



## مدل سازی اصطکاک در مقیاس میکرو/نانو در سطوحی با توزیع زبری تصادفی

منیژه زاکری<sup>1\*</sup>، مهدی خوارزمی<sup>2</sup>

1- استادیار، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه تبریز، تبریز  
2- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه تبریز، تبریز  
\* تبریز، صندوق پستی 5166614761، ma\_zakeri@iust.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 13 اسفند 1392

پذیرش: 06 اردیبهشت 1393

ارائه در سایت: 08 مهر 1393

کلید واژگان:

میکروسکوپ نیروی اتمی

مدل سازی

اصطکاک

سطوح زبر

توزیع تصادفی

در این مقاله، اصطکاک در سطوح تماسی با توزیع زبری تصادفی در مقیاس نانو مدل‌سازی و شبیه‌سازی شده است. بدین منظور، ابتدا مدل اصطکاک توسعه یافته AMM برای تماس سطوح تخت صاف/تخت زبر بر اساس مدل تماسی JKR، مدل اصطکاک HK، و توزیع زبری تصادفی گرینوود-ویلیامسون یا GW استخراج شده است. طبق نتایج شبیه‌سازی، مدل اصطکاک توسعه یافته AMM با در نظر گرفتن نیروهای سطحی مقیاس نانو، نیروی اصطکاک بزرگتری را در مقایسه با مدل اولیه AMM پیش بینی می‌کند و از دقت بالاتری برخوردار است. در ادامه، مدل بدست آمده برای تعیین اصطکاک بین سطح کروی صاف/تخت زبر و نهایتاً اصطکاک نوک سوزن میکروسکوپ نیروی اتمی روی سطح زبر تعمیم داده شده و تاثیر پارامترهای هندسی سطح شامل انحراف معیار ارتفاع زبری‌ها و شعاع نوک قله زبری‌ها بر نیروی عمودی، نیروی اصطکاک، و نهایتاً ضریب اصطکاک نوک سوزن میکروسکوپ اتمی و سطح زبر بررسی شده است. نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی نشان می‌دهند که نیروی عمودی و نیروی اصطکاک با افزایش مقدار انحراف معیار ارتفاع زبری‌ها افزایش می‌یابد، در حالی که ضریب اصطکاک با افزایش مقدار انحراف معیار کاهش پیدا می‌کند. علاوه، نیروهای عمودی و اصطکاک و نیز ضریب اصطکاک با افزایش شعاع نوک برجستگی‌ها افزایش می‌یابند. همچنین، مشاهده می‌شود که تاثیر تغییرات انحراف معیار ارتفاع زبری‌ها بر متغیرهای اصطکاک بیشتر از تاثیر تغییرات شعاع قله زبری‌ها می‌باشد.

## Modeling of Friction in Micro/Nano scale with Random Roughness Distribution

Manizhe Zakeri<sup>1\*</sup>, Mehdi Kharazmi<sup>2</sup>

1- Department Of Engineering Emerging Technologies, University Of Tabriz, Tabriz, Iran.

2- Department Of Engineering Emerging Technologies, University Of Tabriz, Tabriz, Iran.

\* P.O.B. 5166614761 Tabriz, Iran, ma\_zakeri@iust.ac.i r

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 04 March 2014  
Accepted 16 May 2014  
Available Online 30 September 2014

#### Keywords:

Atomic Force Microscopy  
Modeling, Friction  
Rough surfaces  
Random distribution

### ABSTRACT

In this research, the friction between the contact surfaces was modeled and simulated with random distribution of roughness in Nano scale. For this purpose, firstly the modified AMM friction model was derived for the contact between smooth flat/ rough flat surfaces on the basis of JKR contact model, HK friction model and random distribution of Greenwood-Williamson (GW) model. According to the results of simulation, the modified AMM friction model predict more value for the friction force considering Nano scale surface interaction forces, and it also has more accuracy in comparison to the initial AMM model. In the following, the obtained model was extended for evaluating the friction between smooth spherical/rough flat surfaces and finally the friction between the tip of Atomic Force Microscopic on the rough surface, then the effects of geometric parameters of surface included of standard deviation of asperities' height and radius of asperities' peak on the magnitudes of normal load, friction force and finally friction coefficient between atomic force microscopic tip and rough surface has been investigated. The achieved results demonstrate that normal force and friction force both will raise by rising of standard deviation of asperities' height while as friction coefficient will decrease. Furthermore, the normal and friction forces and also friction coefficient will increase by increase of roughness' peaks radius. It is also observed that the effects of standard deviation of asperities' height on friction parameters is more than the effects of asperities' peaks radius.

### 1- مقدمه

صورت می‌پذیرد [1]. با کاهش اندازه‌ی اجسام در ابعاد میکرو/نانو نسبت سطح به حجم افزایش یافته و نیروهای سطحی مانند اصطکاک و چسبندگی حائز اهمیت شده و بر نیروهای حجمی غلبه می‌یابند [2]. بسیاری از جنبه-

امروزه تکنولوژی نانومقیاس و فناوری‌های مربوط به آن از جایگاه ویژه‌ای برخوردار هستند و تحقیقات فراوانی برای ارتقا ابزار آلات در ابعاد میکرو/نانو

اصطکاک، نیروی عمودی و همچنین ضریب اصطکاک بین سطح صفحه زبر و نوک AFM با استفاده از مدل زبری گرینوود-ویلیامسون، مدل اصطکاک HK، و مدل تماسی هرتز و JKR، مدل سازی و بررسی خواهد شد. جهت مدل سازی نیروهای وارد بر نوک AFM و تغییر شکل های آن، از مدل های موجود استفاده خواهد شد [24].

از اینرو، در ادامه پس از بررسی تئوری های مورد نیاز و مدل سازی اصطکاک در سطوح با توزیع زبری تصادفی، نتایج شبیه سازی ها و مقایسه با تحقیقات موجود ارائه می گردد.

## 2- مدل سازی اصطکاک سطوح با توزیع زبری تصادفی

با توجه به تعریف مساله، در این قسمت جهت مدل سازی اصطکاک در سطوحی با توزیع زبری تصادفی بر اساس مدل زبری گرینوود-ویلیامسون، مدل های اصطکاک اصلاح شده کولمب و HK، مدل های تماسی هرتز و JKR، ابتدا به معرفی تئوری مدل های مذکور پرداخته و سپس مدل کامل مساله ارائه می شود.

### 2-1- مدل زبری گرینوود-ویلیامسون یا GW

مدل GW با هدف بررسی نیروی عمودی بین دو سطح در حضور زبری ارائه شده و در آن از تابع توزیع احتمال گوسین برای توزیع ارتفاع زبری های سطح استفاده می شود. تابع توزیع گوسین یکی از مهمترین توابع در مسائل احتمالی پیوسته می باشد. تابع توزیع گوسین، یک تقریب خوب برای در نظر گرفتن توپوگرافی سطوح با قاعده می باشد که تقریباً بالای 25 درصد را شامل می شود. در این تابع توزیع، از خصوصیات سطح مثل انحراف از معیار و شعاع قله زبری ها استفاده می شود [16]. لازم به ذکر است که مدل GW بر اساس فرضیات زیر ارائه شده و در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است [20]:

- 1- سطح زبر ایزوتروپیک است.
  - 2- در فرورفتگی ها زبری ها به صورت کروی هستند.
  - 3- تمام زبری ها دارای شعاع انحنا یکسان هستند در حالی که ارتفاع زبری ها به صورت تصادفی تغییر می کند.
  - 4- تغییر شکل حجمی و تداخلی بین زبری های همجوار وجود ندارد.
- در شکل 1، طرح کلی تماس بین یک سطح صاف (سطح بالایی) و سطحی زبر با توزیع زبری تصادفی که در فاصله  $d$  از هم قرار گرفته اند نشان داده شده است.  $d$ ، فاصله بین سطح صاف صفحه مینا و سطح صفحه فوقانی می باشد.

با توجه به سطح نمونه در شکل 1، اگر  $z$ ، ارتفاع برآمدگی نسبت به سطح صاف صفحه مینا باشد، احتمال اینکه ارتفاع برآمدگی بین مقادیر  $z$  و  $z + dz$  قرار گرفته باشد به صورت،  $\varphi(z)dz$  بدست آورده می شود.  $\varphi(z)$  تابع احتمال ارتفاع برای برجستگی های سطح زبر می باشد. مجموع احتمالات برای برآمدگی های در تماس دو سطح که در فاصله  $d$  از هم قرار گرفته اند، به صورت رابطه 1 تعریف می شود [21].

$$\text{prob}(z > d) = \int_d^{\infty} \varphi(z) dz \quad (1)$$

اگر  $N$  تعداد اسمی برآمدگی های سطح باشد، تعداد برآمدگی های در تماس،  $n$ ، از معادله 2 بدست می آید [21].

$$n = N \int_d^{\infty} \varphi(z) dz \quad (2)$$

اگر  $\delta$  معادل عمق نفوذ دو جسم باشد، مقدار آن با توجه به شکل 1 برابر با  $d - z$  خواهد بود. همچنین، تابع احتمال زبری ها به صورت معادله 3

های پدیده اصطکاک ناشناخته مانده است و از اینرو یک روش عمده برای درک بهتر مکانیزم اصطکاک استفاده از میکروسکوپ نیروی اتمی (AFM) می باشد [1]. حرکت لغزشی نوک سوزن AFM روی صفحه، مدلی مناسب برای بررسی اصطکاک در ابعاد میکرو/نانو می باشد [3]. جهت مدل سازی دقیق نیروهای عمودی و اصطکاک، و نیز ضریب اصطکاک بین سطوح تماسی زبر در مقیاس میکرو/نانو، استفاده از مدل های اصطکاک و تماسی دقیق مورد نیاز هستند. بدین منظور، نیروهای عمودی تماسی بین سطوح صاف بایستی به سطوح زبر مورد نظر تعمیم داده شود [4].

برای مدل سازی اصطکاک در ابعاد میکرو/نانو تحقیقات فراوانی انجام می شود [5]. یکی از مدل های اصطکاک پرکاربرد و دقیق در مقیاس میکرو/نانو که در آن تنش اصطکاک مورد نیاز در محاسبه نیروی اصطکاک مستقیماً بدست می آید، مدل اصطکاک HK می باشد که توسط هرتادو-کیم ارائه شده است. در این مدل از تنش اصطکاک متناسب با شعاع تماس استفاده شده است [6,7]. همچنین، مدل کولمب با افزودن چسبندگی در ابعاد میکرو/نانو، به صورت مدل اصلاح شده کولمب بسط داده شده و به دلیل سادگی در بسیاری از مدل سازی ها مورد استفاده قرار می گیرد [8,9]. اولین مدل سازی جهت بررسی نیروی عمودی تماسی بین دو جسم الاستیک، در اواخر قرن نوزدهم توسط هرتز ارائه شد [10]. نیروی تماسی سطوح در ابعاد میکرو/نانو با در نظر گرفتن نیروهای سطحی یا بین مولکولی کوتاه برد، توسط جانسون، کندال و رابرتز (مدل JKR) مطالعه و بررسی شد [11]. در جاگوین، مولر و توپوروف با در نظر گرفتن نیروهای دوربرد، مدل دیگری (مدل DMT) را برای بررسی نیروی تماسی پیشنهاد کردند [12]. مدل دقیق تر (مدل MD) برای بدست آوردن نیروی تماسی در ابعاد میکرو/نانو توسط ماگیوس و با استفاده از تابع پتانسیل داگدیل ارائه شد. لازم به ذکر است که مدل های فوق، برای مدل سازی تماس بین دو سطح صاف استخراج شده اند. برای حالت گذار بین دو مدل JKR و DMT، از مدل MD استفاده می شود [13]. از طرفی، تحقیقات گسترده ای جهت مدل سازی دقیق سطوح زبر و بررسی نیروهای تماسی و اصطکاک، با در نظر گرفتن توزیع زبری ها و پروفیل های مختلف سطح زبر انجام می شود [14,15]. زبری سطوح بر نیروی عمودی تماسی بین دو جسم در ابعاد میکرو/نانو تاثیر گذاشته و نیز باعث تغییر سطح تماس می شود. از اینرو بایستی در مدل سازی های دقیق زبری سطوح لحاظ گردد. مهمترین مدلی که کاربرد گسترده ای در تعریف پروفیل سطوح زبر دارد، مدل زبری گرینوود-ویلیامسون می باشد که از تابع احتمال گوسین برای توصیف توزیع ارتفاع زبری ها استفاده می کند [16]. همچنین، محققان زیادی به مدل سازی نیروی عمودی تماسی بین سطوح زبر پرداخته اند [17-19].

آدامز و همکارانش با استفاده از مدل های تماسی هرتز و MD، به بررسی اصطکاک و ضریب اصطکاک بین دو سطح، بر اساس مدل اصطکاک HK و مدل زبری گرینوود-ویلیامسون (مدل AMM) پرداخته اند [20-22]. در تحقیق آن ها، یکی از سطوح صاف و صلب و دیگری زبر می باشد. ساهو و همکاران، مدل آدامز و همکارانش (مدل AMM) را با در نظر گرفتن تغییر شکل پلاستیک در سطوح تماسی توسعه داده اند [23].

با توجه به کاربرد گسترده AFM در بررسی پدیده اصطکاک، در این مقاله حرکت ابزار AFM روی سطح زبر با هدف بررسی نیروی اصطکاک، نیروی عمودی و ضریب اصطکاک مدل سازی خواهد شد. در این تحقیق نیروی

مدل HK، اگر شعاع تماسی بی بعد کوچکتر از مقدار بحرانی اول باشد، زبریها بر روی یکدیگر در جهت لغزش می لغزند و نیروی چسبندگی عامل تنش برشی خواهد بود. از اینرو تنش برشی مقدار بیشتری را دارا می باشد (ناحیه 1). با افزایش شعاع تماسی بی بعد، مقدار تنش برشی با افزایش شعاع تماسی کاهش پیدا می کند (ناحیه 2) تا به مقدار ثابت دوم برسد (ناحیه 3). حد چپ و راست در شکل 2 (ابتدا و انتهای حالت گذار) به ترتیب عبارت از  $(\bar{a}_1, \bar{\tau}_{f1})$  و  $(\bar{a}_2, \bar{\tau}_{f2})$  است که به ترتیب دارای مقادیر  $(\frac{1}{43}, 28)$  و  $(\frac{\bar{\tau}_{f1}}{80000}, \frac{\bar{a}_1}{30})$  هستند [20].

مقدار مدول برشی موثر دو جسم که در تماس با هم هستند، از رابطه ی (8) به دست می آید [22].

$$G^* = \frac{2 \cdot G_1 \cdot G_2}{(G_1 + G_2)} \quad (8)$$

با توجه به شکل 2، مقدار تنش اصطکاک بی بعد،  $\bar{\tau}_f$ ، از رابطه ی (9) حاصل می شود [21].

$$\log(\bar{\tau}_f) = \begin{cases} \log(\bar{\tau}_{f1}) & \bar{a} < \bar{a}_1 \\ M \log(\bar{a}) + B & \bar{a}_1 < \bar{a} < \bar{a}_2 \\ \log(\bar{\tau}_{f2}) & \bar{a}_2 < \bar{a} \end{cases} \quad (9)$$

که در روابط فوق،  $M$  و  $B$  به ترتیب به صورت معادلات 10 و 11 تعریف می شوند [22].

$$M = -\frac{\log(\frac{\bar{\tau}_{f1}}{\bar{\tau}_{f2}})}{\log(\frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_1})} \quad (10)$$

$$B = \frac{\log(\bar{\tau}_{f1}) \cdot \log(\bar{a}_2) - \log(\bar{\tau}_{f2}) \cdot \log(\bar{a}_1)}{\log(\frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_1})} \quad (11)$$

نیروی اصطکاک برای هر قله زبری به صورت رابطه ی 12 خواهد بود [21].

$$F_f = \pi a^2 \tau_f \quad (12)$$

برای بدست آوردن نیروی اصطکاک، باید اثرات تک تک زبریها را با هم جمع نمود و مقدار نهایی نیروی اصطکاک از رابطه ی 5 بدست می آید. برای حالت خاص که سطح تماس بالایی سطحی صاف و صلب باشد، نیروی اصطکاک بی بعد براساس مدل اصطکاک HK به صورت معادله ی 13 خواهد بود [21]:

$$\bar{F}_{\text{Friction}} = \frac{F_{\text{ftotal}}}{NGb^2} = 2\pi \int_{\bar{a}}^{\bar{z}_1} \bar{\tau}_{f1} \bar{a}^2 \varphi(\bar{z}) d\bar{z} + 2\pi \int_{\bar{z}_1}^{\bar{z}_2} 10^B \bar{a}^{M+2} \varphi(\bar{z}) d\bar{z} + 2\pi \int_{\bar{z}_2}^{\infty} \bar{\tau}_{f2} \bar{a}^2 \varphi(\bar{z}) d\bar{z} \quad (13)$$

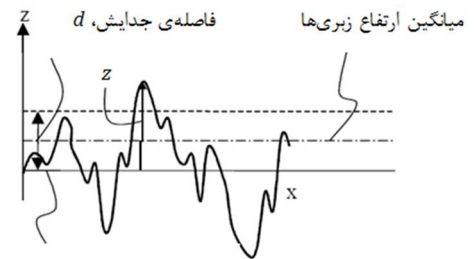
### 3-2-3 مدل های تماسی هرتز و JKR

#### 2-1-3-1 مدل تماسی هرتز

نیروی عمودی بین دو سطح کروی در مدل هرتز به صورت معادله 14 است [21]. از اینرو در تماس سطوح زبر، نیروی هرتز، نیروی وارده به هر قله زبری در تماس می باشد.

$$P = \frac{4}{3} E^* R_s \frac{1}{2} \delta^3 \quad (14)$$

$E^*$  و  $R_s$  به ترتیب مدول یانگ موثر و شعاع موثر دو جسم در تماس



ارتفاع سطح صفحه مینا بدون در نظر گرفتن زبریها  
شکل 1 طرح کلی تماس بین سطح صاف و سطح زبری با توزیع زبری تصادفی، که در فاصله ی  $d$  از هم قرار گرفته اند [16]

تعریف می شود [23].

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

که در آن،  $\mu$  و  $\sigma$  به ترتیب انحراف معیار ارتفاع زبریها و میانگین ارتفاع زبریها می باشند.

### 2-2-2 مدل های اصطکاک

مدل های مختلفی برای تعیین اصطکاک بین سطوح ارائه شده اند ولی از بین مدل های ارائه شده تنها مدل های اصطکاک اصلاح شده ی کولمب و HK می باشند که برای تعیین نیروی اصطکاک از سطح تماس بین دو جسم در روابط استفاده می کنند به همین دلیل در این پژوهش از مدل های فوق استفاده گردیده است.

#### 2-2-2-1 مدل اصطکاک اصلاح شده ی کولمب

مدل کولمب با در نظر گرفتن نیروهای چسبندگی و تاثیر سطح تماس بر اصطکاک، به صورت معادله ی 4 تعریف می شود [8].

$$F_f = \tau A + \mu_s P \quad (4)$$

در معادله فوق،  $\tau$  تنش برشی بین سطوح و عددی ثابت بوده،  $A$  سطح تماس،  $P$  نیروی عمودی بین سطوح،  $\mu_s$  ضریب اصطکاک لغزشی بین دو سطح و  $F_f$  نیروی اصطکاک می باشد [25,8].

با توجه به تعریف فوق و بر اساس مدل GW، مقدار نهایی نیروی اصطکاک بین دو سطح، از جمع نیروهای اصطکاک موجود در قله زبریها بدست می آید. طبق رابطه (5) داریم:

$$F_{\text{ftotal}} = N \int_a^\infty F_f(z) \varphi(z) dz \quad (5)$$

#### 2-2-2-2 مدل اصطکاک HK

مدل وابسته به تنش اصطکاک HK [7,6]، یک مدل اصطکاک میکرومکانیکی از لغزش بین دو قله زبری در شعاع های مختلف تماسی است. در این مدل یک سری پارامترهای بی بعد بدست آمده و تغییر شکل الاستیک و پلاستیک قله زبریها بر اساس تنش برشی بررسی شده است.

در شکل 2، تنش اصطکاک بی بعد،  $\bar{\tau}_f$ ، نسبت به شعاع تماسی بی بعد،  $\bar{a}$ ، ترسیم شده است. تنش اصطکاک بی بعد و شعاع تماس بی بعد به صورت روابط 6 و 7 تعریف می شوند [22].

$$\bar{\tau}_f = \frac{\tau_f}{G^*} \quad (6)$$

$$\bar{a} = \frac{a}{b} \quad (7)$$

که،  $a$  شعاع تماس،  $b$  طول بردار برگر و  $G^*$  مدول برشی موثر است. طبق

می آید [11].

$$P_{JKR} = (P + 3\gamma\pi R_s + \sqrt{6\gamma\pi R_s P + (3\gamma\pi R_s)^2}) \quad (23)$$

$P$  نیروی خارجی می باشد که بین دو جسم در تماس اعمال می شود،  $P_{JKR}$  نیروی عمودی تحت تاثیر نیروهای چسبندگی کوتاه برد بین مولکولی می باشد.  $\gamma$  انرژی چسبندگی یا کار چسبندگی است، در واقع انرژی به ازای هر واحد سطح و نشان دهنده کار انجام شده در جدا کردن به طور کامل می باشد و واحد آن  $\frac{J}{m^2}$  می باشد و مقدار آن با توجه به جنس مواد در تماس معین می شود. شعاع تماس و مقدار نفوذ در مدل JKR به صورت روابط 24 و 25 تعریف می شوند [26].

$$a_{JKR} = \left(\frac{3R_s}{4E^*} P_{JKR}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (24)$$

$$\delta = \frac{a^2_{JKR}}{R_s} - \sqrt{\frac{2\pi\gamma a_{JKR}}{E^*}} \quad (25)$$

#### 2-4- ثوابت فنری پیچشی - خمشی AFM

در این مقاله پس از توسعه مدل با بعد AMM با جایگزین کردن مدل تماسی هرترز توسط مدل تماسی JKR، اصطکاک بین سطح کروی نوک سوزن AFM و سطح صفحه ای زبر با استفاده از مدل جدید، بررسی شده است. مطابق شکل 3، ابعاد کانتیلور AFM در امتداد محورهای  $X$ ،  $Y$  و  $Z$  به ترتیب برابر  $W$ ،  $L$  و  $t$  و طول سوزن آن برابر  $H$  است. ماتریس سختی فنری کانتیلور تابع خواص مکانیکی و هندسه ی کانتیلور بوده و از روابط حاکم بر تیرها بدست می آید که برای حالت اعمال نیروی جانبی توسط راس پروب از معادلات 26 بدست می آید [26]. جنس نوک AFM از سیلیکون می باشد. مشخصات هندسی AFM در جدول 1 و در جدول 2 مشخصات فیزیکی صفحه سیلیکونی آمده است.

$$K_z = \frac{E \cdot W \cdot t^3}{4L^3}, K_y = \frac{E \cdot t \cdot W^3}{4L^3}, K_\theta = \frac{G \cdot W \cdot t^3}{3L} \quad (26)$$

در این پژوهش بعد از محاسبه عمق نفوذ به کمک ارتفاع زبری ها و نفوذ ابزار، شعاع های تماسی به کمک مدل تماسی JKR محاسبه و نیروی عمودی و اصطکاک بدست آورده شده اند. ابزار با سرعت ثابت سطح را رویش می کند که در نتیجه شتاب آن صفر می باشد. روابط به صورت شبه استاتیکی حل شده اند. در شکل 4، ارتباط بین قسمت های ارائه شده در قسمت قبل به صورت فلوجارت ترسیم شده است.

#### 3- شبیه سازی اصطکاک بین سطوح تماسی

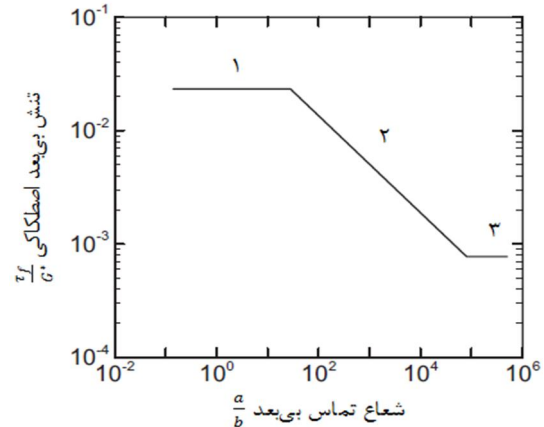
هدف از شبیه سازی اصطکاک، تعیین متغیرهای اصطکاک شامل نیروی عمودی بی بعد، نیروی اصطکاک بی بعد، و ضریب اصطکاک می باشد. در این

جدول 1 مشخصات هندسی AFM [26]

$t$ ( $\mu m$ )	$L$ ( $\mu m$ )	$W$ ( $\mu m$ )	$H$ ( $\mu m$ )	$R_t$ ( $\mu m$ )	مقدار زاویه اولیه پیچش AFM ( $\theta$ )
1	225	48	12	50	0/7

جدول 2 مشخصات فیزیکی صفحه ی زبر سیلیکون [27,9]

$\nu$	$b(m)$	$E(GPa)$
0/27	9e-10	169



شکل 2 رابطه ی تنش بی بعد اصطکاک و شعاع تماس بی بعد [21]

می باشند و به صورت روابط 15 و 16 تعریف می شوند.  $\delta$  عمق نفوذ می باشد، که در مدل هرترز، رابطه ی شعاع تماس و عمق نفوذ به صورت رابطه ی 17 تعریف می شود [21].

$$E^* = \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}\right)^{-1} \quad (15)$$

$$R_s = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (16)$$

$$\delta = \frac{a^2}{R_s} \quad (17)$$

در تماس سطوح زبر تعریف شده در شکل 1، با توجه به اینکه مقدار نفوذ،  $\delta$ ، برابر با  $z - d$  بود، نیروی کل بدست آمده از مجموع نیروهای تماسی در قله زبری ها برابر خواهد بود با [21]:

$$P = \frac{4}{3} E^* R_s^{\frac{1}{2}} N \int_a^\infty (z - d)^{\frac{3}{2}} \varphi(z) dz \quad (18)$$

برای اینکه مساله حالت کلی تری پیدا کند، از روابط بالا به صورت بی بعد استفاده می شود. جهت بی بعد سازی، فاصله ی دو سطح و ارتفاع زبری ها از انحراف معیار زبری تعریف شده در مدل GW، یعنی  $\sigma$  استفاده می شود.

همچنین دو پارامتر بی بعد دیگر نیز تعریف می شوند که به ترتیب بیانگر زبری سطح، و نسبت شعاع تماس به بردار برگر به ازای نفوذی معادل انحراف معیار تابع گوسین (محدوده ی اصطکاک) هستند [22].

$$\beta = \frac{(R_s \sigma)^{\frac{1}{2}}}{a} \quad (19)$$

$$\alpha = \left(\frac{\sigma}{R_s}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

برای حالت خاص که سطح تماس بالایی سطحی صاف و صلب باشد، نیروی تماسی بی بعد شده به صورت معادله ی 21 خواهد بود [21]:

$$\bar{P}_n = \frac{P}{\alpha N G_2 b^2} = \frac{4}{3} \frac{2}{1 - \nu_2} \beta^2 \int_a^\infty (\bar{z} - \bar{d})^{\frac{3}{2}} \varphi(\bar{z}) d\bar{z} \quad (21)$$

در نهایت با توجه به روابط ذکر شده ضریب اصطکاک، طبق قانون ساده ی کولمب برای تماس دو سطح که یکی از آن ها سطحی صاف و صلب، و دیگری سطحی با زبری تصادفی با توزیع احتمال گوسین می باشد، از رابطه ی 22 بدست می آید [20].

$$\alpha \mu = \frac{\bar{F}_{friction}}{\bar{P}_n} \quad (22)$$

#### 2-3-2- مدل تماسی JKR

نیروی عمودی برای تک قله زبری در مدل تماسی JKR از معادله ی 23 بدست

تخت زبر و بطور خاص برای نوک سوزن AFM /سطح زبر، با استفاده از مدل توسعه یافته AMM بررسی و تحلیل می شود. برجستگی های سطح به صورت تابع توزیع گوسین بر روی سطح فرض شده اند و به این صورت می باشد که سطح صلب و صاف و یا نوک سوزن پروب AFM در تماس با سطح زبر، در لحظه های مختلف با یک زبری در تماس می باشند که با توجه به فاصله ی سطوح در تماس، شعاع موثر تماسی و همچنین مقدار انحراف از معیار ارتفاع زبری ها، احتمال اینکه چه میزان از زبری در تماس می باشد متغیر می باشد که برای بررسی نیروی عمودی و اصطکاک باید اثرات تک تک حالت ها با همدیگر جمع شوند.

نتایج بدست آمده از شبیه سازی اصطکاک بین دو سطح تخت صاف/تخت زبر در شکل های 5 الی 7 ارائه شده است. سطح بالایی صلب و تخت و سطح زیرین زبر فرض شده اند. بر اساس مدل AMM برای توزیع زبری از مدل زبری گرینوود- ویلیامسون و جهت تعیین نیروی تماسی از مدل تماسی هر تاز استفاده شده است.

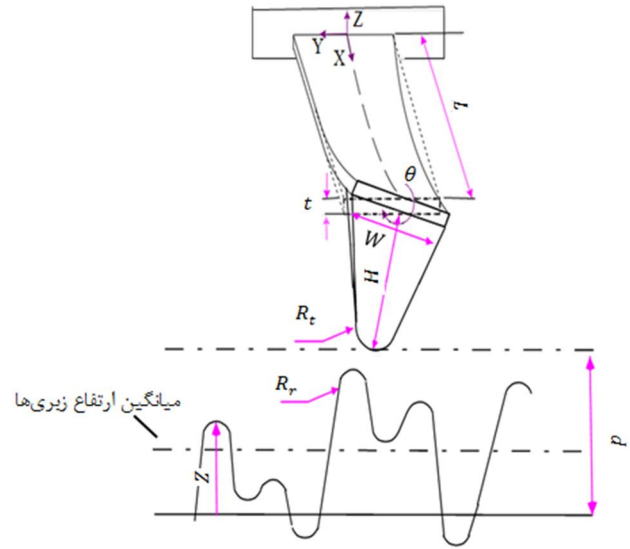
در شکل 5 نمودارهای تغییرات نیروی عمودی و نیروی اصطکاک نسبت به تغییرات فاصله ی جدایش بی بعد که پارامتر بی بعد مربوط به زبری سطح است، به ترتیب توسط نقطه چین و خط تیره، و به ازای مقادیر مختلف  $\beta$  ارائه شده اند. بر اساس روابط 13 و 21، نیروی عمودی با نفوذ رابطه مستقیم و از مرتبه 1/5 دارد در حالی که نیروی اصطکاک با نفوذ رابطه ای از مرتبه اول دارد. چنانکه در نمودارها مشاهده می شود، با افزایش فاصله جدایش سطوح تماسی، و با کاهش احتمال تماس زبری ها با سطح بالایی، نیروی عمودی و اصطکاک کاهش پیدا می کنند. با افزایش  $\beta$  سطح تماس افزایش می یابد و در نتیجه نیروهای عمودی و اصطکاک، هر دو افزایش پیدا می کنند. در مقادیر کم  $\beta$  هر چه مقدار جدایش بیشتر می شود نیروی عمودی به دلیل احتمال کمتر تماس زبری ها با سطح بالایی، به سمت نیروی اصطکاک میل می کند. نمودارهای بدست آمده با تحقیقات گذشته [21,20] مطابقت داشته و تأیید شده است.

در شکل 6 تغییرات نیروی اصطکاک بی بعد به عنوان تابعی از نیروی عمودی بی بعد، به ازای مقادیر مختلف  $\beta$  مشاهده می شود. طبق نمودارها، نیروی اصطکاک تقریباً با نیروی عمودی نسبت خطی دارد، شیب خط نمودار نیروی اصطکاک برحسب نیروی عمودی برابر با ضریب اصطکاک می باشد با خطی بودن نمودارها مشاهده می شود که ضریب اصطکاک دارای مقدار ثابتی خواهد بود. نتایج ارائه شده در شکل 6 نیز با تحقیقات گذشته [21,20] مطابقت دارد.

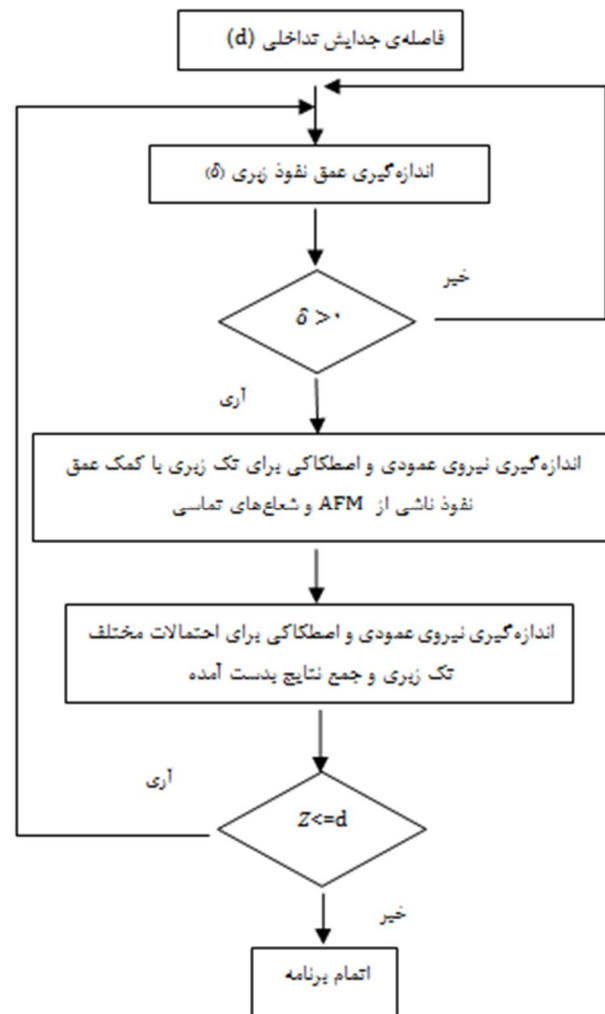
در شکل 7 تغییرات ضریب اصطکاک با مقیاس ضریب بی بعد  $\alpha$  نسبت به نیروی عمودی، برای مقادیر مختلف  $\beta$ ، بر اساس رابطه ی 22 ارائه شده است. چنانکه در شکل مشاهده می شود، در مقادیر کم  $\beta$ ، ضریب اصطکاک دارای مقادیر بزرگتری می باشد. طبق مدل اصطکاک HK در شعاع تماسی کوچک، تنش اصطکاک بیشتری وجود دارد و از اینرو در مقادیر کم  $\beta$ ، ضریب اصطکاک دارای تغییرات قابل ملاحظه ای می باشد. همچنین، در مقادیر بزرگ  $\beta$ ، ضریب اصطکاک تقریباً مستقل از نیروی عمودی می باشد. نمودارهای بدست آمده با تحقیقات گذشته [21,20] مطابقت داشته و تأیید شده است.

در ادامه، رفتار اصطکاک بین سطح صاف/سطح زبر بر اساس مدل توسعه یافته AMM با استفاده از مدل تماسی JKR، شبیه سازی شده است.

از آنجا که بی بعد سازی متغیرهای مدل JKR بسیار پیچیده و مشکل می باشد، جهت مقایسه نتایج بدست آمده مدل توسعه یافته AMM با مدل AMM، در نمودارها از مقادیر با بعد شده مدل AMM استفاده شده است. در



شکل 3 طرح کلی حرکت نوک کروی روی سطح زبر



شکل 4 طرح کلی حرکت نوک کروی روی سطح زبر

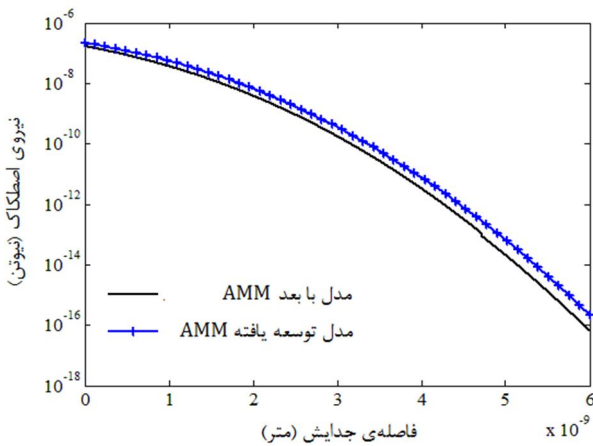
قسمت ابتدا متغیرهای اصطکاک برای حالت تماسی بین سطوح تخت صاف/تخت زبر با استفاده از مدل با بعد AMM و مدل توسعه یافته AMM بررسی می شود. در ادامه رفتار اصطکاک برای حالت تماسی بین سطوح کروی صاف/



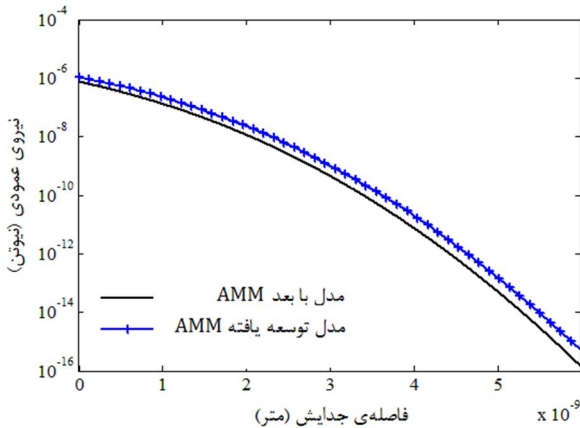
چنانکه در شکل 8 مشاهده می‌شود، مدل توسعه یافته AMM نیروی اصطکاکی بزرگتری را در مقایسه با مدل با بعد AMM پیش بینی می‌کند که ناشی از در نظر گرفتن نیروی چسبندگی سطوح می‌باشد، هر چه فاصله جدایش بیشتر می‌گردد اختلاف نیروی اصطکاک بدست آمده از مدل با بعد AMM و مدل توسعه یافته AMM بیشتر می‌شود. همچنین، با توجه به اینکه با افزایش فاصله بین دو سطح احتمال تماس زبری‌ها کاهش پیدا می‌کند، چنانکه انتظار می‌رفت با افزایش فاصله جدایش مقدار نیروی اصطکاک در هر دو مدل کاهش پیدا می‌کند.

در شکل 9، تغییرات نیروی عمودی نسبت به فاصله جدایش مشاهده می‌شود. چنانکه انتظار می‌رود، مدل توسعه یافته AMM مقدار نیروی عمودی بزرگتری را پیش بینی می‌کند که ناشی از در نظر گرفتن نیروهای کوتاه‌برد سطحی در مدل تماسی JKR می‌باشد. در اینجا نیز مانند حالت قبل با افزایش فاصله جدایش و به دلیل کاهش احتمال تماس زبری‌ها در فواصل بزرگتر، مقدار نیروی عمودی کاهش پیدا می‌کند.

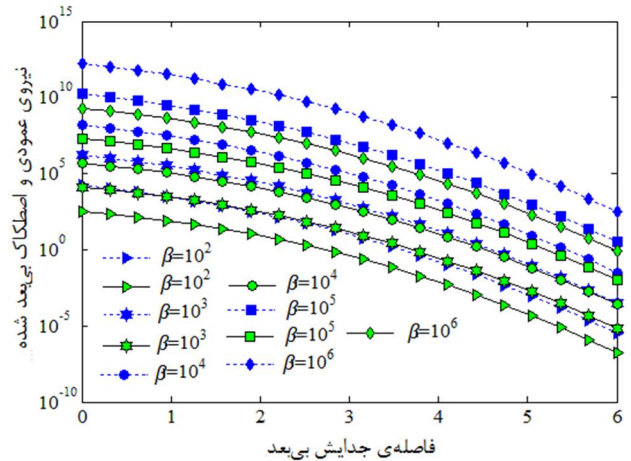
در شکل 10، تغییرات ضریب اصطکاک نسبت به نیروی عمودی بررسی شده است. در هر دو مدل، ضریب اصطکاک با افزایش نیروی عمودی کاهش پیدا می‌کند و همچنین مشاهده می‌شود که ضریب اصطکاک بدست آمده از مدل توسعه یافته AMM کمتر از مقدار ضریب اصطکاک پیش بینی شده توسط مدل با بعد AMM می‌باشد. این مساله به دلیل افزایش بیشتر نیروی عمودی در مقایسه با نیروی اصطکاک می‌باشد.



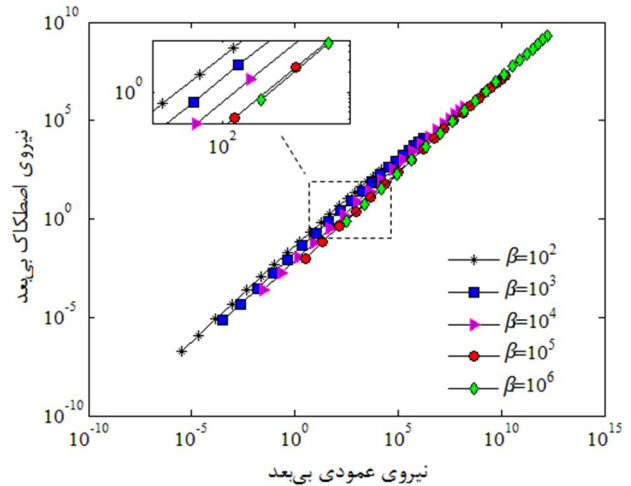
شکل 8 تغییرات نیروی اصطکاک نسبت به فاصله جدایش در تماس سطح صاف/سطح زبر



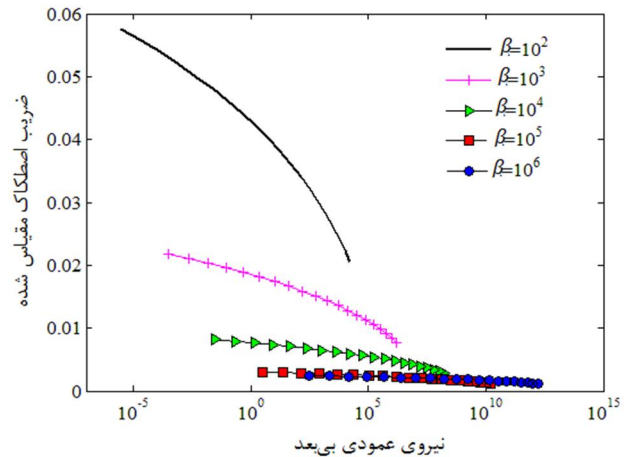
شکل 9 تغییرات نیروی عمودی نسبت به فاصله جدایش برای تماس سطح صاف/سطح زبر



شکل 5 نیروی عمودی و نیروی اصطکاک بی‌بعد نسبت به فاصله جدایش بی‌بعد

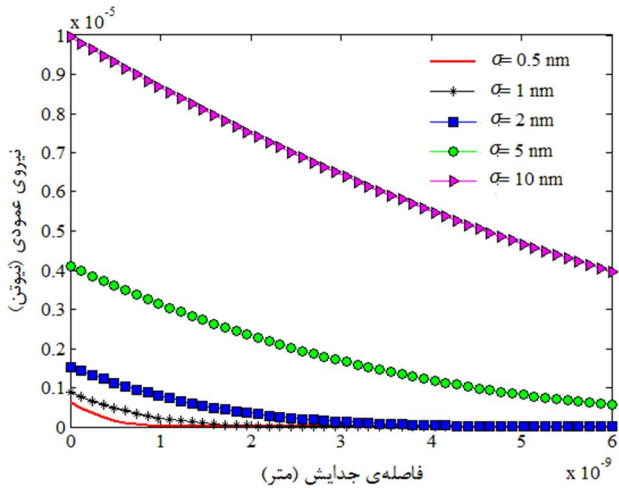


شکل 6 نیروی اصطکاک بی‌بعد نسبت به نیروی عمودی بی‌بعد

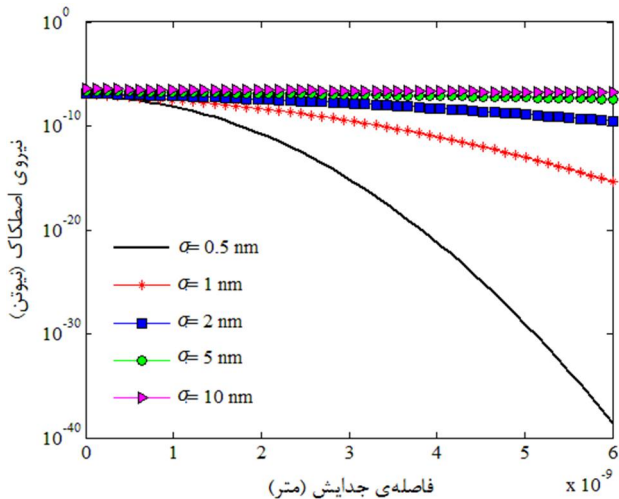


شکل 7 تغییرات ضریب اصطکاک با مقیاس  $\alpha$  نسبت به نیروی عمودی بی‌بعد حالت با بعد، صفحات از جنس سیلیکون فرض شده‌اند. مشخصات فیزیکی صفحه زبر سیلیکونی در جدول 2 آمده است.

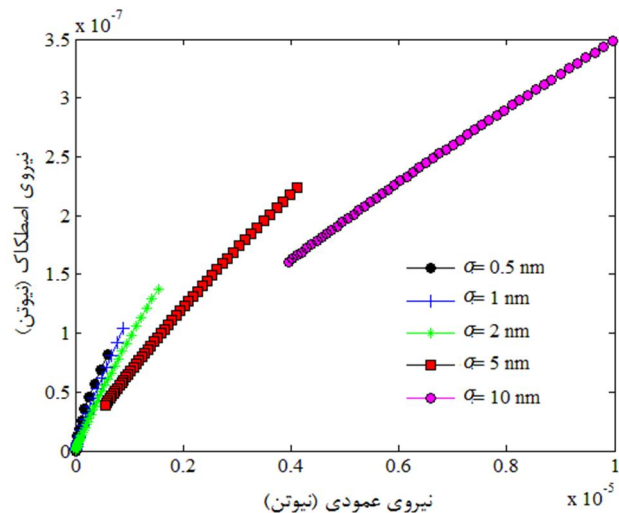
در شکل‌های 8 الی 10، به ترتیب نمودارهای تغییرات نیروی اصطکاک، نیروی عمودی، و ضریب اصطکاک برای تماس سطح صاف/سطح زبر، بر اساس مدل با بعد AMM و نیز مدل توسعه یافته AMM با فرض توزیع زبری GW و میانگین ارتفاع زبری صفر، انحراف معیار ارتفاع زبری معادل 1 نانومتر، و شعاع زبری 50 نانومتر ارائه شده‌اند.



شکل 11 نیروی تماسی عمودی نسبت به فاصله جدایش به ازای مقادیر مختلف انحراف معیار

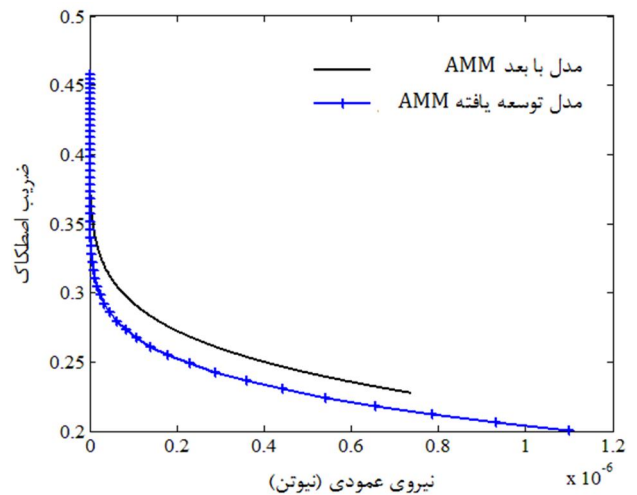


شکل 12 نیروی اصطکاک نسبت به فاصله‌ی جدایش بر اساس تغییرات انحراف معیار



شکل 13 نیروی اصطکاک نسبت به نیروی عمودی

مقادیر مختلف انحراف معیار ارتفاع زبری‌ها نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش نیروی عمودی ضریب اصطکاک کاهش پیدا می‌کند. همچنین مشاهده می‌شود که ضریب اصطکاک بین نوک سوزن AFM و سطح زبر با افزایش مقدار انحراف معیار ارتفاع برجستگی‌ها کاهش پیدا می‌کند.



شکل 10 ضریب اصطکاک نسبت به نیروی عمودی برای تماس سطح صاف/سطح زبر

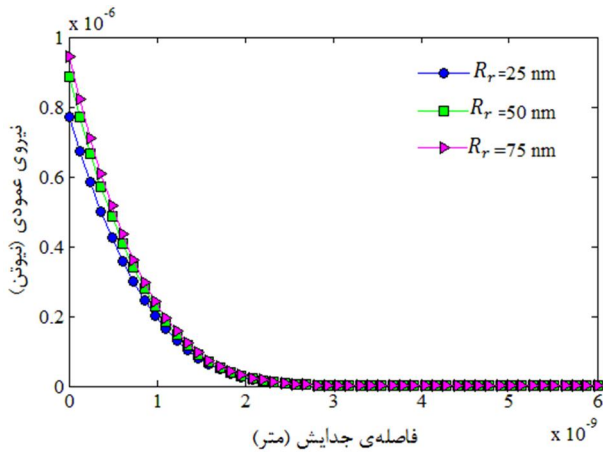
در ادامه مدل توسعه یافته AMM، برای نوک کروی سوزن AFM که در تحقیقات اصطکاک دارای حرکت جانبی می‌باشد، تعمیم داده می‌شود. سوزن AFM از جنس سیلیکون و سطح زیرین نیز از جنس سیلیکون با پروفیل زبری گرینوود- ویلیامسون فرض شده است. مقدار انرژی چسبندگی،  $\gamma$ ، در تماس دو سطح سیلیکونی، برابر با  $\frac{1}{2} \frac{1}{\text{m}^2}$  می‌باشد. شعاع قله زبری‌ها و نوک AFM، 50 nm فرض شده‌اند. نیروی عمودی، نیروی اصطکاک و ضریب اصطکاک با حل همزمان معادلات زبری، مکانیک تماس، و اصطکاک بدست آمده‌اند.

در شکل 11 تغییرات نیروی عمودی نسبت به تغییرات فاصله‌ی جدایش بین نوک ابزار و سطح زبر به ازای مقادیر مختلف انحراف معیار ارتفاع زبری‌ها، بررسی شده است. با توجه به نمودارها، با افزایش فاصله‌ی جدایش بین نوک ابزار و صفحه‌ی زبر، احتمال تماس زبری با ارتفاع‌های بزرگتر از فاصله‌ی جدایش کاهش پیدا می‌کند و در نتیجه مقدار نیروی عمودی کاهش پیدا می‌کند. همچنین مشاهده می‌شود که مقدار نیروی عمودی با افزایش انحراف معیار ارتفاع زبری‌ها، افزایش می‌یابد. با افزایش مقدار انحراف معیار، پراکندگی ارتفاع زبری‌ها نسبت به میانگین زبری‌ها افزایش پیدا می‌کند و این سبب می‌شود که مقدار نفوذ افزایش یابد و در نتیجه نیروی عمودی افزایش پیدا می‌کند.

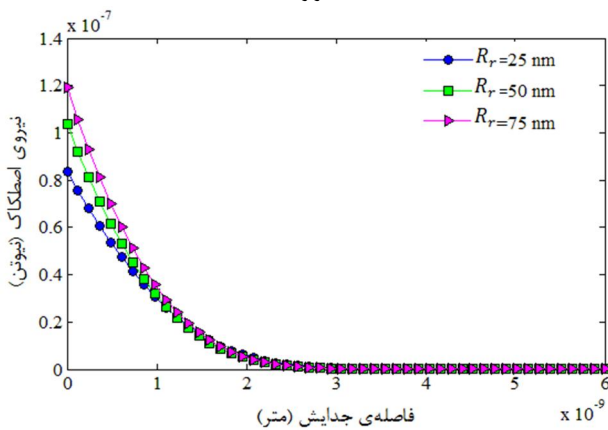
با توجه به شکل 12، مشاهده می‌شود که افزایش مقدار انحراف معیار تاثیر چندانی بر مقدار نیروی اصطکاک در مقادیر کم فاصله‌ی جدایش ندارد ولی در مقادیر بزرگتر فاصله‌ی جدایش، با افزایش مقدار انحراف معیار نیروی اصطکاک به شدت افزایش می‌یابد. برای مقادیر بزرگ انحراف معیار، نیروی اصطکاک با شیب کمتری افزایش پیدا می‌کند. همان‌طور که ذکر شد با افزایش انحراف معیار، ارتفاع برآمدگی‌ها کاهش یافته یعنی پروفیل سطح زبر به سطح صاف میل می‌کند که منجر به افزایش نیروی اصطکاک با شیب کمتری می‌شود.

با توجه به نمودارهای شکل 13، مشاهده می‌شود که تغییرات نیروی اصطکاک در مقادیر کم نیروی عمودی غیر خطی بوده و با افزایش مقدار انحراف معیار ارتفاع زبری‌ها و نیروی عمودی، نسبت نیروی اصطکاک به نیروی عمودی دارای شیب یکنواخت‌تری می‌شود. در مقادیر بزرگتر انحراف معیار، سطح زبر همانند یک سطح صاف عمل کرده و سطح تماس افزایش پیدا می‌کند.

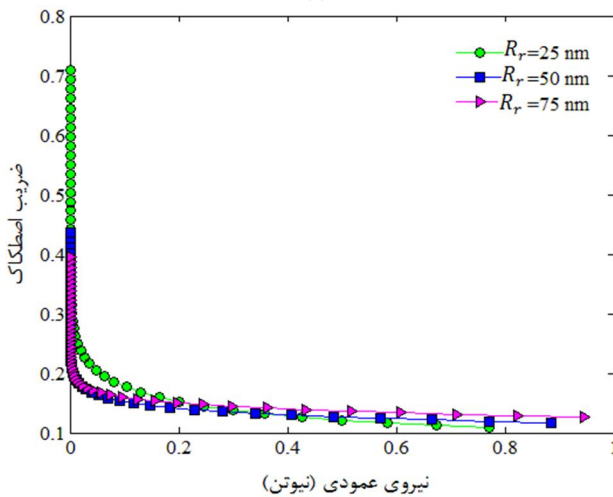
در شکل 14 تغییرات ضریب اصطکاک نسبت به نیروی عمودی به ازای



شکل 15 تغییرات نیروی عمودی نسبت به فاصله‌ی جدایش در مقادیر مختلف شعاع قله زبری‌ها



شکل 16 تغییرات نیروی اصطکاک نسبت به فاصله‌ی جدایش در مقادیر مختلف شعاع قله زبری‌ها



شکل 17 تغییرات ضریب اصطکاک نسبت به نیروی عمودی در مقادیر مختلف شعاع قله زبری‌ها  
عبارت دیگر ضریب اصطکاک افزایش پیدا می‌کند.

#### 4- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

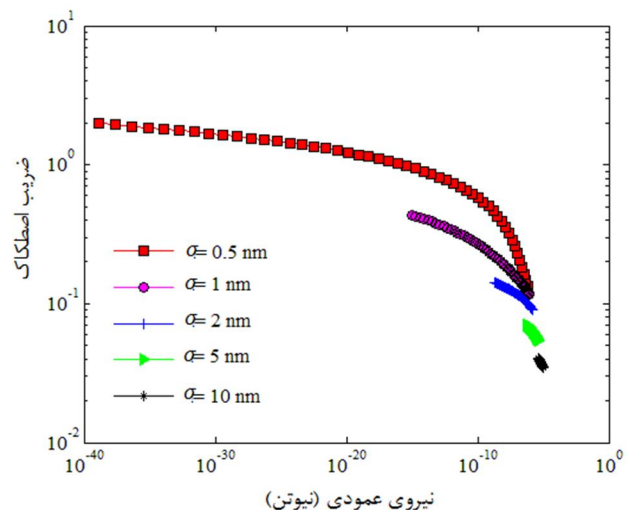
امروزه نانو و فناوری‌های مربوط به آن از جایگاه ویژه‌ای برخوردار هستند. نوک ابزار AFM، جهت بررسی و خصوصیات سطوح ابزار و ادوات ساخته شده

کاهش ضریب اصطکاک با افزایش نیروی عمودی به این دلیل می‌باشد که در مدل اصطکاک HK در سطح تماس با شعاع تماسی کوچکتر، تنش اصطکاک بیشتری نسبت به شعاع تماسی بزرگتر پیش‌بینی می‌شود. با افزایش مقدار انحراف معیار، احتمال تماس زبری افزایش پیدا می‌کند که منجر به افزایش سطح تماس و افزایش بیشتر نیروی عمودی نسبت به نیروی اصطکاک و در نتیجه کاهش ضریب اصطکاک می‌شود. افزایش ضریب اصطکاک در شعاع تماس کوچک، در تحقیقات تنگ و همکاران [25] که از مدل DMT برای اندازه‌گیری اصطکاک وارد بر نوک سوزن AFM در تماس با یک صفحه‌ی آزاد استفاده کردند که صفحه‌ی آزاد در یک طرف صاف و مسطح و در طرف دیگر دارای زبری و درگیر با سطح مینا می‌باشد نیز مشاهده شده است.

در ادامه به بررسی تأثیر تغییرات شعاع قله برجستگی‌ها بر نیروی عمودی، نیروی اصطکاک و ضریب اصطکاک در مدل‌سازی اصطکاک مقیاس نانو پرداخته می‌شود.

در شکل‌های 15 و 16 مشاهده می‌شود که با افزایش فاصله‌ی بین نوک سوزن و سطح زبر نیروی عمودی و نیروی اصطکاک هر دو به سمت صفر میل می‌کنند که با افزایش شعاع نوک برجستگی‌ها هر دو افزایش پیدا می‌کنند. همچنین، با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که در ابتدا نمودارها دارای شیب تندی می‌باشند و سپس به دلیل کاهش یافتن اثرات نیروهای کوتاه‌برد با افزایش فاصله نمودارها تقریباً ثابت خواهند بود. افزایش فاصله‌ی جدایش منجر به کاهش سطح تماس بین نوک AFM و سطح زبر می‌شود، از طرفی با افزایش شعاع نوک قله زبری‌ها سطح تماس بین نوک سوزن پروب و برآمدگی سطح زبر افزایش پیدا می‌کند و در نتیجه نیروی عمودی که با سطح تماس اصطکاک نیز رفتاری مشابه نیروی عمودی نشان می‌دهد.

در شکل 17 مشاهده می‌شود که با افزایش نیروی عمودی، ضریب اصطکاک بین نوک سوزن پروب و سطح زبر کاهش پیدا می‌کند که در ابتدا این روند دارای شیبی تند و سپس با شیب تقریباً صفر خواهد بود. همچنین، مشاهده می‌شود که مقدار ضریب اصطکاک با افزایش شعاع نوک برجستگی‌ها و با افزایش نیروی عمودی افزایش پیدا می‌کند. با افزایش شعاع نوک برآمدگی‌ها، مقدار نیروی اصطکاک بین نوک سوزن پروب AFM و سطح زبر افزایش پیدا می‌کند به طوری که با توجه به شکل‌های 14 و 15 مشخص می‌شود افزایش نیروی اصطکاک بیشتر از نیروی عمودی بین نوک AFM و سطح زبر می‌باشد، در نتیجه نسبت نیروی اصطکاک به نیروی عمودی یا به



شکل 14 ضریب اصطکاک نسبت به نیروی عمودی بر اساس تغییرات انحراف معیار



طول تیر AFM (m)	$L$	در ابعاد میکرو/نانو مورد استفاده قرار می‌گیرد. نوک ابزار در حین حرکت باید
شیب خط ناحیه گذار 2 در مدل HK	$M$	بر نیروهای سطحی مثل چسبندگی و اصطکاک غلبه کند. از این رو تعیین
تعداد زبری‌های در تماس	$n$	دقیق نیروهای عمودی و اصطکاک از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد.
تعداد کل زبری‌ها	$N$	در این پژوهش، ابتدا نیروی عمودی، نیروی اصطکاک و ضریب اصطکاک
نیروی عمودی (N)	$P$	برای تماس دو سطح تخت با توزیع زبری GW و بر اساس مدل AMM بررسی
نیروی عمودی در مدل تماسی JKR (N)	$P_{JKR}$	شد. سپس مدل AMM با کمک مدل تماسی JKR توسعه داده شد. با توجه به
نیروی عمودی بی‌بعد شده	$\bar{P}_n$	نتایج مشخص شد که مدل توسعه یافته، نیروی عمودی و اصطکاک بزرگتر و
شعاع کره (m)	$R$	همچنین ضریب اصطکاک کمتری نسبت به مدل با بعد شده AMM پیش‌بینی
شعاع موثر در تماس دو کره	$R_s$	می‌کند که به دلیل تاثیر لحاظ کردن پارامترهای ناشی از نیروهای کوتاه‌برد
ضخامت تیر AFM (m)	$t$	سطحی در معادلات می‌باشد.
عرض تیر AFM (m)	$w$	نهایتاً مدل بدست آمده برای نوک کروی سوزن AFM تعمیم داده شد.
ارتفاع زبری (m)	$Z$	طبق نتایج بدست آمده، مشاهده شد که با افزایش انحراف معیار ارتفاع زبری -
ارتفاع بی‌بعد شده زبری	$\bar{z}$	ها، نیروی عمودی و نیروی اصطکاک بین نوک سوزن پروب AFM و سطح
پارامتر بی‌بعد زبری سطح	$\alpha$	زبر هر دو افزایش پیدا می‌کنند، در حالی که ضریب اصطکاک با افزایش
پارامتر بی‌بعد ناحیه‌ی اصطکاک	$\beta$	انحراف معیار رابطه‌ی معکوس داشته و کاهش پیدا می‌کند. در ادامه تاثیر
انرژی چسبندگی ( $Jm^{-2}$ )	$\gamma$	تغییرات شعاع نوک برجستگی‌ها بر نیروی عمودی، نیروی اصطکاک و ضریب
مقدار نفوذ (m)	$\delta$	اصطکاک بررسی شد که هر سه با افزایش شعاع رابطه‌ی مستقیم داشتند. با
میانگین ارتفاع زبری‌ها	$\mu$	توجه به نتایج بدست آمده، مشخص شد که تاثیر تغییرات انحراف معیار
ضریب اصطکاک	$\mu_s$	ارتفاع زبری‌ها بر مقادیر نیروی عمودی، نیروی اصطکاک و ضریب اصطکاک
ضریب پواسون	$\nu$	بیشتر از تاثیر تغییرات شعاع قله زبری‌ها می‌باشد. به عنوان نمونه، در فاصله‌ی
مقدار انحراف معیار ارتفاع زبری‌ها	$\sigma$	جدایش یکسان، به ازای تغییری معادل 1 واحد در انحراف معیار، نیروی
تنش برشی (MPa)	$\tau_f$	عمودی و اصطکاک به ترتیب 62 و 37 درصد افزایش نشان می‌دهند. در
تنش برشی بی‌بعد شده	$\bar{\tau}_f$	حالی که به ازای تغییر شعاع قله زبری‌ها از 50 به 75 نانومتر، نیروی عمودی
تابع توزیع احتمال ارتفاع زبری	$\varphi$	و اصطکاک به ترتیب 6 و 15 درصد تغییر می‌کنند. انحراف معیار ارتفاع
		زبری‌ها و شعاع قله زبری‌ها هر دو به عوامل ساخت و تولید سطوح بستگی
		دارند.

## 6- مراجع

- [1] M. Palacio, B. Bhushan, A nanoscale friction investigation during the manipulation of nanoparticles in controlled environments, *Nanotechnology*, Vol. 19, No. 31, pp. 957-962, 2008.
- [2] H.-J. Kim, D.-E. Kim, Nano-scale friction: A review, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol. 10, No. 2, pp. 141-151, 2009.
- [3] D. Marchetto, A. Rota, L. Calabri, G. Gazzadi, C. Menozzi, S. Valeri, AFM investigation of tribological properties of nano-patterned silicon surface, *Wear*, Vol. 265, No. 5, pp. 577-582, 2008.
- [4] Q. Li, K.-S. Kim, Micromechanics of friction: effects of nanometre-scale roughness, *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, Vol. 464, No. 2093, pp. 1319-1343, 2008.
- [5] Y. Dong, A. Vadakkepat, A. Martini, Analytical Models for Atomic Friction, *Tribology Letters*, Vol. 44, No. 3, pp. 367-386, 2011.
- [6] J. A. Hurtado, K. S. Kim, Scale effects in friction of single-asperity contacts. I. From concurrent slip to single-dislocation-assisted slip, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 455, No. 1989, pp. 3363-3384, 1999.
- [7] J. A. Hurtado, K. S. Kim, Scale effects in friction of single-asperity contacts. II. Multiple-dislocation-cooperated slip, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 455, No. 1989, pp. 3385-3400, 1999.
- [8] F. P. Bowden, D. Tabor, *The friction and lubrication of solids*: Oxford university press, 2001.
- [9] M. H. Korayem, M. Taheri, M. Zakeri, Sensitivity analysis of nanoparticles manipulation based on different friction models, *Applied Surface Science*, Vol. 258, No. 18, pp. 6713-6722, 2012.
- [10] K. L. Johnson, K. K. L. Johnson, *Contact mechanics*: Cambridge university press, 1987.
- [11] K. L. Johnson, K. Kendall, A. D. Roberts, Surface Energy and the Contact of Elastic Solids, *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 324, No. 1558, pp. 301-313, 1971.

## 5- فهرست علائم

شعاع سطح تماس (m)	$a$
شعاع سطح تماس بی‌بعد شده	$\bar{a}$
شعاع سطح تماس مدل JKR (m)	$a_{JKR}$
سطح تماس ( $m^2$ )	$A$
طول بردار برگر (m)	$b$
عرض از مبدا خط ناحیه گذار 2 در مدل HK	$B$
فاصله‌ی جدایش (m)	$d$
فاصله‌ی بی‌بعد شده‌ی جدایش	$\bar{d}$
مدول یانگ (GPa)	$E$
مدول یانگ موثر (GPa)	$E^*$
نیروی اصطکاک تک زبری (N)	$F_f$
نیروی اصطکاک بی‌بعد شده	$\bar{F}_{friction}$
نیروی اصطکاک مجموع زبری‌ها (N)	$F_{ftotal}$
مدول برشی (GPa)	$G$
مدول برشی موثر (GPa)	$G^*$
ارتفاع سوزن AFM (m)	$H$
ضریب فنربیت خطی AFM در راستای y ( $Nm^{-1}$ )	$K_y$
ضریب فنربیت خطی AFM در راستای z ( $Nm^{-1}$ )	$K_z$
ضریب فنربیت پیچشی AFM ( $Nm^{-1}$ )	$K_\theta$

- [20] G. G. Adams, S. Müftü, N. M. Azhar, A Nano-Scale Multi-Asperity Model for Contact and Friction, in *Proceeding of, ASME*, pp. 455-462, 2002.
- [21] G. G. Adams, S. Müftü, N. MOHD AZHAR, A scale-dependent model for multi-asperity contact and friction, *Journal of tribology*, Vol. 125, No. 4, pp. 700-708, 2003 .
- [22] G. A. George, M. Sinan, Improvements to a scale-dependent model for contact and friction, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 38, No. 9, pp. 1402-1409, 2005 .
- [23] S. M. Ali, S. Prasanta, Adhesive friction for elastic-plastic contacting rough surfaces using a scale-dependent model, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 39, No. 4, pp. 721-729, 2006.
- [24] Y. Song, B. Bhushan, Atomic force microscopy dynamic modes: modeling and applications, *Journal of Physics: Condensed Matter*, Vol. 20, No. 22, pp. 0953-0982, 2008.
- [25] X. S. Tang, Y. C. Loke, P. Lu, S. K. Sinha, S. J. O'Shea, Friction measurement on free standing plates using atomic force microscopy, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 84, No. 1, pp. 0034-0043, 2013.
- [26] M. Korayem, M. Zakeri, Dynamic modeling of manipulation of micro/nanoparticles on rough surfaces, *Applied Surface Science*, Vol. 257, No. 15, pp. 6503-6513, 2011.
- [27] M. Reiche, M. Kittler, Structure and properties of dislocations in silicon, *Crystalline Silicon—Properties and Uses, In tech, Rijeka*, pp. 57-80, 2011.
- [12] B. Derjaguin, V. Muller, Y. P. Toporov, Effect of contact deformations on the adhesion of particles, *Journal of Colloid and interface science*, Vol. 53 No. 2, pp. 314-326, 1975.
- [13] D. Maugis, Adhesion of spheres: the JKR-DMT transition using a Dugdale model, *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 150, No. 1, pp. 243-269, 1992.
- [14] A. Majumdar, B. Bhushan, Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces, *Journal of Tribology*, Vol. 113, No. 1, pp. 1-11, 1991.
- [15] B. N. Persson, Contact mechanics for randomly rough surfaces, *Surface Science Reports*, Vol. 61, No. 4, pp. 201-227, 2006.
- [16] J. Greenwood, J. Williamson, Contact of nominally flat surfaces, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 295, No. 1442, pp. 300-319, 1966.
- [17] K. Fuller, D. Tabor, The effect of surface roughness on the adhesion of elastic solids, *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 345, No. 1642, pp. 327-342, 1975.
- [18] W.-R. Chang, I. Etsion, D. Bogy, Adhesion model for metallic rough surfaces, *Journal of tribology*, Vol. 110, No. 1, pp. 50-56, 1988.
- [19] L. Pin, S. J. O. Shea, Mechanical contact between rough surfaces at low load, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 45, No. 47, pp. 0022-0037, 2012.