}) \delta(x - L_1) + \rho_c A_c h_g \omega^2 \cos(\omega t) + D_{air} h_g \omega \sin(\omega t) \quad (10)$$

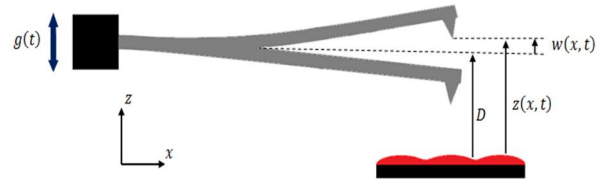
که در آن،  $\lambda = 1 + \frac{12G}{E(h/l)^2}$  است. شرایط مرزی نیز به صورت رابطه (11) و (12) خواهد شد:

$$v(0, t) = \frac{\partial v(0, t)}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 v(L, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 v(L, t)}{\partial x^3} = 0 \quad (12)$$

برای حل معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی (10) و تحلیل فرکانسی سیستم، از روش گالرکین استفاده شده است [19]. طبق رابطه (13) داریم:

$$v(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} v_i(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(x) q_i(t) \quad (13)$$



شکل 1 طرح کلی میکروتیر یکسردرگیر میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی در مد متناوب در حال روبش سطح نمونه

که در رابطه (1)،  $v(x, t)$  خیز تیر نسبت به یک دستگاه مختصات غیراینرسی متصل به نگهدارنده انتهای آن است. همچنین، برای  $z(x, t)$  فاصله لحظه‌ای بین نوک و سطح نمونه، می‌توان رابطه (2) را نوشت:

$$z(x, t) = D + v(x, t) + g(t) = D + w(x, t) \quad (2)$$

## 2-2- برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه

در حالت کلی، برای تهیه الگوی تماس در میکروسکوپ‌های با نیشتر روبشی<sup>1</sup>، بسته به شرایط حاکم، از تئوری JKR<sup>2</sup> یا DMT<sup>3</sup> استفاده می‌شود [2]. از تئوری JKR برای تهیه الگوی تماس بین نوک‌های بلند و سطوح نرم با چسبندگی زیاد، و از تئوری DMT برای تهیه الگوی تماس بین نوک‌های کوتاه و سطوح سخت با چسبندگی کم استفاده می‌شود. در این مقاله، تیر سیلیکونی با نوک تیز هم‌جنس، برای روبش سطح یک نمونه HOPG<sup>4</sup> مورد تحلیل قرار گرفته است. این خصوصیات در گروه نوک‌های کوتاه و سطوح سخت با چسبندگی کم قرار می‌گیرد، لذا از تئوری DMT برای تهیه الگوی تماس بین نوک و سطح نمونه استفاده شده است. در تئوری DMT، نیروهای برهم‌کنش به وسیله نیروهای وان‌دروالس و نیروهای تماسی DMT بین راس کروی نوک با شعاع  $R$  و یک سطح هموار مدل می‌شوند. به این ترتیب برای نیروهای برهم‌کنش بین نوک و سطح، با فرض وجود اتلاف انرژی، می‌توان رابطه (3) را نوشت [3]:

$$F_{ts}(z, \dot{z}) = \begin{cases} -\frac{HR}{6z^2} - \frac{HR}{6a_0^2} + \frac{4}{3} E^* \sqrt{R} (a_0 - z)^{3/2}, & z > a_0 \\ + d_{ts} (a_0 - z)^{1/2} \dot{z}, & z \leq a_0 \end{cases} \quad (3)$$

که در رابطه (3)،  $H$  ثابت هاماکر،  $R$  شعاع نوک،  $z$  فاصله آنی بین نوک و سطح،  $d_{ts}$  ضریب میرایی بین نوک و نمونه و  $a_0$  فاصله بین مولکولی در آستانه تماس است. همچنین،  $E^*$  مدول الاستیک موثر بین نوک و نمونه است و به صورت رابطه (4) تعریف می‌شود:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_t^2}{E_t} + \frac{1 - \nu_s^2}{E_s} \quad (4)$$

که  $E_t$ ،  $\nu_t$ ،  $E_s$  و  $\nu_s$  به ترتیب ضریب پواسان و مدول الاستیک نوک و نمونه هستند. از رابطه (3) پیدا است که ماهیت نیروها، بسته به فاصله بین نوک و سطح نمونه، می‌تواند از نوع جاذبه یا دافعه باشد. هنگامی که  $z > a_0$  نیروهای موجود بین نوک و سطح نمونه از نوع جاذبه وان‌دروالس است، اما وقتی فاصله لحظه‌ای بین نوک و نمونه از فاصله بین مولکولی کمتر باشد،  $z \leq a_0$ ، ماهیت نیروها از نوع دافعه خواهد بود.

## 2-3- معادله دیفرانسیل و شرایط مرزی

برای یک تیر متداول DAFM در مد متناوب، انحراف تیر در حدود

1- Scanning Probe Microscopy

2- Johnson-Kendall-Roberts

3- Derjaguin-Müller-Toporov

4- Highly Oriented Pyrolytic Graphite

که برای  $F_{ext}$  نیز می‌توان رابطه (24) را نوشت:

$$F_{ext} = \frac{h_g \Omega_i^2}{L/4} \int_0^L \alpha_i(x) dx \quad (24)$$

در معادله (23)،  $z(L_1, \tau) = D + \alpha_i(L_1)q_i(\tau) + g(\tau)$  است که برای حالتی که نوک در انتهای تیر قرار گیرد، این رابطه به صورت  $z(L, \tau) = D + q_i(\tau) + g(\tau)$  است.

### 3- تحلیل ارتعاشات اجباری

در این مقاله، برای تحلیل رفتار دینامیکی غیرخطی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی، از یک روش نیمه تحلیلی مبتنی بر تئوری اغتشاشات یعنی روش مقیاس‌های چندگانه<sup>1</sup> استفاده شده است [21]. برای اعمال این روش، ابتدا معادله (23) برای مد اول ارتعاشات به صورت رابطه (25) بازنویسی می‌شود:

که  $\bar{Q}$  در رابطه (25) را می‌توان به صورت رابطه (26) نوشت:

$$\frac{d^2 q}{d\tau^2} + \frac{\varepsilon}{\bar{Q}} \frac{dq}{d\tau} + q = \alpha_k \varepsilon f_{ts}(z, \dot{z}) + \varepsilon F_{ext} \cos(\Omega \tau) \quad (25)$$

که  $\varepsilon$  در روابط (25) و (26)، یک پارامتر بسیار کوچک و مثبت است. لذا، مشاهده می‌شود که در این روابط،  $1/Q$ ،  $F_{ts}$  و  $F_{ext}$  نسبت به دامنه ارتعاشات

$$\bar{Q} = \varepsilon Q F_{ts} = \varepsilon f_{ts} F_{ext} = \varepsilon f_{ext} \alpha_k = \frac{\alpha_1(L_1)}{k_1} \quad (26)$$

نوک از مرتبه  $O(\varepsilon)$  فرض شده‌اند. شایان ذکر است در رابطه (25)،  $q = q_1$ ،  $\Omega = \Omega_1 = \frac{\omega}{\omega_1}$  و  $Q = Q_1$  است.

در روش مقیاس‌های چندگانه، مقیاس‌های زمانی به صورت  $T_1 = \varepsilon t$  و  $T_0 = t$  معرفی می‌شوند که تغییرات در فرکانس سیستم به واسطه رفتار غیرخطی است و  $T_0$  نشان دهنده حرکت در فرکانس طبیعی  $\omega_i$  است.

در این روش، پاسخ‌های معادله (25) به صورت رابطه (27) تخمین زده می‌شود:

همچنین، مشتقات زمانی به صورت روابط (28) و (29) تعریف می‌شوند:

$$q = q_0(T_0, T_1) + \varepsilon q_1(T_0, T_1) + \varepsilon^2 q_2(T_0, T_1) + \dots \quad (27)$$

$$\frac{d}{d\tau} = D_0 + \varepsilon D_1 + \dots + \varepsilon^n D_n \quad (28)$$

$$\frac{d^2}{d\tau^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \dots \quad (29)$$

که  $D_n = \partial/\partial T_n$  است.

با جای‌گذاری روابط (27) تا (29) در معادله (25) و سپس مساوی قرار دادن جملات با توان‌های یکسان  $\varepsilon$  در دو طرف معادله حاصل شده، مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل به صورت روابط (30) و (31) به دست می‌آید.

$$(\varepsilon^0): D_0^2 q_0 + q_0 = 0 \quad (30)$$

$$(\varepsilon^1): D_0^2 q_1 + q_1 = -2D_0 D_1 q_0 - \frac{1}{\bar{Q}} D_0 q_0 + \alpha_k f_{ts} + f_{ext} \cos(\Omega T_0) \quad (31)$$

برای معادله (30) می‌توان حلی به فرم رابطه (32) یافت:

$$q_0 = A(T_1) e^{iT_0} + \bar{A}(T_1) e^{-iT_0} \quad (32)$$

می‌توان رابطه (33) را نوشت:

$$A(T_1) = \frac{1}{2} a e^{i\beta} \bar{A}(T_1) = \frac{1}{2} a e^{-i\beta} \quad (33)$$

که در رابطه (33)،  $a$  و  $\beta$  به ترتیب دامنه و اختلاف فاز ارتعاشات نوک تیر هستند. با جایگزین نمودن حل (32) در رابطه (31) و ساده‌سازی، رابطه (34) را خواهیم داشت:

که در آن  $q_i$  مختصات تعمیم‌یافته وابسته به زمان، و  $\alpha_i$  توابع تطبیقی هستند. برای انتخاب این توابع، می‌توان از توابع شکل مد خطی مربوط به معادله (10) استفاده کرد. پس، با فرض سیستم خطی، غیرمیرا و تحت ارتعاشات آزاد، ضرایب  $\alpha_i(x)$  مطابق رابطه (14) به دست می‌آید [19,20]:

$$\alpha_i(x) = C_i \left[ \cos \beta_i x - \cosh \beta_i x + \frac{\cos \beta_i L + \cosh \beta_i L}{\sin \beta_i L + \sinh \beta_i L} \times (\sinh \beta_i x) \right] \quad (14)$$

$\beta_i = \sqrt{\frac{\rho_c A_c}{EI_c \lambda}} \omega_i^2$  عدد موج سیستم و  $\omega_i$  فرکانس طبیعی سیستم خطی است. برای تحلیل سیستم غیرخطی، ضرایب  $C_i (i = 1, 2, \dots)$  طوری به دست می‌آید که  $\alpha_i(L) = 1$  شود. با معرفی  $\kappa = \beta L$  به عنوان عدد موج نرمالیزه شده، می‌توان مقادیر  $\kappa$  را از معادله مشخصه سیستم خطی به صورت رابطه (15) به دست آورد:

$$1 + \cos \kappa \cosh \kappa = 0 \quad (15)$$

به این ترتیب برای مدهای ارتعاشاتی اول تا چهارم می‌توان رابطه (16) را نوشت:

$$\kappa_1 = 1.875, \kappa_2 = 4.6941, \kappa_3 = 7.8548, \kappa_4 = 10.9955 \quad (16)$$

با جای‌گذاری از رابطه (13) در معادله (10) و ضرب طرفین معادله در  $\alpha_i(x)$  و سپس انتگرال‌گیری از طرفین آن، معادله حرکت سیستم غیرخطی مذکور به صورت رابطه (17) به دست می‌آید:

$$m_i \ddot{q}_i + d_i \dot{q}_i + k_i q_i = F_{ts}(z, \dot{z}) \alpha_i(L_1) + h_g \int_0^L \alpha_i(x) dx [\rho A \omega^2 \cos(\omega t) + D_{air} \omega \sin(\omega t)] \quad (17)$$

که در رابطه (17)، پارامترهای  $m_i$ ،  $d_i$  و  $k_i$  به صورت روابط (18) تا (20) تعریف می‌شوند:

$$m_i = \rho_c A_c \int_0^L \alpha_i^2(x) dx \quad (18)$$

$$d_i = D_{air} \int_0^L \alpha_i^2(x) dx \quad (19)$$

$$k_i = EI_c \lambda \beta_i^4 \int_0^L \alpha_i^2(x) dx \quad (20)$$

$m_i$ ،  $d_i$  و  $k_i$  به ترتیب معرف جرم تعمیم یافته، میرایی تعمیم یافته و سختی تعمیم یافته سیستم هستند. با توجه به روابط (18) و (20) پیدا است که رابطه  $\frac{k_i}{m_i} = \omega_i^2$  بین جرم تعمیم یافته و سختی تعمیم یافته برقرار است.

با تقسیم طرفین معادله  $i$ ام در رابطه (17) بر  $m_i$  و فرض عبارت بی‌بعد  $\tau = \omega_i t$  برای زمان، معادله (17) را می‌توان نسبت به زمان بی‌بعد نمود (معادله (21)):

$$\frac{d^2 q_i}{d\tau^2} + \frac{1}{Q_i} \frac{dq_i}{d\tau} + q_i = \frac{\alpha_i(L_1)}{k_i} F_{ts}(z, \dot{z}) + \frac{\rho A h_g \omega^2}{k_i} \int_0^L \alpha_i(x) dx \sqrt{1 + \frac{1}{Q_i^2 \Omega_i^2}} \times \cos(\Omega_i \tau - \Phi_i) \quad (21)$$

که در آن،  $\Omega_i = \frac{\omega}{\omega_i}$ ،  $\Phi_i = \tan^{-1}(\frac{1}{Q_i \Omega_i})$  و نیز  $Q$  معرف ضریب کیفیت است که به صورت  $Q_i = \frac{m_i \omega_i}{d_i}$  تعریف می‌شود. در مد متناوب ضریب کیفیت بسیار بزرگ‌تر از یک بوده ( $Q \gg 1$ ) و همچنین فرکانس تحریک در حدود فرکانس طبیعی ( $\omega_i \approx \omega$ ) است. لذا، می‌توان فرض کرد رابطه (22) برقرار است:

$$\frac{1}{Q_i^2 \Omega_i^2} = 0 \quad \Phi_i = 0 \quad (22)$$

با در نظر گرفتن روابط (22)، می‌توان رابطه (21) را به صورت رابطه (23) بازنویسی نمود:

$$\frac{d^2 q_i}{d\tau^2} + \frac{1}{Q_i} \frac{dq_i}{d\tau} + q_i = \frac{\alpha_i(L_1)}{k_i} F_{ts}(z, \dot{z}) + F_{ext} \cos(\Omega_i \tau) \quad (23)$$

$$-i \left( 2A' + \frac{1}{Q} A \right) + \frac{\alpha_k}{2} f_1 e^{i\beta} + \frac{\alpha_k}{2i} g_1 e^{i\beta} + \frac{1}{2} f_{\text{ext}} e^{i\sigma T_1} = 0 \quad (45)$$

با استفاده از رابطه (33) در معادله (45) رابطه (46) نتیجه می‌شود:

$$-ia' + a\beta' - \frac{i}{2Q} a + \frac{\alpha_k}{2} f_1 - \frac{i\alpha_k}{2} g_1 + \frac{1}{2} f_{\text{ext}} e^{i(\sigma T_1 - \beta)} = 0 \quad (46)$$

که با جدا کردن قسمت‌های حقیقی و موهومی رابطه (46)، نتیجه رابطه (47) می‌شود:

$$\begin{cases} a' = -\frac{1}{2Q} a - \frac{\alpha_k}{2} g_1 + \frac{1}{2} f_{\text{ext}} \sin(\sigma T_1 - \beta) \\ a\beta' = -\frac{\alpha_k}{2} f_1 - \frac{1}{2} f_{\text{ext}} \cos(\sigma T_1 - \beta) \end{cases} \quad (47)$$

با یک تبدیل به صورت  $\gamma = \sigma T_1 - \beta$ ، به‌گونه‌ای که  $\gamma' = \sigma - \beta'$  است، می‌توان رابطه (47) را به صورت رابطه (48) بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} a' = -\frac{1}{2Q} a - \frac{\alpha_k}{2} g_1 + \frac{1}{2} f_{\text{ext}} \sin \gamma \\ a\gamma' = a\sigma + \frac{\alpha_k}{2} f_1 + \frac{1}{2} f_{\text{ext}} \cos \gamma \end{cases} \quad (48)$$

با توجه به روابط (27) و (35)، پاسخ معادله به صورت رابطه (49) به‌دست می‌آید:

$$q = a \cos(\tau + \beta) + O(\varepsilon) = a \cos(\Omega \tau - \gamma) + O(\varepsilon) \quad (49)$$

که  $a$ ،  $\beta$  و  $\gamma$  نیز از رابطه (48) به‌دست می‌آیند.

با توجه به رابطه (48)، می‌توان فاکتور میرایی غیرخطی و همچنین فرکانس غیرخطی موثر را به صورت روابط (50) و (51) به‌دست آورد:

$$\mu_e = \frac{1}{2Q} + \frac{\alpha_k}{2a} G_1 \quad (50)$$

$$\Omega_e = 1 - \frac{\alpha_k}{2a} F_1 \quad (51)$$

با توجه به روابط (26) و نیز (39) تا (41)،  $G_1 = \varepsilon g_1$ ،  $F_1 = \varepsilon f_1$  و  $Q = \frac{\bar{Q}}{\varepsilon}$  هستند. از آنجا که سختی تعمیم یافته،  $k$ ، پارامتری وابسته به اندازه است، با توجه به وجود پارامتر  $\alpha_k$  در روابط (50) و (51)، می‌توان دریافت که فرکانس غیرخطی و میرایی غیرخطی نیز مقادیری وابسته به اندازه هستند.

فرکانس غیرخطی تعمیم یافته، نسبت بین فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی است. لذا، با توجه به رابطه (51)، می‌توان فرکانس غیرخطی مد اول را با استفاده از رابطه (52) به‌دست آورد:

$$\omega_{\text{NL}} = \omega_1 \left( 1 - \frac{\alpha_k}{2a} F_1 \right) \quad (52)$$

شایان ذکر است که با قرار دادن  $l = 0$  در روابط به‌دست آمده در این مقاله، روابط مربوط به تئوری تیر کلاسیک به‌دست می‌آیند.

#### 4- نتایج

در این تحقیق دو هدف کلی وجود دارد. نخست تحلیل پاسخ‌های فرکانسی غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی در مد متناوب، که به این منظور میکروتیر میکروموج NSC 35-C انتخاب شده که خصوصیات هندسی آن در جدول 1، مشاهده می‌شود. هدف کلی بعدی در این تحقیق، بررسی تفاوت بین دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک در پیش‌بینی فرکانس غیرخطی و فاکتور میرایی غیرخطی موثر در مد متناوب است. از این رو، مطابق جدول 1، سه نوع مختلف تیر متداول در مد متناوب با ضخامت‌های متفاوت در نظر گرفته شده است.

ویژگی‌های مکانیکی نمونه HOPG و پارامترهای مورد نیاز برای تحلیل

$$D_0^2 q_1 + q_1 = -i \left( 2A' + \frac{1}{Q} A \right) e^{iT_0} + i \left( 2\bar{A}' + \frac{1}{Q} \bar{A} \right) e^{-iT_0} + \alpha_k f_{\text{ts}} + f_{\text{ext}} \cos(\Omega T_0) \quad (34)$$

در تحلیل حاضر، پاسخ‌های با مرتبه  $O(\varepsilon)$  مد نظر است. لذا، پاسخ به صورت رابطه (35) خواهد بود:

$$q = q_0(T_0, T_1) = a \cos(T_0 + \beta) \quad (35)$$

همچنین، به‌علت این که انحراف نوک بسیار بزرگتر از حرکت نگاه‌دارنده تیر است:

$$q(\tau) \gg g(\tau) = h_g \cos(\Omega T_0) \quad (36)$$

می‌توان حرکت نوک نسبت به سطح نمونه را به صورت رابطه (37) تقریب زد:

$$z(L_1, \tau) \approx D + \alpha_i(L_1) q(\tau) = D + \alpha_i(L_1) a \cos(T_0 + \beta) \quad (37)$$

که  $\varphi = T_0 + \beta$  است. برای پیدا نمودن حل رابطه (34)، می‌توان قسمت  $f_{\text{ts}}(z, z)$  را به‌وسیله سری فوریه بسط داد:

$$f_{\text{ts}}(z, z) = f_{\text{ts}}(D + a \cos \varphi, -a \sin \varphi) = f_0 + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \cos n\varphi + \sum_{n=1}^{\infty} g_n \sin n\varphi \quad (38)$$

ضرایب  $f_0$ ،  $f_n$  و  $g_n$  به صورت روابط (39) تا (41) تعریف می‌شود:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_{\text{ts}}(D + a \cos \varphi, -a \sin \varphi) d\varphi \quad (39)$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_{\text{ts}}(D + a \cos \varphi, -a \sin \varphi) \cos n\varphi d\varphi \quad (40)$$

$$g_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_{\text{ts}}(D + a \cos \varphi, -a \sin \varphi) \sin n\varphi d\varphi \quad (41)$$

با جایگزین کردن رابطه (38) در معادله (34) و استفاده از تعریف توابع سینوس و کسینوس به صورت توابع نامی مختلط، معادله (42) به‌دست می‌آید:

$$D_0^2 q_1 + q_1 = -i \left( 2A' + \frac{1}{Q} A \right) e^{iT_0} + i \left( 2\bar{A}' + \frac{1}{Q} \bar{A} \right) e^{-iT_0} + \alpha_k f_0 + \frac{\alpha_k}{2} \sum_{n=1}^{\infty} f_n [e^{in(T_0+\beta)} + e^{-in(T_0+\beta)}] + \frac{\alpha_k}{2i} \sum_{n=1}^{\infty} g_n [e^{in(T_0+\beta)} - e^{-in(T_0+\beta)}] + \frac{1}{2} f_{\text{ext}} (e^{i\Omega T_0} + e^{-i\Omega T_0}) \quad (42)$$

به‌علت اینکه  $\Omega \approx 1$  در نظر است، یک پارامتر انحراف از تشدید<sup>1</sup>،  $\sigma$  تعریف می‌شود:

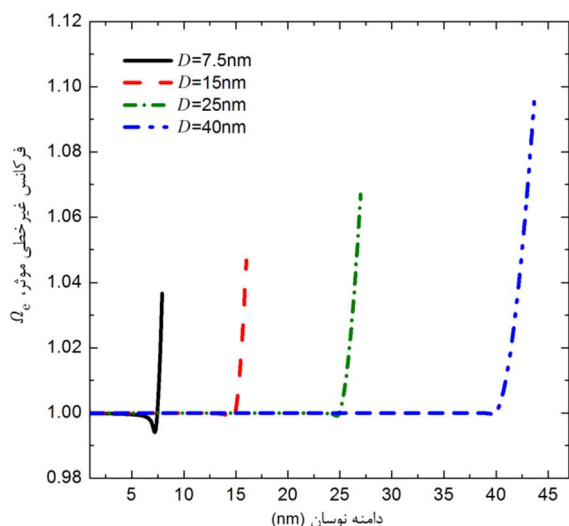
$$\Omega = 1 + \varepsilon \sigma \quad (43)$$

با قرار دادن رابطه (43) در رابطه (42)، رابطه (44) حاصل می‌شود:

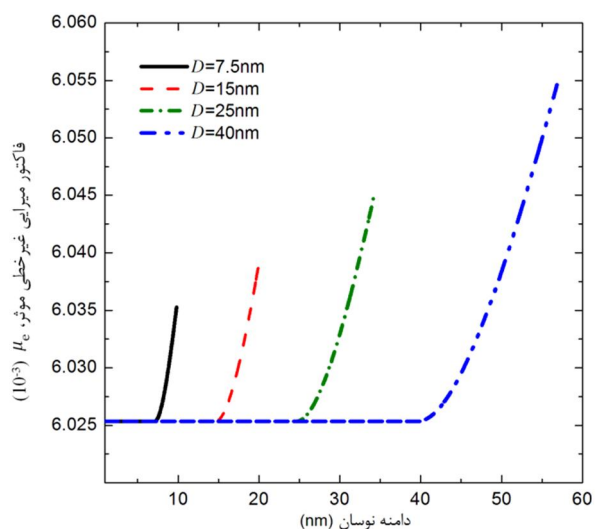
$$D_0^2 q_1 + q_1 = -i \left( 2A' + \frac{1}{Q} A \right) e^{iT_0} + i \left( 2\bar{A}' + \frac{1}{Q} \bar{A} \right) e^{-iT_0} + \alpha_k f_0 + \frac{\alpha_k}{2} \sum_{n=1}^{\infty} f_n [e^{in(T_0+\beta)} + e^{-in(T_0+\beta)}] + \frac{\alpha_k}{2i} \sum_{n=1}^{\infty} g_n [e^{in(T_0+\beta)} - e^{-in(T_0+\beta)}] + \frac{1}{2} f_{\text{ext}} (e^{i(T_0+\sigma T_1)} + e^{-i(T_0+\sigma T_1)}) \quad (44)$$

شرط حل‌پذیری معادله (44) ممانعت از شکل‌گیری ترم بسیار بزرگ در پاسخ زمانی<sup>2</sup> است. لذا، ضریب جمله  $e^{iT_0}$  باید صفر شود (معادله (45)):

1- Detuning parameter  
2- Secular term



شکل 1 تغییرات فرکانس غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف فاصله جدایی تعادلی بین نوک و سطح نمونه



شکل 2 تغییرات فاکتور میرایی غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف فاصله جدایی تعادلی بین نوک و سطح نمونه

وجود خواهد داشت که نوک تیر در معرض نیروهای دافعه قرار گیرد؛ یا به وجود خواهد داشت که نوک تیر در معرض نیروهای دافعه قرار گیرد؛ یا به عبارتی دیگر، فاصله لحظه‌ای نوک از سطح نمونه کمتر از فاصله بین مولکولی سطح باشد. از این رو، مطابق شکل 3، تغییرات دامنه نوسان نوک، تا قبل از قرارگیری نوک تیر در معرض نیروهای دافعه، تأثیری بر میرایی غیرخطی موثر نخواهد داشت، اما پس از آن، افزایش دامنه می‌تواند میرایی را افزایش دهد. همان‌طور که از شکل 3 پیدا است، افزایش  $D$  شدت تغییرات میرایی غیرخطی موثر در اثر افزایش دامنه نوسان نوک را تا حدی کاهش می‌دهد.

برای بررسی تأثیر مکان قرارگیری نوک روی تیر، بر فرکانس و فاکتور میرایی غیرخطی موثر، پارامتری به صورت  $C_p = \frac{L}{l}$  معرف مکان اتصال بین نوک و تیر در نظر گرفته شده است. شکل 4 تأثیر مکان قرارگیری نوک روی تیر را بر تغییرات فرکانس غیر خطی نسبت به فرکانس خطی مورد بررسی قرار می‌دهد. مطابق شکل، افزایش فاصله بین نوک و سر آزاد تیر باعث کاهش تأثیر نیروهای جاذبه وان‌دروالس بر روی نوک تیر می‌شود، چرا که با افزایش  $C_p$ ، افت فرکانس غیرخطی نسبت به فرکانس خطی کمتر می‌شود. همچنین،

میکروتیر مورد نظر نیز در جدول 2، مشاهده می‌شود.

با انتگرال‌گیری عددی از روابط (50) تا (52)، می‌توان فرکانس غیرخطی و میرایی غیرخطی سیستم را مورد تحلیل قرار داد. با توجه به اینکه جنس تیرهای مفروض در جدول 1، سیلیکون است، خصوصیات مکانیکی آن -ها را می‌توان به صورت  $E = 169\text{GPa}$ ،  $\nu = 0.22$  و  $\rho_c = 2300\text{kg/m}^3$  در نظر گرفت، که  $\nu$  ضریب پواسن است.

شکل 2 تغییرات فرکانس غیرخطی موثر را در اثر تغییر دامنه نوسان نوک، برای مقادیر مختلف فاصله جدایی تعادلی،  $D$ ، نشان می‌دهد از این شکل پیدا است که با افزایش دامنه نوسان، فرکانس غیرخطی ابتدا کاهش یافته و کمتر از مقدار فرکانس خطی می‌شود و در اصطلاح دچار پدیده فروجهش می‌شود. علت این پدیده این است که نوک در محدوده نیروهای جاذبه وان‌دروالس قرار می‌گیرد که وجود نیروهای جاذبه، فرکانس غیرخطی را کاهش می‌دهد. با افزایش بیشتر دامنه، نوک به‌طور متناوب در معرض نیروهای دافعه نیز قرار می‌گیرد، که باعث افزایش فرکانس غیرخطی نسبت به فرکانس خطی می‌شود. افزایش بیشتر دامنه، فرکانس غیرخطی را به شدت افزایش می‌دهد. با توجه به شکل، با افزایش فاصله جدایی تعادلی بین نوک و نمونه،  $D$ ، به‌علت اینکه نوک تیر در فواصل زمانی بسیار کمتری در معرض نیروهای جاذبه وان‌دروالس قرار می‌گیرد، پدیده فروجهش کاهش می‌یابد، به طوری که مقدار این پدیده برای مقادیر بسیار بالای  $D$ ، بسیار ناچیز است. تغییرات میرایی غیرخطی موثر سیستم در اثر تغییرات دامنه نوسان، برای مقادیر مختلف فاصله جدایی تعادلی بین نوک و نمونه، در شکل 3 نشان داده شده است.

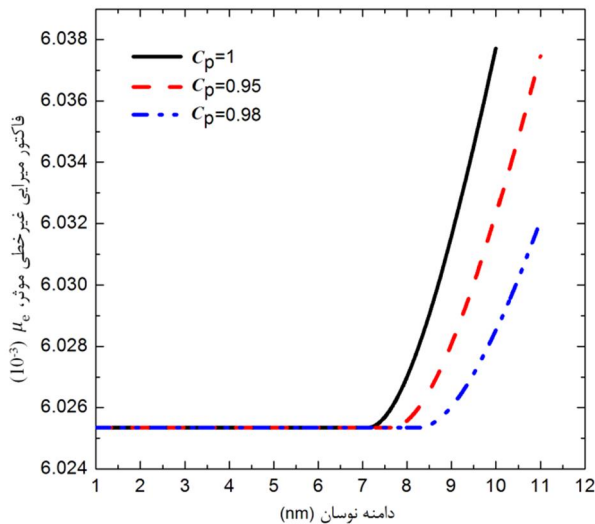
همان‌گونه که از رابطه (3) پیدا است، اتلاف انرژی هنگامی وجود خواهد داشت که نوک تیر در معرض نیروهای دافعه قرار گیرد؛ یا به عبارتی دیگر، فاصله لحظه‌ای نوک از سطح نمونه کمتر از فاصله فرکانس غیرخطی را به شدت افزایش می‌دهد. با توجه به شکل، با افزایش فاصله جدایی تعادلی بین نوک و نمونه،  $D$ ، به‌علت اینکه نوک تیر در فواصل زمانی بسیار کمتری در معرض نیروهای جاذبه وان‌دروالس قرار می‌گیرد، پدیده فروجهش کاهش می‌یابد، به طوری که مقدار این پدیده برای مقادیر بسیار بالای  $D$  بسیار ناچیز است. تغییرات میرایی غیرخطی موثر سیستم در اثر تغییرات دامنه نوسان، برای مقادیر مختلف فاصله جدایی تعادلی بین نوک و نمونه، در شکل 3 نشان داده شده است. همان‌گونه که از رابطه (3) پیدا است، اتلاف انرژی هنگامی

جدول 1 خصوصیات هندسی تیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی جهت تحلیل رفتار ارتعاشاتی در مد متناوب [17]

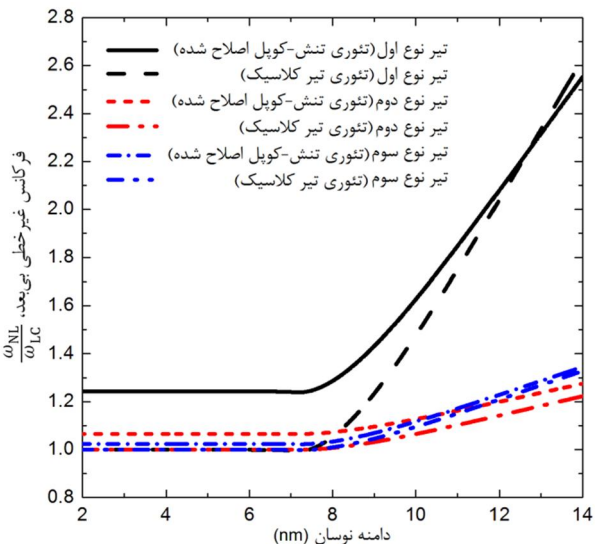
نوع میکروتیر	$L$ ( $\mu\text{m}$ )	$h$ ( $\mu\text{m}$ )	$b$ ( $\mu\text{m}$ )	$R$ ( $\mu\text{m}$ )	$h/l$
میکرومچ NSC 35-C	125	32/5	2/01	10	3
باجت Tap300DLC	125	32/5	4/02	12	6
میکرومچ NSC 16	225	37/5	6/7	22	10

جدول 2 خصوصیات مکانیکی نمونه و پارامترهای مورد نیاز جهت تحلیل

پارامتر	واحد	مقدار
$a_0$	nm	0/38
$H$	J	$2/96 \cdot 10^{-19}$
$E^*$	GPa	10/2
$D_{\text{air}}$	N. s/m	$2/52 \cdot 10^{-3}$
$d_{\text{ts}}$	nN. s/m	105/5



شکل 4 تغییرات فاکتور میرایی غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف مکان اتصال



شکل 5 رفتار وابسته به اندازه فرکانس غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان

شکل 7 تفاوت دو تئوری تیر کلاسیک و تنش-کوپل اصلاح شده در محاسبه مقادیر فاکتور میرایی غیرخطی موثر را نشان می‌دهد. همانند شکل 6، این شکل نیز نشان‌دهنده این واقعیت است که هنگامی که ضخامت تیر نزدیک پارامتر مقیاس طول است، اختلاف دو تئوری چشم‌گیر است، اما قدری فاصله بین ضخامت تیر و پارامتر مقیاس طول، همان‌طور که برای تیر نوع دوم و سوم صادق است، اختلاف دو تئوری را به‌طور چشم‌گیری کاهش می‌دهد، که درصد اختلاف نسبی بین دو تئوری مذکور برای تیر اول، دوم و سوم به ترتیب در حدود 24/5٪، 6/6٪ و 2/4٪ است. با توجه به شکل مذکور، تغییرات دامنه نوسان تأثیر بر اختلاف موجود بین دو تئوری ندارد. همچنین، با توجه به این که دو تیر اول و دوم به‌جز در ضخامت، دارای ابعاد هندسی و خصوصیات مکانیکی یکسانی هستند، می‌توان این نکته مهم را نتیجه گرفت که به‌طور کلی کاهش ضخامت تیر، باعث افزایش چشم‌گیری در فاکتور میرایی غیرخطی می‌شود.

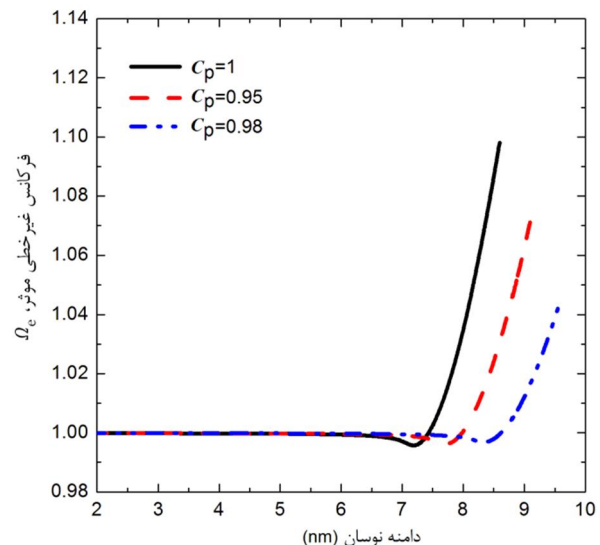
#### 5- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، با استفاده از روش حل تئوری اغتشاشات و با بهره‌گیری

افزایش فاصله بین نوک و سر آزاد تیر، از شدت افزایش فرکانس موثر در اثر افزایش دامنه نوسان می‌کاهد. به‌طور کلی می‌توان این گونه نتیجه گرفت که خطای ناشی از عدم مونتاژ دقیق نوک در انتهای تیر می‌تواند حساسیت نوک را کاهش و به تبع آن، نقش به‌سزایی در کاهش دقت عملکرد میکروسکوپ داشته باشد.

شکل 5 نیز تأثیر مکان تماس،  $C_p$  را بر روی فاکتور میرایی غیرخطی موثر،  $\mu_e$  نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، می‌توان نتیجه گرفت که تغییرات پارامتر  $C_p$  بر روی فاکتور میرایی اثر چندانی نداشته و تنها باعث شده که افزایش ناگهانی فاکتور میرایی به ازای مقادیر بزرگتری از دامنه نوسان روی دهد.

در شکل 6، مقایسه دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک، در پیش‌بینی مقادیر فرکانس غیرخطی سه تیر مشخص شده در جدول 1، مشاهده می‌شود. همان‌طور که در جدول 1 ذکر شده است، نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول برای تیرهای شماره یک تا سه به ترتیب برابر با 3، 6 و 10 است.  $\omega_{LC}$  فرکانس خطی سیستم براساس تئوری تیر کلاسیک است. مطابق شکل 6، مقادیر فرکانس غیرخطی حاصل از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده بیشتر از مقادیر متناظر حاصل از تئوری تیر کلاسیک است. بیشترین اختلاف بین دو تئوری مذکور برای مقادیر دامنه نوسان کم‌تر از فاصله جدایی تعادلی،  $D$  است که برای این نمودار 7/5 نانومتر در نظر گرفته شده است. با افزایش دامنه نوسان بیشتر از این فاصله، اختلاف بین دو تئوری کاهش یافته تا اینکه برای یک مقدار بسیار بالای دامنه، اختلاف صفر می‌شود. افزایش بیشتر از این حد دامنه در عمل ممکن نیست، زیرا که باعث تورفتگی نوک در سطح نمونه می‌شود. با مقایسه بین نتایج حاصل از دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک برای سه تیر مشخص شده در جدول 1، نتیجه می‌شود که درصد اختلاف بین دو تئوری برای تیر شماره یک که ضخامت آن کمتر بوده و نسبت  $h/l$  در آن برابر 3 است، بسیار بیشتر است. می‌توان این گونه نتیجه گرفت که بیشترین تفاوت بین دو تئوری مذکور در پیش‌بینی فرکانس غیرخطی، هنگامی است که نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول پایین بوده و دامنه نوسان کمتر از فاصله جدایی تعادلی است. لذا، برای این حالت، استفاده از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده برای پیش‌بینی مقادیر فرکانس غیرخطی، ضروری است.



شکل 3 تغییرات فرکانس غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف مکان اتصال

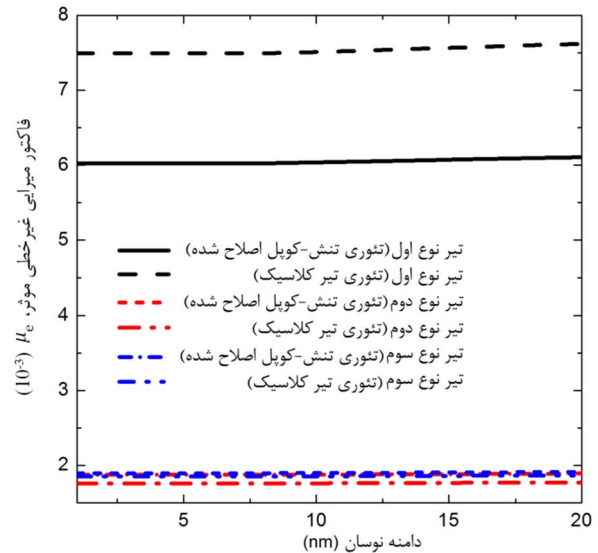
نوک و سر آزاد تیر، حساسیت و دقت میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی در مد متناوب را در سنجش نیروهای سطحی کاهش می‌دهد.

6- فهرست علائم

$A_c$	مساحت سطح مقطع تیر ( $m^2$ )
$a$	دامنه نوسان نوک (m)
$a_0$	فاصله بین مولکولی در آستانه تماس (nm)
$b$	عرض تیر ( $\mu m$ )
$D$	فاصله جدایی تعادلی بین نوک و سطح نمونه (nm)
$D_{air}$	ضریب میرایی هوا (N.s/m)
$d_i$	میرایی تعمیم یافته (N.s/m)
$d_{ts}$	ضریب میرایی بین نوک و نمونه (nN.s/m)
$E$	مدول الاستیک ماده تیر (Pa)
$E^*$	مدول الاستیک موثر بین نوک و نمونه (GPa)
$E_t$	مدول الاستیک نوک (GPa)
$E_s$	مدول الاستیک نمونه (GPa)
$F_{ts}$	نیروهای برهم کنش بین نوک و سطح (N)
$f$	نیروی وارد شده بر تیر یکسردرگیر (N)
$G$	مدول برشی ماده تیر (Pa)
$g$	تحریک هارمونیک
$H$	ثابت هاماکر
$h$	ضخامت تیر ( $\mu m$ )
$h_g$	دامنه تحریک (nm)
$I_c$	ممان اینرسی سطح مقطع تیر ( $m^4$ )
$k_i$	سختی تعمیم یافته (N/m)
$L$	طول تیر ( $\mu m$ )
$L_1$	فاصله نوک از سر درگیر تیر ( $\mu m$ )
$L_2$	فاصله نوک از سر آزاد تیر ( $\mu m$ )
$m_i$	جرم تعمیم یافته (kg)
$Q$	ضریب کیفیت
$q_i$	مختصات تعمیم یافته وابسته به زمان
$T$	انرژی جنبشی (J)
$T_0$	مقیاس‌های زمانی مورد استفاده در روش مقیاس‌های چندگانه (s)
$T_1$	مقیاس‌های زمانی مورد استفاده در روش مقیاس‌های چندگانه (s)
$t$	زمان (s)
$U$	انرژی پتانسیل (J)
$w$	تغییر مکان نوک تیر نسبت به یک دستگاه اینرسی متصل به زمین (nm)
$w_{nc}$	کار نیروهای غیرایستار (J)
$z$	فاصله لحظه‌ای بین نوک و نمونه (nm)

$\alpha_i$	توابع تطبیقی
$\alpha_k$	پارامتر بی بعد
$\beta$	اختلاف فاز (درجه)



شکل 6 رفتار وابسته به اندازه فاکتور میرایی غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان

از روابط ساختاری تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، رفتار دینامیکی غیرخطی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی مورد تحلیل قرار گرفت. با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه، روابطی برای فرکانس غیرخطی و فاکتور میرایی غیرخطی به صورت تابعی از پارامتر مقیاس طول ماده ارائه شد. به علت اینکه در عمل امکان مونتاژ نوک تیر به طور دقیق در انتهای میکروتیر وجود ندارد، فرض شده است که فاصله‌ای بسیار کوچک بین نوک و سر آزاد تیر وجود داشته باشد. برای تحلیل رفتار ارتعاشاتی میکروتیر میکروسکوپ، از ویژگی‌های هندسی و مکانیکی سه نوع تیر مختلف میکرومچ NSC 35-C<sup>1</sup>، باجت Tap300DLC<sup>2</sup> و میکرومچ NSC 16 با نسبت‌های مختلف  $h/l$  استفاده شد. همچنین، ماده مورد نظر جهت رویش HOPG در نظر گرفته شد. نتایج نشان داد که با قرارگیری نوک میکروسکوپ در معرض نیروهای جاذبه وان دروالسی، فرکانس غیرخطی کمتر از فرکانس خطی می‌شود، اما تغییری در فاکتور میرایی غیرخطی موثر به وجود نمی‌آید، اما نیروهای دافعه باعث افزایش چشم‌گیر، هم در فرکانس غیرخطی نسبت به فرکانس خطی و هم در فاکتور میرایی غیرخطی موثر می‌شوند. نتایج نشان داد که به ازای تمامی مقادیر دامنه نوسان، مقادیر فاکتور میرایی حاصل شده توسط تئوری تنش-کوپل اصلاح شده کمتر از مقادیر متناظر به دست آمده از تئوری تیر کلاسیک هستند. این شرایط برای فرکانس غیرخطی عکس است. همچنین، مشاهده شد که با افزایش نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول ماده، اختلاف بین دو تئوری تیر کلاسیک و تنش-کوپل اصلاح شده کاهش می‌یابد. در مقادیر دامنه نوسان پایین‌تر از فاصله جدایی تعادلی، اختلاف بین دو تئوری در پیش‌بینی مقادیر فرکانس غیرخطی بیشتر است، اما تغییرات دامنه نوسان نوک تأثیری بر اختلاف بین دو تئوری در پیش‌بینی مقادیر فاکتور میرایی غیرخطی موثر ندارد. در حالتی که تفاوت بین دو تئوری مذکور در پیش‌بینی فرکانس غیرخطی و فاکتور میرایی غیرخطی موثر دیده می‌شود، استفاده از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده در تحلیل رفتار ارتعاشاتی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی ضروری است. نکته جالب توجه اینکه، فارغ از نوع تئوری استفاده شده جهت تحلیل تیر، کاهش ضخامت تیر، میرایی را به طور چشم‌گیری افزایش می‌دهد. نتایج همچنین گویای این واقعیت بود که افزایش فاصله بین

1- Mikromasch  
2- Budget



- [6] A. S. Paulo, R. Garcia, Tip-surface forces, amplitude, and energy dissipation in amplitude-modulation (tapping mode) force microscopy, *PHYSICAL REVIEW B*, Vol. 64, pp. 193411, 2001.
- [7] J. E. Sader, Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope, *American Institute of Physics*, Vol. 84, pp. 64-76, 1998.
- [8] M. H. Korayem, H. J. Sharahi, A. H. Korayem, Comparison of frequency response of atomic force microscopy cantilevers under tip-sample interaction in air and liquids, *Scientia Iranica B*, Vol. 19, No. 1, pp. 106-112, 2012.
- [9] M. H. Korayem, A. Kavousi, N. Ebrahimi, Dynamic analysis of tapping-mode AFM considering capillary force interactions, *Scientia Iranica B*, Vol. 18, No. 1, pp. 121-129, 2011.
- [10] J. S. Stolken, A. G. Evans, Microbend test method for measuring the plasticity length scale, *Acta Materialia* Vol. 46, No. 14, pp. 5109-5115, 1998.
- [11] D. C. C. Lam, F. Yang, A. C. M. Chong, J. Wang, P. Tong, Experiments and theory in strain gradient elasticity, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 51, No. 8, pp. 1477-1508, 2003.
- [12] A. C. Eringen, Nonlocal polar elastic continua, *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 10, pp. 1-16, 1972.
- [13] F. Yang, A. C. M. Chong, D. C. C. Lam, P. Tong, Couple stress based strain gradient theory for elasticity, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, pp. 2731-2743, 2002.
- [14] S. Kong, S. Zhou, Z. Nie, K. Wang, The size-dependent natural frequency of Bernoulli-Euler micro-beams, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 46, No. 5, pp. 427-437, 2008.
- [15] H. L. Lee, W. J. Chang, Sensitivity of V-shaped atomic force microscope cantilevers based on a modified couple stress theory, *Microelectronic Engineering*, Vol. 88, No. 11, pp. 3214-3218, 2011.
- [16] K. Shen, *Dynamic behavior of atomic force microscope cantilevers*, Ph.D. Thesis, Engineering, University of Nebraska, Lincoln, Nebraska, 2005.
- [17] Y. Zhang, H. Zhao, L. Zuo, Contact dynamics of tapping mode atomic force microscopy, *Journal of Sound and Vibration* Vol. 331, pp. 5141-5152, 2012.
- [18] E. C. Aifantis, Strain gradient interpretation of size effects, *International Journal of Fracture*, Vol. 95, pp. 299-314, 1999.
- [19] L. Meirovitch, *Fundamentals of Vibrations*, Second ed., New York: McGraw-Hill, 2001.
- [20] M. Abbasi, A. Karami mohammadi, A new model for investigating the flexural vibration of an atomic force microscope cantilever, *Ultramicroscopy*, Vol. 110, pp. 1374-1379, 2010.
- [21] A. H. Nayfeh, *Introduction to Perturbation Techniques*, New York: Wiley & Sons, Inc., 1993.
- $\beta_i$  عدد موج سیستم (1/m)
- $\varepsilon$  پارامتر بی بعد
- $\kappa$  عدد موج نرمالیز شده
- $\lambda$  پارامتر بی بعد
- $\mu_e$  فاکتور میرایی غیرخطی موثر
- $\nu_s$  ضریب پواسان نمونه
- $\nu_t$  ضریب پواسان نوک
- $\rho_c$  چگالی ماده تیر ( $\text{kg/m}^3$ )
- $\sigma$  پارامتر انحراف از تشدید
- $\tau$  زمان بی بعد
- $\omega$  فرکانس تحریک (rad/s)
- $\omega_i$  فرکانس طبیعی (rad/s)
- $\omega_{NL}$  فرکانس غیرخطی (rad/s)
- $\Omega$  نسبت فرکانس تحریک به فرکانس طبیعی
- $\Omega_e$  فرکانس غیرخطی موثر

## 7- مراجع

- [1] D. Georgakaki, S. Mitridis, A. A. Sapalidis, E. Mathioulakis, H. M. Polatoglou, Calibration of tapping AFM cantilevers and uncertainty estimation: Comparison between different methods, *Measurement Science and Technology* Vol. 46, pp. 4274-4281, 2013.
- [2] A. Bahrami, A. H. Nayfeh, Nonlinear dynamics of tapping mode atomic force microscopy in the bistable phase, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 18, pp. 799-810, 2013.
- [3] M. Sadeghpour, H. Salarieh, A. Alasty, Controlling chaos in tapping mode atomic force microscopes using improved minimum entropy control, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, pp. 1599-1606, 2013.
- [4] B. Bhushan, *Scanning probe microscopy in nanoscience and nanotechnology*, Berlin: Springer, 2010.
- [5] N. A. Burnham, O. P. Behrend, F. Oulevey, G. Gremaud, P. J. Gallo, D. Gourdon, E. Dupas, A. J. Kulik, H. M. Pollock, G. A. D. Briggs, How does a tip tap?, *Nanotechnology*, Vol. 8, pp. 67-75, 1997.