



تحلیل تoleransi سازه‌های ورقی انعطاف‌پذیر با در نظر گرفتن اثرات تماس متقابل و پیوستگی سطح ورق‌ها

سیدعلی هاشمیان¹، بهنام معتکف ایمانی^{2*}

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

* مشهد، صندوق پستی 9177948974-1111 imani@um.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

در یک مجموعه مکانیکی، وجود خطاهای ناشی از ساخت قطعات و یا فرایند مونتاژ، می‌تواند باعث تغییرات زیادی در مجموعه نهایی نسبت به مدل ایده‌آل شده و بر کیفیت و عملکرد آن تأثیرگذار باشد. در سازه‌های ورقی فلزی، به دلیل انعطاف‌پذیری زیاد ورق‌ها، خطاهایی که به هنگام مونتاژ رخ می‌دهد، به اندازه خطاهای ناشی از تolerانس تولیدی ورق‌ها تأثیرگذار هستند؛ لذا در اختیار داشتن مدلی جامع که بتواند فرایند مونتاژ این سازه‌ها را تحلیل و ارتباط بین تolerانس قطعات و تغییرات نهایی مجموعه را بیان نماید، بسیار حائز اهمیت است. اما باید به این نکته نیز توجه داشت که فرایندهای مونتاژ معمولاً پیچیده و ذاتاً غیرخطی هستند. مهم‌ترین عاملی که باعث غیرخطی شدن فرایند مونتاژ سازه‌های ورقی می‌شود، تماس متقابل سطوح با یکدیگر در حین مونتاژ می‌باشد. نادیده گرفتن این اثر و بیان فرایند مونتاژ صرفاً بر اساس رابطه خطی نیرو-جابجایی منجر به تداخل ورق‌ها در مدل و بروز اختلافات زیاد بین نتایج تئوری و عملی خواهد شد. فاکتور مهم دیگر در تحلیل تoleransi سازه‌های ورقی، پیوستگی سطح ورق‌هاست که باعث ایجاد ارتباطی متقابل بین تغییرشکل نقاط مختلف یک ورق می‌شود. هدف از این مقاله ارائه روشی جدید در تحلیل تoleransi سازه‌های ورقی فلزی انعطاف‌پذیر است که در آن تحلیل اجزای محدود غیرخطی با شکل بهبودیافته تحلیل آماری بدون حساسیت ترکیب می‌شود تا بتواند اثرات تماس متقابل و پیوستگی سطح ورق‌ها را در نظر گرفته و خطای حاصل در مجموعه مونتاژی را محاسبه نماید. دقت این روش نیز به کمک نتایج بدست آمده از آزمایش و شبیه‌سازی مونت کارلو تأیید شده است.

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 28 فروردین 1393
پذیرش: 09 مهر 1393
ارائه در سایت: 12 مهر 1393
کلیدواژه‌ها:
تحلیل تoleransi سازه‌های ورقی انعطاف‌پذیر
تماس متقابل سطوح
پیوستگی سطوح
تحلیل اجزای محدود غیرخطی
تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته

Tolerance analysis of flexible sheet metal structures including effects of contact interaction and surface continuity of components

Seyed Ali Hashemian¹, Behnam Moetakef Imani^{2*}

1- Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

* P.O.B. 9177948974-1111 Mashhad, Iran, imani@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 17 April 2014
Accepted 01 October 2014
Available Online 04 October 2014

Keywords:

Tolerance Analysis of Compliant Sheet Metal Assemblies
Contact Interaction
Surface Continuity
Nonlinear Finite Element Analysis
Improved Sensitivity-Free Probability Analysis

ABSTRACT

In a mechanical assembly, errors arising from part manufacturing or assembly process may cause significant variation in final assembly with respect to the ideal model and affect the quality and performance of product. In sheet metal products due to high order of compliancy of components, errors generated during assembly process are as important as parts' manufacturing tolerances. Therefore, it is crucial to have a comprehensive model in order to analyze the assembly process of these structures and represent the relationship between part tolerances and final assembly errors. However, it should be noted that assembly processes are often complex and nonlinear in nature. In sheet metal structures, the most important factor that makes the assembly process nonlinear is contact interaction between mating parts during assembly. If this factor is disregarded and the assembly process is only represented based on linear force-displacement relationship, the model will result in part penetration and a remarkable difference between theoretical and experimental results will occur. Another important feature in sheet metal tolerance analysis is the surface continuity of components which makes the deformation of the neighboring points of a plate correlated. This paper aims to present a new methodology for tolerance analysis of compliant sheet metal assemblies in which a nonlinear finite element analysis is integrated with improved sensitivity-free probability analysis in order to account for effects of contact interaction and surface continuity of components and calculate the assembly error. The accuracy of this approach is confirmed by an experimental case study and Monte Carlo simulation.

1- مقدمه

ابعادی و هندسی قطعات، بر کیفیت و عملکرد کلی مجموعه تأثیرگذار خواهد بود. خطاهای ناشی از ترکیب این تolerانس‌ها، می‌تواند مشکلات زیادی از جمله

در یک مجموعه که از قطعات مختلفی تشکیل شده است، ترکیب تolerانس‌های

Please cite this article using:

S.A. Hashemian, B. Moetakef Imani, Tolerance analysis of flexible sheet metal structures including effects of contact interaction and surface continuity of components, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 199-208, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:



شکل 1 چند نمونه سازه ورق‌ی فلزی [9,8]

ماهیت تصادفی متغیرهای مسأله باعث می‌شود که برای بیان ارتباط بین تغییرات مشخصه کلیدی و تیرانس متغیرهای ورودی نیاز به استفاده از روش‌های آماری باشد. ساده‌ترین روش برای این منظور، استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو است که اولین بار به وسیله دی‌دانکر و اسپنسر در مبحث تحلیل تیرانسی از آن استفاده شده است [14]. نتایج روش مونت کارلو در صورت انتخاب جامعه آماری مناسب از دقت قابل قبولی برخوردار است. اما این روش نیازمند شبیه‌سازی مجموعه به ازای تمامی متغیرهای موجود در جامعه آماری بوده و به هیچ‌وجه مقرون به صرفه نیست؛ لذا در ادامه جای خود را به روش جذر مجموع مربعات⁵ داده است. روش جذر مجموع مربعات می‌تواند مقدار میانگین و واریانس مشخصه کلیدی مجموعه را برحسب تیرانس متغیرهای ورودی به کمک تعریف ماتریس حساسیت محاسبه نماید [15]. در روش‌های نوین تحلیل تیرانسی سازه‌های ورق‌ی انعطاف‌پذیر، همان‌طور که پیشتر اشاره شد، ارتباط بین متغیرهای ورودی و مشخصه کلیدی مجموعه مونت‌ژای از طریق یک تحلیل اجزای محدود غیرخطی بیان می‌شود. در نتیجه به دلیل عدم وجود رابطه‌ای خطی بین متغیرها (عدم وجود ماتریس حساسیت) روش جذر مجموع مربعات کاربرد چندانی نخواهد داشت. بدین منظور باید به کمک تحلیل آماری بدون حساسیت⁶ و به وسیله محاسبه گشتاورهای آماری، شاخصه‌های توزیع مشخصه کلیدی را محاسبه نمود [17,16]. از سوی دیگر، این روش نیازمند محاسبه انتگرال‌های چندمتغیره بوده و با توجه به این نکته که بعد انتگرال‌ها برابر تعداد متغیرهای ورودی مسأله است [18]، عملاً امکان انتگرال‌گیری تحلیلی وجود ندارد. همچنین استفاده از روش‌های عددی انتگرال‌گیری چند متغیره با بالا رفتن تعداد متغیرها بسیار زمانبر و پرهزینه خواهد بود. برای رفع این مشکل، رحمان و زو [16] روشی تحت عنوان کاهش بعد (دی‌آر)⁷ ارائه کرده‌اند که می‌تواند یک انتگرال چندمتغیره را به ترکیب چند انتگرال تک‌متغیره بدل نماید. یون و همکاران [17] در ادامه با تکمیل روش دی‌آر و مرتفع ساختن برخی از ایرادهای وارد بر آن، روشی تحت عنوان کاهش بعد ارتقا یافته (دی‌آر)⁸ ارائه کرده‌اند. این روش که در ادامه بیشتر به بررسی آن پرداخته می‌شود، کاربرد مهمی در تحلیل آماری بدون حساسیت دارد.

ضایع شدن مجموعه، انجام عملیات اضافه برای اصلاح خطاها، افزایش هزینه‌های تولید و گارانتی و در نهایت نارضایتی مشتری را به دنبال داشته باشد. در این میان، در اختیار داشتن یک مدل جامع که بتواند ارتباط بین تیرانس‌های قطعات و خطاهای مجموعه را به خوبی تحلیل نماید، بسیار حائز اهمیت است. از این‌رو، استفاده از روش‌های تحلیل تیرانسی امروزه از ارزش قابل ملاحظه‌ای برخوردار شده است.

یکی از رایج‌ترین انواع مسائل در مبحث تحلیل تیرانسی، فرایند مونت‌ژای سازه‌های متشکل از قطعات انعطاف‌پذیر است که بیشتر معطوف به سازه‌های ورق‌ی فلزی است. البته در موارد خاصی نیز به تحلیل انعطاف‌پذیری در سایر سازه‌های مکانیکی مثل مکانیزم‌ها پرداخته شده است [1]. سازه‌های ورق‌ی فلزی که محور اصلی این تحقیق هستند، در صنایع مختلفی از جمله ساختبندنه هواپیما و بدنه خودرو مورد استفاده قرار می‌گیرند (شکل 1). روش‌های قدیمی در مبحث تحلیل تیرانسی، که بر فرض صلب بودن قطعات استوار هستند [3,2]، قادر به تخمین اثر انعطاف‌پذیری قطعات در مجموعه نخواهند بود. از این‌رو، روش‌های بعدی به تدریج در جهت بررسی سازه‌های انعطاف‌پذیر ارتقا یافته‌اند [4-7]. در واقع، پیشگامان تحلیل تیرانسی سازه‌های انعطاف‌پذیر را باید لیو و هو [4] دانست. در تئوری پیشنهادی آنها که به روش ضرایب تأثیر¹ معروف است، تغییرشکل یا تیرانس اولیه ورق‌ها به عنوان متغیرهای ورودی و تغییرشکل ناشی از ترکیب آنها در مجموعه مونت‌ژای به عنوان مشخصه کلیدی² مجموعه تعریف شده است. در این روش ارتباط بین متغیرهای ورودی و مشخصه کلیدی مجموعه در قالب یک ماتریس حساسیت³ و مبتنی بر رابطه خطی نیرو-جابجایی به کمک تحلیل اجزای محدود⁴ بیان شده است. اما نکته قابل توجه این است که فرایندهای مونت‌ژای معمولاً پیچیده و تا حد زیادی نیز غیرخطی هستند.

عوامل مختلفی مانند رفتار غیرخطی مواد و تغییرشکل‌های بزرگ می‌تواند باعث غیرخطی شدن فرایند شود. در مونت‌ژای مجموعه‌های ورق‌ی، مهمترین عاملی که باعث غیرخطی شدن فرایند می‌شود، تماس متقابل سطح ورق‌ها در حین مونت‌ژای است. این تماس باعث می‌شود که ارتباط خطی بین نیرو و جابجایی دیگر در سازه برقرار نباشد. از این‌رو، تحقیق‌های جدید انجام شده به سمت تحلیل‌های غیرخطی و در نظر گرفتن اثر تماس متقابل ورق‌ها پیش رفته و باعث ایجاد نوآوری‌هایی در زمینه تحلیل تیرانسی سازه‌های ورق‌ی شده است [10-13]. در اولین تحقیقی که در این زمینه توسط کی و همکاران [10] صورت گرفته، نشان داده شده است که مدل‌سازی خطی فرایند مونت‌ژای، موجب درهم فرو رفتن قطعات خواهد شد. در میان تحقیق‌های انجام شده، روشی که توسط زیه و همکاران [13] ارائه شده، کامل‌تر و جامع‌تر از سایر روش‌هاست به این دلیل که کل فرایند را به صورت غیرخطی در محیط اجزای محدود تحلیل می‌کند. توضیحات کامل‌تر در مورد چگونگی انجام تحلیل اجزای محدود غیرخطی در بخش 2 ارائه خواهد شد.

در یک فرایند تحلیل تیرانسی، برای هر یک از متغیرهای ورودی، یک محدوده تغییرات (محدوده تیرانسی) تعریف می‌شود و هر متغیر می‌تواند یک مقدار تصادفی در محدوده تیرانسی خود داشته باشد. بدین ترتیب در تولید انبوه، برای هر متغیر یک سری از ابعاد موجود است که همگی درون محدوده تیرانسی آن متغیر پراکنده شده‌اند.

5- Root Sum Squares
6- Sensitivity-Free Probability Analysis
7- Dimension Reduction (DR)
8- Enhanced Dimension Reduction (EDR)

1- Method of Influence Coefficients
2- Key Characteristics
3- Sensitivity Matrix
4- Finite Element Analysis

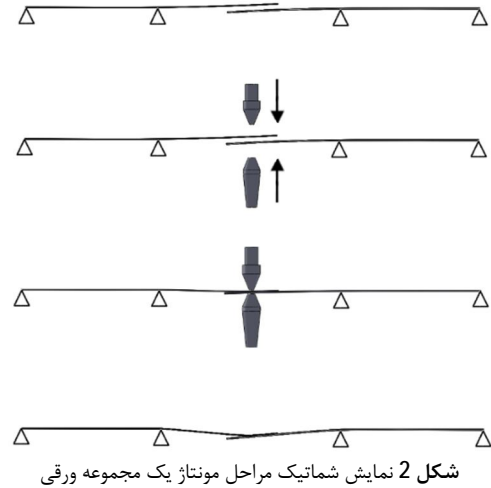
هدف از انجام این تحقیق، معرفی روشی جامع در تحلیل تیرانسی سازه‌های ورق‌ی فلزی انعطاف‌پذیر است که علاوه بر در نظر گرفتن اثر تماس متقابل قطعات در قالب یک تحلیل اجزای محدود غیرخطی، اثر پیوستگی هندسی سطح ورق‌ها را نیز لحاظ می‌نماید. در تئوری ارائه شده در این مقاله، با ترکیب تحلیل اجزای محدود غیرخطی با مدل بهبود یافته تحلیل آماری بدون حساسیت، می‌توان محدوده تیرانسی و توزیع آماری مشخصه کلیدی مجموعه را با دقتی به مراتب بیشتر از روش‌های فعلی محاسبه کرد. در این روش، ابتدا به کمک تئوری پی‌سی‌ای متغیرهای ورودی وابسته به متغیرهای مستقل تبدیل و پس از شناسایی الگوهای تغییرشکل غالب در ورق‌ها، این الگوها به عنوان ورودی به روش ای‌دی‌آر داده می‌شوند. بدین ترتیب می‌توان با کم کردن حجم بالای محاسبات، به شکل قابل ملاحظه‌ای به افزایش سرعت تحلیل کمک کرد. ارائه ایده‌های جدید در ترکیب تئوری‌های پی‌سی‌ای و ای‌دی‌آر و همچنین بهره‌مندی از روش اجزای محدود غیرخطی مبتنی بر آنالیز تماسی، در نهایت منجر به معرفی یک روش جامع در تحلیل تیرانسی سازه‌های ورق‌ی انعطاف‌پذیر شده است. صحت و دقت تئوری ارائه شده نیز به کمک نتایج آزمایشگاهی حاصل از مونتاژ مجموعه‌هایی متشکل از ورق‌های فولادی مورد بررسی قرار گرفته است. در این آزمایش، تغییرشکل اولیه ورق‌ها به عنوان متغیرهای ورودی مسأله و تغییرشکل ایجاد شده پس از مونتاژ در نقطه‌ای معلوم از مجموعه به عنوان مشخصه کلیدی تعریف شده است. توضیحات تکمیلی در این خصوص در بخش 4 آمده است.

2- مدل سازی فرایند مونتاژ به کمک تحلیل اجزای محدود غیر خطی

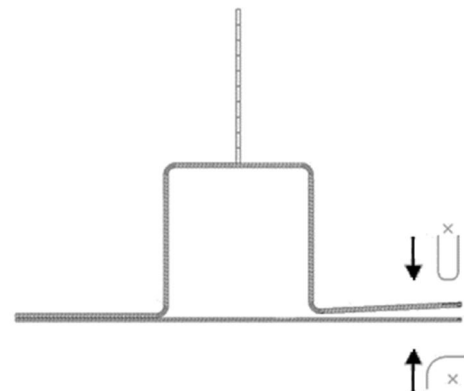
استفاده از تحلیل اجزای محدود به عنوان یکی از اصلی‌ترین مراحل فرایند تحلیل تیرانسی سازه‌های انعطاف‌پذیر شناخته می‌شود که هدف از انجام آن مدل سازی فرایند مونتاژ مجموعه است. بطور کلی مراحل مونتاژ یک مجموعه ورق‌ی را می‌توان به چهار بخش کلی تقسیم نمود: (1) قرار دادن ورق‌ها بروی فیکسچرها؛ (2) حرکت فک‌های دستگاه جوش در جهت بستن فاصله بین ورق‌ها؛ (3) اتصال دو ورق به وسیله فرایند جوشکاری نقطه‌ای مقاومتی و (4) آزاد شدن فک‌ها و برگشت فنری³ مجموعه. این مراحل به صورت شماتیک در شکل 2 نمایش داده شده است.

پیشتر اشاره شد که عامل اصلی غیرخطی شدن تحلیل اجزای محدود، تماس متقابل سطوح ورق‌ها و همچنین تماس ورق‌ها با فک‌های دستگاه جوش و یا سایر ابزارهای مورد استفاده در فرایند مونتاژ می‌باشد. البته باید توجه داشت که قطعات انعطاف‌پذیر در اثر اعمال نیرو، طبق قانون هوک، به شکل خطی تغییرشکل می‌دهند؛ اما این رابطه فقط تا زمانی معتبر خواهد بود که سطوح با یکدیگر تماسی نداشته باشند. به هنگام تماس سطوح، در نظر نگرفتن اثر تماس متقابل در تحلیل باعث درهم فرو رفتن قطعات خواهد شد. شکل‌های 3 و 4 یک سازه ورق‌ی را به ترتیب پیش و پس از مونتاژ نمایش می‌دهند. همان‌طور که در شکل 4 مشاهده می‌شود، نادیده گرفتن اثر تماس متقابل سطوح منجر به درهم فرو رفتن قطعات شده است.

روش اجزای محدود غیرخطی که برای بیان ارتباط بین متغیرهای ورودی و مشخصه کلیدی مجموعه مورد استفاده قرار خواهد گرفت، دو هدف کلی را دنبال می‌نماید: اول این که فرایند مونتاژ ورق‌ها کاملاً به شکل واقعی مدل شود و دوم این که اثر تماس متقابل بین ورق‌ها و همچنین تماس بین ورق‌ها و فک‌های دستگاه جوش که عامل غیرخطی شدن فرایند است، در مدل لحاظ شود.



شکل 2 نمایش شماتیک مراحل مونتاژ یک مجموعه ورق‌ی



شکل 3 نمایش یک سازه ورق‌ی انعطاف‌پذیر پیش از مونتاژ [13]

یکی از نکات مهم در هر تحلیل آماری، بررسی وابستگی متقابل¹ متغیرهای مسأله است که از آن به عنوان کوواریانس نیز یاد می‌شود. مستقل فرض کردن تغییرات متغیرها بخصوص زمانی که وابستگی بین آنها زیاد باشد، باعث بروز خطاهای بزرگی در تحلیل خواهد شد. در مورد سازه‌های ورق‌ی، عاملی که باعث بروز این وابستگی می‌شود، شرایط پیوستگی سطح ورق‌هاست که حکم می‌کند که ارتباط متقابلی بین تغییرشکل نقاط مختلف یک ورق وجود داشته باشد. این ارتباط متقابل، تحت عنوان کوواریانس هندسی، اولین بار توسط میرکلی [19] در تحلیل تیرانسی سازه‌های ورق‌ی مطرح شده است. کاملیو و همکاران [7] توانستند با استفاده از تئوری تحلیل مؤلفه‌های اصلی (پی‌سی‌ای)² [20] الگوها و یا شکل مودهای اصلی تغییرشکل یک ورق را از ماتریس کوواریانس هندسی آن استخراج کنند. بدین ترتیب با محدود کردن تحلیل به در نظر گرفتن این الگوهای اصلی و صرف نظر از سایر الگوها، تا حد زیادی حجم محاسبات کاهش می‌یابد. البته این روش فقط برای تحلیل‌های خطی (تحلیل‌های مبتنی بر رابطه خطی نیرو-جابجایی) مورد استفاده قرار گرفته و با توجه به جدید بودن رویکرد غیرخطی به مبحث تحلیل تیرانسی مجموعه‌های ورق‌ی، تاکنون نظریه‌ای برای منظور کردن اثر پیوستگی سطح ورق‌ها در تحلیل‌های غیرخطی ارائه نشده است. روش ای‌دی‌آر موجود در تحلیل آماری بدون حساسیت نیز قادر به در نظر گرفتن این وابستگی نمی‌باشد. در بخش 3 با بهبود تحلیل آماری بدون حساسیت، روشی جدید برای بررسی اثر کوواریانس هندسی و پیوستگی سطح ورق‌ها در تحلیل‌های غیرخطی معرفی خواهد شد.

3- Spring-back

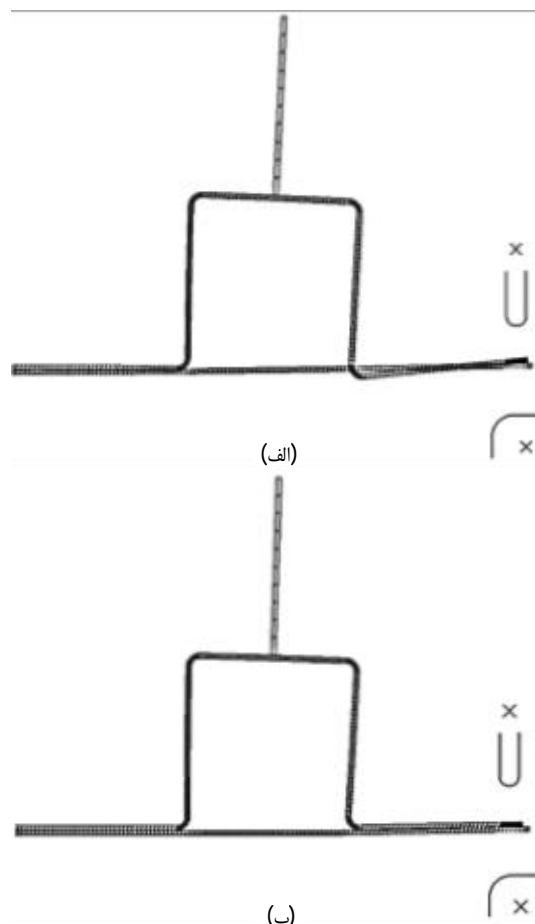
1- Correlation
2- Principal Component Analysis (PCA)

استفاده از آن از فرایند فرمدهی فلزات گرفته شده است. لازم به توضیح است که مدل‌سازی بخش استاتیکی فرایند مونتاژ یعنی آزاد شدن انرژی الاستیک (برگشت فنری مجموعه) به کمک تحلیل ضمنی در محیط انسیس قابل انجام است. اما برای مدل‌سازی حرکت فک‌های جوش و تغییر شکل‌های ناشی از آن در ورق‌ها (با در نظر گرفتن اثر تماس بین ورق‌ها و فک‌ها و همچنین تماس متقابل سطوح ورق‌ها با یکدیگر) استفاده از یک تحلیل صریح و بهره‌گیری از توانایی‌های بالای ILS داینا بسیار سودمند بوده و کمک قابل توجهی به همگرایی تحلیل می‌کند. توضیحات کامل‌تر در مورد چگونگی انجام یک تحلیل صریح ضمنی در راهنمای انسیس/ ILS داینا [21] آمده است. یکی از مهم‌ترین و حساس‌ترین بخش‌های یک تحلیل تماسی در نرم‌افزارهای اجزای محدود تعریف صحیح المان‌های تماسی، جهت بردارهای نرمال، تنظیمات کلیدی⁴ و ثوابت حقیقی⁵ این المان‌هاست [22,12] که در بعضی مواقع، نبود دقت و اطلاعات کافی در چگونگی انتخاب آنها منجر به نتایج نادرست و حتی واگرایی حل خواهد شد. یکی از مزیت‌های مهم استفاده از ترکیب نرم‌افزاری انسیس و ILS داینا این است که در این محیط فقط باید اجسامی که باهم در تماس هستند و یا در طول حل تماس پیدا می‌کنند، تعیین شوند؛ بسیاری از مراحل فوق‌الذکر در آنالیز تماسی به صورت خودکار توسط نرم‌افزار اجرا می‌شود که این امر نه تنها باعث افزایش نرخ همگرایی، بلکه منجر به کاهش خطای کاربر نیز خواهد شد.

شکل 5 چگونگی اجرای مراحل چهارگانه مدل‌سازی فرایند مونتاژ سازه‌های ورق‌ی در محیط انسیس/ ILS داینا را نمایش می‌دهد که طی آن متغیرهای ورودی (تیرانس اولیه ورق‌ها) به مشخصه کلیدی مجموعه (به عنوان مثال تغییر شکل یک نقطه از مجموعه مونتاژی) مرتبط شده است. همان‌طوری که در این شکل مشاهده می‌شود، پس از مدل‌سازی هندسی ورق‌ها بر اساس تغییر شکل اولیه در هر ورق، خواص مکانیکی مواد تعریف شده و المان بندی ورق‌ها و فک‌های جوش به ترتیب به کمک المان‌های صریح پوسته⁶ 163 و سالید⁷ 164 صورت می‌گیرد. پس از انجام تحلیل صریح در مرحله دوم، در مرحله بعد المان جوش نقطه‌ای به صورت پیش‌فرض به عنوان ترکیبی از المان‌های تماسی (کانکت⁸ 175 و تارگت⁹ 170) و المان قید چند نقطه‌ای (ام‌پی‌سی¹⁰ 184) در محیط نرم‌افزار انسیس تعریف می‌شود. این المان می‌تواند در محل نقطه اتصال، تمام درجات آزادی دو ورق را تا شعاع تعیین شده (شعاع نقطه جوش) با هم کوپل کند. در این مرحله لازم است تا المان‌های صریح به ضمنی تبدیل شده و شرایط انجام تحلیل ضمنی در مرحله چهارم مهیا شود. فرایند تبدیل نوع المان‌ها همواره یکی از بخش‌های اصلی یک تحلیل صریح ضمنی است که در آن المان‌های مربوط به ورق‌ها و اجزای صلب (فک‌های جوش) به صورت اتوماتیک با المان‌های پوسته 181 و سالید 185 جایگزین خواهند شد.

3- تحلیل تیرانسی آماری

همان‌طور که پیشتر نیز اشاره شد، آمار نقش بسیار مهمی در تحلیل تیرانسی مجموعه‌های مکانیکی ایفا می‌کند. اما تئوری‌های آماری رایج که تاکنون در مبحث تحلیل تیرانسی استفاده می‌شده، قادر به تخمین اثر پیوستگی هندسی سطوح ورق‌ها نیستند.



شکل 4 نمایش سازه ورق‌ی نشان داده شده در شکل 3 پس از مونتاژ (الف) بدون لحاظ نمودن اثر تماس متقابل سطوح (ب) با لحاظ نمودن اثر تماس متقابل سطوح [13]

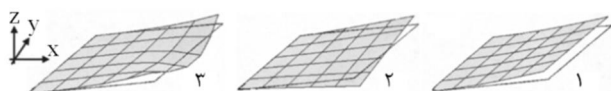
برای این منظور با استناد به چهار مرحله‌ای که در ابتدای این بخش به آن اشاره شد، می‌توان روال کلی تحلیل اجزاء محدود فرایند مونتاژ سازه‌های ورق‌ی را به شکل زیر دسته‌بندی نمود:

- 1- مدل‌سازی ورق‌ها مطابق با تغییر شکل اولیه هر ورق، تعریف خواص مواد، المان بندی و مقید نمودن نقاط تکیه گاهی (لازم به توجه است که فک‌ها باید به شکل صلب مدل شوند که این فرض با توجه به سختی زیاد فک‌ها در مقایسه با انعطاف‌پذیری زیاد ورق‌ها کاملاً منطقی است)؛
- 2- حرکت فک‌ها و تغییر شکل ورق‌ها در جهت بستن فاصله موجود با در نظر گرفتن تماس متقابل بین ورق‌ها و همچنین بین ورق‌ها و فک‌ها؛
- 3- تعریف المان جوش نقطه‌ای در محل اتصال دو ورق (این المان قادر است در محل نقطه جوش، تمام درجات آزادی دو سطح را به هم کوپل نماید)؛
- 4- باز شدن فک‌ها (حذف فک‌ها از مدل) و تغییر شکل مجموعه مونتاژی در اثر برگشت فنری.

در این تحقیق برای انجام مراحل فوق از محیط نرم‌افزار انسیس¹ مجهز به حلگر ILS داینا² کمک گرفته شده است. با توجه به توانایی بالای ILS داینا در حل مسائل غیرخطی، مسائل شبه‌استاتیکی با تغییر شکل‌های بزرگ و مسائل مرتبط با تماس متقابل اجسام، استفاده از آن در محیط نرم‌افزار انسیس بسیار پرکاربرد خواهد بود. یکی از بهترین شکل‌های مدل‌سازی غیرخطی فرایند مونتاژ، بهره‌گیری از تحلیل صریح ضمنی³ است که ایده

4- Key Options
5- Real Constants
6- Shell Element (SHELL)
7- Solid Element (SOLID)
8- Contact Element (CONTA)
9- Target Element (TARGE)
10- Multipoint Constraint Element (MPC)

1- ANSYS
2- LS-DYNA
3- Explicit-Implicit



شکل 6 الگوهای تغییر شکل در یک ورق؛ (1) خمش حول y ، (2) پیچش و (3) خمش حول x [7]

با توجه به جبر ماتریسی می‌توان نتیجه گرفت که تمام مؤلفه‌های غیرقطری در Λ برابر صفر هستند و لذا هیچ وابستگی و یا کوواریانس بین v_i ها وجود ندارد. بدین ترتیب به کمک تحلیل پی‌سی‌ای می‌توان متغیرهای وابسته v_1, v_2, \dots, v_N را به متغیرهای مستقل v'_1, v'_2, \dots, v'_N تبدیل نمود. ضمناً رابطه فوق نشان می‌دهد که مقادیر ویژه Σ یا به عبارت دیگر واریانس‌های اصلی V در واقع همان واریانس‌های V' می‌باشند.

در یک مجموعه ورق‌ی انعطاف‌پذیر، V حکم تغییر شکل اولیه و Σ حکم ماتریس کوواریانس هندسی ورق‌ها را دارند. در نتیجه هر یک از بردارهای ویژه Σ بیانگر یک شکل مود یا الگوی تغییر شکل در ورق می‌باشد. مقادیر ویژه (واریانس‌های اصلی) متناظر با این بردارهای ویژه نیز بیانگر میزان تأثیر شکل مود مربوطه در تغییر شکل کلی سطح ورق خواهد بود. چند نمونه از الگوهای رایج تغییر شکل برای یک ورق در شکل 7 قابل نشان داده شده است.

3-2-2-2- ترکیب روش ای‌دی‌آر و تحلیل پی‌سی‌ای

در روش ای‌دی‌آر، به کمک تئوری پی‌سی‌ای و با استفاده از تبدیل $V = TV'$ می‌توان تابع هدف یعنی $u(v_1, v_2, \dots, v_N)$ را به شکل $U(v'_1, v'_2, \dots, v'_N)$ برحسب متغیرهای مستقل بیان کرد. بنابراین مقادیر گشتاورهای تابع U در فضای متغیرهای مستقل با رابطه (9) قابل محاسبه خواهد بود.

$$m_r = E \left[\sum_{j=1}^N U^r(\mu'_1, \dots, v'_j, \dots, \mu'_N) - (N-1)U^r(\mu'_1, \mu'_2, \dots, \mu'_N) \right] \quad (9)$$

یکی از مزیت‌های اصلی روش پی‌سی‌ای، به خصوص زمانی که وابستگی متغیرهای ورودی زیاد باشد، این است که معمولاً یک یا چند واریانس اصلی توزیع V برابر صفر و یا نزدیک به صفر خواهد شد. نکته مهم اینجاست که صفر شدن یکی از واریانس‌های اصلی توزیع V و یا به عبارت دیگر، صفر شدن واریانس یکی از v_i ها، به منزله حذف آن متغیر از معادله (9) می‌باشد، زیرا متغیری که واریانس صفر داشته باشد، عملاً یک متغیر آماری محسوب نمی‌شود و انتگرال تابع چگالی احتمال آن نیز برابر صفر خواهد شد. در سازه‌های ورق‌ی نیز با توجه به محدود بودن الگوهای تغییر شکل، ماتریس کوواریانس هندسی هر ورق فقط می‌تواند تعداد کمی واریانس اصلی غیر صفر داشته باشد که متناظر با الگوهای غالب تغییر شکل در آن ورق خواهد بود. بدین ترتیب فقط با در نظر گرفتن M متغیر متناظر با الگوهای غالب، رابطه محاسبه گشتاورها به شکل رابطه (10) اصلاح می‌شود لازم به ذکر است که سایر متغیرها فقط با مقادیر میانگین خود در رابطه شرکت می‌کنند.

$$m_r = E \left[\sum_{j=1}^M U^r(\mu'_1, \dots, v'_j, \dots, \mu'_N) - (M-1)U^r(\mu'_1, \mu'_2, \dots, \mu'_N) \right] \quad (10)$$

رابطه (10) نشان می‌دهد که در روش پیشنهادی جدید به محاسبه انتگرال‌های کمتر و در نتیجه تعداد حلهای اجزای محدود کمتری نیازمند خواهد بود که این موضوع در افزایش سرعت تحلیل بسیار مؤثر است. روال کلی فرایند تحلیل تفراسی سازه‌های ورق‌ی انعطاف‌پذیر با در نظر گرفتن اثر تماس متقابل و پیوستگی سطح ورق‌ها را می‌توان در قالب دیاگرام شکل 8 بیان کرد.

این نقاط باید در راستای بردارهای ویژه (جهت اصلی) ماتریس کوواریانس متغیرهای ورودی و در بازه $\mu' \pm 3\sigma'$ انتخاب شوند (μ' و σ' به ترتیب برابر مقدار میانگین و انحراف استاندارد در جهت اصلی هستند) [17]. همان‌طور که مشاهده می‌شود، روش ای‌دی‌آر کاربرد زیادی در ساده‌سازی تحلیل آماری بدون حساسیت دارد. در ادامه شکل بهبود یافته این روش برای استفاده در تحلیل تفراسی مجموعه‌های ورق‌ی انعطاف‌پذیر معرفی خواهد شد.

3-2-2- تحلیل آماری بدون حساسیت بهبود یافته

در سازه‌های ورق‌ی، وجود کوواریانس بین متغیرهای ورودی امری اجتناب‌ناپذیر می‌باشد؛ زیرا بر اساس شکل 6، شرایط پیوستگی هندسی سطح حکم می‌کند که تغییر شکل یک نقطه از ورق، بر روی نقاط مجاور نیز تأثیرگذار باشد. به عبارت دیگر دامنه تغییرات نقاط مختلف یک ورق نمی‌تواند از هم مستقل باشند و بین آنها یک ارتباط متقابل وجود دارد که اصطلاحاً کوواریانس هندسی نامیده می‌شود [19]. با این وجود رابطه (6) در روش ای‌دی‌آر نمی‌تواند اثر این کوواریانس را در نظر بگیرد، زیرا ارتباط متقابل بین متغیرها در تبدیل انتگرال چندمتغیره به تک‌متغیره لحاظ نشده است.

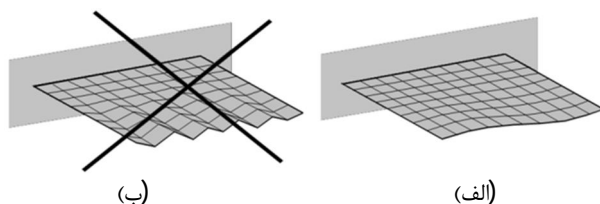
برای مرتفع ساختن این مشکل و بهبود تحلیل آماری بدون حساسیت در جهت در نظر گرفتن اثر پیوستگی سطح ورق‌ها، در این تحقیق روش جدیدی پیشنهاد شده که مبتنی بر ترکیب روش ای‌دی‌آر و تئوری پی‌سی‌ای است. استفاده از تئوری پی‌سی‌ای در این تحقیق دو مزیت بسیار مهم دارد. اول اینکه متغیرهای ورودی وابسته را می‌تواند به متغیرهای مستقل تبدیل کند و دوم اینکه الگوهای اصلی سطح که بیشترین نقش را در تغییر شکل ورق‌ها دارند، شناسایی می‌کند. بدین ترتیب روش پیشنهادی نه تنها روش ای‌دی‌آر موجود را برای استفاده در یک مجموعه از متغیرهای وابسته بهبود می‌بخشد، بلکه با یافتن متغیرهای مرتبط با الگوهای اصلی تغییر شکل در ورق‌ها و کنار گذاشتن آن دسته از متغیرها که تأثیر چندانی در حل ندارند باعث افزایش سرعت تحلیل می‌شود.

3-2-2-1- تئوری تحلیل مؤلفه‌های اصلی (پی‌سی‌ای)

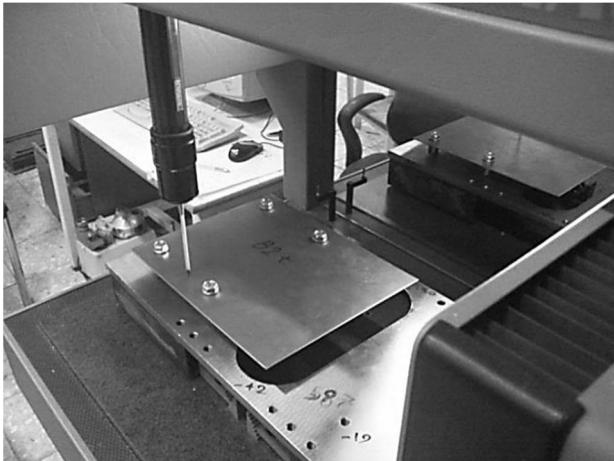
تئوری تحلیل مؤلفه‌های اصلی، یک روش آماری پر کاربرد و شناخته شده در تحلیل‌های چند متغیره است که برای تبدیل مجموعه متغیرهای وابسته $V = [v_1, v_2, \dots, v_N]$ به متغیرهای مستقل $V' = [v'_1, v'_2, \dots, v'_N]$ از آن استفاده می‌شود.

این تبدیل از طریق ماتریس انتقالی مانند T و به شکل $V = TV'$ صورت می‌گیرد که در آن ستون‌های ماتریس انتقال T متناظر با بردارهای ویژه ماتریس کوواریانس متغیرهای ورودی (Σ) می‌باشد. در این صورت بنا به تعریف ریاضی کوواریانس می‌توان نوشت (در این رابطه Λ ماتریس کوواریانس متغیرهای مستقل است). [20]. طبق رابطه (8) داریم:

$$\Sigma = T\Lambda T^t \quad (8)$$



شکل 5 کوواریانس هندسی سطح در یک ورق؛ مدل‌های الف- صحیح و ب- نادرست پروفیل سطح [9]



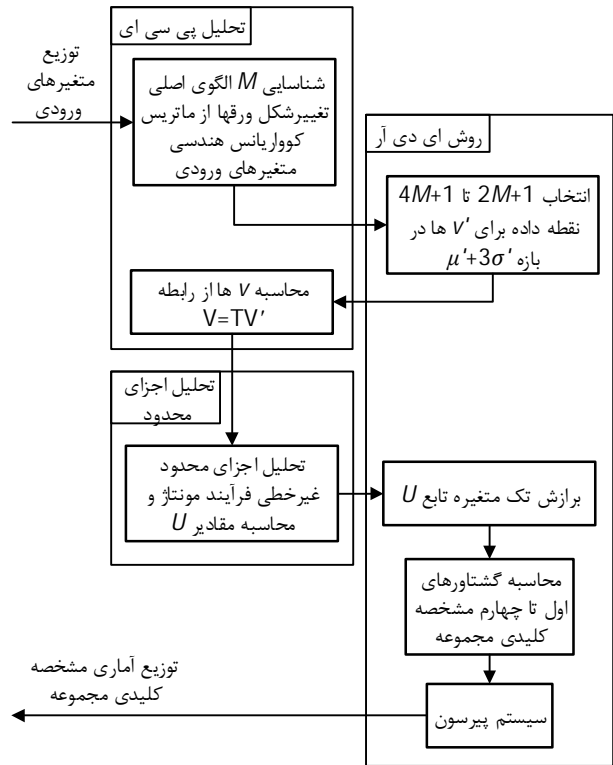
شکل 9 اندازه‌گیری تغییر شکل اولیه یکی از ورق‌ها به وسیله سی‌ام‌ام

4- بررسی تئوری ارائه شده در قالب یک مثال آزمایشگاهی

کاربرد، صحت و دقت مطالبی که تاکنون مطرح شده، در این بخش در قالب یک مثال آزمایشگاهی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. این مثال شامل بررسی 30 مجموعه یکسان، متشکل از دو ورق فولادی اس‌تی-12 به ابعاد 240x300 میلی‌متر مربع و ضخامت‌های 1 و 1/5 میلی‌متر است که به اندازه 60 میلی‌متر بر روی هم همپوشانی دارند. مدولیانگ و ضریب پواسون ورق‌ها نیز به ترتیب برابر 200 گیگاپاسکال و 0/3 هستند. شکل 9 یکی از این مجموعه‌ها را نشان می‌دهد که بر روی بستری صلب قرار گرفته‌اند. فاصله‌ای که بین ورق‌ها در این شکل دیده می‌شود به دلیل وجود تغییر شکل اولیه در هر دو ورق است. بستر صلب و فیکسچرهای بکار رفته در این آزمایش همگی به کمک فرایند فرزکاری سی‌ان‌سی¹ تولید و سپس سنگ زده شده‌اند تا کمترین خطای ممکن را در اندازه‌گیری مجموعه برجای گذارند. برای مونتاژ ورق‌ها از چهار نقطه جوش که محل آنها در شکل 9 دیده می‌شود، استفاده شده است. فرایند جوشکاری نقطه‌ای نیز به وسیله یک دستگاه جوش پدالی مدل میگ-تیگ‌آرک² انجام شده که اطلاعات فنی آن در [28] آمده است.

در این مسأله، داده‌های بدست آمده از اندازه‌گیری سطح اولیه ورق‌ها برای تعیین متغیرهای ورودی در تئوری ارائه شده مورد استفاده قرار می‌گیرد. اندازه‌گیری تغییر شکل اولیه (تفراسی) ورق‌ها نسبت به مقدار ایده‌آل و همچنین اندازه‌گیری تغییر شکل مجموعه پس از مونتاژ به عنوان مشخصه کلیدی همانند شکل 10 به وسیله یک دستگاه سی‌ام‌ام³ مدل رنیشاسایکلون⁴ صورت می‌گیرد.

شایان ذکر است استفاده از روش اندازه‌گیری تماسی که در این آزمایش مورد استفاده قرار گرفته، ممکن است مقدار کمی تغییر شکل اضافه و خطای اندازه‌گیری در ورق‌ها ایجاد کند. البته مقدار این خطا به دلیل نیروی ناچیز اعمالی به وسیله پروب‌های اندازه‌گیری، که در حدود 10 تا 15 گرم نیرو می‌باشد [29]، بسیار کمتر از تغییر شکل اولیه ورق‌ها و تغییر شکل نهایی مجموعه مونتاژی است. پس از اتمام عملیات اندازه‌گیری پروفیل سطح، خروجی دستگاه به شکل ابر نقاط و در قالب یک فایل دی‌ایکس‌اف⁵ است. در این تحقیق، برای اینکه مجموعه به شکل واقعی (همراه با تفراسی اولیه ورق‌ها) در محیط اجزای محدود مدل شود، برنامه‌ای در نرم‌افزار متلب⁶ نوشته شده است. این برنامه قابلیت دارد که پس از استخراج داده‌ها از فایل



شکل 7 فرایند تحلیل تفراسی سازه‌های ورق‌ی انعطاف‌پذیر



شکل 8 نمایش مجموعه مورد آزمایش به همراه فاصله بین ورق‌ها و نقاط اتصال

همان‌طور که در این دیاگرام نشان داده شده است توزیع متغیرهای ورودی وابسته، که به عنوان مثال می‌تواند تغییر شکل اولیه ورق‌ها باشند، ابتدا به کمک تحلیل پی‌سی‌ای به توزیعی از متغیرهای مستقل تبدیل می‌شود و M متغیر مستقل مرتبط با الگوهای غالب تغییر شکل شناسایی می‌شوند. سپس نقاط داده لازم برای تحلیل بر اساس روش ای‌دی‌آر در بازه $\mu' \pm 3\sigma'$ انتخاب و به عنوان ورودی در تحلیل اجزای محدود غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرند. خروجی این تحلیل مقادیر مشخصه کلیدی مجموعه هستند که برای برازش تابع $U(v'_1, v'_2, \dots, v'_N)$ به کار می‌روند. این تابع در مرحله بعد برای محاسبه گشتاورهای آماری مورد استفاده قرار می‌گیرد و نهایتاً به کمک سیستم پی‌رسون توزیع آماری مشخصه کلیدی مجموعه مونتاژی بدست خواهد آمد. لازم به توضیح است که در این تحقیق برای محاسبه انتگرال‌ها از روش انتگرال‌گیری عددی گوس-کرانراد بهره گرفته شده است. توضیحات کامل‌تر در مورد این روش انتگرال‌گیری در [27, 26] آمده است.

1- Computerized Numerical Control (CNC)
 2- Migtigarc®
 3- Coordinate Measurement Machine (CMM)
 4- RENISHAW® Cyclone
 5- DXF
 6- MATLAB

جدول 1 مقادیر میانگین و ماتریس کوواریانس تغییر شکل ورق‌ها در نقاط اتصال

مقادیر میانگین (میلی‌متر)		ماتریس کوواریانس (میلی‌متر مربع)	
$\Sigma_A =$	$\begin{bmatrix} 0/400 & 0/427 & 0/428 & 0/409 \\ 0/427 & 0/490 & 0/512 & 0/502 \\ 0/428 & 0/512 & 0/550 & 0/552 \\ 0/409 & 0/502 & 0/552 & 0/577 \end{bmatrix}$	$\mu_A =$	$\begin{bmatrix} 0/549 \\ 0/456 \\ 0/479 \\ 0/582 \end{bmatrix}$
$\Sigma_B =$	$\begin{bmatrix} 0/663 & 0/756 & 0/748 & 0/637 \\ 0/756 & 0/926 & 0/946 & 0/812 \\ 0/748 & 0/946 & 0/993 & 0/885 \\ 0/637 & 0/812 & 0/885 & 0/857 \end{bmatrix}$	$\mu_B =$	$\begin{bmatrix} 1/286 \\ 1/443 \\ 1/485 \\ 1/488 \end{bmatrix}$

جدول 2 مقادیر میانگین و ماتریس کوواریانس متغیرهای مستقل

مقادیر میانگین		ماتریس کوواریانس	
$\Lambda_A =$	$\begin{bmatrix} 0/000 & 0/000 \\ 0/000 & 0/090 \\ 0/000 & 0/076 \\ 0/000 & 1/932 \end{bmatrix}$	$\mu'_A =$	$\begin{bmatrix} 0/021 \\ -0/130 \\ 0/058 \\ 0/028 \end{bmatrix}$
$\Lambda_B =$	$\begin{bmatrix} 0/000 & 0/000 \\ 0/000 & 0/029 \\ 0/000 & 0/132 \\ 0/000 & 3/277 \end{bmatrix}$	$\mu'_B =$	$\begin{bmatrix} 0/017 \\ 0/134 \\ 0/042 \\ -2/844 \end{bmatrix}$

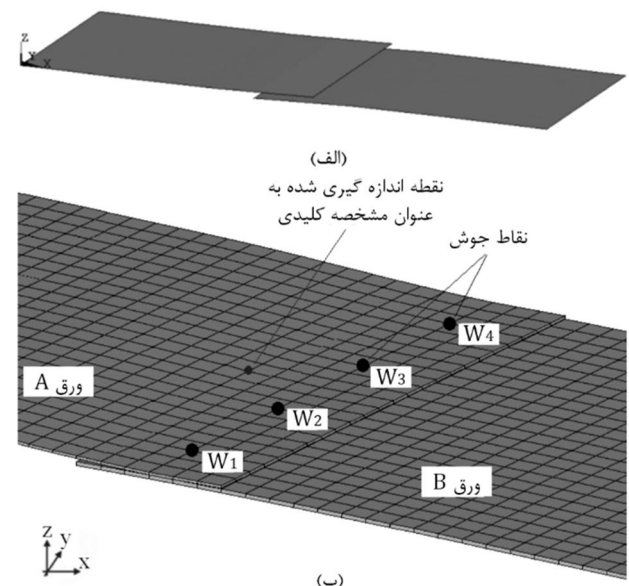
جدول 2 مقادیر میانگین و ماتریس کوواریانس متغیرهای مستقل را نشان می‌دهد. همان‌طور که در بخش قبل اشاره شد، ماتریس کوواریانس متغیرهای مستقل که در اینجا با Λ نشان داده شده در واقع همان ماتریس واریانس‌های اصلی نقاط اتصال است که یک ماتریس قطریست و عناصر آن حکم مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس نقاط اتصال (Σ) را دارد. بر اساس آنچه که در بخش قبل مطرح شد، هر بردار ویژه ماتریس کوواریانس هندسی متعلق به یک الگوی تغییر شکل و اندازه مقدار ویژه (واریانس اصلی) متناظر با آن نیز بیانگر میزان اثر آن الگو در تغییر شکل کلی رق می‌باشد. برای مجموعه ورق‌های مورد آزمایش، در ورق A بردار ویژه $t_4 = [0/430 \ 0/501 \ 0/531 \ 0/532]^T$ که واریانس اصلی مرتبط با آن مطابق جدول 2 به شکل قابل ملاحظه‌ای بزرگ‌تر از سایر واریانس‌هاست، مربوط به الگوی غالب تغییر شکل در ورق است. مقادیر ویژه متناظر با بردارهای $t_3 = [0/736 \ 0/222 \ -0/196 \ -0/609]^T$ و $t_2 = [-0/459 \ 0/436 \ 0/528 \ -0/566]^T$ نیز به ترتیب در رده‌های بعدی قرار دارند. مقایسه این سه بردار با سه الگوی معرفی شده در شکل 7 نشان می‌دهد که بردار ویژه t_4 متعلق به الگوی شماره 1 (خمش حول محور v) بوده و بردارهای t_3 و t_2 نیز با در نظر گرفتن یک ضریب منفی به ترتیب به الگوهای 2 و 3 مربوط می‌شوند. همچنین با انجام بررسی مشابهی برای ورق‌های B مشاهده می‌شود ورق‌هایی که در این آزمایش مورد استفاده قرار گرفته‌اند، همگی به شکل قابل ملاحظه‌ای از الگوی شماره 1 پیروی می‌کنند و الگوهای 2 و 3 اثر کمتری در تغییر شکل این ورق‌ها دارند.

پس از تعیین متغیرهای اصلی مستقل به کمک تحلیل پی‌سی‌ای و یافتن متغیرهایی که بیشترین تأثیر در تغییر شکل مجموعه را دارند (متغیرهای v_4 و v_8 بر اساس جدول 2)، می‌توان فرایند تحلیل تیرانسی را بر اساس دیاگرام شکل 8 دنبال کرد. در این حالت مدل اجزای محدود مجموعه مونتاژی بر

دی‌ایکس‌اف، اطلاعات لازم برای مدل نمودن سطح ورق‌ها در محیط نرم‌افزار انسیس را به شکل یک فایل متن و به زبان ای‌بی‌دی‌ال¹ که زبان اصلی برنامه‌نویسی انسیس است، در اختیار قرار دهد.

شکل 11 یکی از این 30 مجموعه آزمایشگاهی در محیط انسیس را قبل و بعد از مونتاژ نشان می‌دهد. در این شکل، نقاط اتصال ورق‌ها (نقاط جوش) که همگی در راستای خط $x = 270\text{mm}$ و به فاصله 60 میلی‌متر از یکدیگر قرار دارند نیز با W مشخص شده است. در مجموعه مورد بررسی، جایجایی اولیه چهار نقطه W_1 تا W_4 بر روی هر یک از ورق‌ها قبل از مونتاژ به عنوان متغیرهای ورودی (v_1 تا v_4 برای مجموعه ورق‌های A و v_5 تا v_8 برای مجموعه ورق‌های B) و میزان خیز ورق A در نقطه‌ای به مختصات $x = 240\text{mm}$ و $y = 120\text{mm}$ بر روی مجموعه مونتاژی بعد از اتمام فرایند مونتاژ به عنوان مشخصه کلیدی مجموعه (u) در نظر گرفته شده که در این شکل کاملاً مشخص است. لازم به یادآوریست فرایند جوشکاری نقطه‌ای ممکن است مقدار بسیار کمی تغییر شکل موضعی در محل نقاط جوش برجای گذارد که علت اصلی آن تنش‌های حرارتی ناشی از فرایند جوشکاری مقاومتی است. در این آزمایش، سعی شده است که نقطه در نظر گرفته شده به عنوان مشخصه کلیدی مجموعه به اندازه کافی از محل نقاط جوش فاصله داشته باشد تا تغییر شکل‌های موضعی ناشی از جوش نقطه‌ای بر روی اندازه‌گیری تأثیری نداشته باشد. همچنین در انتخاب این نقطه دقت شده است که محل آن نسبتاً دور از فیکسچرها باشد تا میزان تغییر شکل مجموعه مونتاژی را بهتر نشان دهد.

مقادیر میانگین و ماتریس کوواریانس تغییر شکل ورق‌ها در نقاط اتصال W_1 تا W_4 در جدول 1 آمده است. (ترتیب آرایه‌ها بر اساس شکل 11 است). عناصر قطر اصلی هر ماتریس بیانگر واریانس نقاط اتصال و عناصر غیرقطری نیز بیانگر کوواریانس بین نقاط اتصال هستند. همان‌طوری که مشاهده می‌شود، کوواریانس زیادی بین نقاط اتصال وجود دارد که ناشی از وجود شرایط پیوستگی سطح در هر یک از ورق‌های باشد. لازم به توضیح است که بررسی داده‌ها نشان می‌دهد این نقاط همگی توزیعی نسبتاً نرمال دارند. همچنین کاملاً بدیهی است که تغییرات سطح دو ورق A و B کاملاً از هم مستقل هستند و در واقع، هیچ کوواریانسی بین نقاط اتصال متناظر در دو ورق وجود ندارد.



شکل 10 مدل اجزای محدود مجموعه در محیط انسیس (الف) پیش از مونتاژ (ب) پس از مونتاژ همراه با نمایش نقاط جوش و نقطه مورد نظر به عنوان مشخصه کلیدی

1- ANSYS Parametric Design Language (APDL)

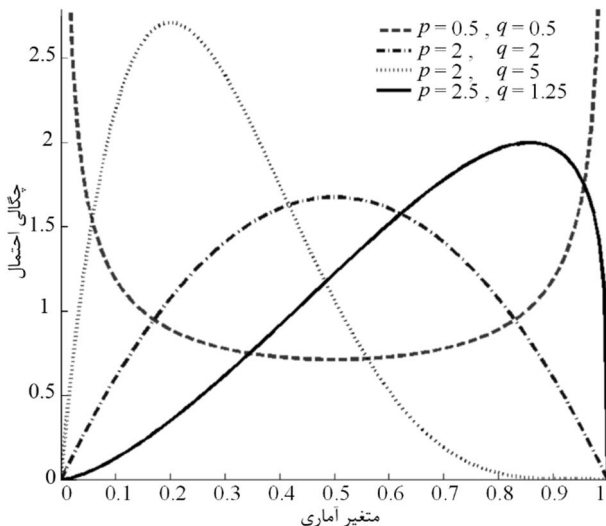
$$P(u) = \frac{1}{B(p, q)} \frac{(u-a)^{p-1} (b-u)^{q-1}}{(b-a)^{p+q-1}} \quad (12)$$

یک توزیع بتا بسته به مقادیر فاکتورهای p و q می‌تواند شکل‌های کاملاً متفاوتی داشته باشد. در شکل 12 چند نمونه توزیع بتا بر حسب مقادیر مختلف p و q و به ازای صفر $a = 0$ و $b = 1$ رسم شده است.

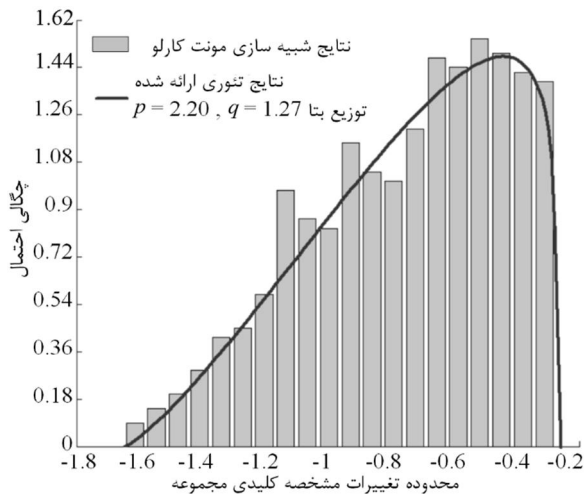
نمودار هستوگرام مشخصه کلیدی (u) که از شبیه‌سازی 5000 مجموعه به روش مونت‌کارلو بدست آمده، در شکل 13 نشان داده شده است. در این شکل همچنین تابع چگالی احتمال که به وسیله سیستم پیروسون و بر اساس تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته تعیین شده نیز رسم شده است. مقایسه این دو نشانگر نزدیکی نتایج شبیه‌سازی مونت‌کارلو و تئوری ارائه شده در این مقاله است.

5- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی جامع برای تحلیل تفرانسی مجموعه‌های ورق‌ی فلزی انعطاف‌پذیر ارائه شده است. در مقایسه با تحلیل‌های قبلی انجام شده در این زمینه، اثر پیوستگی (کووارینانس هندسی) سطح ورق‌ها در قالب یک تحلیل غیرخطی آماری که در آن تماس متقابل سطح ورق‌ها عامل اصلی غیرخطی شدن فرایند می‌باشد، بیان شده است.



شکل 12 نمایش چند نمونه توزیع بتا برای یک متغیر آماری دلخواه در بازه بین صفر و یک به ازای مقادیر مختلف فاکتورهای p و q



شکل 13 نمودار هستوگرام و تابع چگالی احتمال مشخصه کلیدی مجموعه

اساس تغییرات این دو متغیر ایجاد و پس از استخراج مقادیر U می‌توان گشتاورهای مشخصه کلیدی مجموعه را با استفاده از رابطه (10) به شکل رابطه (11) تعیین نمود. در این رابطه، فقط تابع متغیرهای v_4 و v_8 است و سایر متغیرها که واریانس بسیار کمی دارند با مقادیر میانگین در این رابطه حاضر می‌شوند.

$$m_r = E[U^r(\mu'_1, \dots, v'_4, \dots, \mu'_8)] + E[U^r(\mu'_1, \dots, \mu'_7, v'_8)] - U^r(\mu'_1, \dots, \mu'_8) \quad (11)$$

برای بررسی بهتر نتایج، تئوری ارائه شده در این مقاله (تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته) با شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای 5000 نمونه از این مجموعه‌ها مقایسه و صحت نتایج حاصل با داده‌های آزمایشگاهی ارزشیابی شده است. این مقادیر که در جدول 3 قابل مشاهده است، همچنین با تحلیلی که در آن اثر کوواریانس هندسی و پیوستگی سطوح ورق‌ها لحاظ نشده نیز مقایسه شده است. مقادیر خطا که در این جدول مشاهده می‌شود، نسبت به نتایج بدست آمده از آزمایش‌ها محاسبه شده است.

از جدول 3 چند نتیجه مهم به شرح زیر می‌توان استخراج کرد:

- نتایج بدست آمده از تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته که در این تحقیق به عنوان روشی جدید در تحلیل تفرانسی سازه‌های ورق‌ی انعطاف‌پذیر معرفی شده، از دقت مناسب در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی برخوردار است.
- بر اساس این نتایج مشاهده می‌شود که در نظر نگرفتن اثر کوواریانس هندسی یا همان پیوستگی سطح ورق‌ها در تحلیل، اگرچه با خطای کمی در محاسبه مقدار میانگین مشخصه کلیدی مجموعه همراه است، اما به شکل قابل ملاحظه‌ای باعث بالا رفتن خطای محاسبه در سایر شاخصه‌های آماری توزیع u می‌گردد.
- در روش مونت‌کارلو مشخصه کلیدی مجموعه به ازای تغییرات تمامی متغیرهای ورودی محاسبه می‌شود. نزدیکی نتایج شبیه‌سازی مونت‌کارلو با نتایج تئوری ارائه شده در این مقاله نشان می‌دهد که ایده کنار گذاشتن آن دسته از متغیرهای مستقل که واریانس بسیار کمی در مقایسه با v_4 و v_8 دارند، کاملاً صحیح بوده است. البته لازم به ذکر است که متغیرهای مذکور به طور کلی از تحلیل کنار نمی‌روند، بلکه همان‌طور که در رابطه (11) دیده می‌شود، با مقادیر میانگین خود در تحلیل حاضر خواهند بود.
- نکته مهم دیگری که از جدول استخراج می‌شود، شکل توزیع مشخصه کلیدی مجموعه است. با این که توزیع داده‌های ورودی همگی نرمال بوده‌اند ولی مشاهده می‌شود که به دلیل وجود رابطه‌ای غیرخطی بین متغیرهای ورودی و مشخصه کلیدی، توزیع u شکلی غیر نرمال به خود گرفته است. لازم به ذکر است در یک توزیع نرمال، مقدار عدم تقارن توزیع (γ_1) برابر صفر است. اگر مقدار γ_1 بزرگ‌تر از صفر باشد توزیع به سمت راست و اگر کوچک‌تر از صفر باشد به سمت چپ عدم تقارن پیدا خواهد کرد. همچنین شاخص کشیدگی (β_2) در یک توزیع نرمال برابر 3 می‌باشد. هر چه میزان این شاخص بزرگ‌تر باشد، قله منحنی توزیع، کشیدگی بیشتری به سمت بالا خواهد داشت [18].

در بخش 3 اشاره شد که برای تعیین توزیع مشخصه کلیدی مجموعه مونت‌ژای در یک تحلیل آماری بدون حساسیت باید از سیستم پیروسون کمک گرفته شود. شاخصه‌های پراکندگی بدست آمده از جدول 3 نشان می‌دهد که شکل تابع چگالی احتمال u بر اساس تقسیم‌بندی پیروسون مربوط به یک سیستم پیروسون نوع یک¹ یا توزیع بتا خواهد بود. در حالت کلی، تابع چگالی احتمال توزیع بتا در بازه $a < u < b$ با فاکتورهای شکل p و q که هردو مقادیری مثبت هستند، به فرم رابطه (12) تعریف می‌شود (B) در اینجا بیانگر تابع بتا است [23].

جدول 3 شاخصه‌های پراکندگی مشخصه کلیدی مجموعه (u)

مقدار میانگین (μ)	انحراف استاندارد (σ)	عدم تقارن (γ_1)	کشیدگی (β_2)
-0/7398	0/2955	-0/4217	2/3164
-0/7429	0/3091	-0/4299	2/3332
(0/42 %)	(4/60 %)	(1/94 %)	(0/73 %)
-0/7427	0/3080	-0/4270	2/3061
(0/39 %)	(4/23 %)	(1/26 %)	(0/44 %)
-0/6980	0/1907	-0/0453	1/7111
(5/65 %)	(35/47 %)	(89/26 %)	(26/13 %)

نتایج آزمایشگاهی (30 مجموعه)
نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو (5000 نمونه)
(درصد خطا)
تئوری ارائه شده در این مقاله (تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته)
(درصد خطا)
بدون اثر پیوستگی سطوح در مدل (تحلیل آماری بدون حساسیت)
(درصد خطا)

- [9] M. Tonks, *A Robust Geometric Covariance Method for Flexible Assembly Tolerance Analysis*, Thesis, Department of Mechanical Engineering, Brigham Young University, Provo, UT, 2002.
- [10] W. W. Cai, C.-C. Hsieh, Y. Long, S. P. Marin, K. P. Oh, Digital Panel Assembly Methodologies and Applications for Compliant Sheet Components, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 128, No. 1, pp. 270-279, 2006.
- [11] S. Dahlstrom, L. Lindkvist, Variation Simulation of Sheet Metal Assemblies Using the Method of Influence Coefficients With Contact Modeling, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 129, No. 3, pp. 615-622, 2007.
- [12] X. Liao, G. G. Wang, Non-linear dimensional variation analysis for sheet metal assemblies by contact modeling, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 44, No. 1-2, pp. 34-44, 2007.
- [13] K. Xie, L. Wells, J. A. Camelio, B. D. Youn, Variation Propagation Analysis on Compliant Assemblies Considering Contact Interaction, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 129, No. 5, pp. 934-942, 2007.
- [14] D. DeDoncker, A. Spencer, *Assembly Tolerance Analysis with Simulation and Optimization Techniques*, 870263, SAE, 1987.
- [15] K. W. Chase, A. R. Parkinson, A survey of research in the application of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies, *Research in Engineering Design*, Vol. 3, No. 1, pp. 23-37, 1991.
- [16] S. Rahman, H. Xu, A univariate dimension-reduction method for multi-dimensional integration in stochastic mechanics, *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 19, No. 4, pp. 393-408, 2004.
- [17] B. Youn, Z. Xi, P. Wang, Eigenvector dimension reduction (EDR) method for sensitivity-free probability analysis, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 37, No. 1, pp. 13-28, 2008.
- [18] D. C. Montgomery, G. C. Runger, *Applied Statistics and Probability for Engineers*, 3rd ed., New York, NY: Wiley & Sons, 2002.
- [19] K. G. Merkley, *Tolerance Analysis of Compliant Assemblies*, Thesis, Department of Mechanical Engineering, Brigham Young University, Provo, UT, 1998.
- [20] R. A. Johnson, D. W. Wichern, *Applied multivariate statistical analysis*, 6th ed., Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall, 2007.
- [21] ANSYS, *ANSYS LS-DYNA User's Guide: ANSYS Release 12.0*, Canonsburg, PA: ANSYS Inc., 2009.
- [22] ANSYS, *Contact Technology Guide: ANSYS Release 12.0*, Canonsburg, PA: ANSYS Inc., 2009.
- [23] N. L. Johnson, S. Kotz, N. Balakrishnan, *Continuous univariate distributions*, New York, NY: Wiley & Sons, 1995.
- [24] J. Zhou, A. S. Nowak, Integration formulas to evaluate functions of random variables, *Structural Safety*, Vol. 5, No. 4, pp. 267-284, 1988.
- [25] A. Papoulis, S. U. Pillai, *Probability, random variables and stochastic processes*, 4th ed., Boston, MA: McGraw-Hill, 2002.
- [26] R. Piessens, M. Branders, A Note on the Optimal Addition of Abscissas to Quadrature Formulas of Gauss and Lobatto Type, *Mathematics of Computation*, Vol. 28, No. 125, pp. 135-139, 1974.
- [27] R. Piessens, E. deDoncker-Kapenga, C. W. Überhuber, D. K. Kahaner, *Quadpack: A Subroutine Package for Automatic Integration*, New York, NY: Springer-Verlag, 1983.
- [28] <http://www.mightgarc.co.uk>. Sureweld PB & PBP Pedestal Rocker Arm Machines Accessed 2011.
- [29] <http://www.renishaw.com/en>. Cyclone Scanning system, Accessed 2011.

بدین منظور، تئوری ارائه شده در این مقاله از دو بخش اصلی تشکیل شده است: (1) تحلیل اجزای محدود غیرخطی که اثر تماس متقابل سطوح در حین فرایند مونتاژ را با استفاده از یک تحلیل صریح-ضمنی بیان می‌نماید؛ (2) تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته که با ترکیب تئوری‌های ای‌دی‌آر و پی‌سی‌ای، اثر پیوستگی سطح ورق‌ها را در توزیع مشخصه کلیدی مجموعه مونتاژی لحاظ می‌کند. در این روش، تحلیل آماری بدون حساسیت بهبودیافته همچنین می‌تواند با کم کردن تعداد متغیرهای آماری مؤثر در تغییرات مشخصه کلیدی مجموعه، به شکل قابل توجهی باعث کاهش زمان محاسبات و در نتیجه افزایش سرعت تحلیل شود. دقت نتایج بدست آمده بر اساس تئوری ارائه شده نیز به کمک انجام آزمایشات و همچنین استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو تأیید شده است. در مقایسه با روش‌هایی که تاکنون در تحلیل تoleransi سازه‌های ورق‌ی انعطاف‌پذیر استفاده می‌شده است، نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که تئوری جدید معرفی شده می‌تواند تخمین بسیار دقیقی از توزیع آماری مشخصه کلیدی مجموعه مونتاژی، نسبت به حالتی که اثر کوواریانس هندسی سطوح در تحلیل منظور نمی‌شود، داشته باشد. ادامه این تحقیق می‌تواند به بررسی یک مسأله کاربردی صنعتی بپردازد؛ به عنوان مثال، همواره یکی از نکات مهم در صنعت خودروسازی، بررسی کیفیت ظاهری بدنه خودروست که بدون شک ارتباطی تنگاتنگ با تoleransi اجزای بدنه خواهد داشت.

6- مراجع

- [1] B. M. Imani, M. Pour, Tolerance analysis of flexible kinematic mechanism using DLM method, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 44, No. 2, pp. 445-456, 2009.
- [2] Y. Ding, D. Ceglarek, J. Shi, Modeling and Diagnosis of Multistage Manufacturing Process: Part I – State Space Model, in *Japan-USA Symposium of Flexible Automation*, Ann Arbor, MI, 2000.
- [3] R. Mantripragada, D. E. Whitney, Modeling and controlling variation propagation in mechanical assemblies using state transition models, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 15, No. 1, pp. 124-140, 1999.
- [4] S. C. Liu, S. J. Hu, Variation Simulation for Deformable Sheet Metal Assemblies Using Finite Element Methods, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 119, No. 3, pp. 368-374, 1997.
- [5] J. Camelio, S. J. Hu, D. Ceglarek, Modeling Variation Propagation of Multi-Station Assembly Systems With Compliant Parts, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 125, No. 4, pp. 673-681, 2003.
- [6] J. A. Camelio, S. J. Hu, D. Ceglarek, Impact of fixture design on sheet metal assembly variation, *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 23, No. 3, pp. 182-193, 2004.
- [7] J. A. Camelio, S. J. Hu, S. P. Marin, Compliant Assembly Variation Analysis Using Component Geometric Covariance, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 126, No. 2, pp. 355-360, 2004.
- [8] M. Fitchie, N. Juster, *Presenting automotive tolerance analysis data within a virtual prototype environment*, Thesis, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, 2004.