



## ارائه یک راه حل تحلیلی به روش کران بالا برای اکستروژن معکوس جدید

سید هادی حسینی<sup>1</sup>، کارن ابرینیا<sup>2</sup>، قادر فرجی<sup>3\*</sup>

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

\* تهران، صندوق پستی 111554663، ghfaraji@ut.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 03 مرداد 1393

پذیرش: 04 مهر 1393

ارائه در سایت: 04 آبان 1393

کلید واژگان:

اکستروژن معکوس جدید

تحلیل کران بالا

شبیه سازی اجزای محدود

در این مقاله، یک تحلیل کران بالا برای اکستروژن معکوس جدید ارائه شده است. ابتدا منطقه تغییر شکل به چند ناحیه تقسیم شده و میدان سرعت قابل قبولی برای هر ناحیه پیشنهاد شده است. با محاسبه توان در هر ناحیه توان مصرفی و نیروی اکستروژن محاسبه شده و ارتباط بین متغیرهای هندسی و فرایندی با نیروی اکستروژن مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. علاوه بر این با بررسی رابطه بین متغیرهای هندسی با توانهای تغییر شکل، انفصال سرعت و اصطکاک میزان کارایی فرایند در شرایط کاری مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته است. برای بررسی صحت تحلیل کران بالای ارائه شده تحلیل اجزای محدود با استفاده از نرم افزار دفرم سه بعدی انجام شده است. بررسی تحلیل کران بالا روی نیروی اکستروژن نشان می دهد که با افزایش شعاع شمشال اولیه نیروی اکستروژن به صورت غیرخطی افزایش یافته و در این شرایط این فرایند به اکستروژن معکوس متداول نزدیک می شود و این دلیلی بر کاهش نیروی لازم در این فرایند است. از طرفی با افزایش ضخامت، ابتدای منطقه تغییر شکل نیرو به صورت نمایی کاهش می یابد و در یک محدوده مشخص با تغییر ضخامت تغییر محسوسی در نیروی اکستروژن مشاهده نمی شود. بررسی اثر پارامترهای هندسی روی توان تغییر شکل، توان انفصال سرعت و توان اصطکاکی نشان می دهد که با افزایش شعاع قطعه کار اکستروژن شده راندمان فرایند به شدت کاهش یافته و در مقابل با افزایش ضخامت قطعه کار راندمان فرایند افزایش می یابد. مقایسه ی تحلیل کران بالای انجام شده با شبیه سازی اجزای محدود مطابقت خوبی بین نتایج نشان می دهد.

## Upper bound analyses of novel backward extrusion

Seyed Hadi Hosseini<sup>1</sup>, Karen Abrinia<sup>2</sup>, Ghader Faraji<sup>3\*</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

\* P.O.B. 11155-4563 Tehran, Iran, ghfaraji@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 25 July 2014  
Accepted 26 September 2014  
Available Online 26 October 2014

### Keywords:

novel backward extrusion  
upper bound analysis  
finite element simulation

### ABSTRACT

In this paper, an upper bound analysis of novel backward extrusion was presented. Initially, deformation zone was divided in four separate regions and an admissible velocity field for each was suggested. Then, total power in this process was calculated for each region, therefore, extrusion force was obtained. Moreover, investigation of relevance of extrusion force and process powers (friction, deformation, velocity discontinuity) with process parameters revealed better understanding in load estimation and process efficiency in this method. Finite element analysis by DEFORM™3D was utilized for validation of upper bound results. Upper bound analysis showed increasing initial billet diameter enhances extrusion force by nonlinear relation. In addition, big billet size remodels novel backward extrusion to conventional backward extrusion and proves lower requirement extrusion load in novel backward extrusion in comparison with conventional backward extrusion. Moreover, increasing the first region's thickness in this process diminishes extrusion force by exponential relation and no considerable change in extrusion force can be seen in a particular thickness domain. Investigation of process parameters in power efficiency showed that increasing the extruded part's diameter created a critical condition in process efficiency because of high friction power. But increasing the thickness enhances power efficiency. Finally, upper bound analysis results had good agreement with FEA.

### 1- مقدمه

مصرفی، دقت بالای ابعادی، صافی سطح بالا، حذف ماشین کاری نهایی، بهبود خواص مکانیکی و ریز ساختار از مزایای این روش تولید می باشند [2]. با وجود مزایای ذکر شده این روش معایبی هم دارد. در طول فرایند اکستروژن معکوس منطقه ی تغییر شکل به طور پیوسته تغییر کرده و همین امر سبب تغییر میزان کرنش های اعمالی در طول قطعه ی اکستروژن شده خواهد شد. به همین علت

اکستروژن معکوس یکی از فرایندهای رایج و کاربردی شکل دهی حجمی فلزات است. این فرایند برای ساخت قطعاتی با سطح مقطع ثابت و انتهای بسته، که تولید آن ها با سایر فرایندها مقرون به صرفه نیست به کار می رود [1]. این فرایند در مقایسه با سایر روش های تولید مزایای بسیاری دارد. کمترین میزان ماده ی

آنها در این تحلیل برای مرحله شروع فرآیند یک میدان سرعت کروی در نظر گرفتند [9]. همچنین در همین سال کیم و پارک با استفاده از تئوری کران بالا به تحلیل فرایند اکستروژن معکوس پیچشی پرداختند. آنها دریافتند که فرایند اکستروژن معکوس به همراه چرخش قالب منجر به بهبود مشکلات رایج اکستروژن می‌شود [10]. در سال 2008 ابری نیا و غریبی به بررسی فرایند اکستروژن معکوس برای تولید قوطی های جداره نازک پرداختند. آنها در این مطالعه از روش اجزای محدود و کران بالا برای تحلیل این فرایند استفاده کردند [11].

با وجود تحقیقات گسترده در زمینه‌ی اکستروژن معکوس هنوز تحلیلی روی فرایند اکستروژن معکوس جدید انجام نگرفته است. از این رو در این مطالعه یک تحلیل کران بالا برای اکستروژن معکوس جدید ارائه شده است. بدین منظور ابتدا با تفکیک مناطق تغییر شکل میدان سرعت مربوط به هر ناحیه محاسبه شده و با استفاده از روابط تحلیل کران بالا، نیروی لازم اکستروژن پیش‌بینی شده است. سپس برای بررسی صحت نتایج بدست آمده از تحلیل کران بالا، تعدادی شبیه‌سازی اجزای محدود با نرم افزار دفرم سه‌بعدی در شرایط مختلف انجام شده است. در انتها نتایج به‌دست آمده از هر دو روش مقایسه شده اند.

## 2- تحلیل کران بالا

براساس تئوری کران بالا از بین میدان‌های سرعت پیشنهاد شده‌ی قابل قبول در یک جسم شکل‌پذیر، یک و فقط یک میدان سرعت وجود دارد که در آن انرژی مصرف شده دقیقاً برابر کار انجام شده توسط نیروهای خارجی است. یعنی هر تخمینی از میدان سرعت که در شرایط سازگاری صادق باشد همواره از مقدار واقعی بیشتر خواهد بود [12]. اگر اختلاف بین توان مصرف شده و توان ورودی را با  $\Delta$  نمایش دهیم رابطه‌ی آن به صورت زیر خواهد بود.

$$J^* = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{av} \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dV + \frac{\sigma_{av}}{\sqrt{3}} \oint_{S_V} |\Delta v| ds + m \frac{\sigma_{av}}{\sqrt{3}} \oint_{S_F} |\Delta v| ds - \oint_{S_t} T_i V_i ds \quad (1)$$

که در رابطه‌ی فوق  $\sigma_{av}$  تنش سیلان متوسط،  $\dot{\epsilon}_{ij}$  مولفه‌های تانسور نرخ کرنش،  $\Delta v$  انفعال سرعت در مرز بین نواحی تغییر شکل روی سطوح انفعال سرعت  $S_V$  و  $S_F$  سطوح تماس قالب با ماده‌ی شکل‌پذیر،  $m$  ضریب اصطکاک برشی،  $V_i$  و  $T_i$  به‌ترتیب سرعت و نیروهای وارد شده روی سطح  $S_F$  می‌باشند. توان مصرف شده در یک جسم در حال تغییر شکل را می‌توان به توان تغییر شکل داخلی  $\dot{W}_i$ ، توان انفعال سرعت  $\dot{W}_s$  و توان مصرفی روی سطوح تماس به علت اصطکاک  $\dot{W}_f$  تقسیم کرد. که به تفکیک در رابطه‌ی 2 نشان داده شده‌اند.

$$\begin{aligned} \dot{W}_i &= \frac{2\sigma_{av}}{\sqrt{3}} \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dV \\ \dot{W}_s &= \frac{\sigma_{av}}{\sqrt{3}} \oint_{S_V} |\Delta v| ds \\ \dot{W}_f &= m \frac{\sigma_{av}}{\sqrt{3}} \oint_{S_F} |\Delta v| ds \end{aligned} \quad (2)$$

برای محاسبه‌ی مقدار  $\sigma_{av}$  مقدار متوسط تنش سیلان را از روی نمودار تنش کرنش ماده با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌کنیم.

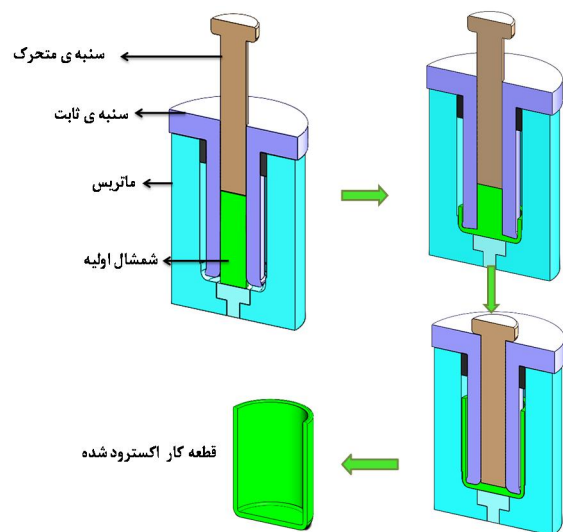
$$\sigma_{av} = \frac{\int_0^{\epsilon_0} \sigma d\epsilon}{\epsilon_0} \quad (3)$$

که در رابطه‌ی 3  $\epsilon_0$  کرنش متوسط وارد شده به قطعه می‌باشد. نرخ کرنش‌ها در دستگاه مختصات استوانه‌ی به‌صورت رابطه‌ی 4 بیان می‌شود.

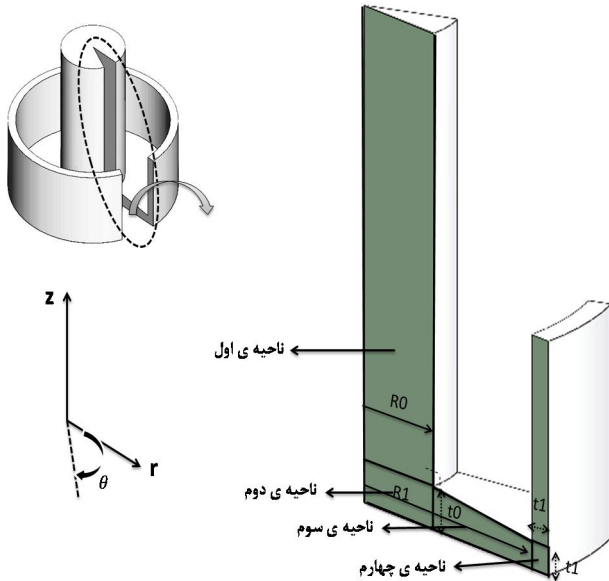
پیش‌بینی می‌شود که قطعات تولید شده با اکستروژن معکوس متداول خواص مکانیکی یکنواختی در طول نداشته باشند [3].

اکستروژن معکوس جدید فرایندی است که در آن با طراحی قالب جدید سعی شده با محدود کردن و ثابت نگه داشتن منطقه‌ی تغییر شکل، معایب اکستروژن معکوس متداول مانند غیر یکنواختی خواص مکانیکی بر طرف شود. نمای شماتیک فرایند اکستروژن معکوس جدید در شکل 1 نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در فرایند اکستروژن معکوس جدید شمشال اولیه در داخل محفظه‌ای درون سنبه‌ی ثابت محبوس شده است. با حرکت سنبه‌ی متحرک به سمت پایین شمشال اولیه بین سنبه‌ی ثابت و سنبه‌ی متحرک جریان پیدا کرده و قطعه کار فنجان‌ی شکل، شکل می‌گیرد [4]. در بین روش‌های مختلف تحلیل فرایندهای شکل‌دهی، روش تحلیل کران بالا و تحلیل اجزای محدود بیشتر مورد توجه قرار گرفته اند. اگرچه تحلیل اجزای محدود اطلاعات جامعی در مورد مسائل مورد بررسی ارائه می‌دهد، زمان محاسباتی زیادی صرف تحلیل مسئله می‌کند. به همین دلیل استفاده از تحلیل کران بالا راه‌حل بسیار مناسبی برای کاهش زمان محاسبات در تحلیل مسائلی است که هدف از انجام آنها دستیابی به متغیرهای خروجی محدود مانند پیش‌بینی نیرو و نحوه‌ی جریان مواد در قالب می‌باشد [5]. تحلیل کران بالای اکستروژن معکوس متداول توسط تعدادی از محققین مورد توجه قرار گرفته است که در ادامه به برخی از آن‌ها پرداخته می‌شود.

در سال 1990 ویفی و همکارانش مدلی تلفیقی از کران بالا و اجزای محدود برای آنالیز جریان مواد و تنش در فرایندهای اکستروژن ارائه کردند. آنها کارائی تئوری خود را با مثال‌هایی از اکستروژن معکوس نشان دادند [6]. در سال 1992 بائه و یانگ با استفاده از تئوری کران بالا نیروی لازم برای اکستروژن سه بعدی با شمشال دایروی به قطعه‌کار بیضوی را تحلیل کردند. آنها با ارائه‌ی یک میدان سرعت سه بعدی قابل قبول و در نظر گرفتن پارامترهای بهینه‌سازی، نیروی لازم برای اکستروژن را مینیمم کردند [7]. در سال 1993 همین محققین یک میدان سرعت قابل قبول برای بدست آوردن نیروی اکستروژن در مرحله‌ی نهایی و محاسبه‌ی ارتفاع متوسط قطعه‌ی اکستروژن شده، پیشنهاد کرده و آن را برای قطعات دوار توخالی غیرمتقارن به کار بردند [8]. در سال 1998 مشکسار و ابراهیمی فرایند اکستروژن معکوس قطعات توخالی با شکل داخلی و خارجی چند ضلعی منتظم را با استفاده از روش کران بالا تحلیل کردند.



شکل 1 نمای شماتیک اکستروژن معکوس جدید و مراحل شکل‌گیری قطعه



شکل 2 نمای برش خورده‌ی قطعه در حین فرایند و نمایش نواحی چهارگانه و متغیرهای ابعادی

با اعمال شرایط مرزی، سرعت در راستای  $z$  به صورت رابطه‌ی 8 حاصل خواهد شد.

$$V_{z2} = \frac{V_0 z}{t_0} \quad (8)$$

که در این رابطه  $V_0$  سرعت سنجه‌ی متحرک می‌باشد. با قرار دادن رابطه‌ی 8 در معادله‌ی تراکم ناپذیری 7 و حل معادله‌ی دیفرانسیل سرعت در راستای  $r$  به صورت رابطه 9 حاصل خواهد شد.

$$V_{r2} = -\frac{V_0 r}{2t_0} \quad (9)$$

با ادامه‌ی این روند از طرق مشابه توزیع سرعت در نواحی 3 و 4 حاصل خواهد شد. رابطه‌ی 10 و 11 توزیع سرعت در راستای  $z$  و  $r$  در نواحی 3 و 4 را نشان می‌دهد.

$$V_{r3} = \frac{V_0 R_0^2}{2r(A + Br)} \quad (10)$$

$$V_{z3} = -\frac{V_0 R_0^2}{2} \left( \frac{Bz}{r(A + Br)^2} \right)$$

$$A = t_0 + R_0 \tan \alpha, B = -\tan \alpha, \tan \alpha = \frac{t_0 - t_1}{R_1 - R_0}$$

$$V_{z4} = -\frac{V_0 R_0^2 Z}{2\bar{R}_1 t_1} \quad (11)$$

$$V_{r4} = \frac{C r}{2\bar{R}_1 t_1} + \frac{D}{r}$$

$$C = \frac{V_0 R_0^2}{2t_1}, D = -C \left( 1 + \frac{R_1^2}{2\bar{R}_1 t_1} \right), \bar{R}_1 = R_1 + \frac{t_1}{2}$$

با قرار دادن مقادیر سرعت‌ها در رابطه 1 میتوان توان کلی را محاسبه کرد. بدین ترتیب نیروی اکستروژن  $F_E$  از رابطه‌ی 12 محاسبه خواهد شد. به دلیل پیچیدگی محاسبات برای محاسبه‌ی توان برنامه‌ای در نرم‌افزار متلب نوشته شده و توان به صورت عددی برای مقادیر مختلف متغیرهای هندسی و فرایندی محاسبه شده است.

$$F_E = \frac{\dot{W}_{tot}}{V_0} \quad (12)$$

که در رابطه‌ی بالا  $\dot{W}_{tot}$  توان برآیند تغییر شکل می‌باشد.

### 3- شبیه سازی اجزای محدود

برای شبیه‌سازی فرایند اکستروژن معکوس جدید از نرم‌افزار تجاری دفرم سه‌بعدی استفاده شده است. مشخصه‌ی کلیدی این نرم‌افزار که آن را برای

$$\begin{aligned} \epsilon_{rr} &= \frac{\partial V_r}{\partial r} \\ \epsilon_{\theta\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r}{r} \\ \epsilon_{zz} &= \frac{\partial V_z}{\partial z} \\ \epsilon_{rz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} \right) \\ \epsilon_{\theta z} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} \right) \\ \epsilon_{\theta r} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{r} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

که در رابطه‌ی بالا  $\epsilon_{rr}, \epsilon_{\theta\theta}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{rz}, \epsilon_{\theta z}, \epsilon_{\theta r}$  نرخ کرنش‌ها در دستگاه مختصات استوانه‌ای و  $V_r, V_\theta, V_z$  به ترتیب سرعت‌ها در راستای  $r, \theta, z$  می‌باشند. چون قطعه‌کار دارای شرایط تقارن محوری است و چرخشی در سیلان ماده وجود ندارد، سرعت در راستای  $\theta$  و مشتقات جزئی نسبت به این متغیر صفر خواهند شد. بعد از ساده‌سازی نرخ کرنش‌ها به شکل ساده شده‌ی معادله‌ی 5 نشان داده می‌شوند.

$$\begin{aligned} \epsilon_{rr} &= \frac{\partial V_r}{\partial r} \\ \epsilon_{\theta\theta} &= \frac{V_r}{r} \\ \epsilon_{zz} &= \frac{\partial V_z}{\partial z} \\ \epsilon_{rz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

مهم‌ترین اصلی که در شکل‌دهی فلزات به حل معادلات کمک می‌کند اصل تراکم ناپذیری است که در رابطه‌ی 6 نشان داده شده است.

$$\epsilon_{rr} + \epsilon_{\theta\theta} + \epsilon_{zz} = 0 \quad (6)$$

با قرار دادن کرنش‌ها از رابطه‌ی 5 در رابطه‌ی 6 معادله‌ی 7 حاصل خواهد شد.

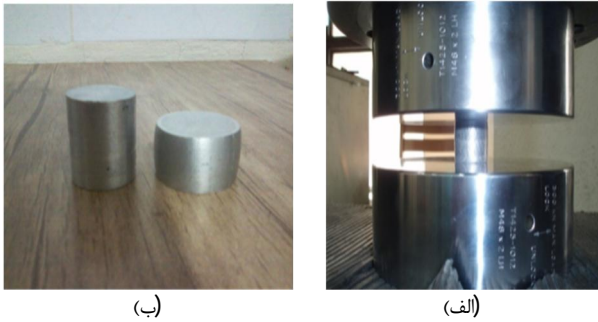
$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

رابطه 7 نشان می‌دهد که سرعت‌های  $V_r$  و  $V_z$  به هم وابسته‌اند و با دست‌یابی به یکی دیگری قابل حصول خواهد بود. واضح است که محاسبه‌ی سرعت‌ها در نواحی تغییر شکل اساس تحلیل حد بالا خواهد بود.

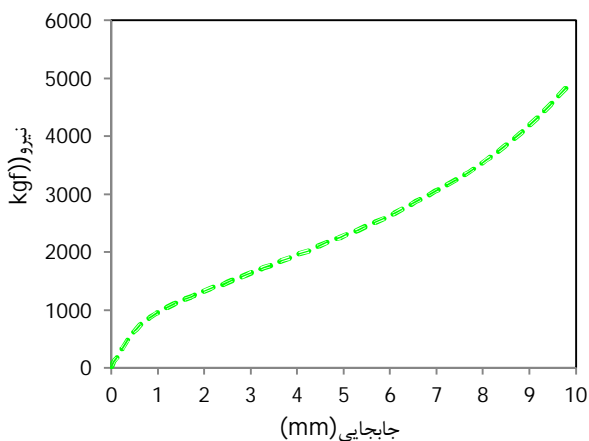
برای محاسبه‌ی میدان سرعت در منطقه‌ی تغییر شکل این منطقه به چهار زیر ناحیه تقسیم شده است. شکل 2 قطعه‌کار اکستروژن شده را در حین فرایند با تفکیک نواحی تغییر نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود کل ناحیه‌ی تغییر شکل به چهار زیر ناحیه تقسیم‌بندی شده تا سرعت‌ها و متقابلاً توان‌ها در هر زیر ناحیه به تفکیک محاسبه شده و در نهایت با محاسبه‌ی کل توان، نیروی اکستروژن محاسبه شود. به دلیل تقارن محوری قطعه‌کار تولید شده از دستگاه مختصات قطبی برای تحلیل این فرایند استفاده شده است.

همان‌طور که در شکل 2 مشاهده می‌شود، متغیرهای ابعادی در این فرایند  $H_0$  ارتفاع شمال اولیه،  $R_0$  شعاع شمال اولیه،  $R_1$  شعاع داخلی قطعه‌کار اکستروژن شده،  $t_0$  ضخامت ابتدای ناحیه‌ی تغییر شکل 2 و  $t_1$  ضخامت دیواره‌ی قطعه‌کار اکستروژن شده می‌باشند. با انتخاب این نواحی واضح است که در ناحیه‌ی 1 هیچ تغییر شکلی اتفاق نیفتاده و فقط توان اصطکاکی در این ناحیه وجود خواهد داشت. ولی سایر نواحی علاوه بر تغییر شکل داخلی در معرض انفعال سرعت در مرز بین نواحی و اصطکاک قرار دارند.

همان‌طور که بیان شد بی‌شمار میدان سرعت وجود دارد که در شرایط تراکم ناپذیری صدق می‌کنند ولی فقط یکی از آنهاست که جواب دقیق مسئله است. به‌دست آوردن دقیق میدان سرعت اصلی کاری طاقت فرساست از این‌رو یک تقریب ساده ولی کارآمد در به‌دست آوردن میدان سرعت در ناحیه‌ی 2 تقریب خطی است. از این رو فرض شده سرعت در راستای  $z$  در ناحیه‌ی 2 خطی است.



شکل 5 (الف) نحوه انجام آزمون فشار و (ب) نمونه‌ی آزمایشی قبل و بعد از آزمایش فشار



شکل 6 نمودار نیرو-جابجایی حاصل از تست فشار برای آلومینیوم خالص تجاری

شکل 5 دستگاه تست فشار و نحوه انجام آزمایش و نمونه آن را قبل و بعد از آزمایش نشان می‌دهد. به علاوه آزمایش فشار با پرس اینسترون با ظرفیت 30 ton انجام شده و همچنین روانکاری مناسب و سرعت بارگذاری پایین اثرات بشکته‌ای شدن و نرخ کرنش را به حداقل رسانده است. در نتیجه نمودار نیرو-جابجایی حاصل از تست فشار به صورت شکل 6 بدست آمده است.

بدین ترتیب رابطه‌ی هولومن- هولومن- لودویک برای آلومینیوم خالص تجاری به صورت معادله‌ی 13 بدست آمده است.

$$\sigma = 111.14 \varepsilon^{0.3958} \quad (13)$$

#### 4- نتایج و بحث و بررسی

##### 4-1- نتایج تحلیل حد بالا

پس از انجام تحلیل کران بالا نتایج این تحلیل با تغییر متغیرهای هندسی و فرایندی بررسی می‌شود. بدین منظور تاثیر متغیرهای ورودی روی نیروی اکستروژن، توان‌های تغییر شکل، توان انفعال سرعت و توان اصطکاک به تفکیک ارائه خواهد شد.

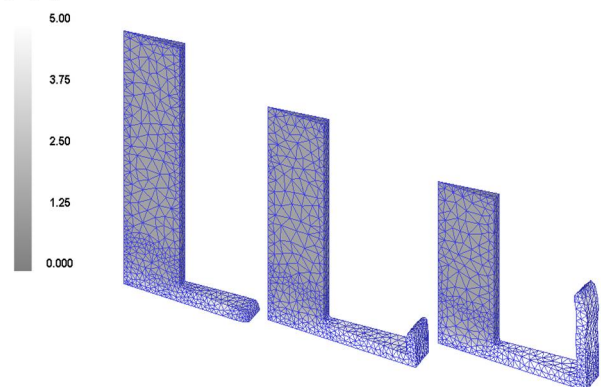
شکل 7 تاثیر شعاع شمشال اولیه روی نیروی اکستروژن معکوس جدید با ضرایب اصطکاک 0/1، 0/2 و 0/4 را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش شعاع شمشال اولیه نیروی اکستروژن به صورت غیرخطی افزایش می‌یابد. آنچه ابتدا به نظر می‌رسد این است که تا آنجا که می‌توان شعاع شمشال را باید کاهش داد، ولی کاهش شعاع شمشال باعث افزایش کورس فرایند و کاهش قطر سنبه و خطر کماتش می‌شود، در نتیجه این امر تا حد زیادی مقدور نیست. در مقابل با افزایش شعاع شمشال اولیه فرایند اکستروژن معکوس جدید به اکستروژن معکوس متداول نزدیکتر می‌شود.

این خود گواه بر کمتر بودن نیروی اکستروژن در روش جدید ارائه شده [4].

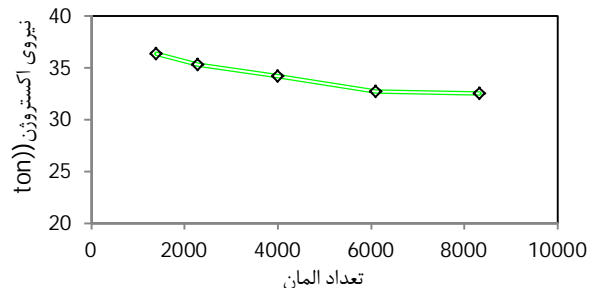
شبیه‌سازی فرایندهایی با تغییر شکل زیاد مناسب ساخته سیستم مش مجدد خودکار این نرم‌افزار می‌باشد [13]. بدین منظور برای هر شبیه‌سازی سه قطعه‌ی مجزا مدل شده است. قالب، سنبه‌ی متحرک و شمشال اولیه. بدین صورت که قالب و سنبه‌ی متحرک به صورت صلب و شمشال اولیه به صورت ماده‌ی شکل‌پذیر در نظر گرفته شده است. برای کاهش حجم محاسبات قطعی از نمونه‌ی کامل به اندازه‌ی 1/36 انتخاب شده و المان مورد استفاده در این شبیه‌سازی المان هرمی با چهار نود و تابع شکل خطی انتخاب شده است. شکل 3 نحوه‌ی المان‌بندی و تغییر شکل قطعه را در طول فرایند اکستروژن معکوس جدید نشان می‌دهد. همچنین قالب صلب به صورت کاملاً مقید و فرایند اکستروژن با حرکت سنبه متحرک با سرعت 10mm/min انجام شده است. برای تعیین تعداد بهینه‌ی المان در شبیه‌سازی‌های اجزای محدود همان‌طور که در شکل 4 مشاهده می‌شود، آنالیز حساسیت به مش به صورت تاثیر تعداد المان روی ماکزیمم نیروی اکستروژن انجام گرفته و با توجه به اندازه‌های ابعادی مختلف در هر شبیه‌سازی، تعداد المان‌ها بین 5000 تا 7000 (برای 1/36 نمونه‌ی کامل) در نظر گرفته شده است. شرایط اصطکاکی در این شبیه‌سازی به صورت ثابت برشی انتخاب شده است. این فرایند به صورت هم‌دما در دمای اتاق شبیه‌سازی شده و از افزایش دما در طی فرایند بر اثر توان زائد شکل‌دهی صرف نظر شده است.

همان‌طور که می‌دانید رفتار و مشخصه‌های مکانیکی مواد اولیه و شرایط مرزی از ورودی‌های اولیه برای شبیه‌سازی به شمار می‌روند. مدل هولومن‌لودویک یکی از ساده‌ترین مدل‌ها برای بیان رفتار مواد می‌باشد که برای شبیه‌سازی از آن استفاده شده است [14]. برای بدست آوردن ثابت‌های رابطه‌ی هولومن‌لودویک آزمایش فشار روی نمونه‌ی استوانه‌ای از جنس آلومینیوم خالص تجاری با قطر 15mm و ارتفاع 23mm با نرخ کرنش 0.0001 بر ثانیه انجام شده است.

##### کرنش موثر



شکل 3 نمایش نحوه‌ی المان‌بندی و تغییر شکل نمونه در طول فرایند اکستروژن معکوس جدید با استفاده از شبیه‌سازی اجزای محدود



شکل 4 حساسیت سنجی به مش بر مبنای اثر تعداد مش روی نیروی اکستروژن

در نتیجه باید حد بهینه برای آن در نظر گرفت. این حد بهینه به پارامترهایی چون ظرفیت پرس، کورس آن و پارامترهای دیگر بستگی دارد. شکل 8 تاثیر شعاع قطعه کار اکستروژن شده روی نیروی اکستروژن با ضرایب اصطکاک 0/1، 0/2 و 0/4 را نشان می‌دهد.

مشاهده می‌شود که با افزایش شعاع قطعه کار نیروی اکستروژن به صورت خطی افزایش می‌یابد. به علاوه در مواقعی که ضریب اصطکاک بالا است این پارامتر بیشتر خودنمایی می‌کند. یعنی زمانی که شعاع قطعه کار بزرگ است با روانکاری مناسب می‌توان نیروی اکستروژن را تا حد قابل توجهی کاهش داد.

شکل 9 تاثیر ضخامت دیواره‌ی قطعه اکستروژن شده روی نیروی اکستروژن با ضرایب اصطکاک 0/1، 0/2 و 0/4 را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که با کاهش ضخامت دیواره‌ی قطعه کار اکستروژن شده نیروی اکستروژن به شدت افزایش می‌یابد و با افزایش آن به سمت مقادیر ثابتی میل می‌کند. به علاوه ضریب اصطکاک در ضخامت‌های کم تاثیر کمی بیشتری روی نیروی اکستروژن معکوس جدید، نسبت به ضخامت‌های بیشتر دارد.

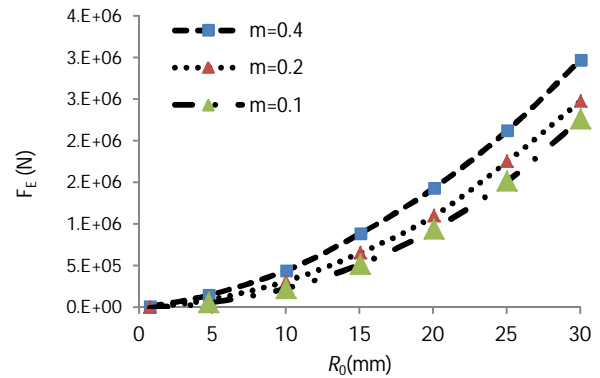
شکل 10 تاثیر استحکام تسلیم متوسط شمشال اولیه بر نیروی اکستروژن را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش تنش تسلیم ماده‌ی اولیه نیروی اکستروژن معکوس جدید به صورت خطی افزایش می‌یابد. در مورد اثر پارامترهایی چون ضریب اصطکاک و ارتفاع شمشال اولیه باید گفت که تاثیر این پارامترها مشابه تنش سیلان متوسط است و از آوردن آن‌ها صرف نظر شده است.

همان‌طور که بیان شد توان برآیند تغییر شکل را می‌توان به توان خالص تغییر شکل، توان اصطکاک و توان انفصال سرعت یا برش داخلی تقسیم کرد. برای بررسی راندمان تغییر شکل در فرایند اکستروژن معکوس جدید بهتر است اثر پارامترهای تغییر شکل را روی هر کدام از این توان‌ها بررسی کرد تا تصویری واضح از فرایند بدست آید. لازم به ذکر است که با توجه به نوع کاربرد و نتایج مورد انتظار می‌توان از نتایج ارائه شده استفاده کرد. مثلا برخی اوقات راندمان بیشینه مورد نظر است. در این مواقع باید بیشترین میزان توان تغییر شکل بدست آمده و سایر توان‌ها کمینه شوند. ممکن است بهبود ریز ساختار، بیشتر مد نظر باشد و محدودیتی از نظر توان کلی فرآیند وجود نداشته باشد اینجاست که باید توان انفصال سرعت بیشینه شود تا برش‌های شدید مرزدانه‌های جدید و دانه‌های کوچکتری ایجاد کند و خواص مکانیکی بهتری حاصل شود [15].

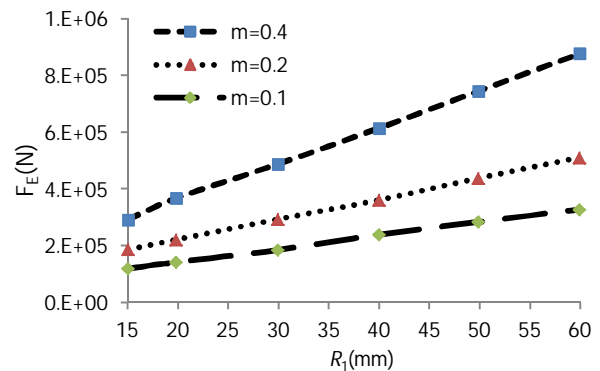
شکل 11 تاثیر شعاع شمشال اولیه روی توان تغییر شکل، انفصال سرعت، اصطکاک و توان برآیند را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش شعاع شمشال اولیه تا مقدار 19mm کار انفصال سرعت از کار خالص تغییر شکل بیشتر است و با گذر از این مقدار میزان کار انفصال سرعت بیشتر یعنی بازدهی کمتر خواهد شد. همان‌طور که بیان شد در مواقعی مانند تغییر شکل پلاستیک شدید به دنبال انفصال سرعت بیشتر برای بهبود ریز ساختار هستیم یعنی بسته به نوع محدودیت‌ها و انتظارات می‌توان مقدار مطلوب را به دست آورد.

شکل 12 اثر ضخامت دیواره‌ی قطعه کار اکستروژن شده روی  $\dot{W}_f, \dot{W}_s, \dot{W}_{tot}$  را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش ضخامت قطعه کار  $\dot{W}_i$  تقریباً ثابت مانده و  $\dot{W}_f, \dot{W}_s, \dot{W}_{tot}$  کاهش یافته و به میزان مشخصی میل می‌کنند. یعنی با افزایش ضخامت قطعه کار می‌توان راندمان فرایند را افزایش داد ولی در یک محدوده‌ی مشخص این عمل تاثیری در فرایند ندارد.

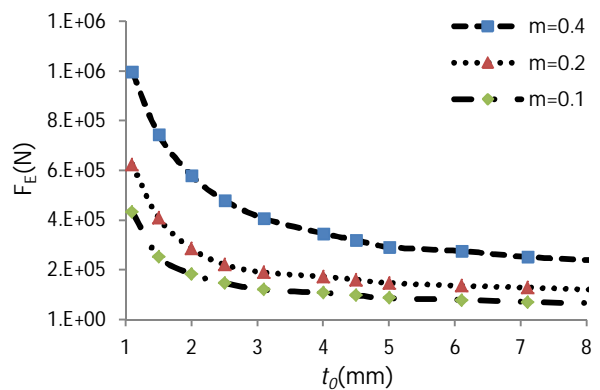
شکل 13 تاثیر شعاع قطعه کار اکستروژن شده را روی  $\dot{W}_f, \dot{W}_s, \dot{W}_{tot}$  نشان می‌دهد.



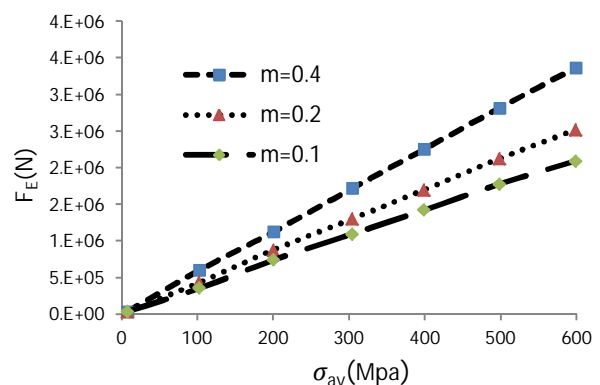
شکل 7 تاثیر شعاع شمشال اولیه روی نیروی اکستروژن با ضرایب اصطکاک مختلف برای آلومینیوم 1085 ( $m=0.1, 0.2, 0.4$ )



شکل 8 تاثیر شعاع قطعه کار اکستروژن شده روی نیروی اکستروژن با ضرایب اصطکاک مختلف برای آلومینیوم خالص تجاری



شکل 9 تاثیر ضخامت قطعه اکستروژن شده روی نیروی اکستروژن با ضرایب اصطکاک مختلف برای آلومینیوم خالص تجاری



شکل 10 تاثیر استحکام تسلیم متوسط قطعه کار روی نیروی اکستروژن با ضرایب اصطکاک مختلف



جدول 1 مقایسه‌ی نتایج تحلیل کران بالا و نتایج حاصل از تحلیل اجزای محدود برای اکستروژن معکوس جدید

شماره	$R_0$ mm	$R_2$ mm	$t_0$ mm	$t_1$ mm	$H_0$ mm	$m$	نیرو	
							(اجزا محدود) (Ton)	(حد بالا) (Ton)
1	12/5	33	3	2	60	0/1	32/4	36/1
2	12/5	33	3	2	60	0/2	40/68	45/5
3	12/5	33	3	2	60	0/4	56	61/9
4	20	33	3	2	60	0/1	78/12	93/3
5	12/5	33	4	3	60	0/1	30/53	33/8
6	12/5	66	3	2	60	0/1	42/84	46/2
7	12/5	22	3	2	60	0/1	24	31/5
8	12/5	33	6	4	60	0/1	26/35	29
9	10	33	3	2	60	0/1	21/6	22/4

همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش شعاع قطعه‌ی اکستروژن شده در شکل تمامی توان‌ها افزایش می‌یابند در ضمن در مقدار مشخص 44mm کار اصطکاک بر کار انفصال سرعت غلبه می‌کند. این بدین معنی است که با افزایش شعاع قطعه‌کار با ثابت نگاه‌داشتن شعاع شمشال اولیه راندمان فرایند به شدت کاهش می‌یابد.

شکل 14 تاثیر ضریب اصطکاک روی  $\dot{W}_{tot}$ ,  $\dot{W}_s$ ,  $\dot{W}_i$ ,  $\dot{W}_f$  را نشان می‌دهد. با افزایش ضریب اصطکاک، کار اصطکاک  $\dot{W}_i$  افزایش یافته و بخش عمده‌ای از توان تغییر شکل را به خود اختصاص می‌دهد. علاوه بر این مشاهده می‌شود ضریب اصطکاک روی سایر توان‌ها تاثیری ندارد.

#### 4-2- مقایسه‌ی نتایج حد بالا و شبیه سازی اجزای محدود

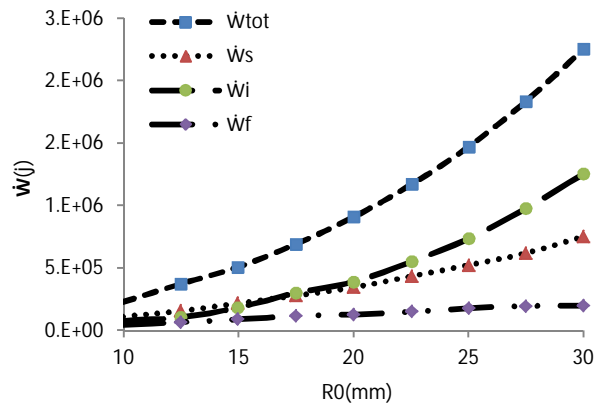
برای بررسی میزان کارآمدی و تایید صحت تحلیل کران بالا، نتایج آن با نتایج حاصل از تحلیل اجزای محدود مقایسه شده است. جدول 1 مقایسه‌ی نتایج این مقایسه را به همراه مشخصات فرایندی آنها نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود شبیه‌سازی‌های انجام شده اختلاف ناچیزی با نتایج تحلیل کران بالا دارند و این صحت نتایج حاصل از تحلیل کران بالا را برای اکستروژن معکوس جدید نشان می‌دهد. مقدار متوسط خطا در این تحلیل‌ها 13% بوده و این نشان دهنده‌ی دقت تحلیل کران بالای ارائه شده می‌باشد.

شکل 15 اختلاف نتایج حاصل از تحلیل کران بالا و اجزای محدود را برای ضرایب اصطکاک متغیر نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش ضریب اصطکاک در یک هندسه‌ی ثابت اختلاف نتایج تحلیل کران بالا و تحلیل اجزای محدود تغییر چندانی ندارند.

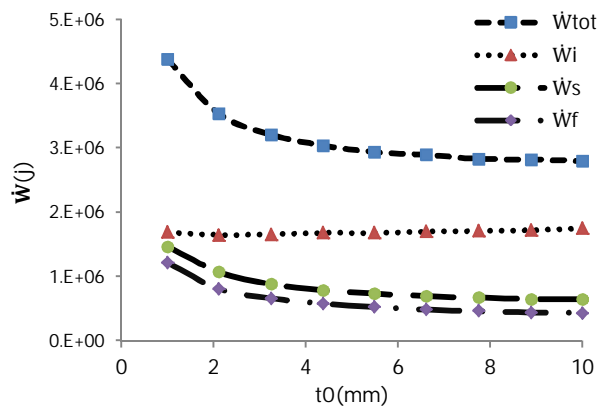
شکل 16 اختلاف نتایج حاصل از تحلیل کران بالا و تحلیل اجزای محدود را برای اندازه‌ی شمشال اولیه‌ی مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش شعاع شمشال اولیه و بزرگ‌تر شدن منطقه‌ی تغییر شکل 2 اختلاف نتایج حاصل از تحلیل کران بالا و تحلیل اجزای محدود بیشتر می‌شود. به علاوه همان‌طور که قبلاً بیان شد با افزایش شعاع شمشال اولیه نیروی اکستروژن به صورت غیر خطی افزایش می‌یابد.

شکل 17 اختلاف نتایج تحلیل کران بالا و اجزای محدود را برای شعاع قطعه‌کار متغیر نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش شعاع شمشال اولیه اختلاف بین نتایج تحلیل کران بالا و تحلیل اجزای محدود بیشتر می‌شود.

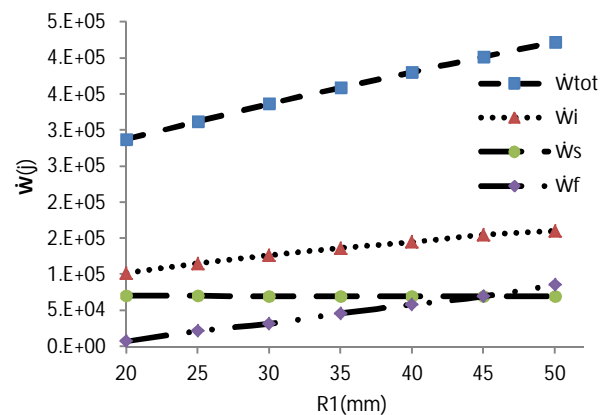
شکل 18 اختلاف نتایج حاصل از تحلیل کران بالا و اجزای محدود را برای اکستروژن معکوس جدید با ضخامت دیواره‌ی مختلف نشان می‌دهد.



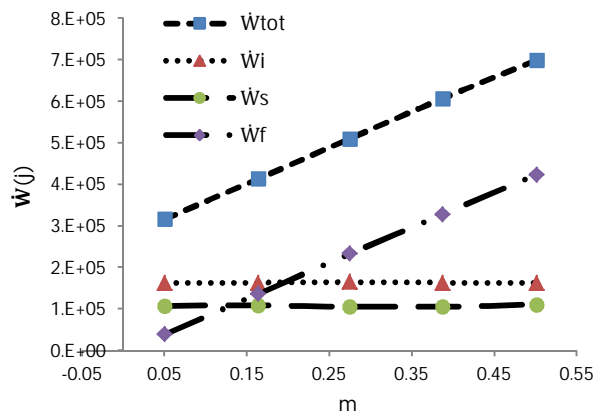
شکل 11 تاثیر شعاع شمشال اولیه روی  $\dot{W}_{tot}$ ,  $\dot{W}_s$ ,  $\dot{W}_i$ ,  $\dot{W}_f$



شکل 12 تاثیر ضخامت دیواره‌ی قطعه‌ی کار اکستروژن شده روی  $\dot{W}_{tot}$ ,  $\dot{W}_s$ ,  $\dot{W}_i$ ,  $\dot{W}_f$



شکل 13 شعاع قطعه اکستروژن شده روی  $\dot{W}_{tot}$ ,  $\dot{W}_s$ ,  $\dot{W}_i$ ,  $\dot{W}_f$



شکل 14 تاثیر ضریب اصطکاک بر  $\dot{W}_{tot}$ ,  $\dot{W}_s$ ,  $\dot{W}_i$ ,  $\dot{W}_f$

مشاهده می‌شود که با افزایش ضخامت قطعه‌کار در اختلاف نتایج تحلیل اجزای محدود و کران بالا تغییر محسوسی مشاهده نمی‌شود. به علاوه با افزایش ضخامت قطعه‌کار نیروی اکستروژن کاهش می‌یابد.

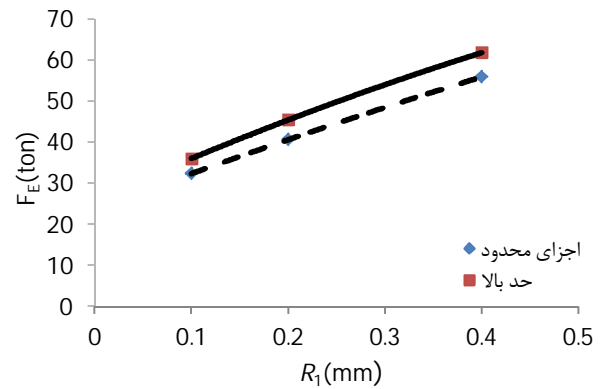
### 5- نتیجه گیری

با توجه به تحلیل حد بالای انجام شده می‌توان دریافت که:

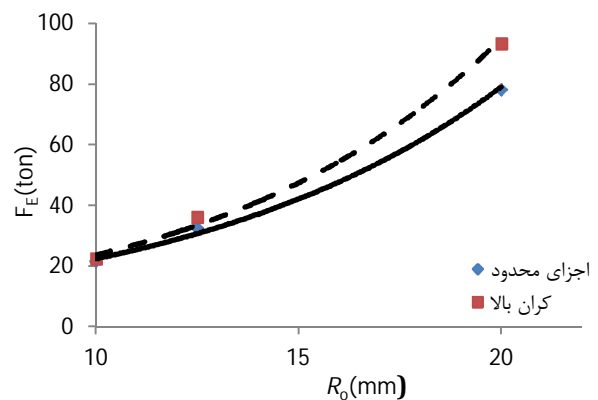
- با افزایش قطر شمشال اولیه نیروی اکستروژن به صورت غیرخطی افزایش می‌یابد به علاوه نمی‌توان آن را خیلی کاهش داد چون حجم ماده‌ی لازم کاهش یافته و باید ارتفاع شمشال را افزایش داد که خود این امر سبب افزایش توان اصطکاکی و کاهش راندمان فرآیند می‌شود. برای همین باید مقدار بهینه‌ای برای آن در نظر گرفت که این مقدار بهینه می‌تواند به عواملی چون محدودیت تناژ پرس، طول کورس آن و پارامترهای هندسی و فرایندی وابسته باشد.
- با افزایش پارامترهایی چون ضریب اصطکاک، قطر قطعه‌ی کار و ارتفاع شمشال راندمان شکل‌دهی به شدت کاهش می‌یابد.
- رابطه‌ی ضخامت قطعه‌ی کار با نیروی اکستروژن به صورت نمایی است. علاوه بر این با افزایش ضخامت قطعه‌ی کار نیروی اکستروژن به صورت نمایی کاهش می‌یابد و بعد از رسیدن به حد مشخصی نیروی اکستروژن ثابت می‌ماند.
- با افزایش قطر شمشال اولیه اختلاف نتایج تحلیل کران بالا و اجزای محدود بیشتر می‌شود. دلیل این امر واگرایی میدان سرعت پیشنهادی از میدان سرعت واقعی است.
- با مقایسه‌ی تحلیل کران بالا و شبیه‌سازی‌های المان محدود می‌توان صحت تحلیل حد بالای انجام شده را تایید کرد. به علاوه مقدار متوسط خطای تحلیل کران بالای انجام شده با تحلیل اجزای محدود 13% می‌باشد.

### 6- مراجع

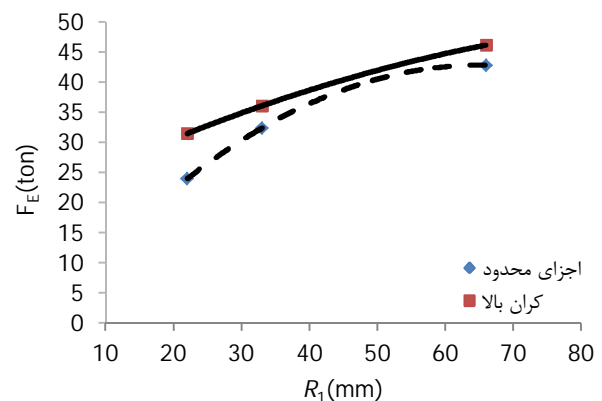
- [1] K. Abrinia, S. Orangi, Investigation of Process Parameters for the Backward Extrusion of Arbitrary-Shaped Tubes from Round Billets Using Finite Element Analysis, *Journal of Materials Engineering and Performance*, Vol. 18, No. 9, pp. 1201-1208, 2009.
- [2] A. Farhoumand, R. Ebrahimi, Analysis of forward-backward-radial extrusion process, *Materials & Design*, Vol. 30, No. 6, pp. 2152-2157, 2009.
- [3] W. B. Bae, D. Y. Yang, An upper-bound analysis of the backward extrusion of tubes of complicated internal shapes from round billets, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 36, No. 2, pp. 157-173, 1//, 1993.
- [4] V. Shatermashhadi, B. Manafi, K. Abrinia, G. Faraji, M. Sanei, Development of a novel method for the backward extrusion, *Materials & Design*, Vol. 62, pp. 361-366, 2014.
- [5] P. Karami, K. Abrinia, Development of a more realistic upper bound solution for the three-dimensional problems in the forward extrusion process, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 74, No. 0, pp. 112-119, 9//, 2013.
- [6] A. S. Wifi, Z. S. Abduljabbar, M. T. Sakr, A combined UBET/FEM investigation of metal flow and stress analysis of dies in extrusion processes, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 24, No. 0, pp. 431-440, 12//, 1990.
- [7] W. B. Bae, D. Y. Yang, An upper-bound analysis of the backward extrusion of internally elliptic-shaped tubes from round billets, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 30, No. 1, pp. 13-30, 2//, 1992.
- [8] W. B. Bae, D. Y. Yang, An analysis of backward extrusion of internally circular-shaped tubes from arbitrarily-shaped billets by the upper-bound method, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 36, No. 2, pp. 175-185, 1//, 1993.
- [9] M. M. Moshksar, R. Ebrahimi, An Analytical Approach for Backward-Extrusion Forging of Regular Polygonal Hollow Components, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 40, No. 12, pp. 1247-1263, 12/1/, 1998.



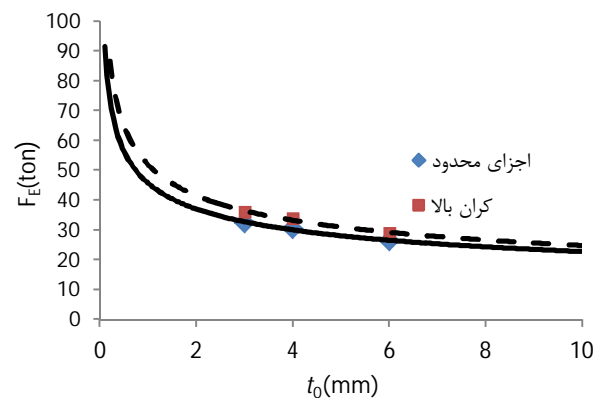
شکل 15 مقایسه‌ی تحلیل کران بالا و تحلیل اجزای محدود برای ضرایب اصطکاک متغیر



شکل 16 مقایسه‌ی تحلیل کران بالا و اجزای محدود با شعاع شمشال متغیر



شکل 17 نمودار نیرو-شعاع قطعه، مقایسه‌ی تحلیل کران بالا و تحلیل اجزای محدود برای قطر قطعه‌ی متغیر



شکل 18 نمودار نیرو-ضخامت، مقایسه‌ی تحلیل کران بالا و تحلیل اجزای محدود برای ضخامت متغیر

- [14] R. K. Uyyuru, H. Valberg, Physical and numerical analysis of the metal flow over the punch head in backward cup extrusion of aluminium, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 172, No. 2, pp. 312-318, 2006.
- [15] G. Faraji, H. Jafarzadeh, H. J. Jeong, M. M. Mashadi, H. S. Kim, Numerical and experimental investigation of the deformation behavior during the accumulative back extrusion of an AZ91 magnesium alloy, *Materials & Design*, Vol. 35, pp. 251-258, 2012.
- [10] Y. H. Kim, J. H. Park, Upper bound analysis of torsional backward extrusion process, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 143-144, pp. 735-740, 2003.
- [11] K. Abrinia, K. Gharibi, An investigation into the backward extrusion of thin walled cans, *International Journal of Material Forming*, Vol. 1, No. S1, pp. 411-414, 2008.
- [12] H. Haghghat, P. Amjadian, A generalized velocity field for plane strain backward extrusion through punches of any shape, *Meccanica*, Vol. 48, No. 9, pp. 2099-2106, 2013.
- [13] C. SFT, *DEFORMTM 3D Version 6.1 (sp1) User's Manual Oct 10th 2007*: Corporation SFT, 2007.