



## کالیبراسیون پارامترهای ویبال در رویکرد موضعی مکانیک شکست با استفاده از داده‌های شکست ترد نمونه‌های خمش سه نقطه

احمد محمدی نجف‌آبادی<sup>1</sup>، ایرج ستاری‌فر<sup>2\*</sup>، محسن رضاییان اکبرزاده<sup>2</sup>

1- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

\* تهران، صندوق پستی 15875-4413، sattari@aut.ac.ir

### چکیده

ترک‌های ناشی از فرایندهای ساخت یا عملکرد قطعات، می‌توانند رشد نموده و موجب شکست سازه شوند. از این‌رو، دستیابی به روشی مناسب جهت پیش‌بینی شروع رشد ترک، همواره مورد توجه بوده است. رویکردهای اصلی در تحلیل شکست سازه‌ها، شامل دو رویکرد کل‌نگر و موضعی است. در رویکرد کل‌نگر، مقاومت در برابر شکست، بر حسب مقادیر بحرانی پارامترهایی دور از نوک ترک مثل  $K$  یا  $J$  تحلیل می‌شود. در پژوهش حاضر، مدل برمین رویکرد موضعی به کار گرفته شده که از آن به منظور پیش‌بینی شکست ترد استفاده می‌شود و در آن، میدان تنش و کرنش در حوزه نوک ترک مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مدل پارامترهایی معرفی می‌شوند که باید از طریق داده‌های آزمون‌های تجربی کالیبره گردند. هدف از این پژوهش، مقایسه روش‌های مرسوم در کالیبراسیون پارامترهای رویکرد موضعی بر روی داده‌های آزمون‌های شکست ترد نمونه‌های خمش سه نقطه، شناخت محدودیت‌ها و در نهایت ارائه یک روش جدید کالیبراسیون جهت استخراج پارامترهای مناسب برای پیش‌بینی شکست ترد این نمونه‌ها با استفاده از رویکرد موضعی مکانیک شکست است. نتایج پژوهش حاضر نشان می‌دهد، روش‌های مرسوم در کالیبراسیون پارامترهای رویکرد موضعی با استفاده از آزمایش نمونه‌های خمش سه نقطه در برخی موارد با محدودیت همراه است. همچنین معرفی پارامتر موقعیت ویبال به عنوان معیاری از سه بعدی شدن تنش‌ها در مدل برمین، روش مستدل جدیدی جهت پیش‌بینی شکست ترد نمونه‌های خمش سه نقطه با قیود متفاوت، ارائه شده است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 01 مرداد 1393  
پذیرش: 15 آبان 1393  
ارائه در سایت: 29 آذر 1393

کلید واژگان:

شکست ترد  
رویکرد موضعی  
مدل برمین  
کالیبراسیون  
نمونه خمش سه نقطه

## Calibration of Weibull Parameters of Local Approach to Fracture by Using Experimental Cleavage Fracture data of Three Point Bending Specimens

Ahmad Mohammadi Najafabadi, Iraj Sattarifard\*, Mohsen Rezaeian Akbarzadeh

Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 15875-4413 Tehran, Iran, sattari@aut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 23 July 2014  
Accepted 06 November 2014  
Available Online 20 December 2014

#### Keywords:

Brittle fracture  
Local approach  
Beremin model  
Calibration  
Three-point bending specimen

### ABSTRACT

Cracks due to manufacturing processes or in-service applications can propagate and cause failure in structures. Therefore, finding a suitable fracture assessment method for predicting crack initiation is essential. Main approaches for fracture assessment of structures are global approach and local approach. In the global approach, it is assumed resistance against fracture can be measured by critical values of a far from crack tip parameter like  $K$  or  $J$ . In this study, Beremin model of local approach is used for predicting brittle fracture which studies stress and strain fields at the crack tip. The model introduces unknown parameters which have to be calibrated using experimental fracture data. The purpose of this study is evaluation of conventional calibration methods of local approach parameters using the experimental brittle fracture data of three-point bending specimens, determining limitations, and finally presenting a new calibration method to produce suitable parameters for predicting brittle fracture of the specimens by using local approach to fracture. This study shows that conventional calibration method using experimental fracture data of three-point bending specimens has limitation in some cases. Also, by introducing location parameter of Weibull distribution as stress triaxiality criteria in Beremin model, a new rational method for predicting brittle fracture of the three-point bending specimens with different constraints is presented.

### 1- مقدمه

فولادی است. رویکردهای متعددی جهت بررسی یکپارچگی سازه‌های مکانیکی از جنس فولادهای فریتی وجود دارد. بدین منظور در رویکرد کل‌نگر مکانیک شکست، بطور مستقیم از مکانیک شکست الاستیک و یا الاستیک-پلاستیک استفاده می‌شود که در آن مقاومت شکست ماده برحسب یک

شکست ترد (کلیواژ<sup>1</sup>) یکی از مرسوم‌ترین مدهای از کار افتادگی در سازه‌های

1- Cleavage

پارامتر کلی مثل  $K$  یا  $J$  توصیف می‌شود [1].

مدل برمین [1] یک مدل آماری برای شکست کلیواژ بر اساس میکرومکانیزم‌های از کارافتادگی در مقیاس موضعی است و در آن از تئوری ضعیف‌ترین اتصال<sup>1</sup> استفاده می‌شود. این رویکرد موضعی در تحلیل شکست ترد، جهت تشریح پراکندگی زیاد مشاهده شده در نتایج شکست فولادها، توسعه داده شده است. مدل اصلی برمین و تعمیم‌های آن از جمله کاربردی‌ترین رویکردهای موضعی است که به منظور پیش‌بینی شکست کلیواژ به کار می‌رود.

در مدل برمین یک متغیر آماری معرفی می‌شود که از توزیع ویبال پیروی می‌کند و تنش ویبال نامیده می‌شود. فرضیه این مدل آن است که بطور کلی یک توزیع تنش ویبال منحصر بفرد وجود دارد که قادر است احتمال از کار افتادگی را برای هر هندسه شکستی پیش‌بینی کند. مقادیر تنش ویبال باید در سطوح مختلف بار از طریق تحلیل المان محدود محاسبه شود. از طرفی در تعریف تنش ویبال، پارامتری وارد می‌شود که باید براساس داده‌های تست‌های تجربی شکست به دست آید. این پارامتر، همان پارامتر شکل در توزیع احتمال تنش ویبال است.

در مواردی نیز از توزیع ویبال سه پارامتری بجای توزیع ویبال دو پارامتری که توسط برمین در ابتدا معرفی شده بود [1] استفاده می‌شود، چرا که برازش مناسب‌تری را بر روی داده‌های تجربی ارائه می‌دهد [2]. البته در استفاده از مدل سه پارامتری، کالیبراسیون مناسب پارامترهای آن در بسیاری از موارد با مشکل مواجه می‌شود و تاکنون روش‌های مستدل کمی برای تخمین پارامترهای این حالت ارائه شده است [3].

در این پژوهش روش‌های مختلف کالیبراسیون پارامترهای رویکرد موضعی جهت پیش‌بینی شروع رشد ترک بر روی نمونه‌های خمش سه نقطه بررسی می‌شود تا محدودیت‌های هر کدام در تخمین پارامترهای توزیع ویبال رویکرد موضعی با استفاده از داده‌های شکست ترد نمونه‌های خمش سه نقطه مشخص شود. همچنین روشی جدید و مستدل جهت کالیبراسیون این پارامترها، ارائه می‌شود.

## 2- رویکرد موضعی مکانیک شکست

عموماً در رویکرد موضعی شکست ترد، مدل توزیع ویبال که توسط برمین پیشنهاد شده به کار می‌رود [1]. در این مدل از پارامترهای ویبال استفاده می‌شود که از برازش یک منحنی بر روی نتایج تست‌های تجربی شکست به دست می‌آید. برمین و همکاران [1] نشان دادند که برای هر میزان بارگذاری بر روی نمونه‌ای با هندسه مشخص، یک تنش ویبال از طریق رابطه (1) تعیین می‌گردد:

$$\sigma_w = \left[ \frac{1}{V_0} \int_{\Omega} \sigma_1^m d\Omega \right]^{\frac{1}{m}} \quad (1)$$

که در آن،  $m$  پارامتر شکل ویبال،  $V_0$  حجم مرجع و  $\sigma_1$  تنش اصلی بیشینه در ناحیه فرایند شکست<sup>2</sup> است. تنش ویبال  $\sigma_w$  از طریق تحلیل المان محدود محاسبه شده و فرض می‌شود که از یک توزیع ویبال دو پارامتری پیروی می‌کند:

$$Pf[\sigma_w] = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\sigma_w}{\sigma_u} \right)^m \right] \quad (2)$$

معادله (2)، احتمال از کارافتادگی نمونه تحت تنش را نشان می‌دهد که شامل پارامتر شکل  $m$  و پارامتر مقیاس  $\sigma_u$  است. در این رابطه فرض می‌شود  $m$  و  $\sigma_u$  پارامترهای مواد و به جنس نمونه‌ها وابسته هستند. کاربرد مدل بر اساس تنش ویبال (مدل برمین) در پیش‌بینی شکست ترد در اجزای سازه، به شدت به کالیبراسیون پارامترهای آن ( $m$  و  $\sigma_u$ ) بستگی دارد. مینامی و همکارانش اولین بار این کالیبراسیون را با استفاده از مقادیر چقرمگی شکست اندازه-گیری شده، انجام دادند [4] که البته این رویه کالیبراسیون قبل از آن توسط موردی پیشنهاد شده بود [5]. در این رویکرد مقادیر تنش ویبال در شکست ترد برای هر مقدار چقرمگی شکست  $K_c$  یا  $K_{Ic}$  اندازه‌گیری شده، و برای یک مقدار پارامتر شکل،  $m$  فرض شده محاسبه می‌شود. سپس یک روند تکرار شونده مقدار  $m$  و  $\sigma_u$  را طوری می‌یابد که اختلاف بین احتمال شکست به دست آمده از نتایج تجربی و مقادیر محاسبه شده از رابطه (2) حداقل شود. همچنین فرض می‌شود که برای جوانه‌زنی میکروتُرک‌ها، کرنش پلاستیک ضرورت دارد، به طوری که حجم انتگرال‌گیری در رابطه (1) همه نواحی را که در آن کرنش پلاستیک غیر صفر است در بر می‌گیرد. با این وجود، تعدادی از محققان پیشنهاد داده‌اند که اگر میکروتُرک‌ها بر روی جوانه‌ها رشد نکنند، کندشدگی روی می‌دهد و تحت بارگذاری‌های بعدی رشدی صورت نمی‌گیرد [6,3]. بنابراین پیشنهاد می‌شود که حجم انتگرال‌گیری  $V$  بایستی تنها شامل ناحیه‌ای باشد که تسلیم‌شدگی در آن در حال وقوع است. بنابراین حجم فعال  $V_a$  شامل همه آن نواحی است که کرنش پلاستیک معادل، به صورت تابعی افزایشی از زمان باشد یعنی رابطه (3):

$$\frac{d\epsilon_p^I}{dt} > 0 \quad (3)$$

با این روش نشان داده شده است که، دقت پیش‌بینی‌های مدل برمین تحت شرایط بارگذاری غیرتناسبی<sup>3</sup> مانند پیش تنش گرم<sup>4</sup> یا تنش‌های پسماند ناشی از بارگذاری اولیه [6] بهبود می‌یابد.

همان‌طور که ذکر شد، مدل اصلی برمین مبتنی بر روابط 1 و 2 بر پایه تئوری ضعیف‌ترین اتصال است و اثرات پتانسیل کرنش‌های پلاستیک در میکرومکانیزم‌های شکست ترد را در نظر نمی‌گیرد [1]. در تئوری ضعیف‌ترین اتصال، قطعه و حوزه نوک ترک به صورت دانه‌های زنجیری فرض می‌شوند که گسست آن توسط ضعیف‌ترین حلقه اتصال مقرر می‌شود. اثر کرنش‌های حوزه نوک ترک هم به صورت کند شدن نوک ترک و هم به صورت شکل‌گیری تنش‌های پسماند فشاری موجب می‌شود تا شکست تنها برای مقادیر بارگذاری بیشتر از یک حد آستانه احتمال داشته باشد. به همین منظور تعدادی از محققان [7-9]، برای بهبود دقت و کارایی مدل برمین، اصلاحاتی را بر روی مدل برمین انجام داده‌اند. یکی از پرکاربردترین اصلاحات توسط ژائو و همکاران [7] انجام شده است. پیشنهاد آن‌ها اضافه نمودن یک آستانه به توزیع ویبال در رابطه (2) بوده تا از این طریق پیش‌بینی شکست بهبود یابد. اضافه نمودن این آستانه با توجه به مدل آماری که براساس فاکتور شدت تنش  $K$  توسط والین [10] ارائه شده، به دست می‌آید. در این صورت، توزیع احتمال به شکل رابطه (4) ارائه می‌شود:

$$Pf = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\sigma_w - \sigma_{w,min}}{\sigma_u - \sigma_{w,min}} \right)^m \right] \quad (4)$$

در مرجع [7] عنوان شده که اضافه نمودن تنش ویبال آستانه  $\sigma_{w,min}$

3- Non-proportional loading  
4- Warm prestressing

1- Weakest link  
2- Fracture Process Zone

می‌آیند.

برای محاسبه تنش ویبال به پارامتر  $m$  نیاز است، بهترین مقدار برای این پارامتر زمانی به دست می‌آید که مقدار فرض شده برای آن، برابر مقدار به دست آمده از منحنی برازش خطی باشد. الگوریتم استفاده شده در کد محاسباتی این روش برای به دست آوردن این پارامتر همان‌طور که در مرجع [14] پیشنهاد شده، به شرح زیر است:

1. یک مقدار اولیه برای  $m$  فرض می‌گردد و  $m^*$  نامیده می‌شود.
2. تنش‌های ویبال در بارهای مختلف شکست با استفاده از تحلیل المان محدود در منطقه پلاستیک نوک ترک محاسبه می‌شود.
3. نمودار  $\ln(-\ln(1-Pf_r))$  بر حسب  $\ln(\sigma_w)$  رسم می‌شود.
4. برازش خطی بر روی داده‌ها انجام می‌شود تا  $m$ ،  $\sigma_u$ ،  $m^{fit}$  و  $\sigma_u^{fit}$  به دست آید.
5. حلقه محاسبات در یک بازه برای  $m$ های مختلف تا زمانی که  $m^{fit} = m^*$  شده و همگرایی نتایج حاصل گردد تکرار می‌شود؛ و بنابراین  $m = m^{fit}$  و  $\sigma_u = \sigma_u^{fit}$  حاصل می‌گردد.

### 3-2- بیشینه‌سازی ضریب تعیین $R^2$

همگرایی در روش تطبیق پارامتر شکل توزیع ویبال ( $m$ ) در بسیاری موارد مانند استفاده از مدل‌های سه پارامتری رویکرد موضعی ممکن است با مشکل مواجه شود [15]. به همین دلیل روشی دیگر برای کالیبراسیون داده‌ها و به دست آوردن پارامترهای رویکرد موضعی توسط لویس معرفی شده است [15]. در این روش، کالیبراسیون داده‌ها از طریق بیشینه‌سازی ضریب تعیین  $R^2$  انجام می‌شود. بدین منظور، در رابطه خطی  $y = Ax + B$  پارامترهای  $A$  و  $B$  را می‌توان با استفاده از رگرسیون خطی به دست آورد. همبستگی بین مدل به دست آمده از این برازش و داده‌های استفاده شده در محاسبه این برازش را می‌توان با استفاده از ضریب تعیین،  $R^2$  به دست آورد (رابطه 8):

$$R_{xy}^2 = \left[ \frac{\sum (x^i - \bar{x})(y^i - \bar{y})}{(N-1)S_x S_y} \right]^2 \quad (8)$$

که در آن  $\bar{x}$  و  $S_x$  به ترتیب مقدار میانگین و انحراف معیار برای مقادیر  $x$  است. رابطه (2) را می‌توان بر حسب  $\sigma_w$  به شکل رابطه (9) به صورت خطی در آورد:

$$\left[ -\ln(1-Pf) \right]^{1/m} = \frac{\sigma_w}{\sigma_u} \quad (9)$$

که در آن  $m$  و  $\sigma_w$  در بارهای شکست محاسبه شده و سپس رگرسیون خطی رابطه (9) برای به دست آوردن مقدار  $\sigma_u$  بکار می‌رود. مقدار  $R^2$  را می‌توان با در نظر گرفتن  $x_i = \sigma_w^i$  و  $y^i = \left[ -\ln(1-Pf_r^i) \right]^{1/m}$  به دست آورد. این مقدار  $R^2$  را می‌نامیم. روش جایگزین دیگری که می‌توان بکار برد این است که، همبستگی بین  $Pf$  حاصل از مدل و طبق رابطه (7) را با در نظر گرفتن  $x^i = Pf_r^i$  و  $y^i = Pf(\sigma_w^i, m, \sigma_u)$  به دست آورد. این مقدار را  $R_{Pf}^2$  می‌نامیم. از آنجا که خطی‌سازی رابطه (2)، وزن فرایند برازش را بیش از حد نسبت به همبستگی بالاتر می‌برد، استفاده از  $R_{Pf}^2$  برای برازش مناسب‌تر است. این بدان معناست که بهترین برازش برای داده‌های خطی شده لزوماً بهترین نتایج را برای تخمین احتمال از کارافتادگی تولید نمی‌کند.

برای به دست آوردن پارامتر شکل توزیع ویبال ( $m$ ) در این حالت نیز  $\sigma_w$  برای بازه‌ای از  $m$ ، محاسبه شده و از آنجا  $\sigma_u$  مربوطه از رابطه خطی شده (9) به دست آمده و  $R^2$  محاسبه می‌شود. سپس تغییرات  $R^2$  با  $m$  رسم شده تا

توجیه فیزیکی محکمی ندارد. با این وجود، می‌توان آن را به عنوان یک پارامتر مورد نیاز برای تنش‌های بالا در حجمی شامل چند دانه کریستالی در نظر گرفت تا ترک‌ها در مرز دانه‌ها رشد کنند. لازم به ذکر است در مدل اصلی بر مبنی هر چند به صورت صریح به حد آستانه اشاره نشده ولی یک تنش ویبال آستانه بطور ضمنی در نظر گرفته شده است. در این مدل فرض شده است که شکست ترد بدون حضور تغییر شکل پلاستیک نمی‌تواند رخ دهد (کمتر از تنش تسلیم  $\sigma_{YS}$ ) [11]. این بدان معناست که اندازه ناحیه پلاستیک باید از یک حد بحرانی،  $X_c$ ، بزرگتر باشد و به عبارت دیگر یک حد آستانه شدت تنش  $K_{I \min}$  بیان می‌کند که برای مقادیر کمتر از آن شکست ترد امکان پذیر نمی‌باشد. این حد آستانه را به صورت معادله (5) بیان شده است:

$$K_{I \min} \approx \sigma_{YS} \sqrt{3\pi X_c} \quad (5)$$

طبق استاندارد ASTM E-1921، در معادله (5) یک تخمین اولیه برای مقدار  $K_{I \min}$  مقدار  $20 \text{MPa.m}^{1/2}$ ، برای فولادهای فریتی تحت شرایط تسلیم مقیاس کوچک است [12].

در رابطه 4 فرض می‌شود که هر سه پارامتر ویبال،  $m$ ،  $\sigma_u$  و  $\sigma_{w \min}$  خواص موادی و مستقل از هندسه نمونه هستند. این بدان معناست که، هنگامی که پارامترهای تنش ویبال برای یک جنس خاص کالیبره شدند، از این پارامترها می‌توان برای نمونه‌های با هندسه‌های مختلف از همان جنس به منظور پیش‌بینی شکست ترد استفاده کرد.

### 3- کالیبراسیون پارامترهای رویکرد موضعی

به منظور به‌کارگیری مناسب مدل‌های رویکرد موضعی، باید ثوابت این مدل‌ها با اطمینان بالایی انتخاب شوند. در گذشته مقادیر پارامترها با توجه به بیشترین تطابق میان مدل و داده‌های تجربی شکست به دست می‌آمدند. انتخاب پارامترهای توزیع ویبال برای بهترین برازش بر روی داده‌های تجربی و الگوریتم استفاده شده بدین منظور، اثر قابل توجهی را بر روی مقادیر پارامترها و در نتیجه هرگونه پیش‌بینی شکست نمونه‌ها می‌گذارد. در پژوهش حاضر، هر کدام از الگوریتم‌های ذکر شده جهت استخراج پارامترهای مدل بر مبنی، به طور جداگانه در محیط برنامه‌نویسی پایتون توسعه داده شده‌اند.

#### 3-1- تطبیق پارامتر شکل ویبال ( $m$ )

روش مرسوم برای کالیبراسیون پارامترهای رویکرد موضعی، تطبیق پارامتر شکل توزیع ویبال ( $m$ ) است.

در صورت استفاده از این رابطه، ثوابت آن را می‌توان با استفاده از برازش حداقل مربعات<sup>1</sup> به دست آورد. با استفاده از قوانین لگاریتمی، رابطه (2) را می‌توان به فرم رابطه (6) بازنویسی کرد:

$$\ln(-\ln(1-Pf)) = m \ln(\sigma_w) - m \ln(\sigma_u) \quad (6)$$

سپس داده‌های شکست به دست آمده از نتایج آزمون‌های تجربی، بر اساس یکی از پارامترهای مربوط، مثلاً بار شکست، مرتب شده و به هر کدام یک احتمال از کارافتادگی با استفاده از رابطه (7) نسبت داده می‌شود [13].

$$Pf_r^i = \frac{i-0.5}{N} \quad (7)$$

که در آن  $N$  و  $i$  به ترتیب، تعداد کل نمونه‌ها و شماره ترتیب است. در مرحله بعد داده‌های شکست بر روی محور  $\ln(-\ln(1-pf_r))$  بر حسب  $\ln(\sigma_w)$  ترسیم می‌شود. سپس با برازش خطی مستقیمی بر نقاط داده‌های ترسیم شده شیب خط (در تعیین پارامتر  $m$ ) و عرض از مبدأ خط (در تعیین  $-m \ln(\sigma_u)$ ) به دست

1- Least-Squares Fitting (LSF)

متناظر با نقطه‌ای که در آن  $R^2$  بیشینه است به دست آید.

آورده شده است.

#### 4- داده‌های تجربی

به منظور بررسی نمونه‌های خمش سه نقطه با قيود مختلف، داده‌های شکست ترد نمونه‌های خمشی ترکدار تک‌لبه (SE(B))، و نمونه‌های خمشی اصلاح شده دارای شیار نیم‌دایره‌ای ترکدار تک‌لبه (SEN(B))، از نتایج آزمون‌های تجربی میرزایی سیسان [6] بر روی نمونه‌هایی از جنس فولاد فریتی A533B که شکست در آن‌ها به وسیله بارگذاری سه نقطه روی داده، برای تحلیل انتخاب شدند.

#### 5- تحلیل المان محدود

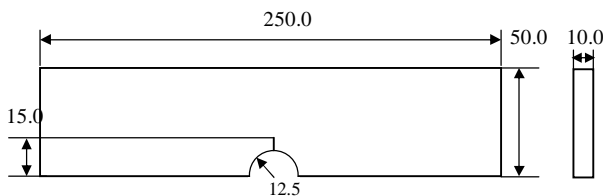
از نرم افزار آباکوس جهت انجام تحلیل‌های المان محدود استفاده می‌شود. به دلیل تقارن هندسی نمونه‌ها، آن‌ها توسط مدل یک چهارم مورد بررسی قرار می‌گیرند. المان‌های به کار رفته از نوع C3D8R و به شکل آجری 8 گره‌ای مرتبه اول با تعداد نقاط انتگرال‌گیری کاهش یافته است. خواص مواد به کار رفته در مدل‌سازی در دمای  $150^{\circ}\text{C}$  - با استفاده از داده‌های مرجع [6]، در شکل 3 نشان داده شده است.

#### 4-1- نمونه‌های SE(B)

شکل 1، هندسه نمونه‌های SE(B) را نشان می‌دهد. آزمایش شکست همه نمونه‌ها، در دمای  $150^{\circ}\text{C}$  - انجام گرفته است. انتخاب دما طوری بوده که در نمونه‌ها حتماً شکست ترد رخ دهد. در این نمونه‌ها، ابتدا یک شیار ایجاد شده و سپس طول ترک اولیه توسط بارگذاری خستگی به 15 mm رسانده شده است. ایجاد ترک خستگی در این نمونه‌ها در دمای اتاق و آزمایش شکست بر روی آن‌ها در شرایط AR<sup>1</sup> (نمونه بدون دستکاری) و در دمای پایین انجام گرفته است. در جدول 1، نتایج شکست این نمونه‌ها در شرایط AR آورده شده است.

#### 5-1- نمونه‌های SE(B)

نمای مدل شبیه‌سازی شده نمونه‌های SE(B) در شکل 4 نشان داده شده است که در ضخامت آن، نسبت ابعادی المان‌ها در نوک ترک از طریق تکنیک مش‌بندی گذرا کماکان کوچک‌تر 10 است. در این مدل اندازه مش در نوک ترک به ده میکرون می‌رسد. مدل‌سازی در این حالت نیز به دلیل تقارن بارگذاری و هندسه، به صورت یک چهارم در نظر گرفته شده است. تعداد المان‌ها در این مدل 53917 است. ترک اعمالی از طریق خستگی، در نمونه‌های SE(B)، به شکل نوک تیز در نظر گرفته می‌شود.



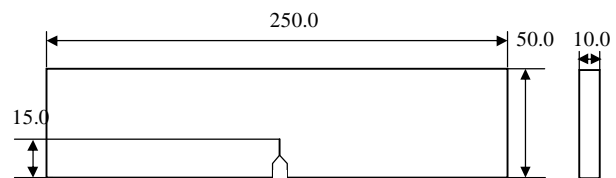
شکل 2 هندسه نمونه‌های SE(B) (ابعاد به میلی‌متر است) [6]

جدول 2 نتایج آزمایش شکست نمونه‌های SE(B) در شرایط AR [6]

بار شکست (kN)	شماره نمونه
45/7	1
35/2	2
30/2	3
24/1	4
30/6	5
16/6	6
30/8	7
28/1	8

#### 4-2- نمونه‌های SEN(B)

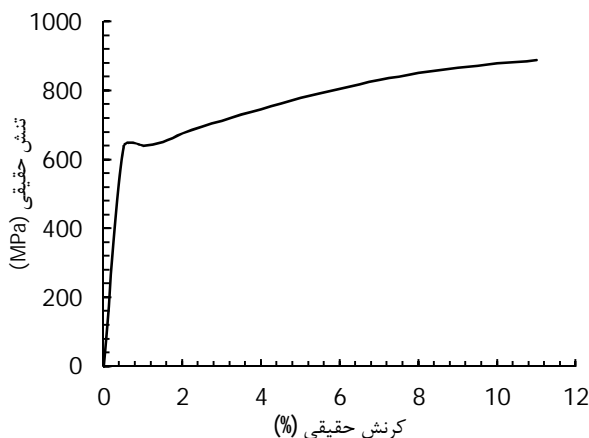
شکل 2، هندسه نمونه‌های SEN(B) را نشان می‌دهد. آزمایش شکست همه این نمونه‌ها نیز، در دمای  $150^{\circ}\text{C}$  - انجام گرفته است. در نمونه‌های SEN(B)، شیاری نسبتاً نوک‌تیز به قطر 0/1 mm توسط ماشینکاری وایرکات بر روی نمونه‌ها ایجاد شده است. طول این شیار طوری است که در نمونه‌ها اندازه ترک به 15 mm برسد و در نتیجه، نتایج تست‌های شکست آن را بتوان با نمونه‌های SE(B) مقایسه کرد. تعداد هشت نمونه SEN(B) در شرایط AR آزمایش شده است. در جدول 2 نتایج شکست این نمونه‌ها در شرایط AR



شکل 1 هندسه نمونه‌های SE(B) (ابعاد به میلی‌متر است) [6]

جدول 1 نتایج آزمایش شکست نمونه‌های SE(B) در شرایط AR [6]

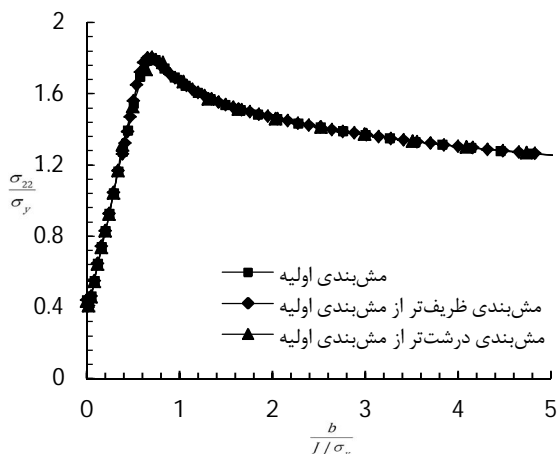
بار شکست (kN)	شماره نمونه
20/7	1
18/4	2
28/4	3
18/9	4
13/9	5
28/2	6
23/4	7
19/1	8
24/3	9
20/3	10



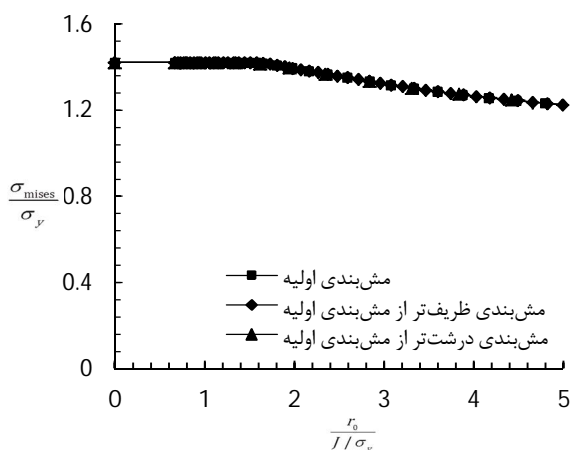
شکل 3 نمودار تنش - کرنش حقیقی فولاد A533B در دمای  $150^{\circ}\text{C}$  - [6]

### 2-5- نمونه‌های SEN(B)

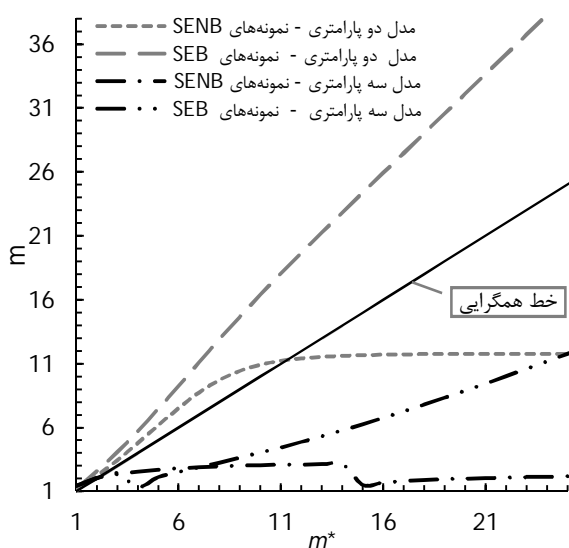
برای نمونه‌های SEN(B) نیز مدل‌ها سه‌بعدی در نظر گرفته شده و چون در عمل، معرفی ترک در آن‌ها به صورت شیاری با شعاع 0/05 mm توسط ماشینکاری EDM بوده، در مدل‌سازی ترک به صورت شیار کند، شیار EDM توسط حذف المان‌ها در طول مسیر برش انجام می‌شود. نمای مدل سه‌بعدی شبیه‌سازی شده برای دو حالت ترک نوک تیز و شیار کند در شکل 5 نشان داده شده است. که در ضخامت این مدل‌ها نیز، نسبت ابعادی المان‌ها در نوک ترک از طریق تکنیک مش‌بندی گذرا کماکان کوچک‌تر از 10 است. در این مدل نیز اندازه مش در نوک ترک به ده میکرون می‌رسد.



شکل 6 بررسی اثر حساسیت به اندازه مش بر روی مدل SE(B) با استفاده از تنش باز کننده برحسب فاصله لیگامنت، در سه حالت مش پیش فرض، مش ظریف و مش درشت



شکل 7 بررسی اثر حساسیت به اندازه مش بر روی مدل SE(B) با استفاده از تنش باز کننده برحسب فاصله لیگامنت، در سه حالت مش پیش فرض، مش ظریف و مش درشت



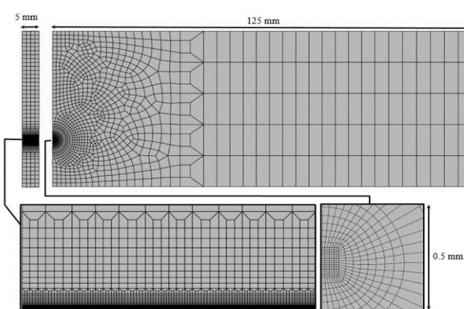
شکل 8 نتایج حاصل از کالیبراسیون پارامترهای رویکرد موضعی در نمونه‌های SE(B) و SE(B) از طریق مدل‌های دو پارامتری و سه پارامتری با استفاده از روش تطبیق پارامتر شکل ویبال (m)

### 3-5- آنالیز حساسیت به اندازه مش

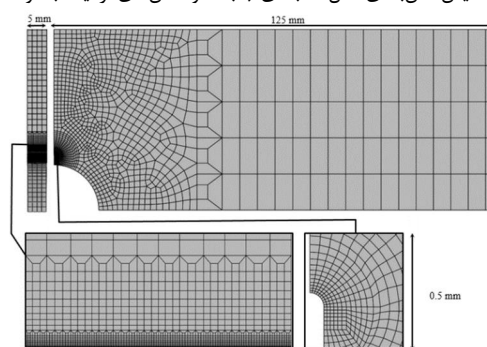
به منظور بررسی اثر حساسیت به اندازه مش برای مدل‌های فوق، از پارامترهای تنش بازکننده در فاصله لیگامنت، و تنش اصلی بیشینه در شعاع ناحیه پلاستیک ( $r_p$ ) به صورت نرمالیزه شده استفاده شده است. شکل 6 و شکل 7 اثر حساسیت به اندازه مش را برای مش‌بندی نمونه‌های SE(B) توسط این دو پارامتر نشان می‌دهد. همین روند برای نمونه‌های SEN(B) نیز تکرار شده و در نهایت برای هر دو نمونه اندازه المان یکسان به دست آمده است. همان‌طور که در این دو شکل مشاهده می‌شود، اندازه مش فرض شده با استفاده از هر دو پارامتر که در مدل‌های رویکرد موضعی کاربرد دارند به اندازه مش وابسته نیستند.

### 6- کالیبراسیون پارامترهای مدل

پارامترهای مدل‌های اصلی برمین و برمین اصلاح شده (دو پارامتری و سه پارامتری) با استفاده از الگوریتم ذکر شده در بخش 3 و با استفاده از کدهای توسعه یافته در محیط برنامه نویسی پایتون، بدست آمدند. این کدها به طور مجزا بر روی نتایج خروجی میدان‌های تنش و کرنش بدست آمده از شبیه سازی المان محدود نمونه‌های AR در نرم‌افزار آباکوس اجرا می‌شوند. در مدل‌های سه پارامتری  $1220 = \sigma_{wmin}$  با توجه به  $K_{Imin}$  برابر  $20MPa.m^{1/2}$  در نظر گرفته شد.



شکل 4 نمایش مش‌بندی مدل سه‌بعدی SE(B) و المان‌های نزدیک به نوک ترک



شکل 5 نمایش مش‌بندی مدل سه‌بعدی SE(B) و المان‌های نزدیک به نوک ترک

$$Pf = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\sigma_w - \sigma_{th}}{\sigma_u} \right)^m \right] \quad (10)$$

که در آن،  $\sigma_w$  تنش ویبال است و با استفاده از رابطه (1) محاسبه می‌شود،  $\sigma_u$  پارامتر مقیاس ویبال و از طریق کالیبراسیون پارامترها به دست می‌آید و  $\sigma_{th}$  پارامتر مقیاس است که در روش ارائه شده در این بخش بر خلاف مدل اصلاح شده برمین توسط ژائو [7]، فرض می‌شود که به کندشدگی نوک ترک و نسبت سه بعدی شدن تنش‌ها بستگی دارد. همچنین در مدل ارائه شده در این پژوهش، فرض می‌شود که پارامترهای  $m$  و  $\sigma_u$  پارامترهای موادی و ثابت هستند.

والین [10] در بررسی خود نشان داد که، تحت شرایط تسلیم مقیاس کوچک، احتمال شکست را می‌توان بر حسب مقادیر بحرانی  $K$  و با استفاده از یک توزیع ویبال سه پارامتری تشریح کرد که در آن پارامتر شکل  $m$  مقدار چهار داشت. روزال [16] با تبدیل خطی این رابطه به توزیع سه پارامتری مدل اصلاح شده برمین نشان داد که در این حالت نیز پارامتر شکل  $m$  مقدار چهار را خواهد داشت. بنابراین در این پژوهش نیز مقدار پارامتر شکل  $m$  در رابطه (10) براساس مفروضات والین [10]، عدد چهار فرض می‌شود.

روند کالیبراسیون پارامترها در این روش با استفاده از کمینه سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها انجام می‌شود. بدین منظور، با فرض برازش بر روی دسته‌ای از داده‌ها مثل  $\{x_i, y_i\}$  با یک مدل مشخص  $y = f(x, p)$  که در آن برداری از پارامترهای مدل است که باید تعیین شود، از کمینه سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها استفاده می‌شود. تابع باقیمانده برای داده‌های موجود از طریق رابطه (11) به دست می‌آید:

$$e_i(p, y_i, x_i) = |y_i - f(x_i, p)| \quad (11)$$

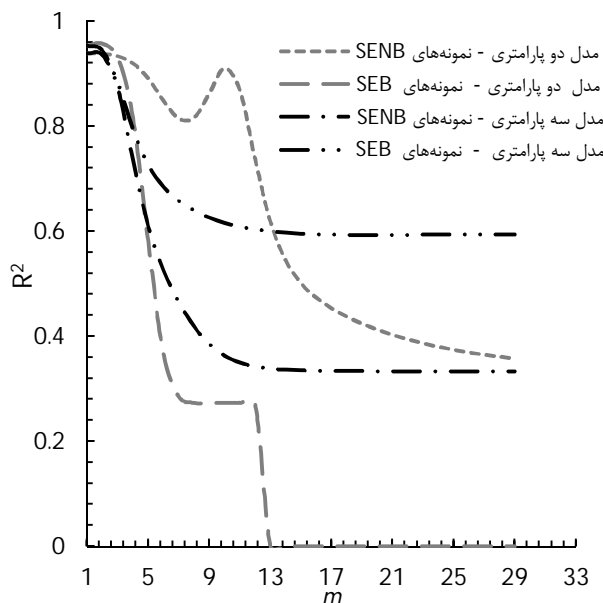
بنابراین تابع هدف برای کمینه سازی مقادیر باقیمانده برابر است با رابطه (12):

$$J(p) = \sum_{i=0}^{N-1} e_i^2(p) \quad (12)$$

بنابراین با فرض پارامتر  $m$  برابر چهار در رابطه (10) و در نظر گرفتن  $X_i = \sigma_w$  و  $Y_i = Pf$ ، همچنین  $f(X_i, p) = Pf$  پارامترهای دیگر توزیع ویبال از طریق کمینه‌سازی تابع مجموع مربعات بدست می‌آید. در این حالت، پارامترهای به دست آمده برخلاف روش بیشینه سازی ضریب تعیین (شکل 9) منحصر به فرد خواهد بود.

با توجه به اینکه نمونه‌های SE(B) نمونه‌های با ترک ناشی از بارگذاری خستگی و به صورت نوک تیز هستند، کم‌ترین مقدار کندشدگی در آن‌ها اتفاق می‌افتد. بنابراین در ابتدا، با در نظر گرفتن مقدار پارامتر شکل  $m$  برابر چهار، پارامترهای  $\sigma_u$  و  $\sigma_{th}$  برای این دسته از نمونه‌ها با استفاده از کد محاسباتی توسعه یافته در محیط برنامه نویسی پایتون کالیبره می‌گردند. در این حالت مقادیر  $\sigma_u$  و  $\sigma_{th}$  به ترتیب برابر 1910 و 600 حاصل شد. نتایج حاصل از پیش‌بینی شکست این نمونه‌ها با استفاده از رابطه (10) در شکل 10 نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود پیش‌بینی شکست این نمونه‌ها با فرض‌های در نظر گرفته شده، تطابق مناسبی با نتایج آزمون‌های تجربی دارد.

در نمونه‌های SE(B)، ترک با استفاده از شیار وایرکات ایجاد شده است. بنابراین کندشدگی نوک ترک و نسبت سه بعدی شدن تنش‌ها در آن‌ها حین بارگذاری شکست بیشتر اتفاق می‌افتد. در این حالت با فرض  $m$  برابر 4 و  $\sigma_u$



شکل 9 نتایج حاصل از کالیبراسیون پارامترهای رویکرد موضعی در نمونه‌های SE(B) و SEN(B) از طریق مدل‌های دو پارامتری و سه پارامتری با استفاده از روش بیشینه سازی ضریب تعیین (R2)

همان‌طور که در شکل 8 مشاهده می‌شود، روند همگرایی در دو سری نمونه برای هیچ حالتی یکسان نیست و از طرفی کالیبراسیون پارامترهای ویبال مدل اصلی برمین بر روی نمونه‌های SE(B) از طریق روش تطبیق پارامتر شکل ویبال، همگرا نشده است و در عوض کالیبراسیون با استفاده از داده‌های تجربی نمونه‌های SEN(B) در  $m$  برابر 11 همگرا شده است. بنابراین کالیبراسیون مدل دو پارامتری از طریق این روش و با استفاده از داده‌های شکست ترد نمونه‌های خمش سه نقطه قابل تعمیم نخواهد بود. از طرف دیگر، کالیبراسیون پارامترهای مدل اصلاح شده برمین از طریق روش تطبیق پارامتر شکل ویبال، برای هر دو سری نمونه در  $m$  برابر 2 همگرا شده است اما  $\sigma_u$  برای نمونه‌های SE(B) برابر 1370 و برای نمونه‌های SEN(B) برابر 1873 بدست می‌آید که یکتایی فرض شده برای پارامترهای ویبال را برای نمونه‌های همجنس را در بر نخواهد داشت. همچنین با توجه به شکل 9، برای همه موارد، ضریب تعیین در یک بازه (بین صفر و یک) بیشینه شده و در نتیجه برای پارامتر شکل  $m$  عدد منحصر به فردی را نمی‌توان در نظر گرفت. بنابراین، اگرچه در کالیبراسیون با استفاده از روش بیشینه سازی ضریب تعیین که در آن علاوه بر پارامتر شکل، پارامتر مقیاس نیز در نظر می‌شود، منطق محکم‌تری نسبت به روش تطبیق پارامتر شکل دارد، اما کالیبراسیون پارامترها از طریق این روش در بسیاری موارد همچون موارد ذکر شده با محدودیت مواجه شده است.

## 7- روشی جدید در کالیبراسیون پارامترها

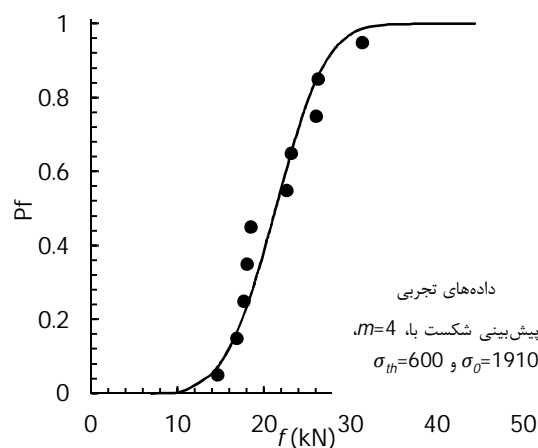
با توجه به محدودیت‌هایی که در روش‌های مرسوم کالیبراسیون پارامترهای ویبال در استفاده از آن‌ها بر روی داده‌های تجربی آزمون‌های خمش سه نقطه وجود دارد، روشی جدید برای به دست آوردن پارامترها ارائه می‌شود. در این حالت، فرض می‌شود که احتمال شکست از توزیع سه پارامتری ویبال پیروی می‌کند، یعنی رابطه (10):

- می‌شوند و نتایج منحصر به فردی را ارائه نمی‌دهند.
2. روش کالیبراسیون ارائه شده در پژوهش حاضر برای هر دو سری نمونه‌های SE(B) و SEN(B) که از جنس‌های یکسان تهیه شده بودند و ترک در آن‌ها از طریق دو روش متفاوت ایجاد شده بود، قادر به پیش‌بینی شکست در هر دو حالت با پارامترهای موادی یکسان و منحصر به فرد است.
  3. در نظر گرفتن پارامتر موقعیت ویبال،  $\sigma_{th}$  به عنوان پارامتر وابسته به کندشدگی نوک ترک و نسبت سه بعدی شدن تنش‌ها، نتایج پیش‌بینی برای نمونه‌هایی که ترک در آن‌ها به صورت تیز نیست را نیز ممکن می‌سازد.

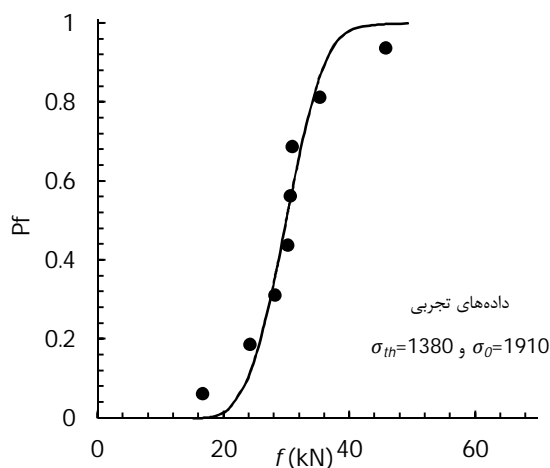
برابر 1910 (پارامترهایی که از نمونه‌های SE(B) با کم‌ترین قید نوک ترک به دست آمده و پارامترهای موادی توزیع ویبال در رابطه 10 برای فولاد A533B در نظر گرفته شد) مقدار  $\sigma_{th}$  برای این سری نمونه‌ها کالیبره می‌گردد. در این حالت مقدار 1380 برای پارامتر موقعیت ویبال به دست می‌آید. همان طور که اشاره شد، تفاوت این مقدار با مقدار بدست آمده از نمونه‌های SE(B) را می‌توان به تفاوت در مقدار کندشدگی نوک ترک نسبت داد. نتایج حاصل از پیش‌بینی شکست این نمونه‌ها و با استفاده از پارامترهای به دست آمده در شکل 11 نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در این حالت نیز، نتایج پیش‌بینی شکست نمونه‌ها تطابق مناسبی با داده‌های تجربی شکست دارد.

## 8- نتیجه‌گیری

- با توجه به بررسی‌های صورت گرفته در این پژوهش، نتایج زیر به دست آمد:
1. روش‌های مرسوم کالیبراسیون پارامترهای ویبال بر روی نمونه‌های خمش سه نقطه در برخی موارد با محدودیت مواجه



شکل 10 نتایج پیش‌بینی احتمال شکست نمونه‌های SE(B)



شکل 11 نتایج پیش‌بینی احتمال شکست نمونه‌های SEN(B)

## 9- مراجع

- [1] F. M. Beremin, A. Pineau, F. Mudry, J.-C. Devaux, Y. D'Escatha, P. Ledermann, A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel, *Metallurgical Transactions A*, Vol. 14, No. 11, pp. 2277-2287, 1983/11/01, 1983. English
- [2] D. J. Smith, S. Hadidi-Moud, A. H. Mahmoudi, A. M. Sisan, C. E. Truman, Experiments and predictions of the effects of load history on cleavage fracture in steel, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 77, No. 4, pp. 631-645, 2010.
- [3] S. Hadidi-Moud, A. Mirzaee-Sisan, C. E. Truman, D. J. Smith, A local approach to cleavage fracture in ferritic steels following warm pre-stressing, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 27, No. 10, pp. 931-942, 2004.
- [4] F. Minami, A. Brückner-Foit, D. Munz, B. Trollidenier, Estimation procedure for the Weibull parameters used in the local approach, *Int. J. Fract.*, Vol. 54, pp. 197-210, 1992.
- [5] F. Mudry, A local approach to cleavage fracture, *Nucl. Eng. Des.*, Vol. 105, pp. 65-76, 1987.
- [6] A. Mirzaee-Sisan, *The influence of prior thermal and mechanical loading on fracture*, Thesis, PhD thesis, University of Bristol, UK, 2005.
- [7] X. Gao, C. Ruggieri, R. H. Dodds, Jr., Calibration of Weibull stress parameters using fracture toughness data, *International Journal of Fracture*, Vol. 92, No. 2, pp. 175-200, 1998/07/01, 1998. English
- [8] S. R. Bordet, A. D. Karstensen, D. M. Knowles, C. S. Wiesner, A new statistical local criterion for cleavage fracture in steel. Part I: model presentation, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 72, No. 3, pp. 435-452, 2005.
- [9] C. Ruggieri, X. Gao, R. H. Dodds Jr, Transferability of elastic-plastic fracture toughness using the Weibull stress approach: significance of parameter calibration, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 67, No. 2, pp. 101-117, 2000.
- [10] K. Wallin, The scatter in KIC-results, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 19, No. 6, pp. 1085-1093, 1984.
- [11] F. M. Beremin, A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel, *Metal. Trans. A*, pp. 2277-2287, 1983.
- [12] ASTM, Standard test method for determination of reference temperature, T<sub>0</sub>, for ferritic steels in the transition range, *ASTM E 1921-97*, 2002, pp. 1068-1084.
- [13] B. Bergman, On the estimation of the Weibull modulus, *Journal of Materials Science Letters*, Vol. 3, No. 8, pp. 689-692, 1984/08/01, 1984. English
- [14] F. Minami, A. Brückner-Foit, D. Munz, B. Trollidenier, Estimation procedure for the Weibull parameters used in the local approach, *International Journal of Fracture*, Vol. 54, No. 3, pp. 197-210, 1992/04/01, 1992. English
- [15] S. J. Lewis, Influences of load history on the cleavage fracture of steels, Thesis, University of Bristol, 2009.
- [16] K. Rosahl, J. Booker, D. Smith, Calibrating Weibull parameters to predict fracture in laboratory specimens of different shapes.