



مقایسه تأثیر سطوح تسلیم مختلف در پیش بینی نمودار حد شکل دهی آلیاژ Ti64 تیتانیوم

علی اکبر اله دادیان¹، کورش حسن پور^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان
2- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان
* hasanpour@eng.ui.ac.ir, 86746-7344. صندوق پستی

چکیده

مدلسازی ریاضی مرحله‌ای مهم در طراحی و بهینه‌سازی ابزار و پارامترهای عملیات شکل‌دهی فلزات است. در این بین، نمودار حد شکل‌دهی فلزات به عنوان یک ابزار کارآمد در تولید بهینه قطعات به روش شکل‌دهی، مورد توجه محققان قرار گرفته است. با توجه به شکل‌پذیری اندک آلیاژهای تیتانیوم و کاربردهای فراوان این آلیاژها در صنایع پیشرفته نظیر هوا و فضا، مطالعه رفتار این آلیاژها در شکل‌دهی اهمیت فراوانی پیدا کرده است. با توجه به هزینه‌های بالای روش‌های تجربی تعیین حد شکل‌دهی مخصوصاً در دماهای بالا، روش عددی توجه محققان زیادی را جلب کرده است. روش عددی تحت تأثیر مدلسازی دقیق رفتار الاستیک-پلاستیک ماده است. در آلیاژ Ti-64 تیتانیوم، رفتار نامعمول مکانیکی از قبیل ناهمسانگردی پلاستیک و عدم تقارن کشش و فشار در جهت‌های مختلف مشاهده می‌شود. در این مقاله روش عددی مارشینیاک به همراه سطوح تسلیم کازاکا و هیل در محاسبه حد شکل‌دهی آلیاژ Ti64 به کار رفته است. ملاحظه می‌گردد که پیش‌بینی حد شکل‌دهی با استفاده از سطح تسلیم کازاکا به نتایج تجربی موجود نزدیک‌تر است. علت این موضوع در پیش‌بینی بهتر سطح تسلیم کازاکا از رفتار آلیاژ تیتانیوم از قبیل ناهمسانگردی در ضرایب لانگفورد و تنش‌های تسلیم است. پیش‌بینی سطوح تسلیم هیل و کازاکا از ضرایب لانگفورد و تنش‌های تسلیم مقایسه شده است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 24 مرداد 1393
پذیرش: 15 آبان 1393
ارائه در سایت: 26 آذر 1393
کلید واژگان:
نمودار حد شکل‌دهی
آلیاژ تیتانیوم
ناهمسانگردی پلاستیک

Comparison of the Effect of Different Yield loci to Prediction of Ti64 Titanium Alloy Forming Limit Diagram

Ali Akbar Allahdadian, Kourosh Hasanpour*

Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran.
* P.O.B. 86746-7344 Isfahan, Iran, hasanpor@eng.ui.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 15 August 2014
Accepted 06 November 2014
Available Online 17 December 2014

Keywords:

Forming Limit Diagram
Titanium Alloy
Plastic Anisotropy

ABSTRACT

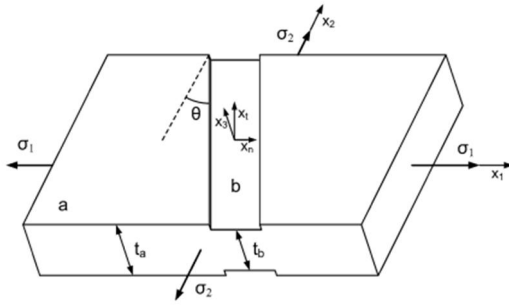
Mathematical modeling is an important step in the design and optimization of process parameters for metal forming. Researchers consider the metal forming limit diagram an efficient tool to optimize the production of components using forming methods. Due to the low ductility of titanium alloys and wide applications of these alloys in advanced industries such as aerospace, researchers have focused on studying the forming behavior of these alloys. Because of the high cost of experimental methods, especially at high temperatures, numerical methods have attracted the attention of many researchers. Accuracy of the numerical method is affected by modeling elastic-plastic material behavior. Unusual mechanical behavior of Ti-64 titanium alloys such as high in-plane anisotropy/asymmetry of yield stress and hardening response has been observed. In this paper, the Marciniak model with Cazacu and Hill yield criterions has been used for forming limit prediction. It is observed that the prediction of forming limit using the Cazacu criterion is closer to the experimental results. This is due to the better prediction of the behavior of the titanium alloy, especially Lankford and stress anisotropy coefficients by Cazacu criterion. Cazacu and Hill criterions prediction of Lankford coefficients and yield stresses have been compared.

1- مقدمه

گلویی‌شدن رسم می‌شود. محاسبه نمودار حد شکل‌دهی به‌وسیله روش‌های تجربی و عددی انجام می‌شود. از روش‌های تجربی می‌توان به آزمون اریکسون و ناکازیمایا اشاره نمود. محاسبه نمودار حد شکل‌دهی به روش تجربی، اغلب پرهزینه و در دماهای بالا با مشکلات فراوانی همراه است. بنابراین مدل‌های تئوری مختلفی برای محاسبه حد شکل‌دهی ارائه شده است. از نخستین آن‌ها می‌توان به مدل سوئیف و هیل در سال 1952 اشاره نمود. در سال 1967، مارشینیاک معیاری را در حالت تنش دوماحوره ارائه نمود که از سوی محققان

مدلسازی ریاضی مرحله‌ای مهم در طراحی و بهینه‌سازی ابزار و پارامترهای عملیات شکل‌دهی فلزات است. یکی از موارد مهم این رویه، پیش‌بینی صحیح موده‌های ناپایداری فرآیند شکل‌دهی است. در طول سالیان گذشته، مفهوم نمودار حد شکل‌دهی که به‌وسیله کیلر 1966 و گودوین 1968 معرفی شد، مورد توجه محققان و صنعت‌گران قرار گرفته است. در این نمودار، کرنش درون صفحه بیشینه بر حسب کرنش درون صفحه کمینه در لحظه

2-1-2- کاراکا 2006



شکل 1 ورق مستطیلی تحت بارگذاری دو محوره در مدل مارشینیاک

ناحیه a دارای ضخامت t_a و ناحیه b دارای ضخامت t_b می باشد. دستگاه مختصات $x_1x_2x_3$ در جهت نورد ورق، عمود بر جهت نورد و در جهت ضخامت تعریف می شود. شیار ناهمگن با محور x_2 زاویه θ می سازد. دستگاه مختصات $x_1x_2x_3$ به نحوی تعریف می شود که x_n عمود بر دیواره شیار باشد.

این دو ناحیه با اعمال گام به گام کشش دو محوره به ناحیه همگن، تغییر شکل پلاستیک می دهند. به دلیل تفاوت ضخامت در این دو ناحیه، نمو کرنش پلاستیک متفاوت است. حد شکل دهی بر اساس این معیار زمانی رخ می دهد که در طول گام های اعمال بار، نسبت نمو کرنش انباشته در ناحیه b به نمو کرنش انباشته در ناحیه a از حدی فراتر رود. با توجه به شرایط تعادل در دیواره ی شیار و استفاده از تنش عمودی و برشی در مرز شیار، معادله های (13) و (14) برقرار است.

$$\sigma_{nn}^a t^a = \sigma_{nn}^b t^b \quad (13)$$

$$\sigma_{nt}^a t^a = \sigma_{nt}^b t^b \quad (14)$$

شرایط سازگاری هندسی ایجاب می کند که در جهت t طبق معادله (15) نمو کرنش برابر باشد.

$$d\varepsilon_{tt}^a = d\varepsilon_{tt}^b \quad (15)$$

ابتدا نمو کرنش انباشته در ناحیه a، $d\varepsilon^a$ مقدار اندکی فرض می شود. این مقدار در بیشتر موارد 0/0001 فرض شده است. انتخاب مقدار مناسب در روند همگرایی حل مؤثر است.

بدین ترتیب مقدار کرنش انباشته به صورت معادله (16) تصحیح می شود.

$$\varepsilon_{new}^a = \varepsilon_{old}^a + d\varepsilon^a \quad (16)$$

در معادله های سطح تسلیم همگن از درجه اول، نسبت تنش ثابت موجب ایجاد مسیر کرنش خطی می شود. معادله ی سطح تسلیمی که در رابطه ی (17) صدق کند، همگن از درجه اول نامیده می شود.

$$\sigma: \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} = \bar{\sigma} \quad (17)$$

بنابراین مقدار $\alpha = \frac{\sigma_2^a}{\sigma_1^a}$ ثابت فرض می شود. با داشتن مقدار ε_{new}^a ، مقدار σ_y از معادله ی کارسختی قابل محاسبه است. بنابراین در معادله ی سطح تسلیم با توجه به نسبت ثابت $\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ مقدار σ_1 با توجه به سطح تسلیم همگن از درجه اول به صورت $\sigma_1^a = \frac{\sigma_y}{\alpha}$ به دست می آید. مقدار $\bar{\sigma}_\alpha$ با جایگزینی $\alpha = \sigma_1^a$ و $\sigma_2^a = 1$ در معادله سطح تسلیم محاسبه می شود. با محاسبه ی تانسور تنش، نمو کرنش با استفاده قانون جریان پلاستیک همراه در جهت های 1 و 2 طبق رابطه های (18) و (19) قابل محاسبه است.

$$d\varepsilon_1^a = d\bar{\varepsilon}^a \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_1} \quad (18)$$

$$d\varepsilon_2^a = d\bar{\varepsilon}^a \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_2} \quad (19)$$

تانسور تنش و کرنش ناحیه a در دستگاه مختصات $x_1x_2x_3$ مشخص شد. با استفاده از رابطه های (20)، (21) و (22)، تانسور تنش و کرنش ناحیه a در دستگاه مختصات $x_nx_2x_3$ تعیین می شود.

در این معیار، برای توصیف عدم تقارن کشش و فشار و ناهمسانگردی پلاستیک، طبق معادله ی (4) تبدیل خطی بر تانسور تنش انحرافی انجام می شود [9].

$$\Sigma_{ij} = L_{ijkl} S_{kl} \quad (4)$$

در معادله ی (4)، S و L به ترتیب تانسور تنش تبدیل یافته، تانسور تنش انحرافی و تانسور تبدیل می باشد. تانسور تبدیل متقارن است، لذا در شکل نمایش ماتریسی ویت¹ و درجات تنش صفحه ای به شکل رابطه (5) قابل نمایش است.

$$L = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} & 0 \\ l_{12} & l_{22} & l_{23} & 0 \\ l_{13} & l_{23} & l_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{44} \end{bmatrix} \quad (5)$$

با استفاده از مقادیر اصلی تانسور تنش تبدیل یافته، تنش مؤثر در جهت نورد ورق به شکل معادله (6) توصیف می شود.

$$\bar{\sigma} = B [(|\Sigma_1| - k\Sigma_1)^a + (|\Sigma_2| - k\Sigma_2)^a + (|\Sigma_3| - k\Sigma_3)^a]^{\frac{1}{a}} \quad (6)$$

در معادله (6)، متغیر B با توجه به معادله های (7) و (8) محاسبه می شود.

$$B = [(|\Phi_1| - k\Phi_1)^a + (|\Phi_2| - k\Phi_2)^a + (|\Phi_3| - k\Phi_3)^a]^{\frac{1}{a}} \quad (7)$$

$$\Phi_i = \frac{2}{3} L_{i1} - \frac{1}{3} L_{i2} - \frac{1}{3} L_{i3}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

بمنظور ارضای شرایط تحدد سطح تسلیم و تراکم ناپذیری پلاستیک، ضریب a باید عدد صحیح بزرگتر از یک و ضریب k باید در محدوده ی [-1,1] باشد [10]. ثوابت ماتریس تبدیل و ثابت k با توجه به آزمون های کشش و فشار تک محوره در زاویه های مختلف نسبت به جهت نورد و ضرایب لانگفورد در این آزمون ها قابل محاسبه است. ضرایب مدل با حل مسأله ی کمینه سازی مجموع مربعات خطا، طبق معادله (9) به دست می آید. شرایط تحدد باید در یافتن این ضرایب لحاظ شود.

$$\min f = \sum_{i=1}^m w^i \left(1 - \frac{\sigma_{pr}^i}{\sigma_{exp}^i} \right)^2 + \sum_{i=1}^n w^i \left(1 - \frac{R_{pr}^i}{R_{exp}^i} \right)^2 \quad (9)$$

$$-1 \leq k \leq 1, a = 4$$

برای حل معادله کمینه سازی از روش الگوریتم ژنتیک با جمعیت اولیه 200 و انتخاب 10 استعداد برتر در هر گام استفاده شده است.

2-2- کارسختی

در این مقاله، برای توصیف سطوح تسلیم ثانویه از کارسختی همسانگرد به شکل رابطه (10) استفاده شده است.

$$F(\sigma, \bar{\varepsilon}_p) = \bar{\sigma}(\sigma) - Y(\bar{\varepsilon}_p) \quad (10)$$

در معادله ی (9)، Y از تقریب منحنی تنش-کرنش آزمون کشش تک محوره در جهت نورد به دست می آید. برای تقریب این منحنی از معادله کارسختی سوئیف و وک به صورت معادله های (11) و (12) استفاده شده است [3].

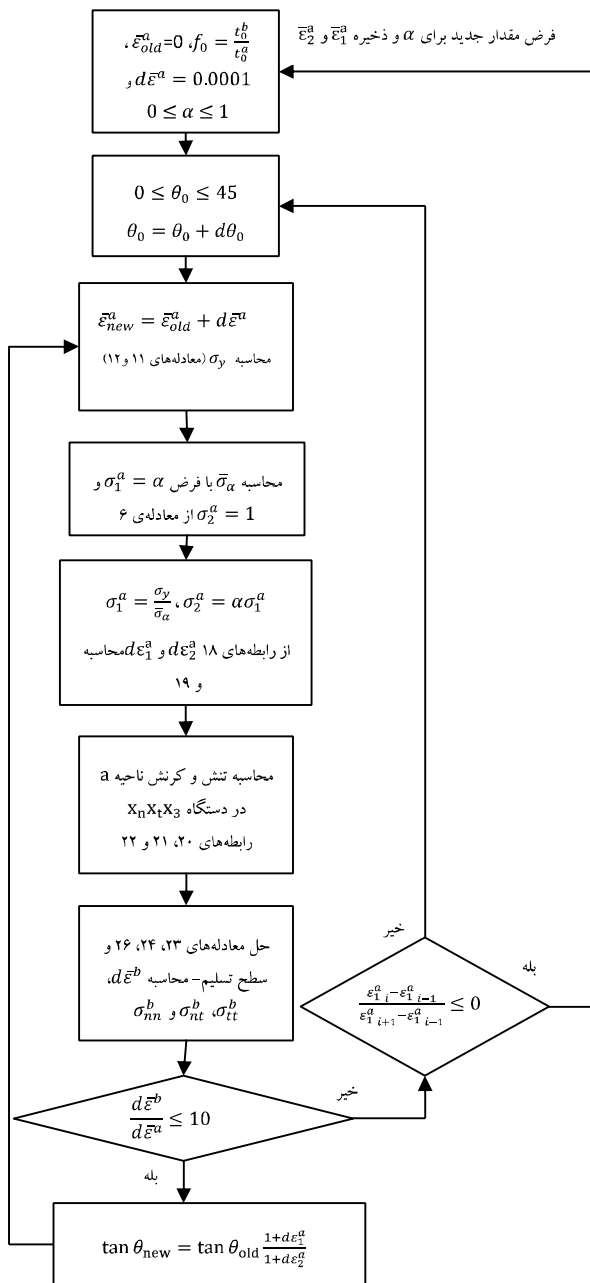
$$Y(\bar{\varepsilon}_p) = p(q + \bar{\varepsilon}_p)^r \quad (11)$$

$$Y(\bar{\varepsilon}_p) = p - (p - q) \exp(-r\bar{\varepsilon}_p) \quad (12)$$

3- مدل مارشینیاک

در مدل مارشینیاک، ناهمگونی های ماده از قبیل اندازه و جهت گیری مختلف ریزدانه ها و ناخالصی ها به صورت یک ناهمگونی هندسی معادل در نظر گرفته می شود. این ناهمگونی هندسی به صورت یک شیار با ضخامت کم تر فرض می شود. همان طور که در شکل 1 مشاهده می گردد، ورق مستطیلی شکل به دو ناحیه همگن و غیر همگن که به ترتیب با اندیس a و b نمایه شده اند، تقسیم بندی می شود.

1- Voigt notation



شکل 2 روند حل در روش مارشینیاک

برای همان‌طور که در معادله‌های (31) تا (33) مشاهده می‌شود، به ازای $\Sigma_{xx} = \Sigma_{yy}$ و $\Sigma_{xy} = 0$ اینهام و ناپیوستگی در مشتق‌های سطح تسلیم وجود دارد. بدین ترتیب در مشتق مرتبه‌های بالاتر نیز اینهام و ناپیوستگی وجود خواهد داشت. این موضوع و شدت غیرخطی بودن مسأله منجر به عدم تعریف مناسب و یا تکین بودن ژاکوبین در روش‌های عددی حل دستگاه معادله‌های غیرخطی نظیر نیوتن-رافسون و بروز واگرایی می‌شود. طبق شکل 2 در روش مارشینیاک با حل گام‌به‌گام نیاز به چندین مرتبه حل دستگاه معادله‌های غیرخطی می‌باشد. در بین روش‌های موجود در جعبه ابزار متلب، با استفاده از روش لونیبرگ-مارکوات نتایج بهتری به‌دست آمده است.

به ازای مقادیر $0 \leq \theta \leq 90$ ، طبق شکل 2 روند حل انجام می‌شود. مقادیر کمینه ϵ_1^a و ϵ_2^a به عنوان نقاط نمودار حد شکل‌دهی گزارش می‌شود. نقاط مختلف نمودار حد شکل‌دهی به ازای مقدارهای مختلف $0 \leq \alpha \leq 1$ به‌دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{nn}^a & \epsilon_{nt}^a \\ \epsilon_{nt}^a & \epsilon_{tt}^a \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} \epsilon_1^a & 0 \\ 0 & \epsilon_2^a \end{bmatrix} R^T \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{nn}^a & \sigma_{nt}^a \\ \sigma_{nt}^a & \sigma_{tt}^a \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} \sigma_1^a & 0 \\ 0 & \sigma_2^a \end{bmatrix} R^T \quad (21)$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (22)$$

محاسبه کمیت‌های تنش و کرنش در ناحیه b به راحتی ناحیه a نیست. برای این منظور، باید دستگاه معادله‌های غیرخطی را که از شرایط تعادل و سازگاری نتیجه می‌شود، حل نمود. دو معادله اول از شرایط تعادل (معادله‌های (13) و (14)) طبق معادله‌های (23) و (24) حاصل می‌شود.

$$f \frac{\sigma_{nn}^b}{\sigma_y} - \frac{\sigma_{nn}^a}{\sigma_y} = 0 \quad (23)$$

$$f \frac{\sigma_{nt}^b}{\sigma_y} - \frac{\sigma_{nt}^a}{\sigma_y} = 0 \quad (24)$$

$$f = f_0 \exp(\epsilon_3^b - \epsilon_3^a) \quad (25)$$

در معادله (25)، f_0 نسبت ضخامت اولیه ناحیه b به ناحیه a است. این پارامتر در پیش‌بینی حد شکل‌دهی مؤثر است و باید با استفاده از یک نقطه تجربی در نمودار حد شکل‌دهی کالیبره شود.

معادله سوم، با توجه به شرایط سازگاری هندسی طبق معادله (26) می‌باشد.

$$\frac{d\epsilon_{tt}^b}{d\epsilon_{tt}^a} - 1 = 0 \quad (26)$$

با توجه به قانون جریان پلاستیک، نمودار کرنش طبق رابطه‌های (27)، (28) و (29) محاسبه می‌شود.

$$d\epsilon_{tt}^b = d\epsilon^b \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{tt}} \quad (27)$$

$$d\epsilon_{nn}^b = d\epsilon^b \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{nn}} \quad (28)$$

$$d\epsilon_{tn}^b = d\epsilon^b \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{tn}} \quad (29)$$

بنابراین در معادله‌های (23)، (24) و (26)، $d\epsilon^b$ ، σ_{tt}^b ، σ_{nt}^b و σ_{nn}^b مجهول است.

با محاسبه‌ی مجهول‌ها، در صورتی که $\frac{d\epsilon^b}{d\epsilon^a} \geq 10$ برقرار باشد، حد شکل‌دهی رخ داده است. در شکل 2 روند حل در روش مارشینیاک آمده است. حل دستگاه معادله‌های غیرخطی، روش‌های موجود در جعبه ابزار بهینه‌سازی نرم‌افزار متلب نظیر لونیبرگ-مارکوات، گوس-نیوتن، الگوریتم ژنتیک و ناحیه اعتماد¹ بررسی شده است. در دستگاه معادله‌های غیرخطی، مشتق سطح تسلیم نسبت به مؤلفه‌های تنش وجود دارد. در سطح تسلیم کازاکا، مشتق سطح تسلیم کازاکا با استفاده از قاعده زنجیره‌ای مطابق با معادله‌ی (30) محاسبه می‌شود.

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Sigma_m} \frac{\partial \Sigma_m}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial \Sigma_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} \quad (30)$$

به ترتیب مشتق تنش مؤثر نسبت به مقدارهای ویژه تانسور تنش تبدیل‌یافته، مشتق مقدارهای ویژه تانسور تنش تبدیل‌یافته نسبت به مؤلفه‌های تانسور تنش تبدیل‌یافته و مشتق مؤلفه‌های تانسور تنش تبدیل‌یافته نسبت به مؤلفه‌های تانسور تنش است. در حالت تنش صفحه‌ای، $\frac{\partial \Sigma_m}{\partial \sigma_{kl}}$ مثلاً برای $m = 1$ طبق معادله‌ی (31)، (32) و (33) محاسبه می‌شود.

$$\frac{\partial \Sigma_1}{\partial \Sigma_{xx}} = \frac{1}{2} + \frac{\Sigma_{xx} - \Sigma_{yy}}{2\sqrt{(\Sigma_{xx} - \Sigma_{yy})^2 + 4\Sigma_{xy}^2}} \quad (31)$$

$$\frac{\partial \Sigma_1}{\partial \Sigma_{yy}} = \frac{1}{2} - \frac{\Sigma_{xx} - \Sigma_{yy}}{2\sqrt{(\Sigma_{xx} - \Sigma_{yy})^2 + 4\Sigma_{xy}^2}} \quad (32)$$

$$\frac{\partial \Sigma_1}{\partial \Sigma_{xy}} = \frac{\Sigma_{xy}}{\sqrt{(\Sigma_{xx} - \Sigma_{yy})^2 + 4\Sigma_{xy}^2}} \quad (33)$$

1- Trust region

جدول 1 مقادیر تجربی تنش‌های تسلیم بر حسب مگاپاسکال و ضرایب لانکفورد [12]

دما		کمیت*
25°C	400°C	
1000/00	681/00	σ_0^T
1020/00	691/00	σ_{90}^T
972/00	591/00	σ_{45}^T
1093/80	744/90	σ_b^T
1106/30	753/40	σ_c^T
0/40	0/60	R_0
0/61	0/51	R_{90}
1/19	1/26	R_{45}
1/00	1/00	R_b

* T, C و b به ترتیب نمایانگر آزمون کشش ساده، فشار ساده و کشش دو محوره است. زوایا نسبت به جهت نورد می‌باشد.

جدول 2 ثابت‌های سطح تسلیم کازاکا a=4

دما		کمیت
25°C	400°C	
0/7535	-0/0655	L_{11}
-0/1555	0/3831	L_{12}
0/1714	0/2971	L_{13}
0/6193	0/0178	L_{22}
-0/4482	0/5392	L_{23}
-0/9965	0/8012	L_{33}
-1/0000	0/5313	L_{44}
-0/0574	0/05594	k

4- آلیاژ Ti-6AL-4V

دمای استحاله آلیاژ Ti-6AL-4V از فاز آلفا به فاز بتا در حدود 980°C است [12]. تنش‌های تسلیم و ضرایب لانکفورد این آلیاژ در دمای اتاق و دمای 400°C برای ورق با ضخامت 2 میلی‌متر در جدول 1 آمده است. ورق، مطابق با استاندارد AMS 4911 به مدت 30 دقیقه در دمای 788°C (1450°F) عملیات حرارتی شده است [12].

اودنبرگر و همکارانش، پارامترهای سطح تسلیم کازاکا 2006 را به ازای $a=2$ و $a=8$ محاسبه نموده‌اند [14]. به دلیل بالا رفتن دقت پیش‌بینی ضرایب لانکفورد و در عین حال کاهش شدت غیرخطی بودن مسأله، در این مقاله از ضریب $a=4$ استفاده شده است. بر اساس داده‌های جدول 1، پارامترهای سطح تسلیم کازاکا 2006 در جدول 2 به ازای $a=4$ آمده است. جهت 1، 2 و 3 به ترتیب جهت نورد ورق، جهت عمود بر نورد ورق و جهت ضخامت در نظر گرفته شده است. ضرایب مدل با حل مسأله‌ی کمینه‌سازی مجموع مربعات خطا، طبق معادله (9) به دست می‌آید. ضرایب کارسختی سوئیف و وک با استفاده از تقریب منحنی کشش در جهت نورد ورق در جدول 3 و 4 آمده است.

5- نتایج

ابتدا پیش‌بینی مدل‌های سطح تسلیم از تنش‌های تسلیم و ضرایب لانکفورد مقایسه می‌شود. در شکل 3 و 4 سطح تسلیم در حالت تنش دو محوره آمده است. عدم تقارن کشش و فشار در سطح تسلیم کازاکا قابل مشاهده است. ضرایب لانکفورد در بردار یکه عمود بر سطح تسلیم مؤثر است. تفاوت بردار

یکه عمود بر سطح تسلیم کازاکا و سطح تسلیم هیل 2 که در شکل‌های 3 و 4 به طور مثال در حالت کشش تک محوره در راستای نورد ورق ($\sigma_2 = 0$) و کشش تک محوره در راستای عمود بر جهت نورد ($\sigma_1 = 0$) مشاهده می‌گردد، ناشی از پیش‌بینی بهتر سطح تسلیم کازاکا از ضرایب لانکفورد است.

در شکل‌های 5 و 6 پیش‌بینی سطوح تسلیم کازاکا و هیل از ضریب لانکفورد در آزمون کشش تک محوره در راستایی با زاویه θ نسبت به جهت نورد در دماهای 25°C و 400°C با مقادیر تجربی مقایسه شده است. پیش‌بینی سطح تسلیم هیل 2 که با مقادیر تنش‌های تسلیم محاسبه شده است، از ضریب لانکفورد نسبت به مقادیر تجربی فاصله زیادی دارد. در مقابل پیش‌بینی سطح تسلیم هیل 1 و کازاکا به مقادیر تجربی نزدیک‌تر است.

در شکل‌های 7 و 8 پیش‌بینی سطوح تسلیم از تنش تسلیم در آزمون کشش تک محوره در راستایی با زاویه θ نسبت به جهت نورد در دماهای 25°C و 400°C با مقادیر تجربی مقایسه شده است. پیش‌بینی سطح تسلیم هیل 1 که با مقادیر ضرایب لانکفورد محاسبه شده، از تنش‌های تسلیم نسبت به مقادیر تجربی فاصله دارد. در دمای اتاق، سطح تسلیم هیل 1 قادر به پیش‌بینی صحیح ناهمسانگردی در مقدار تنش تسلیم در زاویه‌های 22/5 و 67/5 نیست. در مقابل سطح تسلیم کازاکا پیش‌بینی نزدیک‌تری از این رفتار ناهمسانگرد فلز تیتانیوم دارد.

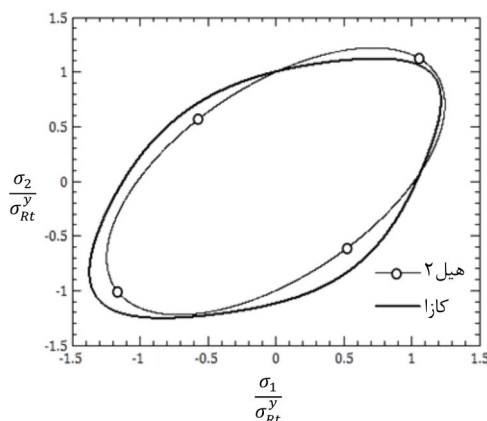
در مجموع، با توجه به شکل‌های 3 تا 8، سطح تسلیم هیل قادر به توصیف هم‌زمان ناهمسانگردی در ضرایب لانکفورد و تنش‌های تسلیم نیست. با توجه به اینکه در این سطح تسلیم فقط 4 ثابت در صفحه تعریف شده است، این نقیصه توجیه می‌شود.

جدول 3 ثابت‌های معادله کارسختی سوئیف

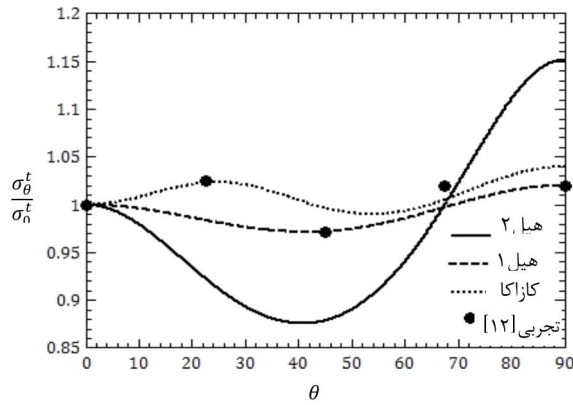
دما		کمیت
25°C	400°C	
1362	883/6	p
0/0324	0/0136	q
0/0913	0/0608	r

جدول 4 ثابت‌های معادله کارسختی وک

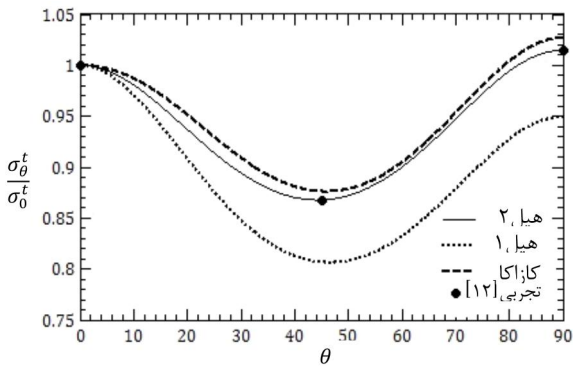
دما		کمیت
25°C	400°C	
1185	798/9	p
1374	915/7	q
12/77	16/65	r



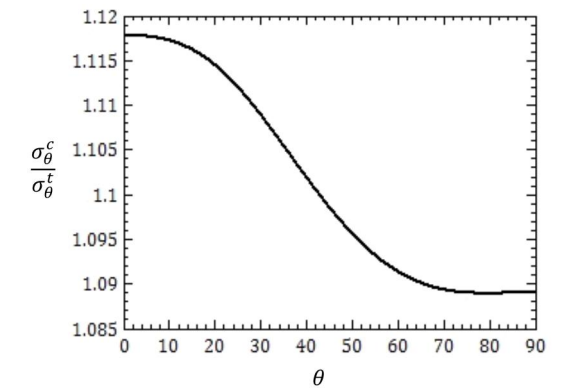
شکل 3 مقایسه سطح تسلیم کازاکا و هیل در حالت تنش دو محوره آلیاژ تیتانیوم در دمای اتاق



شکل 7 نسبت تنش تسلیم در آزمون کشش تک‌محوره با زاویه θ نسبت به جهت نورد ورق به تنش تسلیم در جهت نورد ورق در دمای اتاق



شکل 8 نسبت تنش تسلیم در آزمون کشش تک‌محوره با زاویه θ نسبت به جهت نورد ورق به تنش تسلیم در جهت نورد ورق در دمای 400°C

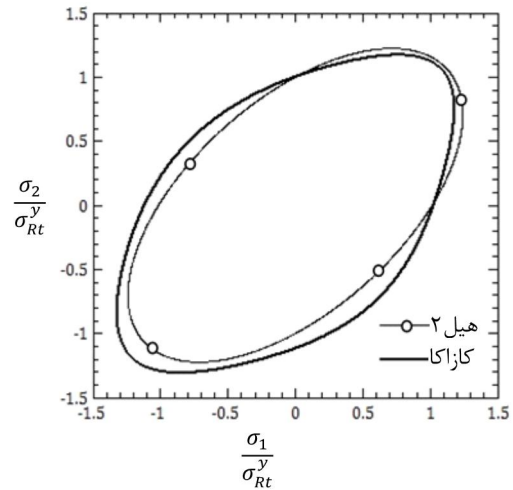


شکل 9 نسبت تنش تسلیم فشاری به کششی در آزمون تک‌محوره با زاویه θ نسبت به جهت نورد ورق به تنش تسلیم در جهت نورد ورق در دمای 400°C (سطح تسلیم کازاکا)

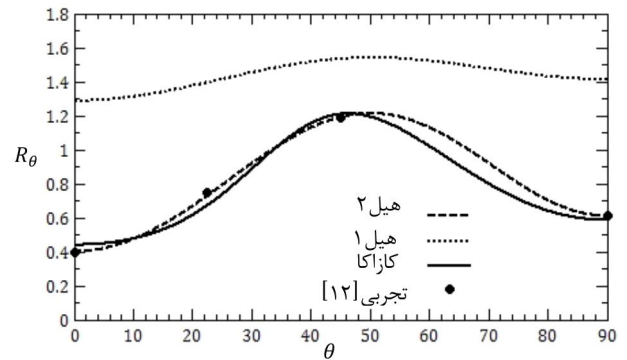
سطح تسلیم هیل قادر به پیش‌بینی این عدم تقارن کشش و فشار نیست. در شکل 10، تأثیر پارامتر f_0 در پیش‌بینی حد شکل‌دهی ورق تیتانیوم در دمای 400°C و با سطح تسلیم کازاکا نشان داده شده است.

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، این پارامتر با توجه به روابط تجربی و یا با داشتن یک نقطه تجربی از نمودار حد شکل‌دهی تنظیم می‌شود. به عنوان مثال در شکل 10 مقدار بهینه f_0 برابر با 0/975 می‌باشد.

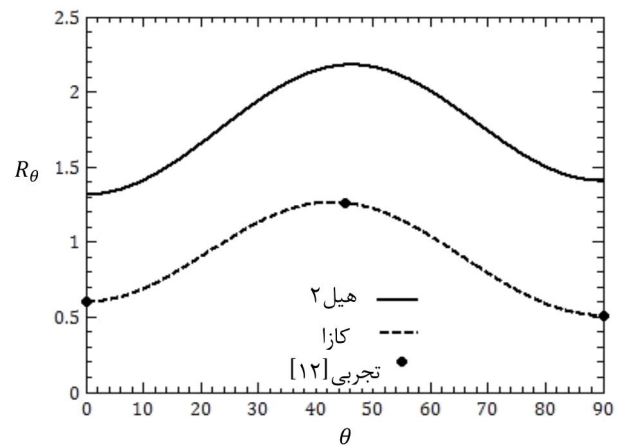
در شکل 11، پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی در دمای 400°C به‌وسیله سطوح تسلیم کازاکا و هیل با هم مقایسه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، سطح تسلیم کازاکا تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد. علت این امر را باید در بیان بهتر و دقیق‌تر این سطح تسلیم از ضرایب لانگفورد و تنش‌های تسلیم جویا شد.



شکل 4 مقایسه سطح تسلیم کازاکا و هیل در حالت تنش دومحوره آلیاژ تیتانیوم در دمای 400°C



شکل 5 ضریب لانگفورد در آزمون کشش تک‌محوره با زاویه θ نسبت به جهت نورد ورق در دمای اتاق



شکل 6 ضریب لانگفورد در آزمون کشش تک‌محوره با زاویه θ نسبت به جهت نورد ورق در دمای 400°C

علاوه بر این در سطح تسلیم هیل رابطه $(\frac{\sigma_{\theta}^T}{\sigma_{90}^T} - 1)(\frac{R_{\theta}}{R_{90}} - 1) \geq 0$ برقرار است. در برخی مواد مانند آلیاژ تیتانیوم Ti-6Al-4V در دمای 400°C طبق جدول 1 این رابطه برقرار نیست. سطح تسلیم هیل در این شرایط پیش‌بینی دقیقی از ناهمسانگردی فلز ندارد.

در شکل 9، پیش‌بینی سطح تسلیم کازاکا از نسبت تنش تسلیم فشاری به کششی در آزمون تک‌محوره در راستایی با زاویه θ نسبت به جهت نورد در دمای 400°C آمده است.

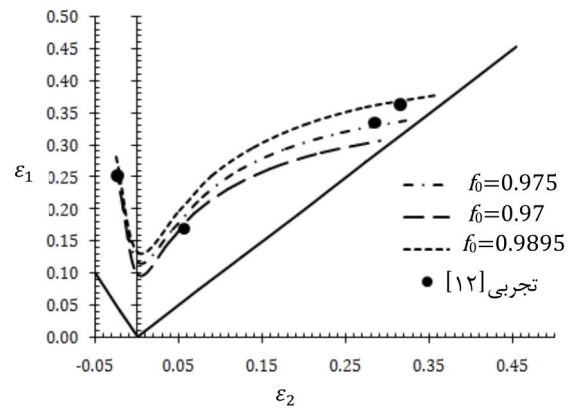
بنابراین دقت بالاتر پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی ورق تیتانیوم با استفاده از سطح تسلیم کازاکا را می‌توان در توصیف بهتر این سطح تسلیم از رفتار ماده و به‌خصوص ناهمسانگردی در ضرایب لانگفورد توجیه نمود.

7- فهرست علائم

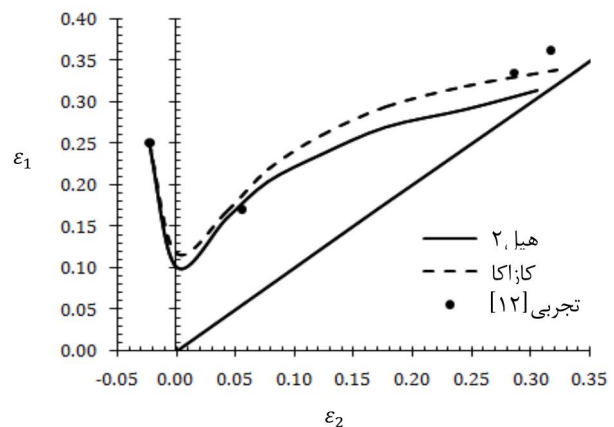
$\bar{\sigma}$	تنش مؤثر
$d\bar{\epsilon}^a$	نمو کرنش پلاستیک انباشته در ناحیه همگن
$d\bar{\epsilon}^b$	نمو کرنش پلاستیک انباشته در ناحیه غیر همگن
$\bar{\epsilon}_p$	کرنش پلاستیک

8- مراجع

- [1] D. Banabic, S. Comsa, P. Jurco, G. Paraianu, L. Julean, FLD theoretical model using a new anisotropic yield criterion, *Journal of Material Processing Technology*, Vol. 157, No. 1, pp. 23-27, 2004.
- [2] D. Banabic, H. Aretz, L. Paraianu, P. Jurco, Application of various FLD modelling approaches, *Journal of Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol. 13, No. 5, pp. 759-769, 2005.
- [3] M. Ganjiani, A. Assempour, An improved analytical approach for determination of forming limit diagrams considering the effects of yield functions, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 182, No. 1-3, pp. 598-607, 2007.
- [4] Banabic, D., *Advanced Methods in Material Forming*, First Edition, pp. 151-165, New York: Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [5] Fyllingen, O.S. Hopperstad, O. G. Lademo, M. Langseth, Estimation of forming limit diagrams by the use of the finite element method and Monte Carlo simulation, *Computers & Structures*, Vol. 87, No. 1-2, pp. 128-139, 2009.
- [6] W. Hosford, On the yield loci of anisotropic cubic metals, *Proceedings of the Seventh North American Metal Working Conference SME*, Dearborn, United States, 1979, pp. 191-197.
- [7] F. Barlat, D.J. Lege, J.C. Brem, A six-component yield function for anisotropic materials, *International Journal of Plasticity*, Vol. 7, No. 7, pp. 693-712, 1991.
- [8] O. Cazacu, F. Barlat, A criterion for description of anisotropy and yield differential effects in pressure-insensitive metals, *International Journal of Plasticity*, Vol. 20, No. 11, pp. 2027-2045, 2004.
- [9] O. Cazacu, B. Plunkett, F. Barlat, Orthotropic yield criterion for hexagonal closed packed metals, *International Journal of Plasticity*, Vol. 22, No. 7, pp. 1171-1194, 2006.
- [10] B. Plunkett, O. Cazacu, F. Barlat, Orthotropic yield criteria for description of the anisotropy in tension and compression of sheet metals, *International Journal of Plasticity*, Vol. 24, No. 5, pp. 847-866, 2008.
- [11] A.S. Khan, S.H. Yu, Deformation induced anisotropic responses of Ti-6Al-4V alloy. Part I: Experiments, *International Journal of Plasticity*, Vol. 38, pp. 1-13, 2012.
- [12] E.L. Odenberger, J. Hertzman, P. Thilderkvist, M. Merklein, A. Kuppert, T. Stöhr, J. Lechler, M. Oldenburg, Thermo-mechanical sheet metal forming of aero engine components in Ti-6Al-4V PART 1: Material characterisation, *International Journal of Material Forming*, Vol. 6, No. 3, pp. 391-402, 2012.
- [13] D. Banabic, *Metal Forming Processes: Constitutive Modelling and Numerical Simulation*, First Edition, pp. 45-52, Berlin: Springer, 2010.
- [14] E.L. Odenberger, M. Schill, M. Oldenburg, Thermo-mechanical sheet metal forming of aero engine components in Ti-6Al-4V PART 2: constitutive modelling and validation, *International Journal of Material Forming*, Vol. 6, No. 3, pp. 403-416, 2012.



شکل 10 تأثیر پارامتر f_0 در پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی ورق تیتانیوم در دمای 400°C و سطح تسلیم کازاکا



شکل 11 مقایسه پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی به‌روش مارشینیاک با سطح تسلیم کازاکا و هیل 2 در دمای 400°C

در شکل‌های قبل، توصیف صحیح‌تر سطح تسلیم کازاکا از ضرایب لانگفورد و تنش‌های تسلیم نشان داده شده است.

بررسی پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی به‌روش مارشینیاک با معادله‌های کارسختی سوئیفت و وک نشان می‌دهد که به‌کارگیری این دو معادله تأثیر چندانی در پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی ندارد. در این پژوهش، نتایج یکسانی با استفاده از این دو معادله کارسختی به‌دست آمد.

6- نتیجه‌گیری

در این مقاله، نمودار حد شکل‌دهی ورق آلیاژ تیتانیوم در دمای 400°C به‌روش مارشینیاک پیش‌بینی شد. در پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی از سطح تسلیم هیل و کازاکا استفاده شد. پیش‌بینی با استفاده از سطح تسلیم کازاکا در مقایسه با سطح تسلیم هیل تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد. با توجه به اینکه سطح تسلیم کازاکا دارای ثابت‌های درون صفحه بیشتری نسبت به سطح تسلیم هیل است، پیش‌بینی سطح تسلیم کازاکا از ناهمسانگردی تنش‌های تسلیم و ضرایب لانگفورد در مقایسه با سطح تسلیم هیل بهتر است.