



## بررسی تأثیر رفتار غیرخطی ماده بر توزیع بار در اتصالات کامپوزیتی تک لبه چندردیفه

فتح‌اله طاهری‌بهروز<sup>1\*</sup>، روزبه نوحی‌حفظ‌آباد<sup>2</sup>، علی‌رضا شماعی‌کاشانی<sup>3</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
2- دانشجوی کارشناسی‌ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
2- دانشجوی کارشناسی‌ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
\*تهران، صندوق پستی 1674613114، [taheri@iust.ac.ir](mailto:taheri@iust.ac.ir)

### چکیده

در این مقاله رویکردی تحلیلی برای تعیین توزیع نیرو در اتصالات پیچی کامپوزیتی با موادی شامل رفتار غیرخطی الاستیک ارائه شده است. توزیع نیرو در این روش با نوشتن صریح روابط تعادلی قابل محاسبه است. این روش شامل حلی تحلیلی براساس مدل جرم- فنر و ترکیب آن با رفتار غیرخطی مواد است که در آن چندلایه کامپوزیتی و اجزای اتصال به‌عنوان مجموعه‌ای از جرم و فنر در نظر گرفته شده است. با استفاده از این روش و تحلیل معادلات تعادل حاکم بر سیستم، نیروی اعمالی بر هر پیچ و جابجایی آن قابل محاسبه است. در این مقاله پس از معرفی این روش، توزیع نیرو بین پیچ‌ها برای یک اتصال سه پیچ تک ردیفه محاسبه شده است و برای بررسی تأثیر رفتار غیرخطی مواد بر توزیع نیرو در اتصالات، تغییرات نیرو برحسب جابجایی برای این اتصال با مواد خطی و غیرخطی رسم شده است. نتایج به‌دست آمده بوسیله مدل ارائه شده، افزایش تقریبی 2/5 تا 5 درصدی جابجایی پیچ را برای اتصالات با مواد غیرخطی نشان می‌دهد. علاوه بر این، در این مطالعه با توجه به تلورانس‌های ساخت و امکان وجود لقی، تأثیرات لقی در اتصالات با رفتار خطی و غیرخطی نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 05 شهریور 1393  
پذیرش: 19 مهر 1393  
ارائه در سایت: 01 آذر 1393  
کلید واژگان:  
اتصالات کامپوزیتی تک‌لبه  
خواص مکانیکی غیرخطی  
لقی  
حل تحلیلی

## Determining nonlinear behavior effects of material on load distribution in single-column multi-bolt composite joints

Fathollah Taheri-Behrooz<sup>1\*</sup>, Rouzbeh Nouhi Hefzabad<sup>2</sup>, Alireza Shamaei Kashani<sup>3</sup>

1,2,3- Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.  
\*P.O.B. 1674613114 Tehran, Iran, [taheri@iust.ac.ir](mailto:taheri@iust.ac.ir)

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 27 August 2014  
Accepted 11 October 2014  
Available Online 22 November 2014

#### Keywords:

Bolted composites joints  
effects of nonlinear behavior  
bolt-hole clearance  
analytical solution

### ABSTRACT

In this paper an analytical approach for determining load distribution in single-column multi-bolt composite joints that contain nonlinear behavior is presented. Load distribution can be computed by the writing of governing equation of motion. This method is a closed form solution and includes a combination of spring-based and nonlinear behavior of materials theories. In this method, ideal bolted joint is similar to spring-mass system. Exerted load on each bolt and its displacement can be computed by using this method and analysis of governing equilibrium equation of system. In this paper, after the presentation of this method, load distribution in single-column multi-bolt composite joints is investigated, and curves of load changes versus displacement changes are plotted with linear and nonlinear behavior of material for determining nonlinear behavior effects of material on load distribution. The achieved results via suggested solution indicate that displacement increases about 2.5-5 percent in comparison with results of linear method. Due to manufacturing tolerances, bolt-hole clearances can vary within allowable limits and fits. Therefore, effect of bolt hole-clearance on the composite joints with linear and nonlinear property was investigated.

است. از طرفی تمرکز تنش در اطراف سوراخ، رفتار ترد کامپوزیت‌ها و غیرهمسانگرد بودن ماده از معایب اتصالات پیچی در کامپوزیت‌هاست. علاوه بر آن در اتصالات تک‌لبه، القاء خمش ثانویه سبب ضعیف‌تر شدن این نوع اتصالات می‌شود. به همین دلیل تحلیل دقیق توزیع نیرو در اتصالات پیچی کامپوزیت‌ها و بررسی اثر پارامترهای متعدد روی آن، از موضوعات مهم تحقیقاتی به شمار می‌رود. توزیع نیروها بین پیچ‌ها در یک اتصال تأثیر مهمی در تنش‌های لهدیگی و ضرائب تمرکز تنش دارد و این پارامترها برای به‌دست آوردن توزیع نیرو در یک اتصال پیچی به‌کار می‌رود، به‌طوری که استحکام و

### 1- مقدمه

در بسیاری از سازه‌های فلزی و کامپوزیتی، اتصال اجزا به یکدیگر از طریق اتصالات مکانیکی انجام می‌شود. برای نمونه، به دلیل لزوم تعمیر و بازبینی در اجزای هواپیما در طی عمر کاری آن‌ها، نیاز است از اتصالاتی بهره برده شود که بتوان به راحتی آنان را تعمیر و یا تعویض کرد. از این‌رو در چنین سازه‌هایی برای اتصال قطعات مختلف سازه‌ای به یکدیگر از اتصالات چسبی، پیچی و ترکیب آن‌ها استفاده می‌شود، ولی اتصالات پیچی به دلیل امکان باز و بسته کردن، قابلیت اعتماد بالا و ظرفیت بالای باربری بیشتر مورد توجه

توسط مک‌کارتی و همکارانش مورد استفاده قرار گرفته‌اند [10,11]. در این مطالعات، مک‌کارتی و همکارانش با استفاده از نتایج مدل عددی، به بررسی تأثیرات لقی روی اتصالات پرداخته و نتایج آن را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که افزایش لقی منجر به افزایش میزان دوران پیچ و کاهش سطح مقطع تماسی پیچ و سوراخ و همچنین کاهش سفتی اتصال می‌شود. توسعه یک روش تحلیلی برای مدل‌سازی توزیع بار در اتصالات کامپوزیتی چند پیچه توسط مک‌کارتی و همکارانش انجام شد [12,13]. مدل آن‌ها یک حل تحلیلی توسعه‌یافته از روش پایه فنی<sup>4</sup> است که در این روش پیچ‌ها و چندلایه‌ها به وسیله یک سری از جرم‌های متمرکز و فنر مدل می‌شوند. آن‌ها روش خود را با استفاده از مدل المان محدود سه‌بعدی صحت‌سنجی کردند، همچنین تأثیرات گشتاور پیچ و لقی را روی توزیع بار در یک اتصال تک‌لایه سه‌پیچه مورد بررسی قرار دادند.

در اتصالات کامپوزیتی، صفحات کامپوزیتی به دلیل رفتار ترد، در اثر اعمال بارهای بالاتر از حد استحکام به سرعت از کار می‌افتند و سبب می‌شوند بیشینه ظرفیت تحمل بار سازه اصلی کاهش یابد. در پاسخ به این مشکل، رویکرد کلی طراحی چنین اتصالاتی به سمت طراحی محافظه‌کارانه می‌رود و این خود سبب از بین رفتن بخشی از پتانسیل کامپوزیت‌ها در کاهش وزن سازه می‌شود. از سوی دیگر با صرف‌نظر کردن از رفتار غیرخطی کامپوزیت‌ها به ویژه در برش و در نظر گرفتن رفتار آن‌ها به صورت کاملاً خطی، باز با حرکت به سوی طراحی محافظه‌کارانه، بخش دیگری از توانایی کامپوزیت‌ها در کاهش وزن سازه از دست می‌رود. در طراحی اتصالات کامپوزیتی پیچی، متغیرهای طراحی بسیاری مؤثر هستند. برخی از این متغیرها شامل: نوع مواد سازنده اتصال، قطر سوراخ، ضخامت اتصال، لقی سوراخ و گشتاور اعمالی بر پیچ هستند. همان‌طور که ملاحظه شد تأثیر پارامترهای مختلف مانند لقی سوراخ، ضخامت و عرض ورق، قطر پیچ، سفتی پیچ و سفتی ورق در نحوه توزیع بار مطالعه شده است، ولی براساس آخرین دانش مؤلفین، تأثیر غیرخطی بودن مواد صفحه بر نحوه توزیع بار تحقیق نشده است. با توجه به رفتار غیرخطی تنش برشی و کرنش برشی لایه‌ها، استفاده از لایه چینی‌های مختلف سبب ایجاد رفتار غیرخطی در صفحات کامپوزیتی در راستای بارگذاری می‌شود. هدف از این مقاله بررسی اثر غیرخطی بودن مواد کامپوزیتی بر توزیع بار در اتصالات تک‌لایه و تک‌دریغی در سازه‌های کامپوزیتی است. برای این منظور، در این تحقیق با تلفیق معادلات تحلیلی اصلاح شده برای تحلیل نیرو در اتصالات پیچی با معادله رفتار غیرخطی تنش برشی - کرنش برشی تسای - هان اصلاح شده، مدل جدیدی ارائه شده است. این مدل توانایی تعیین توزیع بار در اتصالات تک‌لایه چنددریغه با در نظر گرفتن تأثیرات غیرخطی مواد در برش را داراست. علاوه بر آن، در این تحقیق تأثیرات لقی در اتصالات کامپوزیتی با لحاظ کردن رفتار غیرخطی کامپوزیت مورد بررسی قرار گرفته است. در این بررسی نتایج به‌دست آمده، با نتایج موجود از دیگر محققین که شامل اتصال با رفتار خطی مواد است مقایسه شده است.

## 2- ارائه روش تحلیلی

در شکل 1 فلوچارت تحلیلی مدل توسعه داده شده ارائه شده است که روند کلی حل را نشان می‌دهد. با استفاده از رابطه تسای - هان [14] که برای در نظر گرفتن رفتار غیرخطی کامپوزیت‌های تک‌لایه ارائه شده است، رفتار غیرخطی کامپوزیت‌های چندلایه مدل‌سازی شده و از ترکیب آن با مدل

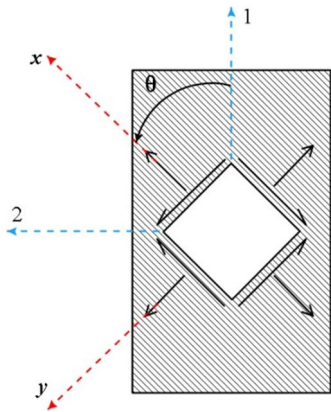
عمر خستگی را کنترل می‌کنند. سه روش عمده برای به‌دست آوردن این توزیع نیرو وجود دارد؛ 1- روش آزمایشگاهی که مطابق استاندارد ASTM 7248 انجام می‌شود. 2- روش‌های عددی و استفاده از نرم‌افزارهای تجاری که نیاز به مدل‌سازی سه‌بعدی و تحلیل غیرخطی داشته و زمان‌بر است. 3- روش‌های تحلیلی که بر مبنای تعادل بین نیروهای خارجی و داخلی در اتصالات به‌دست می‌آید.

در این زمینه می‌توان به تحلیل تنش سه‌بعدی اتصالات کامپوزیتی تک‌لایه پیچی توسط ایرمان اشاره کرد. ایشان با توجه به توزیع تنش غیریکنواخت در نزدیکی پیچ، یک مدل المان محدود را برای تحلیل آن به کار بست، همچنین به‌منظور صحت‌سنجی مدل ارائه‌شده خود، برنامه‌ای آزمایشگاهی تدوین کرده و تغییر شکل‌ها، کرنش‌ها و بار اعمالی بر پیچ را اندازه‌گیری کرد. نتایج به‌دست آمده از آزمایش‌ها و مدل المان محدود ایشان از هم‌خوانی قابل قبولی برخوردار بودند [1]. بررسی تأثیرات لقی در استحکام و سفتی اتصالات پیچی کامپوزیتی تک‌لایه توسط مک‌کارتی و همکارانش انجام شد. آن‌ها در مطالعه خود تعریفی جایگزین از استحکام را ارائه و نتایج خود را با توجه به تعریف خود از استحکام ارزیابی کردند. نتایج حاصل از کار آن‌ها نشان داد که افزایش میزان لقی در نمونه‌ها منجر به کاهش سفتی اتصال و افزایش کرنش نهایی می‌شود [2]. تحلیل تنش در اتصالات مرکب از جمله مباحث مورد توجه محققان در زمینه اتصالات کامپوزیتی در دهه اخیر بوده است. توضیح نحوه انتقال بار در اتصالات مرکب به دلیل تفاوت در سفتی‌های مسیرهای بار جایگزین<sup>1</sup> پیچیده است. کیلی برای پیش‌بینی نحوه توزیع بار در اتصالات مرکب به شبیه‌سازی یک اتصال تک‌لایه کامپوزیتی با استفاده از یک مدل المان محدود سه‌بعدی شامل تأثیرات تماس پیچ - سوراخ و رفتار غیرخطی مواد کامپوزیتی پرداخت. مقایسه کار ایشان با نتایج تجربی، درستی مطالعه او را تأیید کرد [3]. در این زمینه، بارات و مادنسی اتصالات کامپوزیتی مرکب چسبی/ پیچی را تحت بار ترکیبی صفحه‌ای و معکوس شونده<sup>2</sup> به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار دادند؛ در بررسی آن‌ها جابه‌جایی‌های چند لایه کامپوزیتی و پیچ به‌ترتیب براساس تئوری‌های مندلین و تیر تیموشنکو است. آن‌ها از روش کار مجازی برای استخراج معادلات تعادل اتصال بهره بردند که سینماتیک هر چند لایه کامپوزیتی با استفاده از توابع عمومی و محلی تقریب زده شد [4]. کرادینوف و همکارانش نیز به بررسی رفتار اتصال کامپوزیتی پیچی تحت بار مکانیکی و گرمایی پرداختند [5].

روش‌هایی که در تحلیل اتصالات به‌کار گرفته می‌شوند شامل روش‌های المان محدود و تحلیلی است. از روش‌های المان محدود می‌توان به GBJM<sup>3</sup> اشاره کرد که در آن از المان‌های پوسته‌ای برای مدل‌سازی چندلایه کامپوزیتی استفاده می‌کنند [6] و از روش‌های تحلیلی می‌توان به مدل براساس سیستم جرم و فنر اشاره کرد که برای اتصالات دولبه مواد همسانگرد توسط تات و روزنگلد ارائه شده است [7]. نلسون و همکارانش برنامه‌ای در قالب فورترن ارائه کردند که به کمک آن می‌توان توزیع بار در اتصالات تک‌لایه مواد ناهمسانگرد را تعیین کرد [8]. در این زمینه فان و کیو متغیر مختلط را ارائه کردند، ایشان در این مطالعه تأثیر اصطکاک بر توزیع بار در یک اتصال تک‌لایه چهارپیچه را بررسی کردند [9]. مدل‌های المان محدود سه‌بعدی برای بررسی تأثیرات لقی سوراخ - پیچ بر رفتار مکانیکی اتصالات کامپوزیتی پیچی

1- Alternative load paths  
2- Transverse  
3- Global Bolted Joint Model

4- Spring-based



شکل 2 قرارداد جهات محوری و غیر محوری

204 GPa مدول الاستیسیته در راستای عمود بر الیاف،  $E_{yy}$  برابر GPa 18/5 و ضریب پواسون اصلی،  $\nu_{xy}$  برابر 0/225 است [14].

$$\begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} + S_{ssss} \sigma_3^2 \times$$

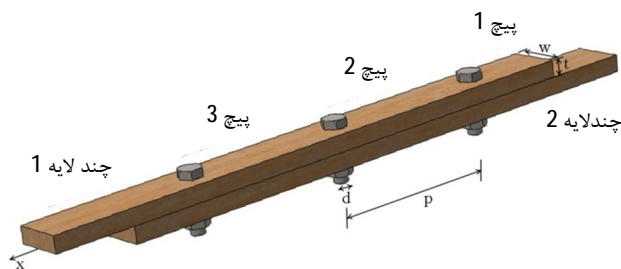
$$\begin{bmatrix} (1-\cos 4\theta)/8 & -(1-\cos 4\theta)/8 & -(\sin 4\theta)/4 \\ & (1-\cos 4\theta)/8 & (\sin 4\theta)/4 \\ \text{symmetric} & & (1+\cos 4\theta)/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\sigma_3^2 = \frac{1-\cos 4\theta}{8} (\sigma_1 - \sigma_2)^2 - \frac{\sin 4\theta}{2} \sigma_6 (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \frac{1}{2} (1-\cos 4\theta) \sigma_6^2 \quad (2)$$

## 2-2- مدل جرم - فنر

شکل 3 نمایی کلی از یک اتصال کامپوزیتی تک‌لایه سه‌پیچ است، در این شکل  $p$  گام،  $d$  قطر پیچ و  $t$  ضخامت چندلایه است [15]. در این پژوهش با استفاده از مدل جرم و فنر رفتار اتصالات تک‌لایه با سه ردیف پیچ شبیه‌سازی شده‌اند تا نحوه توزیع نیرو در پیچ‌ها مورد بررسی قرار گیرد. در این مدل برای هر پیچ یک درجه آزادی در راستای افقی تعریف می‌شود و سفتی‌ها با استفاده از فنرها مدل می‌شوند [13]. تحلیل نیروی اتصال کامپوزیتی به‌عنوان خروجی این مدل مورد نظر است. در این تئوری فرض بر آن است که هر المان از سیستم در طول خود دارای ضخامت ثابت باشد. با توجه به این که هر المان توسط یک فنر مجزا مدل می‌شود، هر یک از آن‌ها می‌تواند از جنس‌های متفاوت و با ابعاد گوناگون باشد.

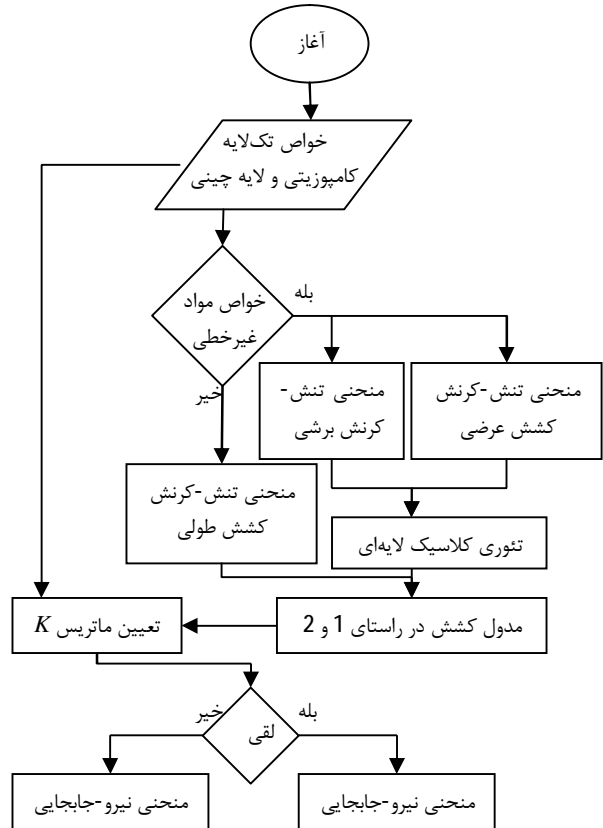
سفتی معادل با هر پیچ در این مقاله با  $K_{BOLT}$  نشان داده شده است که تعداد آن‌ها متناسب با نوع قطعه است. سفتی‌های چندلایه‌ها نیز با استفاده از



شکل 3 نمای کلی از یک اتصال کامپوزیتی تک‌رذیفه

جرم - فنر مک‌کارتی [13]، مدل جامع‌تری ارائه می‌شود که توانایی تحلیل توزیع نیرو در اتصالات کامپوزیتی با در نظر گرفتن خواص غیرخطی ماده را دارد. بدین ترتیب مدل تحلیلی فوق توانایی تحلیل نیروی اتصالات کامپوزیتی تک و چندلایه را با در نظر گرفتن رفتار غیرخطی و یا خطی داراست. بدین‌منظور خواص تک‌لایه و لایه‌چینی به‌عنوان ورودی به مدل داده می‌شود و پس از اجرای روند شکل 1، منحنی نیرو-جابجایی غیرخطی چندلایه کامپوزیتی به‌عنوان خروجی دریافت می‌شود.

تسای و هان مدلی ساختاری برای بررسی تأثیر خواص غیرخطی در رفتار کامپوزیت ارائه دادند. بدین منظور آن‌ها از شرایط حالت تنش صفحه‌ای برای بررسی کامپوزیت بوران/اپوکسی تحت بار تک‌محوره بهره بردند. مطابق شکل 2، مختصات خارج محوری با علامت 1 و 2 و مختصات محوری با علامت  $X$  و  $Y$  برای تک‌لایه کامپوزیتی استفاده شده‌اند. رابطه میان تنش و کرنش برای هر لایه مطابق روابط (1) و (2) می‌تواند ارائه شود. در رابطه (1)،  $S_{ssss}$  ثابتی است که می‌توان آن را با انجام آزمایش به‌دست آورد. مقدار آن برای کامپوزیت بوران/اپوکسی برابر با  $4.67e - 16 Pa^3$  است [14]. در این تحقیق با استفاده از منحنی‌های تنش - کرنش کشش طولی، عرضی و برش داخل صفحه‌های کامپوزیت و با استفاده از تئوری کلاسیک لایه‌ای<sup>1</sup>، خواص مکانیکی اتصال کامپوزیتی و سفتی چندلایه در جهات  $X$  و  $Y$  محاسبه می‌شود؛ سپس با استفاده از این خواص همان‌طور که در شکل 1 نشان داده شده است، می‌توان به کمک مدل جرم - فنر غیرخطی جابجایی هر پیچ را محاسبه کرد و رفتار اتصال در طی بارگذاری را پیش‌بینی کرد. خواص ماده بوران/اپوکسی HTA/6376 شامل مدول الاستیسیته در راستای الیاف،  $E_{xx}$ ، برابر



شکل 1 الگوریتم پیشنهادی برای مدل‌سازی رفتار غیرخطی اتصالات کامپوزیتی

بیان سفتی پیچ در اتصال تک‌لایه بیان شده است [8]:

$$\frac{1}{K_{BOLT}} = \frac{2t_{LAM2} + t_{LAMI}}{3G_{BOLT}A_{BOLT}} + \frac{8t_{LAM2}^3 + 16t_{LAM2}^2t_{LAMI}}{192E_{BOLT}I_{BOLT}} + \frac{86t_{LAM2}^2t_{LAMI} + t_{LAMI}^3}{192E_{BOLT}I_{BOLT}} + \frac{2t_{LAM2} + t_{LAMI}}{t_{LAM2}t_{LAMI}E_{bbr}} + \frac{1}{t_{LAM2}(\sqrt{E_{11}E_{22}})_{LAMI}} + \frac{1}{t_{LAMI}(\sqrt{E_{11}E_{22}})_{LAMI}} \quad (6)$$

$$\frac{1}{K_{BOLT}} = \frac{2(t_{LAM2} + t_{LAMI})}{3G_{BOLT}A_{BOLT}} + \left[ \frac{2(t_{LAM2} + t_{LAMI})}{t_{LAM2}t_{LAMI}E_{BOLT}} + \frac{1}{t_{LAM2}(\sqrt{E_{11}E_{22}})_{LAMI}} + \frac{1}{t_{LAMI}(\sqrt{E_{11}E_{22}})_{LAMI}} \right] \times [1 + 3\beta] \quad (7)$$

در رابطه (7)،  $G$  مدول برشی،  $A$  و  $I$  مساحت سطح مقطع و ممان دوم اینرسی سطح مقطع را نشان می‌دهند.  $E_{11}$  و  $E_{22}$  نیز مدول چندلایه را به ترتیب در جهت بارگذاری و عمود بر بارگذاری نشان می‌دهند. ضریب  $\beta$  نیز کسر گشتاور خمشی اعمالی بر پیچ که عکس‌العمل تنش‌لهدیگی در پیچ است، را نمایش می‌دهد. ضریب  $\beta$  مقدار 1 برای پین‌های تحت برش ساده تا مقدار 0/5 برای بست‌های هزینه‌دار متغیر است.

#### 2-2-2- توسعه روش برای در نظر گرفتن اثر لقی سوراخ

با توجه به تلورانس‌های ساخت، لقی پیچ-مه‌ره می‌تواند در محدوده‌های مجاز تغییر کند. تأثیر اصلی لقی در بارگذاری اتصال، یک تأخیر در افزایش بار است تا هنگامی که لقی به طول انجامد. اگر در ابتدا پیچ در مرکز اتصال (سوراخ) قرار داشته باشد و دوصفحه باهم تراز باشند، جابه‌جایی پیچ پیش از آغاز بارگذاری برابر با مقدار لقی است. توجه شود که در این‌جا لقی به‌عنوان تفاوت بین سوراخ و ساقه پیچ تعریف می‌شود. برای اعمال لقی بر مدل جرم و فنر فرض می‌شود که پس از صفر شدن لقی، نیرو برابر با حاصل ضرب سفتی پیچ در اختلاف نسبی جابه‌جایی صفحات منهای لقی است. برای وارد کردن لقی در روابط مدل جرم و فنر، ماتریس  $F$  به‌صورت رابطه (8) خواهد بود [13].

رابطه (8) بیانگر بردار بار خارجی در حضور لقی است، شایان یاد است که ماتریس سفتی در حضور لقی بدون تغییر خواهد بود. در رابطه (8)،  $C$  نشان‌دهنده میزان لقی در هر پیچ است.

$$\begin{pmatrix} (K_{LMA2\_END} + K_{LMA2\_2} + K_{BOLT3}) & -K_{BOLT3} & -K_{LAM2\_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_1 & -K_{BOLT1}C_3 \\ -K_{BOLT3} & (K_{BOLT3} + K_{LAMI\_2}) & 0 & -K_{LAMI\_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & x_2 & K_{BOLT1}C_3 \\ -K_{LAM2\_2} & 0 & (K_{LAM2\_2} + K_{LAM2\_1} + K_{BOLT2}) & -K_{BOLT2} & -K_{LAM2\_1} & 0 & 0 & 0 & x_3 & -K_{BOLT2}C_2 \\ 0 & -K_{LAMI\_2} & -K_{BOLT2} & (K_{LAMI\_2} + K_{BOLT2} + K_{LAMI\_1}) & 0 & -K_{LAMI\_1} & 0 & 0 & x_4 & K_{BOLT2}C_2 \\ 0 & 0 & -K_{LAM2\_1} & 0 & (K_{LAM2\_1} + K_{BOLT1}) & -K_{BOLT1} & 0 & 0 & x_5 & -K_{BOLT1}C_1 \\ 0 & 0 & 0 & -K_{LAMI\_1} & -K_{BOLT1} & (K_{BOLT1} + K_{LAMI\_1} + K_{LAMI\_END}) & -K_{LAMI\_END} & 0 & x_6 & K_{BOLT1}C_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{LAMI\_END} & K_{LAMI\_END} & 0 & x_7 & P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -K_{BOLT1}C_3 \\ K_{BOLT1}C_3 \\ -K_{BOLT2}C_2 \\ K_{BOLT2}C_2 \\ -K_{BOLT1}C_1 \\ K_{BOLT1}C_1 \\ P \end{pmatrix} \quad (8)$$

$K_{LAM}$  نشان داده شده‌اند. نام‌گذاری سفتی چندلایه بر مبنای شماره آن و قسمت‌های میان جرم‌های فرضی است؛ برای نمونه  $K_{LAMI,2}$  قسمت دوم از چندلایه اول را نشان می‌دهد. مدل استفاده شده در این تحلیل بر مبنای فرضیات زیر استوار است [13]:

- جرم‌ها دارای درجه آزادی در راستای افقی هستند.
- تمام فنرها (شامل فنرهای معادل پیچ) تنها در محور افقی سفتی دارند.
- در این تحلیل از اثرات اصطکاک بین چندلایه‌های کامپوزیتی صرف‌نظر می‌شود.

با نوشتن معادلات تعادل برای هر جرم و در نظر گرفتن حالت شبه استاتیکی، رابطه (3) برای هر اتصال استخراج می‌شود که می‌توان میزان جابه‌جایی هر پیچ را با معلوم بودن نیروی وارده و ماتریس سفتی محاسبه کرد. در ادامه روابط استفاده شده جهت محاسبه سفتی هر قسمت بیان شده است.

$$[K]\{X\} = \{F\} \quad (3)$$

#### 2-2-1- محاسبه سفتی فنرها

با دانستن سطح مقطع، مدول الاستیسیته و طول هر قطعه از چندلایه، می‌توان سفتی مربوط به آن را محاسبه کرد. در رابطه (4)،  $E_{ij}$  نشان‌دهنده مدول الاستیسیته در جهت طولی یا همان جهت بارگذاری چندلایه است،  $W$  و  $t$  به ترتیب عرض و ضخامت چندلایه هستند.

$$K_{LAMI\_j} = \left( \frac{E_{ij}Wt}{p-d} \right)_{LAMI\_j} \quad (4)$$

$p$  گام پیچ‌ها و  $d$  قطر آن است و  $i$  و  $j$  نیز دو نقطه مادی‌اند که توسط این چندلایه به یکدیگر متصل شده‌اند. سفتی پیچ در اتصالات دولایه با رابطه (5) مدل می‌شود [8]:

$$\frac{1}{K_{BOLT}} = \frac{2\delta}{P} = C_{bs} + C_{bb} + C_{bbr} + C_{pbr} \quad (5)$$

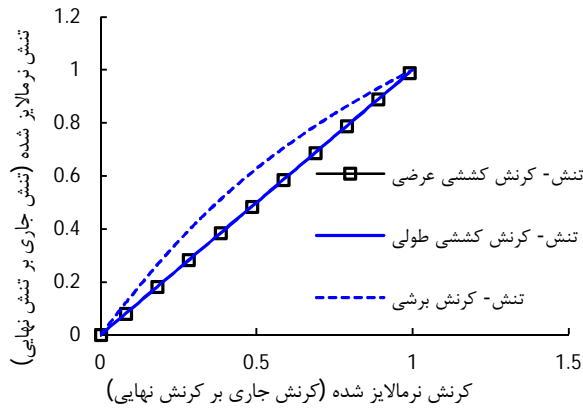
که در آن  $\delta$  جابه‌جایی پیچ،  $P$  بار در برش دولایه و ثوابت دیگر عبارتند از:  $C_{bs}$  برای تغییرشکل برشی پیچ،  $C_{bb}$  برای تغییرشکل ناشی از خمش پیچ،  $C_{bbr}$  برای تغییرشکل ناشی از اثر لهدیگی در پیچ و  $C_{pbr}$  برای تغییرشکل ناشی از اثر لهدیگی روی چندلایه است. ضرایب تجربی رابطه (5) توسط تات و روزنفلد [7] ارائه شده است. نلسون با اعمال ضریب  $\beta$  در رابطه (6) سعی کرد تا این رابطه را برای اتصالات تک‌لایه گسترش دهد. رابطه (7) توسط او برای

3- نتایج

در این تحقیق اتصال تک‌لایه با سه پیچ مدل و مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحلیل از خواص کامپوزیت بوران/ اپوکسی با لایه‌چینی  $[45/0/-45/90]_{5s}$  با ضخامت هر لایه 0/13 میلی‌متر، استفاده شده است. در جدول 1 خواص ماده مورد استفاده جهت این لایه‌چینی را بیان می‌کند. شکل 4 ساختار مدل‌سازی به روش جرم- فنر را روی اتصالات تک لایه سه‌پیچه نشان می‌دهد، با استخراج معادلات حاکم بر سیستم می‌توان رفتار هر یک از پیچ‌ها را در طی بارگذاری شبیه‌سازی کرد و مقدار جابه‌جایی هر کدام را به دست آورد. در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی رفتار اتصال تک‌لایه سه پیچه در طی بارگذاری آورده شده است.

برای بررسی رفتار اتصال در حالت غیرخطی در طی بارگذاری، بایستی ابتدا رفتار مواد شناسایی شود تا بتوان از آن در تحلیل نیرو بهره برد. در این‌جا با استفاده از رابطه تسای-هان، منحنی تنش کرنش تک‌لایه کامپوزیت بوران/ اپوکسی رسم می‌شود. این منحنی‌ها در شکل 5 نشان داده شده‌اند. در شکل 5، منحنی نرمالایز شده  $S_1$  برحسب  $E_1$  نشان می‌دهد که رابطه تنش-کرنش کششی طولی، خطی است. رابطه کشش عرضی نیز می‌تواند خطی فرض شود، هرچند در این تحقیق تأثیرات غیرخطی بودن رفتار کشش عرضی نیز در نظر گرفته شده است. منحنی نرمالایز شده  $S_2$  برحسب  $E_2$  رفتار تک‌لایه را در طی بارگذاری عرضی نشان می‌دهد. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد میزان انحراف این منحنی از معادله خط راست قابل صرف‌نظر کردن است.

اما منحنی تنش-کرنش برشی رفتاری کاملاً غیرخطی از خود نشان می‌دهد که این موضوع روی رفتار مکانیکی کل کامپوزیت اثری قابل ملاحظه می‌گذارد، منحنی نرمالایز شده  $S_6$  این مطلب را برحسب  $E_6$  نشان می‌دهد. با استفاده از خواص تک‌لایه کامپوزیت بوران/ اپوکسی و روابط (7.4) سفتی چندلایه‌ها محاسبه شده و در نهایت از رابطه (8) رابطه نیرو- جابه‌جایی به دست آمده است. در شکل 6 منحنی نیرو- جابه‌جایی اتصال



شکل 5 نمودارهای تنش-کرنش بوران/اپوکسی

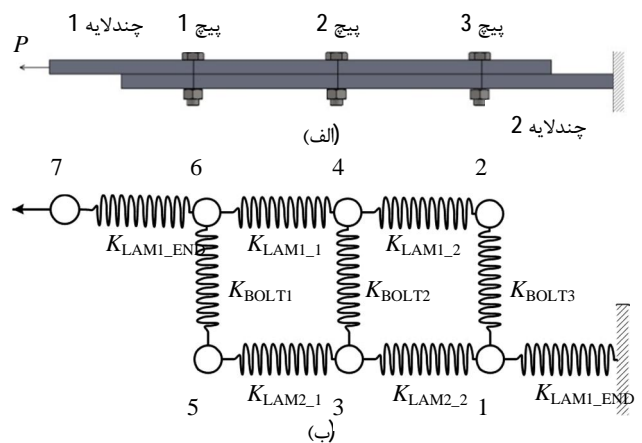
تک‌لایه سه‌پیچه نشان داده شده است؛ شکل‌های 6-الف و 6-ب منحنی نیرو- جابه‌جایی را در حالت خواص مواد خطی و غیرخطی در حالت بدون در نظر گرفتن لقی نشان می‌دهند و شکل‌های 6-ج و 6-د منحنی نیرو- جابه‌جایی را برای این ماده در حالت خطی و غیرخطی با در نظر گرفتن لقی نشان می‌دهند. برای بررسی دقیق‌تر اثر لقی، منحنی نیرو- جابه‌جایی پیچ شماره 2 و پیچ‌های شماره 1 و 3 با در نظر گرفتن خواص مواد خطی و غیرخطی در یک شکل رسم شده است. همان‌طور که در شکل 7 مشاهده می‌شود با در نظر گرفتن رفتار غیرخطی ماده، منحنی نیرو- جابه‌جایی در سطح نیروی مشخص، جابه‌جایی بیشتری خواهد داشت. نکته قابل توجه دیگر، جابه‌جایی بزرگ‌تر پیچ‌های شماره 1 و 3 است که دلیل این جابه‌جایی بیشتر در این پیچ‌ها به دلیل نحوه توزیع نیرو است.

مطابق انتظار با در نظر گرفتن رفتار غیرخطی برشی در اتصال کامپوزیتی، منحنی‌ها در سطح نیرویی برابر، جابه‌جایی بیشتری خواهند داشت. به عبارت دیگر منحنی نیرو- جابه‌جایی برای مواد غیرخطی دارای شیبی کمتر نسبت به این منحنی برای مواد خطی است. همچنین توزیع نیرو در اتصال متقارن است یعنی در اتصال سه‌پیچه، پیچ‌های شماره یک و سه به دلیل تقارن در هندسه و بارگذاری، منحنی نیرو جابه‌جایی یکسانی دارند. این مسئله در تمام منحنی‌های شکل 6 به وضوح قابل مشاهده است. مسئله دیگری که می‌توان مورد توجه قرار داد، درصد باری است که بر هر پیچ در اثر بار اعمالی خارجی وارد می‌شود. با توجه به هندسه مسئله توقع می‌رود که بار اعمالی در پیچ‌های 1 و 3 بیشتر از 2 باشد. درصد بار اعمالی بر هر پیچ در اتصال سه‌پیچه در شکل 8 نشان داده شده است. شایان یاد است با در نظر گرفتن رفتار غیرخطی مادی، روند توزیع بار در اتصالات کامپوزیتی تغییر می‌کند. برای بررسی این موضوع علاوه بر اتصال بوران/ اپوکسی با لایه‌چینی  $[45/0/-45/90]_{5s}$  که با نشان داده شده است، اتصال بوران/ اپوکسی با لایه‌چینی  $[45/30/-45/-30]_{5s}$  نیز در نظر گرفته شد که با II نشان داده می‌شود. نتایج زیر از این شکل دریافت می‌شود:

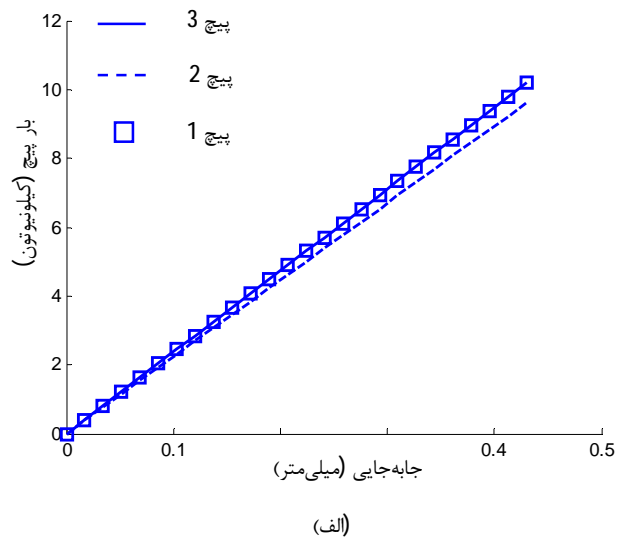
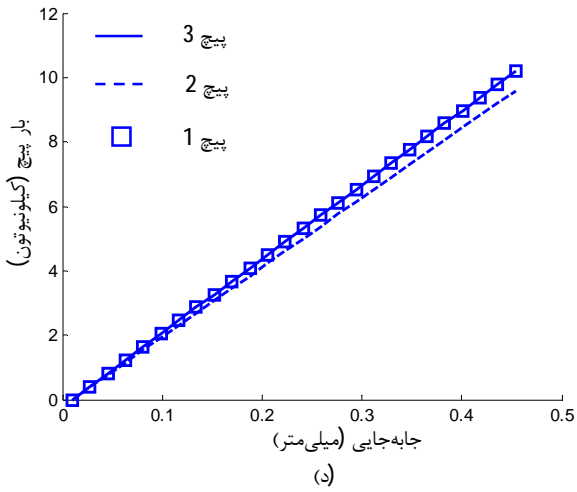
- در ابتدا از شکل 8 مشخص است که خطی بودن یا غیرخطی بودن خواص تأثیر چندانی بر بار اعمالی بر هر پیچ ندارد و تنها میزان جابه‌جایی را افزایش می‌دهد، به طوری که اختلاف مقدار بار اعمالی بر هر پیچ با در نظر گرفتن خواص غیرخطی و بدون در نظر گرفتن آن، برای لایه‌چینی I حدود 0/12 درصد است، اما این مقدار با افزایش خواص غیرخطی مادی برای لایه‌چینی II، حدود 0/4 درصد افزایش دارد. با افزایش خواص غیرخطی مادی (برای

جدول 1 خواص مواد [14]			
$\nu_{12}$	$G_{12}$ (GPa)	$E_{22}$ (GPa)	$E_{11}$ (GPa)
0.225	5.2	18.5	204

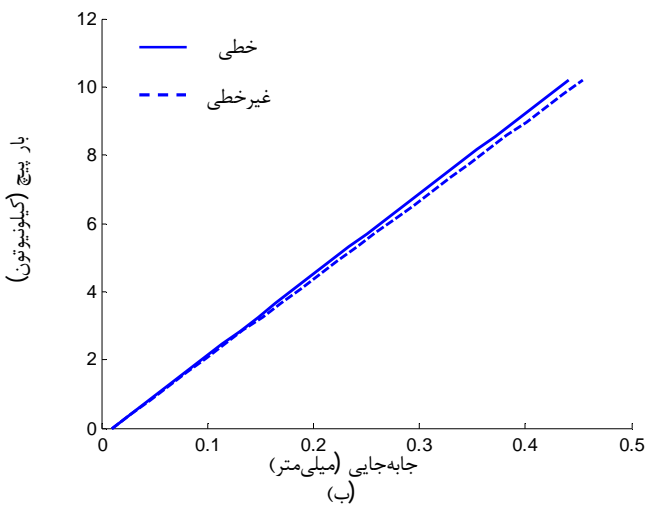
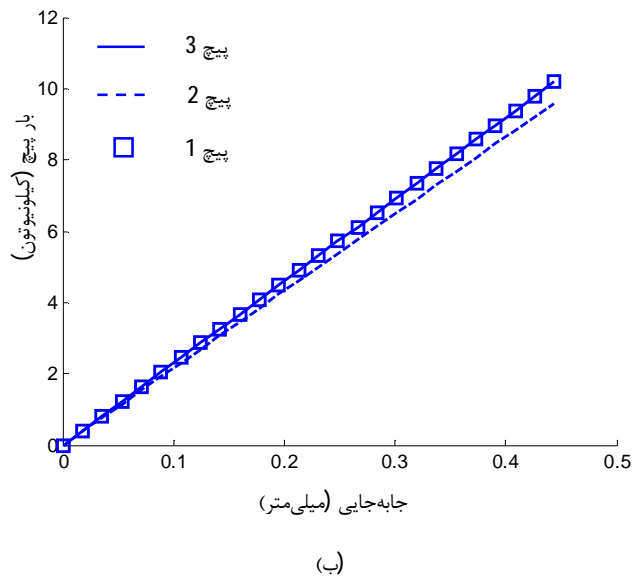
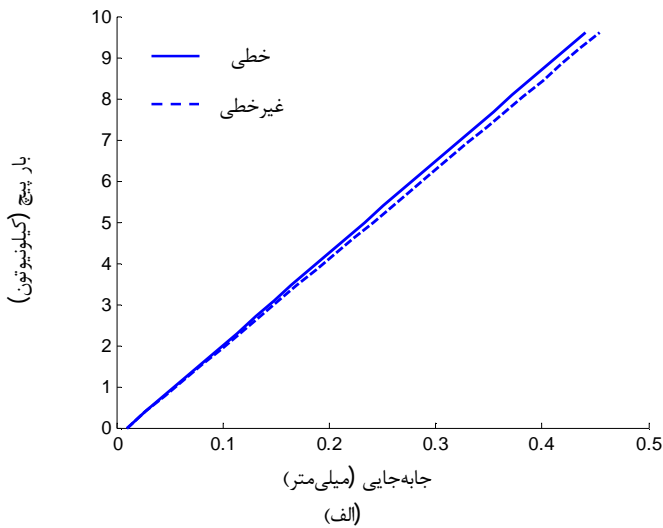
خواص تک‌جهته  
برای HTA/6376



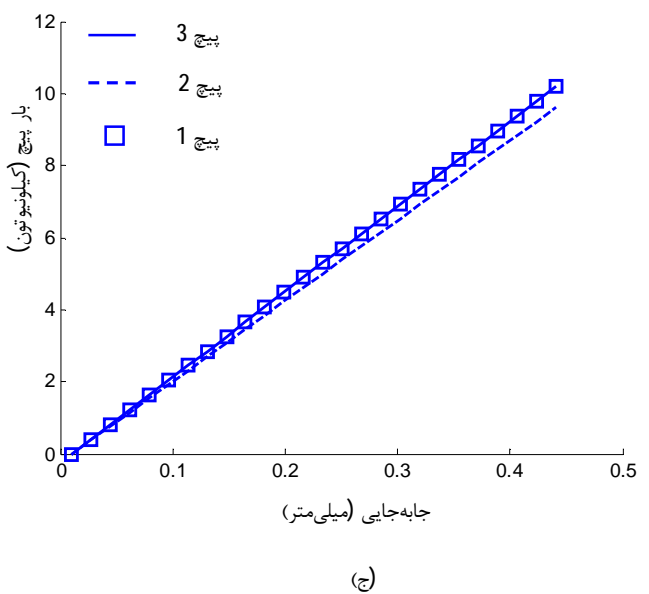
شکل 4 اتصال تک‌لایه سه پیچه: الف- ساختار اتصال، ب- مدل‌سازی جرم-فنر متناظر



شکل 6 توزیع نیرو در اتصال تک‌لایه سه‌پیچه؛ الف- کامپوزیتی با خواص خطی و بدون لقی. ب- کامپوزیتی با خواص غیرخطی و بدون لقی. ج- کامپوزیتی با خواص خطی و با لقی. د- کامپوزیتی با خواص غیرخطی و با لقی



شکل 7 توزیع بار در اتصال تک‌لایه سه‌پیچه در حضور لقی؛ الف- در پیچ 1، ب- در پیچ 2 یا 3



#### 4- بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به کاربرد اتصالات مکانیکی، مطالعات بسیاری در این حوزه انجام شده است؛ نکته قابل توجه در مطالعات آنان فرض بر رفتار الاستیک مواد در طی بارگذاری خارجی برای به‌دست آوردن پاسخ تئوری است، این درحالی است که وقتی دامنه اعمال نیروی وارده بر ماده افزایش یابد دیگر نمی‌توان رفتار آن را خطی فرض کرد. در این تحقیق سعی شد تا توزیع بار در اتصالات تک‌لبه کامپوزیتی با در نظر گرفتن خواص غیرخطی مواد مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور با استفاده از مدل جرم- فنر توزیع بار در اتصالات تک‌لبه محاسبه شد. برای در نظر گرفتن رفتار غیرخطی در کامپوزیت‌ها از تئوری ارائه شده توسط هان- تسای بهره گرفته شد. نتایج حاصل از این مدل نشان می‌دهند که در منحنی نیرو- جابه‌جایی مواد غیرخطی جابه‌جایی بیشتری نسبت به حالت خطی از خود نشان می‌دهند. به این نکته نیز باید توجه کرد که رفتار منحنی نیرو- جابه‌جایی برای حالت کشش طولی در هر دو حالت خطی و یا غیرخطی بودن خواص، خطی است؛ از سوی دیگر با در نظر گرفتن اثر لقی مشاهده شد که وجود لقی سبب جابه‌جایی منحنی نیرو- جابه‌جایی بدون تغییر در شیب نمودار می‌شود.

همان‌طور که مشاهده می‌شود با در نظر گرفتن تأثیرات غیرخطی بودن خواص، پاسخی نزدیک‌تر به واقعیت مشاهده می‌شود. شایان ذکر است مدل ارائه‌شده در این تحقیق، برای تمام چندلایه‌های تک‌لبه چندپیچ قابل استفاده است. همان‌طور که در این تحقیق استفاده از آن برای تحلیل نیرو در چندلایه تک‌لبه سه پیچ نشان داده شده است.

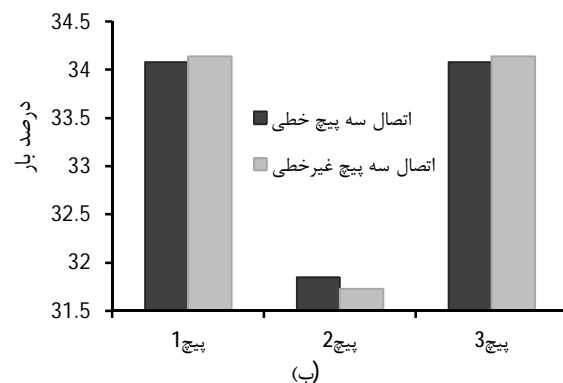
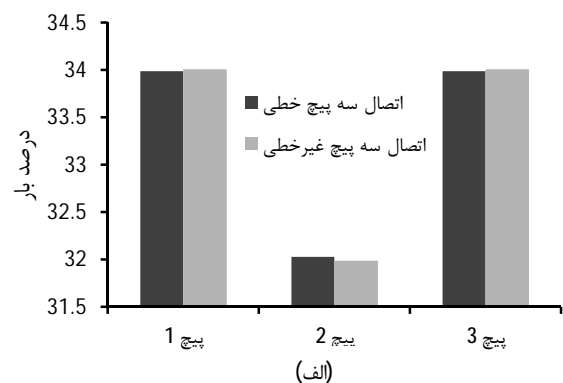
#### 5- مراجع

- [1] T. Ireman, Three-dimensional stress analysis of bolted single-lap composite joints, *Composite structures*, Vol. 43, No. 3, pp. 195-216, 1998.
- [2] M. McCarthy, V. Lawlor, W. Stanley, C. McCarthy, Bolt-hole clearance effects and strength criteria in single-bolt, single-lap, composite bolted joints, *Composites Science and Technology*, Vol. 62, No. 10, pp. 1415-1431, 2002.
- [3] G. Kelly, Load transfer in hybrid (bonded/bolted) composite single-lap joints, *Composite structures*, Vol. 69, No. 1, pp. 35-43, 2005.
- [4] A. Barut, E. Madenci, Analysis of bolted-bonded composite single-lap joints under combined in-plane and transverse loading, *Composite Structures*, Vol. 88, No. 4, pp. 579-594, 2009.
- [5] V. Kradinov, A. Barut, E. Madenci, D. Ambur, Bolted double-lap composite joints under mechanical and thermal loading, *International journal of solids and structures*, Vol. 38, No. 44, pp. 7801-7837, 2001.
- [6] P. Gray, C. McCarthy, A global bolted joint model for finite element analysis of load distributions in multi-bolt composite joints, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 41, No. 4, pp. 317-325, 2010.
- [7] M. B. Tate, S. J. Rosenfeld, *Preliminary investigation of the loads carried by individual bolts in bolted joints*. National Advisory Committee for Aeronautics, 1946.
- [8] W. D. Nelson, B. L. Bunin, L. J. Hart-Smith, *Critical Joints in Large Composite Aircraft Structure*, DTIC Document, pp. 1983.
- [9] F. Wei-Xun, Q. Chun-Tu, Load distribution of multi-fastener laminated composite joints, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 30, No. 21, pp. 3013-3023, 1993.
- [10] B. Egan, C. McCarthy, M. McCarthy, R. Frizzell, Stress analysis of single-bolt, single-lap, countersunk composite joints with variable bolt-hole clearance, *Composite Structures*, Vol. 94, No. 3, pp. 1038-1051, 2012.
- [11] M. McCarthy, C. McCarthy, V. Lawlor, W. Stanley, Three-dimensional finite element analysis of single-bolt, single-lap composite bolted joints: part I—model development and validation, *Composite Structures*, Vol. 71, No. 2, pp. 140-158, 2005.
- [12] C. McCarthy, P. Gray, An analytical model for the prediction of load distribution in highly torqued multi-bolt composite joints, *Composite Structures*, Vol. 93, No. 2, pp. 287-298, 2011.

نمونه افزودن لایه‌های 45 درجه بیشتر، این تغییرات بیشتر خواهد بود.

- در اتصالات تک‌لبه، پیچ‌های داخلی بار کم‌تری به نسبت پیچ‌های بیرونی تحمل می‌کنند. به‌طوری‌که درصد بار اعمالی بر پیچ میانی در اتصال سه پیچ 0/94 بار اعمالی بر پیچ‌های کناری است.
- با در نظر گرفتن رفتار غیرخطی مادی، روند توزیع نیرو در اتصال عوض می‌شود و بارهای اعمالی بر پیچ‌های داخلی کاهش پیدا می‌کند درحالی‌که بار اعمالی بر پیچ‌های خارجی افزایش می‌یابد. (شکل 8 ب)

در جدول 2 مقایسه‌ای بین نتایج نقاط مادی نمایش داده شده در شکل 4 با در نظر گرفتن تأثیرات غیرخطی بودن و بدون آن انجام شده است، این جدول میزان انحراف در هر پیچ را نسبت به حالت غیرخطی نشان می‌دهد.



شکل 8 توزیع بار در اتصال تک‌لبه سه پیچ. الف- اتصال ا ب- اتصال ا ا

جدول 2 تأثیر رفتار غیرخطی مواد بر توزیع نیرو در اتصال تک‌لبه سه پیچ

نقطه مادی	انحراف (بر حسب درصد)
1	4/83
2	2/52
3	4/82
4	2/62
5	4/83
6	2/79
7	3/16

- [15] B. Sriranga, C. Chandrappa, R. Kumar, P. Dash, Stress Analysis of Wing-Fuselage Lug Attachment Bracket of a Transport Aircraft, pp. 11–13, 2012.
- [13] M. McCarthy, C. McCarthy, G. Padhi, A simple method for determining the effects of bolt-hole clearance on load distribution in single-column multi-bolt composite joints, *Composite Structures*, Vol. 73, No. 1, pp. 78-87, 2006.
- [14] H. T. Hahn, S. W. Tsai, Nonlinear elastic behavior of unidirectional composite laminae, *Journal of Composite Materials*, Vol. 7, No. 1, pp. 102-118, 1973.