



# آیروترموالاستیسیته پوسته با فرض خمش استوانه‌ای به روش حجم محدود و باقی‌مانده وزنی گالرکین

حمید موسی‌زاده<sup>1</sup>، بهزاد قدیری دهکردی<sup>2\*</sup>، مسعود راسخ<sup>3</sup>

- 1- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
  - 2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
  - 3- استادیار، طراحی کاربردی، دانشگاه تفرش، تفرش
- \*تهران، صندوق پستی 143-14115، [ghadirib@modares.ac.ir](mailto:ghadirib@modares.ac.ir)

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 28 اسفند 1393  
پذیرش: 24 اردیبهشت 1394  
ارائه در سایت: 13 تیر 1394

کلید واژگان:  
فلاتر پوسته  
جریان لزج  
المان محدود  
حجم محدود  
گالرکین

## چکیده

پدیده‌ی فلاتر صفحه توسط طراحان هوافضا همواره مورد نظر و اهمیت بوده زیرا امکان تخریب زود هنگام، در اثر خستگی وجود دارد. یکی از راه‌های افزایش اطمینان به نتایج تئوری، استفاده از شبیه‌سازی عددی برای نزدیکی بیشتر به فیزیک مسئله است. آنچه در این پژوهش دارای اهمیت است، تحلیل آیروالاستیک پوسته دوبعدی به روش حجم محدود براساس معادلات آیرودینامیک ناویراستوکس، برای جریان لزج و چرخشی در رژیم مافوق صوت است. همین‌طور، تحلیل آیروالاستیک پوسته دوبعدی غیرخطی، به روش نیمه تحلیلی باقی‌مانده وزنی، با استفاده از مدل جریان پتانسیل (تئوری پیستون مرتبه سه)، بدون اثرات لزجت جریان در ترکیب با نیروهای مکانیکی و حرارتی برای اولین مرتبه انجام شده است. اثر تغییر انحنای پوسته در فلاتر و رفتار پسا فلاتر صفحه و پوسته، در هر دو روش، بررسی و مقایسه شده است. فشار گسترده بر روی پوسته، براساس مدل جریان لزج، به روش حجم محدود و مدل تحلیلی جریان پتانسیل برای جریان غیرلزج، مقایسه شده است. عدم تطابق نتایج عددی و تحلیلی، در نیمه انتهایی صفحه، مشاهده شده که تا کنون در مقالات اشاره نشده است. با استفاده از اصل همپلتون و رابطه کار مجازی، انرژی پتانسیل و جنبشی پوسته، و تبدیل معادلات دیفرانسیلی به معادلات غیرخطی معمولی، به روش رانگ-کوتای مرتبه 4 حل شده است. مهم‌ترین نتیجه حاصل، تفاوت حل عددی و تحلیلی، برای فلاتر پوسته، برخلاف تناسب خوب نتایج، برای فلاتر صفحه است. بنابراین استفاده از تئوری پیستون برای شبیه‌سازی جریان روی صفحه دارای انحنا باید با دقت بیشتری انجام شود.

## Aerothermoelasticity of 2D shell with Finite Volume and Galerkin Method

Hamid Moosazadeh<sup>1</sup>, Behzad Ghadiri Dehkordi<sup>2\*</sup>, Masud Rasekh<sup>3</sup>

- 1- Department of Aerospace Engineering, TarbiatModares University, Tehran, Iran
  - 2- Department of Aerospace Engineering, TarbiatModares University, Tehran, Iran
  - 3- Department of Mechanical Engineering, Tafresh University, Tafresh, Iran
- \*P.O.B. 14115-143 Tehran, Iran, [ghadirib@modares.ac.ir](mailto:ghadirib@modares.ac.ir)

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 19 March 2015  
Accepted 14 May 2015  
Available Online 04 July 2015

Keywords:  
Shell flutter  
Viscose flow  
Finite element  
Finite volume  
gallerkin

## ABSTRACT

The panel flutter is concentrated with aerospace researchers because of fatigue failure on structures. The usage of the numerical simulation is in good company with analytical method. The 2D cylindrical panel flutter is simulated with Navier Stokes equations for fluid flow with finite volume theory. Also, simulation is prepared with piston theory for analytical solution of irrotational fluid. Comparison of full numerical finite volume and assumed mode method in post flutter domain is produced. Non-linear shell with the effect of in-plane load, thermal load and aerodynamic load with 3rd order piston theory is modeled to solve with assumed mode method. The effect of camber in flutter and post flutter is investigated with both methods. Pressure distribution is defined numerically and analytically for viscid and inviscid flow. The effect of expansion waves decreased the pressure of the second half of shell in analytical method compared to numerical. The principle of Hamilton is used and virtual work, virtual potential energy and virtual kinetic energy are developed. The 4th order Runge-Kutta method is used to solve nonlinear ODEs numerically. The most important output depends on similar result for flat plate and different result on curved plate with numerical and analytical solution.

## 1- مقدمه

پرواز با سرعت‌های بالا ایجاد می‌شود. در فشار دینامیکی بحرانی رفتار صفحه شامل نوسانات ناپایدار و افزایش‌دهی است تا اینکه دامنه نوسانات توسط تنش‌های کششی القاء شده از اثرات غیرخطی هندسی صفحه، محدود شده

انحنای هندسی بر روی رفتار پیش از کمانش، کمانش، پس از کمانش صفحه تأثیر مشخص می‌گذارد. فلاتر صفحه یک نوسان خود تحریک است که در

Please cite this article using:

H. Moosazadeh, B. Ghadiri Dehkordi, M. Rasekh, Aerothermoelasticity of 2D shell with Finite Volume and Galerkin Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 312-322, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

برای معادلات کرنش و تغییر شکل کوچک استفاده شد. شبیه‌سازی مستقیم (DNS) برای جریان لایه مرزی با استفاده از حلگر معادلات ناویراستوکس تراکم‌پذیر به صورت اختلاف محدود انجام شد [16]. فیدرستون، حساسیت به نقص صفحه تخت تحت اثر بار تراکمی و برشی را به روش المان محدود بررسی نمود [17]. ساتیاجیت و مئی، تحلیل فلاتر حوزه فرکانسی صفحه منحنی شکل در جریان مافوق صوت زاویه‌دار با راستای عمودی در دماهای بالا را انجام دادند [18]. گیریش و رامچاندرا، رفتار پس از کماتش صفحه مواد مرکب لایه‌چینی شده با اثر نقص هندسی را بررسی کردند [19]. پورشمسی و همکاران بررسی فلاتر بال هواپیما و جرم متصل خارجی به صورت الاستیک انجام دادند [20]. دردل و همکاران، بررسی فلاتر بال مافوق صوت غیرخطی را انجام دادند [21].

شبیه‌سازی جریان آیروالاستیک مافوق صوت بر روی پوسته با اثر انحنا، توسط مدل عددی جریان، روی پوسته، با معادلات کامل ناویراستوکس، به روش حجم محدود به صورت استاتیکی انجام شده، سپس به روش تحلیلی پیستون، برای جریان مافوق صوت توسط کد تهیه شده حل انجام شده است. مقایسه بر روی فشار اعمالی در بر روی صفحه صورت گرفته است.

تحلیل آیروالاستیک سیستم با استفاده از فرض جریان لزج مافوق صوت، براساس معادلات کامل ناویراستوکس و معادلات سازه غیرخطی (تغییر شکل‌های بزرگ) به روش حجم محدود مدل شده و روابط سازه و سیال، بطور همزمان حل شده و اثر مستقیم تغییر شکل‌های سازه‌ای در جریان سیال و برعکس، در نظر گرفته شده است. حل عددی ترکیب سیستم سازه و سیال<sup>3</sup>، (توسط حلگر حجم محدود<sup>4</sup>) انجام شده و با کد تهیه شده براساس معادلات غیرخطی پوسته به همراه مدل جریان پیستون مرتبه سه مقایسه شده است.

## 2- روابط حاکم

در این تحقیق صفحه یا پوسته، از جنس آلومینیم با چگالی 2770 کیلوگرم بر متر مکعب، مدول یانگ  $7/1e10$  پاسکال و نسبت پواسن  $0/35$  در نظر گرفته شده است (شکل 1). جریان (لزج/غیرلزج) و مافوق صوت بر روی صفحه در مدل (عددی/تحلیلی) فرض شده است. با عبور جریان از روی صفحه و تغییر فشار جریان بر روی سطح صفحه الاستیک، سازه تغییر شکل داده و نوسان نموده که براساس ضخامت صفحه، این نوسانات از بین رفته و یا ادامه یافته و باعث ناپایداری صفحه شده است.

### 2-1- روابط تحلیل جریان لزج به روش عددی در حالت پایا و ناپایا

برای تحلیل سیال از معادلات ناویراستوکس به علاوه معادله حالت گاز کامل و مدل دو معادله‌ای  $k-\omega$  برای مدل‌سازی آشفتگی سیال استفاده شده است. معادلات حاکم بر مسئله برای تحلیل سیال به شکل روابط پیوستگی، مومنتوم و انرژی بیان شده است. رابطه پیوستگی به صورت رابطه (1) تعریف شده است.



شکل 1 مدل فیزیکی مسئله آیروالاستیسیته صفحه

است. همواره دینامیک صفحه با حضور فلاتر دینامیکی و واگرایی استاتیکی در کنار هم شناخته می‌شود. فلاتر در اثر جریان سیال بر روی سازه و واگرایی بر اثر نیروی فشاری داخل صفحه ایجاد می‌شود. دلیل فیزیکی این پیش بار اتصال نامطلوب و ناصحیح صفحه یا گرادیان حرارتی است. اثر نیروهای آیروالاستیک همواره ناپایستا هستند. سازه الاستیک تحت اثر جریان آیروالاستیک قرار گرفته و تغییر شکل‌های الاستیک سازه بر روی جریان تأثیر گذاشته و نهایتاً باعث ایجاد پدیده‌های پیچیده و متنوع از رفتار دینامیکی سازه می‌شود.

مسئله تحلیل عددی ارتعاشات خطی و غیرخطی پوسته دوبعدی، به صورت یک بعدی مدل‌سازی شده است. آیچو از روش اغتشاشات<sup>1</sup> و اجزای محدود برای مدل تیر استفاده نموده است [1]. استفاده از روش تفاضل محدود برای مدل تیر با شرایط مرزی مختلف تحت بار ضربه توسط آرسویز مورد بررسی قرار گرفته است [2]. باشیام مسئله ارتعاشات غیرخطی تیر را با روش اجزای محدود گالرکین حل نمود [3]. لیو از عملگر خطی و روش تغییرات برای حل دقیق مدل تیر بهره جسته است [4]. کوپر ارتعاشات غیرخطی تیر با شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده را با روش انشعاب تکیه‌ن<sup>2</sup> حل نمود [5]. همین‌طور، مارور بر ارتعاشات غیرخطی تیر تمرکز نمود [6].

ژانگ و کمپن، پایداری و انشقاق صفحه دو انحنایی نازک تحت بار شبه پایای یکنواخت را بررسی کردند [7]. سینگا و مندل، بررسی فلاتر مافوق صوت پوسته استوانه‌ای مواد مرکب را انجام دادند. مدل پیستون مرتبه اول و مسئله مقدار ویژه به روش المان محدود با استفاده از المان‌های پوسته تحلیل شد. اثر تنش‌های حرارتی و تنش برشی و فشاری در سرعت بحرانی مافوق صوت تأثیرگذار بود [8]. قومان، آروز و مئی، تحلیل حوزه زمان برای فلاتر غیرخطی صفحات خمیده تحت جریان مافوق صوت زاویه‌دار با راستای اصلی در دماهای بالا را انجام داد [9]. لی، ژانگ و مئی، بررسی فلاتر آیروترموالاستیک صفحه با اعمال اثرات ناپایای حرارت بر روی صفحه ایزوتروپ را انجام دادند. رفتار پیچیده دینامیکی صفحه در جریان مافوق صوت بررسی شد [10]. جردن، با استفاده از تئوری خطی سازه نشان داد که فشار دینامیکی بحرانی در شرایطی است که حرکت صفحه ناپایدار می‌شود [11].

یانگ و سانگ، یک مدل المان محدود برای تعیین فلاتر یک صفحه مربع شکل با یک سطح صفحه تحت اثر جریان پتانسیل مافوق صوت سه بعدی ناپایا تولید نمودند. اثر آیروالاستیک بر مدل سازه و برعکس، توسط مربعات گوسی محاسبه شده است. مقایسه نتایج مدل المان محدود با حل مودال گالرکین انجام شده است [12]. هان و یانگ، به بررسی المان محدود با شبکه مثلثی مرتبه بالا برای صفحه با هندسه غیرخطی در تحلیل فلاتر صفحه پرداختند. روابط المان محدود براساس تئوری کرشهف برای صفحه نازک بود. آیروالاستیک شبه پایا مورد استفاده قرار گرفت [13]. ساندر، راماکریشن و سنگوپتا، به بررسی روش المان محدود در پوسته مخروطی سه لایه با هسته مرکزی سبک برای تحلیل فلاتر خطی سیستم پرداختند [14]. کو، پونگ و جیان، تحلیل المان محدود صفحه نازک با شبکه مثلثی را برای مطالعه فلاتر صفحه مواد مرکب براساس تئوری لایه‌چینی کلاسیک با استفاده از تئوری آیروالاستیک پیستون خطی انجام دادند [15]. استویچ، بودونی و جئوبل، تقابل بین صفحه نازک فلزی و لایه مرزی مغشوش در عدد ماخ  $2/25$  را بررسی نمودند. برای مدل سازه از حلگر المان محدود سه بعدی غیرخطی

3- FSI  
4- Ansys CFX

1- Perturbation  
2- Singular Bifurcation

در حالت گاز کامل چگالی از قانون گاز کامل بدست آمده و  $c_p$  تابعی از دما است.

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{W p_{abs}}{R_0 T} \\ dh &= c_p dT \\ c_p &= c_p(T) \end{aligned} \quad (9)$$

که در آن  $W$  وزن مولار،  $p_{abs}$  فشار مطلق و  $R_0$  ثابت گازها است.

## 2-2- روابط تحلیلی سازه‌ی صفحه و پوسته دوبعدی غیرخطی

معادلات حاکم با استفاده از اصل کار مجازی تعیین شده است. اصل کار مجازی در شکل دینامیکی به صورت رابطه‌ی (10) تعریف شده است.

$$0 = \int_0^T (\delta U + \delta V - \delta K) dt \quad (10)$$

که  $\delta U$  انرژی کرنشی مجازی،  $\delta V$  کار مجازی انجام شده توسط نیروی اعمالی و  $\delta K$  انرژی جنبشی مجازی است و به صورت رابطه (11) تعریف شده‌اند.

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_V \bar{\sigma} : \delta \bar{\epsilon} dV \\ \delta V &= \int_{\Omega_0} \bar{p} \delta \bar{u} dx dy \\ \delta K &= \int_V \rho \bar{u}_i \delta \bar{u}_i dV \end{aligned} \quad (11)$$

در روابط بالا  $\bar{\sigma}$ ،  $\bar{\epsilon}$ ،  $\bar{p}$ ،  $\bar{u}$  و  $\bar{u}_i$  به ترتیب تانسور تنش، تانسور کرنش، بردار نیروهای گسترده خارجی، بردار جابجایی و بردار سرعت هستند.  $\Omega_0$  سطح میانی است. با قرار دادن رابطه‌ی (11) در رابطه‌ی (10) و با توجه به نامحدود فرض کردن عرض صفحه، ارتعاشات عرضی سازه با رابطه‌ی (12) تعریف شده است [22].

$$D \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} - N_x \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - \frac{1}{R_x} \right) + \rho_m h \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} = F(t) \quad (12)$$

$w_0(x,t)$  جابجایی عمودی صفحه،  $N_x$  تنش محوری و  $F(t)$  نیروی خارجی صفحه است. در رابطه‌ی  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ ،  $E$  سفتی صفحه،  $E$  مدول الاستیک،  $\nu$  ضریب پواسون و  $\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}$  تغییرات انحنای صفحه میانی است. کرنش صفحه براساس رابطه غیرخطی ون کارمن با رابطه‌ی (13) تعریف شده است.

$$\epsilon_x = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + \frac{w_0}{R_1} \quad (13)$$

$N_x$  براساس بار کلی داخل صفحه شامل نیروی فشاری داخل صفحه، اثر انحنای و تغییر شکل‌های غیرخطی صفحه و بارهای حرارتی داخل صفحه در جهت  $x$  تعیین شده است [23].

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{ah}{(1-\nu^2)} \int_0^a E(x)^{-1} dx \eta + \\ & \frac{h}{(1-\nu^2)} \int_0^a E(x)^{-1} dx \left( \frac{1}{2} \int_0^a \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{R_x} \int_0^a w_0 dx \right) + \\ & - \frac{1}{(1-\nu^2)} \int_0^a E(x)^{-1} dx \left( (1+\nu) \int_0^a \alpha(x) \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \Delta T dz dx \right) \end{aligned} \quad (14)$$

$\eta$  ضریب اثر نیروی کششی یا فشاری اعمالی در مرزهای صفحه بر واحد سطح و  $\alpha(x)$  ضریب انبساط حرارتی است.  $\Delta T$  افزایش دمای صفحه از

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int \rho dV + \int \rho U dn &= 0 \\ \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dv + \iiint_V \nabla(\rho U) dv &= 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho U) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن چگالی سیال،  $U$  بردار سرعت جریان سیال،  $n$  بردار عمود بر سطح حجم کنترل و  $V$  حجم است. رابطه مومنتوم به صورت رابطه (2) تعریف شده است.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla(\rho U \times U) &= -\nabla p + \nabla \tau + S_M \\ \frac{d}{dt} \int \rho U_j dV + \int \rho U_j U_i dn_j &= \\ \int P dn_j + \int \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) dn_j + \int S_{u_j} dV \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن  $U_j$  بردار سرعت در راستای  $j$  و  $U_i$  بردار سرعت در راستای  $i$  است.  $P$  فشار برحسب واحد پاسکال،  $\mu$  لزجت دینامیکی و  $S_{u_j}$  عبارت چشمه مربوط به دیگر منابع تولید انرژی در سیستم است. رابطه انرژی سیستم به صورت رابطه‌ی (3) بیان شده است.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho U h_{tot}) &= \nabla(\lambda \nabla T) + \nabla(U \tau) + U S_M \\ \frac{d}{dt} \int \rho h_{tot} dV + \int \rho U_j h_{tot} dn_j &= \int \Gamma \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) dn_j + \int S_{h_{tot}} dV \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن  $h_{tot}$  آنتالپی کل سیستم بوده که می‌توان آن را به صورت  $h_{tot} = h + (1/2)U^2$  تعریف کرد. همچنین  $T$  دمای سیال،  $\lambda$  ضریب هدایت گرمایی ویژه،  $\tau$  تنش برشی،  $U \cdot S_M$  کار حاصل از نیروهای منابع خارجی و  $S_E$  عبارت انرژی و یا گرمای حاصل از منابع خارجی است.

رابطه مربوط به آشفته‌گی سیستم به صورت رابطه‌ی (6) بیان شده است. در جریان آشفته انرژی جنبشی آشفته‌گی،  $k$ ، و فرکانس آشفته‌گی،  $\omega$ ، به مسئله وارد شده و تانسور تنش از مفهوم لزجت-گردابه محاسبه شده است. در حالت آشفته‌گی ترم لزجت به شکل رابطه (4) بیان شده است.

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (4)$$

که در آن  $\mu_t$  لزجت گردابه‌ای و برای بدست آوردن آن در مدل  $k-\omega$  از رابطه (5) استفاده شده است.

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k U_i) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - Y_k + S_k \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega U_i) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + P_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \end{aligned} \quad (6)$$

$P_k$  نرخ تولید اغتشاش است، ضرایب رابطه به صورت زیر بسط داده شده‌اند.

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}, \Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, P_k = -\rho \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}, P_\omega = \frac{\alpha}{\nu_t} G_k \quad (7)$$

$\overline{u_i' u_j'}$  تنش‌های رینولدز است. همین‌طور مقادیر زیر استفاده شده است.

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left( \frac{\alpha_0 + Re_t / R_\omega}{1 + Re_t / R_\omega} \right) \\ R_\omega &= 2.92, Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}, \alpha^* = \frac{\beta_t}{3}, \alpha_0 \approx 1 \end{aligned} \quad (8)$$

4-2- معادلات تحلیلی غیرخطی آیروالاستیک صفحه

ابتدا متغیرهای بی‌بعد سیستم تعریف شده است.

$$W = \frac{w}{a}, \hat{W} = \frac{\hat{w}}{h}, \xi = \frac{x}{a}, \bar{t} = t\Omega_0, \Omega_0 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \sqrt{\frac{D_0}{\rho_m h}},$$

$$\bar{\Omega} = \Omega_0 \frac{a}{c_\infty}, \bar{h} = \frac{h}{a}, T_{cr} = \frac{D_0}{Eha^2\alpha_0}, \tau = \frac{T}{T_{cr}}, \bar{T} = \tau, \bar{\rho} = \frac{\rho_m}{\rho_\infty},$$

$$\mu = \frac{\rho_\infty a}{\rho_m h}, \lambda = \frac{2qa^3}{\beta D_0}, R_x = \frac{E_0 ha^2 \eta}{D_0(1-\nu^2)} = C_r \pi^2, K = \frac{\omega}{\Omega_0} \quad (22)$$

$\Omega_0$ ، فرکانس اول صفحه،  $\bar{\Omega}$ ، فرکانس بی‌بعد و  $K$ ، فرکانس‌های بی‌بعد صفحه برحسب فرکانس اول است.  $C_r$ ، ضریب نیروی داخل صفحه است.

انحنای صفحه با رابطه‌ی (23) مشخص شده است [25].

$$\hat{w}_0 = \sum_{n=1}^N \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \quad (23)$$

رابطه‌ی بی‌بعد به‌صورت زیر تعریف شده است.

$$\hat{w}_0 = \sum_{n=1}^N \sin(n\pi\xi) \quad (24)$$

رابطه‌ی (12) بعد از قرار دادن ضرایب و بی‌بعد سازی به‌صورت رابطه‌ی (25) تعیین شده است.

$$\frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - \frac{12}{\bar{h}^2} \left( \eta + \frac{1}{2} \int_0^1 \left( \frac{\partial W}{\partial \xi} \right)^2 d\xi + \frac{\hat{h}}{\bar{h}} \int_0^1 W d\xi \right) \left( \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} - \frac{\hat{h}}{\bar{h}} \right)$$

$$- \left( \frac{1}{1-\nu} \int_0^1 (1 + \delta_\alpha \alpha_r T_{cr} \tau \sin(\pi\xi)) \tau \sin(\pi\xi) d\xi \right) \times$$

$$\left( \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} - \frac{\hat{h}}{\bar{h}} \right) + \pi^4 \frac{\partial^2 W}{\partial \bar{t}^2} = F(t) \quad (25)$$

رابطه‌ی (20) مربوط به مدل آیرودینامیک بعد از بی‌بعد سازی به‌صورت رابطه‌ی (26) تعریف شده است.

$$P(\xi, \bar{t}) = \frac{M^2 \pi^4}{\bar{h} \bar{\rho} \bar{\Omega}^2 \sqrt{M^2 - 1}} \eta_1 \times$$

$$\left( C_{a1} \left( \frac{\bar{\Omega}}{M} \frac{\partial W}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial W}{\partial \xi} + \bar{h} \frac{\partial \hat{W}}{\partial \xi} \right) + C_{a3} \frac{1+\gamma}{4} \eta_1 M \times \right.$$

$$\left. \left( \frac{\bar{\Omega}}{M} \frac{\partial W}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial W}{\partial \xi} + \bar{h} \frac{\partial \hat{W}}{\partial \xi} \right)^2 + C_{a3} \frac{1+\gamma}{12} \eta_1^2 M^2 \times \right.$$

$$\left. \left( \frac{\bar{\Omega}}{M} \frac{\partial W}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial W}{\partial \xi} + \bar{h} \frac{\partial \hat{W}}{\partial \xi} \right)^3 \right) \quad (26)$$

با قرار دادن رابطه‌ی (26) در (25) رابطه نهایی آیروالاستیک پوسته برای تحلیل فلاتر تعیین شده است.

5-2- حل تحلیلی مسئله

در روش باقی‌مانده، براساس مدهای فرضی سیستم، برپایه 6 مود اول خطی سیستم، و توابع وزنی هماهنگ با توابع اصلی، معادلات پاره‌ای غیرخطی را به معادلات غیرخطی معمولی تبدیل نموده و حل معادلات غیرخطی در بعد زمانی به روش عددی (نیوتن-رافسون یا رانگ-کوتا) انجام شده است [26,27]. با توجه به شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده و تکیه‌گاه ثابت، تابع شکل مودها به‌گونه‌ای تعریف شده تا شرایط مرزی را ارضاء کند.

حالت بدون تنش در دمای مرجع  $T_{ref}$  است، درواقع یک گستره دمایی خطی در ضخامت صفحه فرض شده و به‌صورت رابطه (24) تعریف شده است [24].

$$\Delta T(x, z) = T - T_{ref} = T_0(x) + zT_1(x) \quad (15)$$

در شرایط گستره دمایی حالت پایا از تغییرات دما در ضخامت صفحه صرف‌نظر شده است بنابراین  $\Delta T(x) = T_0(x)$  است. رابطه مربوط به دمای صفحه به شکل بار ثابت یا متغیر به‌صورت رابطه‌ی (16) تعریف شده است.  $T$  دمای ثابت در طول صفحه است.

$$T_0(x) = T \quad (16)$$

3-2- روابط تحلیلی آیرودینامیک مافوق صوت غیرلزج خطی و غیرخطی

جریان آیرودینامیک براساس تئوری پیستون غیرخطی درنظر گرفته شده است.  $\Delta P_a$ ، فشار گسترده بر روی صفحه در اثر جریان آیرودینامیک بالای صفحه به‌صورت رابطه‌ی (17) تعریف شده است،

$$\Delta P_a = P(x, t) \quad (17)$$

اثر نیروی آیرودینامیکی ناپایا درنظر گرفته شده است. رابطه فشار ایزنتروپیک بر روی صفحه با استفاده از تئوری پیستون براساس سرعت عمودی جریان بر روی صفحه  $V_z$  (سرعت فروریزش<sup>1</sup>)، در یک بعد به‌صورت رابطه‌ی (18) نشان داده شده است.

$$P(x, t) = P_\infty \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{V_z}{c_\infty} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} \quad (18)$$

مدل پیستون مرتبه اول و سوم، به‌صورت زیر تعیین شده است،

$$P(x, t) = P_\infty \left( 1 + \gamma \frac{M}{\sqrt{M^2 - 1}} \left( \eta_1 \frac{V_z}{c_\infty} \right) \right) \quad (19)$$

$$P(x, t) = P_\infty \left( 1 + \frac{\gamma M}{\sqrt{M^2 - 1}} \left( \left( \eta_1 \frac{V_z}{c_\infty} \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. \left[ \frac{\gamma(\gamma + 1)}{4} \right] \left( \eta_1 \frac{V_z}{c_\infty} \right)^2 + \frac{\gamma(\gamma + 1)}{12} \left( \eta_1 \frac{V_z}{c_\infty} \right)^3 \right) \right) \quad (20)$$

برای تعیین فشار آیرودینامیکی  $\eta_1 = \frac{M}{\sqrt{M^2 - 1}}$  تعریف شده است.

روی صفحه رابطه  $V_z$ ، در اثر جریان سیال بالای صفحه براساس تغییر شکل عمودی صفحه تعریف شده است.

$$V_z = \left( \frac{\partial w_0}{\partial t} + U_\infty \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial \hat{w}_0}{\partial x} \right) \right) \quad (21)$$

$c_\infty$ ، سرعت صوت و رابطه  $c_\infty^2 = \frac{\gamma P_\infty}{\rho_\infty}$ ، برقرار است.  $P_\infty$ ،  $\rho_\infty$  و  $\gamma$ ، به

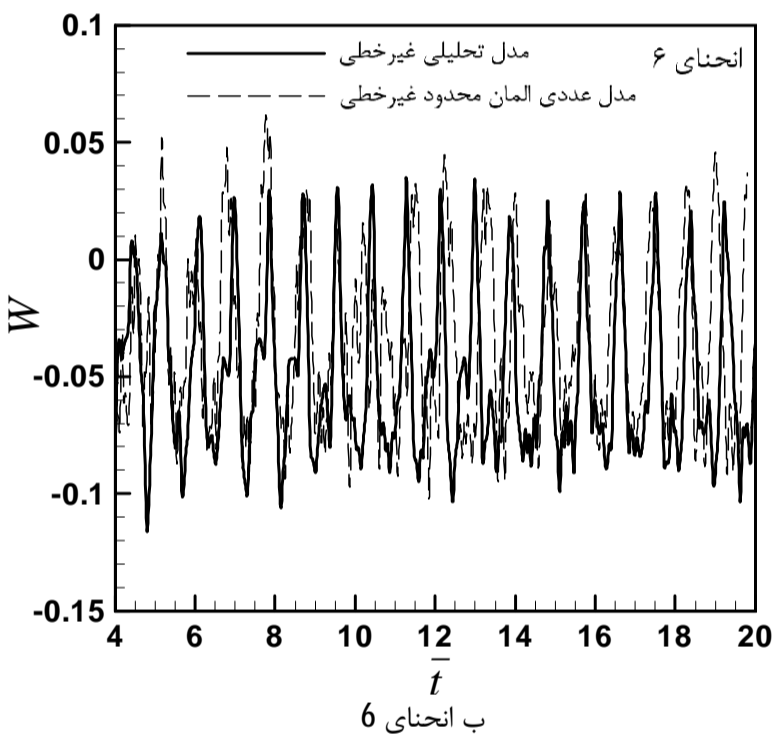
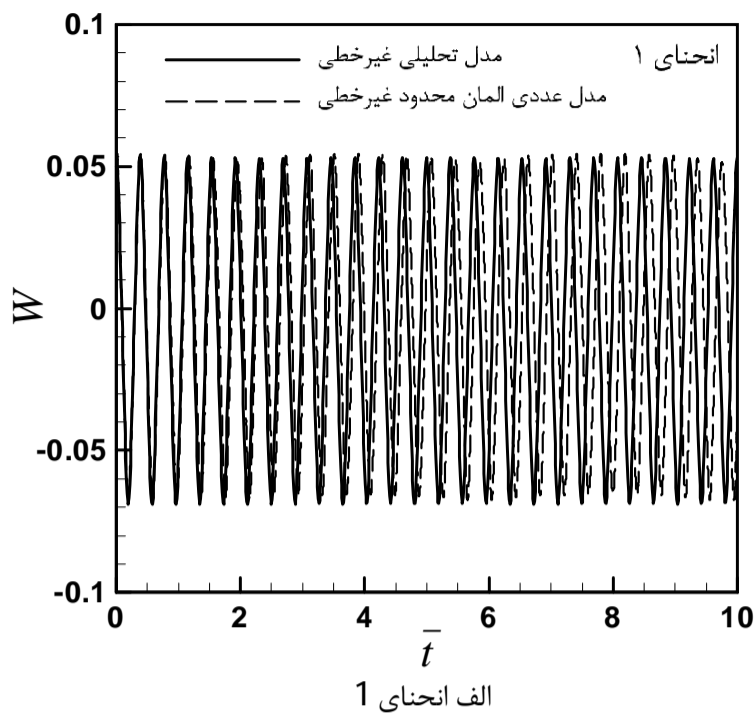
ترتیب، فشار اتمسفر، چگالی هوا و ضریب ثابت گاز ایزنتروپیک  $\gamma = 1.4$ ،

تعریف شده‌اند.  $\frac{\partial \hat{w}_0}{\partial x}$  اثر انحنای اولیه در صفحه است. تئوری پیستون،

یک روش معمول و مورد استفاده برای تحلیل آیروالاستیک سیستم در جریان‌های مافوق صوت و ماوراء صوت بشمار رفته است. تعاریف عدد ماخ

$$M = \frac{U_\infty}{c_\infty} \text{ و فشار دینامیکی } q_\infty = \frac{\rho_\infty U_\infty^2}{2} \text{ درنظر گرفته شده است.}$$

1- Downwash velocity



شکل 3 دامنه نوسان پوسته با انحنای مختلف به روش المان محدود و گالرکین

مشاهده شده است. در شکل ب نوسان پوسته با انحنای 6 بررسی شده است که همخوانی بسیار خوبی بین رفتار ارتعاشی در هر دو تحلیل عددی و نیمه تحلیلی گالرکین مشاهده شده و هر دو حالت، رفتار مغشوش سیستم را نشان داده‌اند. بنابراین یک راستی‌آزمایی عددی در زمینه ارتعاشات غیرخطی پوسته دوبعدی صورت گرفته است که تا کنون در هیچ مقاله‌ای مورد بررسی قرار نگرفته است.

### 3-2- تحلیل آیرودینامیک مافوق صوت بر روی پوسته به روش حجم محدود و روش گالرکین برای تئوری پیستون

راستی‌آزمایی تئوری پیستون برای شبیه‌سازی جریان آیرودینامیک مافوق صوت بر روی پوسته منحنی شکل با تئوری‌های عددی مانند حجم محدود (که قابلیت شبیه‌سازی جریان به صورت لزج چرخشی را به صورت کامل دارند) تاکنون مقایسه نشده است. این تحلیل درستی رابطه (26) پیستون را برای مدل‌سازی جریان آیرودینامیک در تحلیل‌های استاتیکی و دینامیکی، در حوزه آیروالاستیسیته مشخص نموده است.

مدل عددی جریان روی پوسته، توسط حلگر حجم محدود شبیه‌سازی

$$W = \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} = 0, \quad \xi = 0, 1 \quad (27)$$

$$W = \frac{\partial W}{\partial \xi} = 0, \quad \xi = 0, 1 \quad (28)$$

$$W(\xi, \bar{t}) = \sum_{i=1}^n a_i(\bar{t}) \phi_i(\xi) \quad (29)$$

$$\phi_i(\xi) = \sin(\lambda_i \xi), \lambda_i = i\pi$$

$$W(\xi, \bar{t}) = \sum_{m=1}^n a_m(\bar{t}) \phi_m(\xi)$$

$$\phi_m(\xi) = \sinh(\beta_m \xi) - \sin(\beta_m \xi) + \frac{(\sinh(\beta_m \xi) - \sin(\beta_m \xi))}{\cos(\beta_m \xi) - \cosh(\beta_m \xi)} \times (\cosh(\beta_m \xi) - \cos(\beta_m \xi))$$

$$\beta_m = 4.73, 7.853, 10.996, 14.137, 17.274, \dots \quad (30)$$

توابع وزنی  $\phi_r(\xi)$  را نیز همانند توابع اصلی سیستم برای شرایط مرزی ساده و ثابت فرض نموده‌ایم. بنابراین با قرار دادن روابط فوق در رابطه‌ی (40) و انتگرال‌گیری در طول صفحه و برابر صفر قرار دادن، معادلات نهایی حاصل شده است.

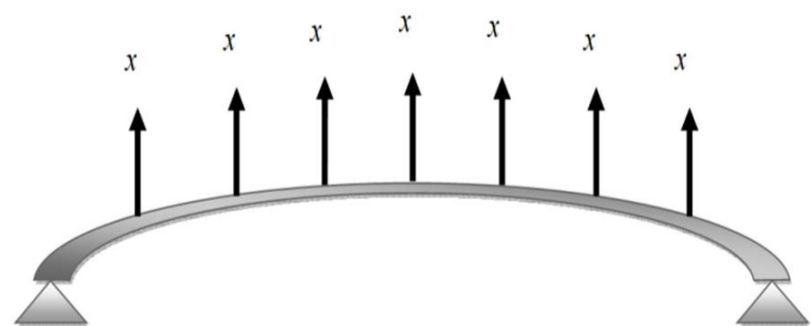
$$R_e = \int_0^1 W(\xi) \phi_r(\xi) d\xi \quad (31)$$

### 3- نتایج

#### 3-1- تحلیل ارتعاشی غیرخطی پوسته به روش المان محدود و گالرکین

در مدل المان محدود تنظیم شده، یک بار ضربه به شکل پله در زمان کوچک به سازه در نقاط مختلف مانند شکل 2 اعمال شده است. بارگذاری به صورت متقارن اعمال شده و  $x$  ضریب بار با مقادیر 10000 انتخاب شده است. شرایط مرزی لولا فرض شده است. در میان انواع تحلیل‌های موجود، تحلیل دینامیکی ضمنی نتایج بهتری را برای تحلیل غیرخطی ارائه داده است. تحلیل دینامیکی زیرفضا، دارای واگرایی در حل بوده و تحلیل دینامیکی مودال هم توان حل غیرخطی مسئله را ندارد. پارامترهای زیر تخفیف  $\alpha$  و  $\beta$  و نمو زمانی  $(\Delta t)$ ، تأثیر بسزایی در نتایج دارند و جهت استخراج نتایج قابل قبول، بهتر است که این پارامترها در این مسئله یک مقدار معین و کوچک انتخاب شوند. مقدار پارامتر  $\alpha$  در حدود 0/001- و مقدار پارامتر نمو زمانی در حدود 0/001 توصیه شده است. باید توجه داشت تحلیل‌های المان محدود غیرخطی برعکس تحلیل‌های خطی بسیار پیچیده و زمان‌بر است. برای مدل تحلیلی از رابطه (25) بدون اثر  $F(t)$  استفاده شده است و با مدل المان محدود مقایسه شده است.

شکل 3 الف و ب به ترتیب مقایسه رفتار نوسانی پوسته غیرخطی با انحنای 1 و 6 توسط تحلیل المان محدود غیرخطی و تحلیل گالرکین با استفاده از مودهای فرضی است. شکل الف رفتار نوسانی منظم پوسته را برای انحنای 1 نشان داده که همخوانی بسیار مطلوبی بین نتایج تحلیلی و عددی



شکل 2 اثر نیروی تحریک در 7 نقطه صفحه برای تحلیل گذرا

برای پوسته گستره فشار برای نسبت انحنای 1 در شکل 6 نشان داده شده است. با عبور جریان از روی صفحه کاهش فشار روی سطح به تصویر کشیده شده است. فشار ورودی جریان  $1/2e5$  پاسکال است که تا انتهای صفحه به حدود  $0/9e5$  پاسکال کاهش یافته است.

نمودار مقایسه فشار استاتیکی بی‌بعد در حالت پایا بین نتایج عددی و نتایج تحلیلی (تئوری پیستون) برای ارتفاع انحنای 1 در شکل 7 نشان داده شده است. در نیمه اول پوسته تطبیق بسیار خوبی با یکدیگر دارند اما در نیمه دوم پوسته، کمی اختلاف بین نتایج عددی و نتایج تحلیلی وجود دارد. این اختلاف با افزایش ارتفاع انحنای افزایش یافته است. این اختلاف در تحلیل‌های شبه‌پایای مدل جریان در تحلیل آیروالاستیک صفحه تأثیرگذار خواهد بود. بنابراین آگاهی از اختلاف بین نتایج حل تحلیلی و عددی در تعیین شرایط فلاتر صفحه حائز اهمیت است.

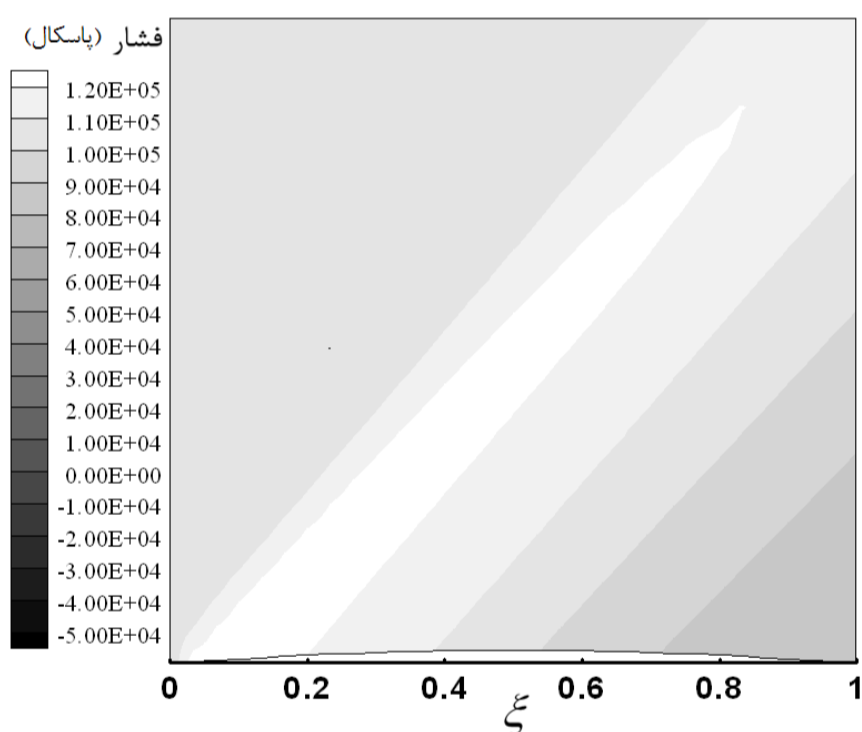
### 3-3- تحلیل فلاتر مافوق صوت بر روی پوسته به روش عددی حجم محدود و روش نیمه تحلیلی گالرکین

پارامترهای موثر بر پدیده فلاتر برای صفحه آلومینیومی که تحت اثر جریان مافوق صوت قرار دارد، مورد بررسی قرار گرفته و مسئله در اعداد ماخ مختلف برای ضخامت‌های مختلف به صورت عددی حجم محدود حل شده و تأثیر هر

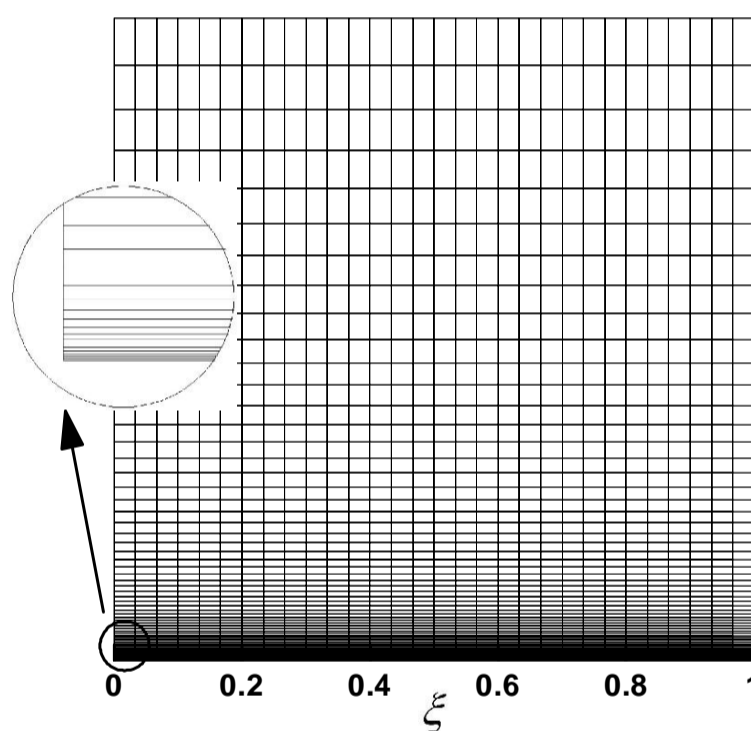
شده و اثر اختلاف فشار اعمالی در دو طرف صفحه را با مدل تئوری پیستون مقایسه نموده‌ایم. ابتدا شبکه مدل‌سازی شده بالای پوسته به صورت شبکه منظم و ساختارگرا در شکل 4 تعیین شده است. یک فضای مربعی با ابعاد یک در یک که ضلع پایین، پوسته (با شرایط مرزی دیواره) قرار گرفته است. سه مرز ورودی، خروجی و بالا فشار دور دست فرض شده است.

تحلیل براساس حل پایه چگالی جریان پایا، برای مدل دوبعدی، جریان ویسکوز با روش دو معادله‌ای  $K - \epsilon$  و جریان هوا با فرض گاز ایده‌آل در نظر گرفته شده است. مرز مربوط به صفحه دیواره فرض شده و سه مرز دیگر با عدد ماخ جریان آزاد 2 و فشار 1 اتمسفر تعیین شده است. گسسته‌سازی معادلات برای حل به روش حل بالادست مرتبه دو صورت پذیرفته و باقی‌مانده از مرتبه  $1e-6$  فرض شده است.

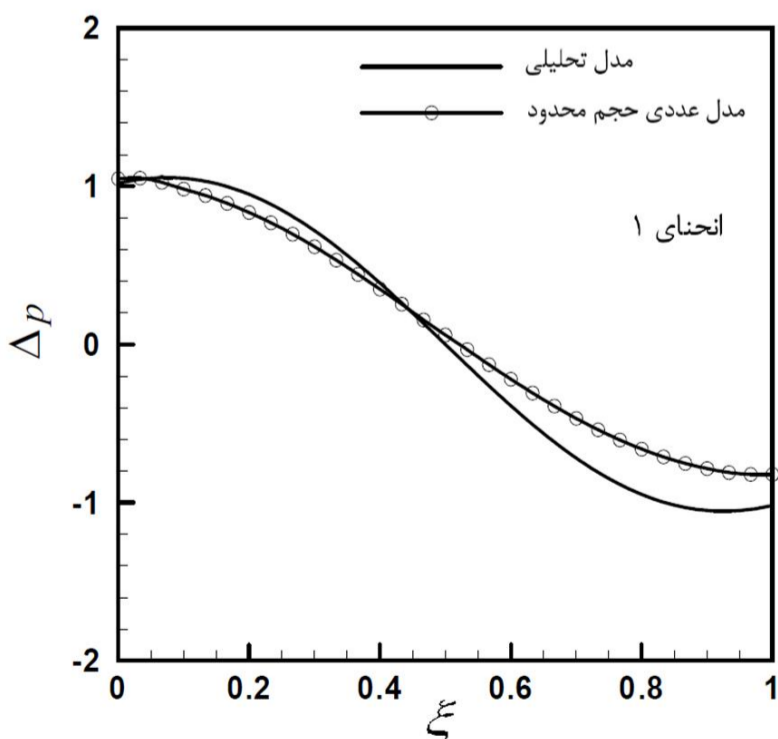
مهمترین پارامتر در جریان مافوق صوت که در تحلیل ارتعاشات آیروالاستیک صفحه مورد استفاده قرار گرفته، فشار جریان بر روی سطح پوسته است. دو تحلیل با تغییر اندازه شبکه بالای پوسته انجام شده است که عبارت  $\gamma+$  در مدل اول در ناحیه لگاریتمی و در مدل دوم  $\gamma+$  در ناحیه لزوج قرار دارد. بدین طریق اثر دقت مدل‌سازی جریان لایه مرزی در نمودار فشار روی سطح صفحه نشان داده شده است (شکل 5).



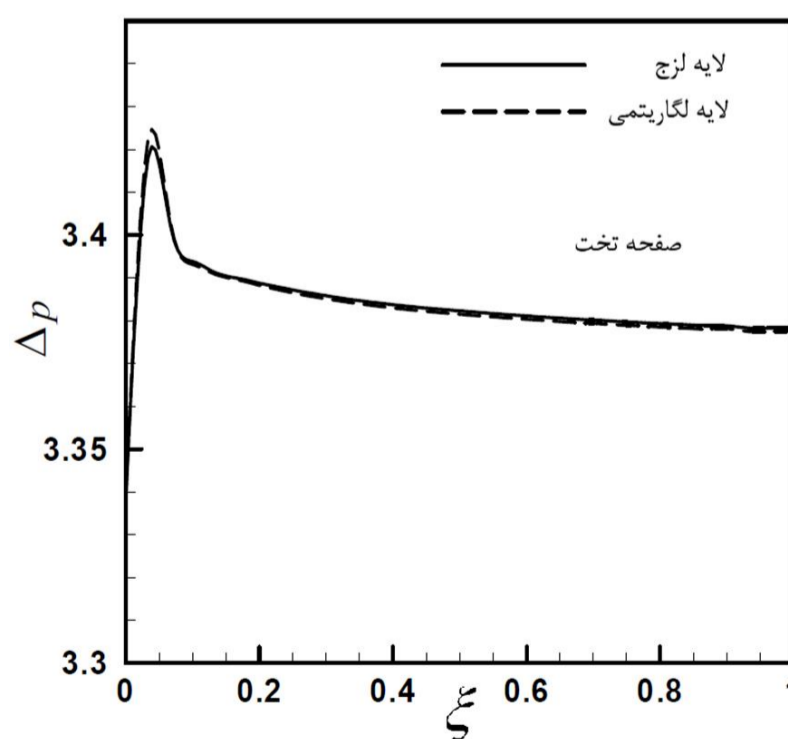
شکل 6 گستره فشار روی صفحه با نقص نوع اول



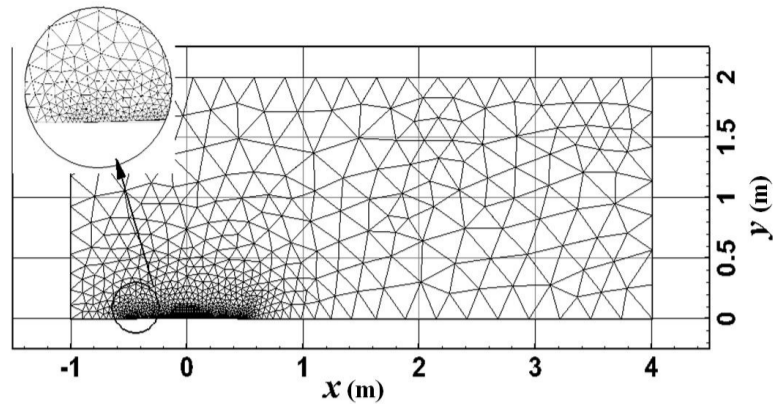
شکل 4 شبکه تعیین شده در بالای صفحه



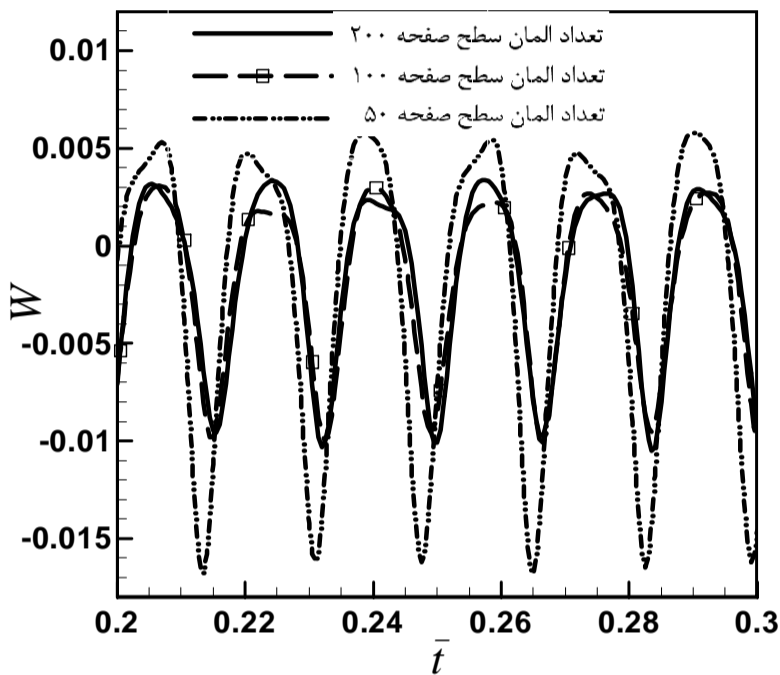
شکل 7 مقایسه نمودار فشار استاتیکی بی‌بعد در مدل عددی و تحلیلی



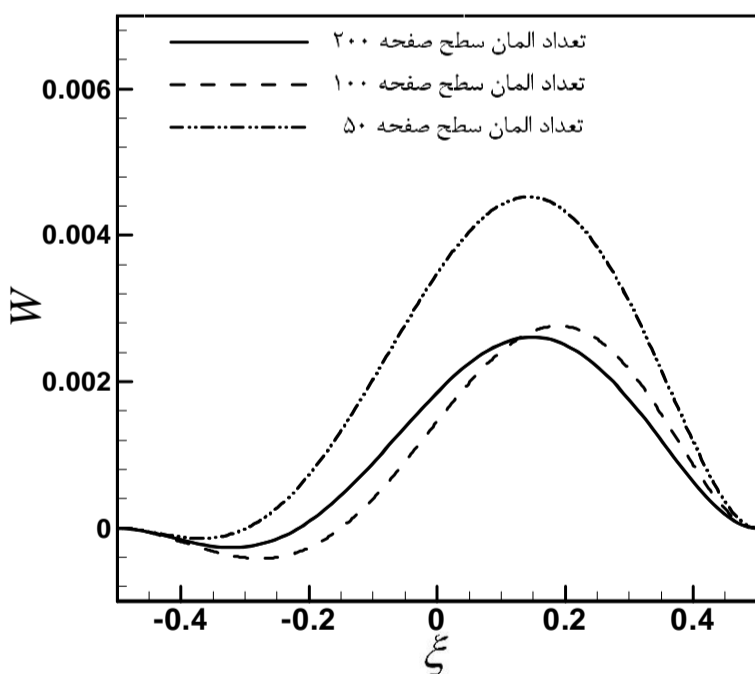
شکل 5 نمودار  $\gamma+$  روی سطح صفحه تخت برای دو شبکه مختلف



شکل 8 شبکه بندی میدان حل سیالاتی



الف نمودار جابجایی عمودی نقطه 0.75 برای سه حالت مختلف گره روی سطح



ب تغییر شکل صفحه

شکل 9 نمودار تغییر مکان بر روی سطح صفحه در زمان  $T/2$  برای سه حالت مختلف گره روی سطح

جدول 1 نتایج حاصل از حل مسئله در سه مقدار مختلف گره روی صفحه

تعداد گره صفحه	دوره نوسان (s)	فرکانس (Hz)	بیشینه دامنه (mm)
50	0/0156	64/1	5/1
100	0/017	58/82	2/9
200	0/01705	58/65	3

کدام از پارامترهای ضخامت صفحه و سرعت جریان بر روی رفتار جریان و همچنین نوسانات ایجاد شده در سازه مورد مطالعه قرار گرفته است. در این تحلیل ترکیب جریان لزج مافوق صوت براساس معادلات کامل ناپیراستوکس و معادلات سازه غیرخطی (با تغییر شکل‌های بزرگ) به روش حجم محدود مدل شده و بطور همزمان حل شده و اثر مستقیم تغییر شکل‌های سازه‌ای در جریان سیال و اثر تغییرات فشار سیال بر روی سطح بطور همزمان در نظر گرفته شده و ارتعاشات صفحه مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. حل عددی سیستم سازه و سیال توسط نرم‌افزار انسیز انجام شده است. با توجه به حجم بالای شبکه بندی فضای اطراف مدل و حل دوراچه ترکیبی ضمنی سازه و سیال، زمان حل توسط کامپیوترهای معمولی 7 هسته‌ای، بین 3 تا 7 روز بوده است. برای انجام تحلیل‌های صحیح، بررسی استقلال از شبکه و استقلال از زمان پاسخ‌ها بررسی شده است و در مرحله بعد با نتایج معادلات ترکیبی حل به روش مقدار باقی‌مانده مودهای فرضی (معادلات ترکیبی (25) و (26))، مقایسه شده است. از آنجایی که هدف اصلی در تحقیق آن است که نتایج حاصل بر روی هندسه‌های متحرک اعمال شود و با توجه به قابلیت خوب شبکه بی‌سازمان در مدل نمودن هندسه‌های پیچیده و نیز کارایی آنها در منطبق شدن بر مرزهای متحرک، از این نوع شبکه بندی و به طور خاص از شبکه بندی با سلول‌های مثلثی شکل استفاده شده است. نمایی از دامنه حل سیالاتی به همراه شبکه بندی آن در شکل 8 نشان داده شده است. همچنین قسمت سازه‌ای مسئله توسط المان‌های سه‌بعدی مستطیلی شکل به گره‌های محاسباتی تقسیم شده است که محاسبات و حل معادلات سازه‌ای بر روی این گره‌ها صورت گرفته است.

در تحلیل‌های عددی با توجه به اینکه حل معادلات بر روی گره‌های محاسباتی انجام شده است، بنابراین ابتدا باید از صحت شبکه بندی و دامنه حل اطمینان حاصل کرد، بدین منظور برای اطمینان از تراکم مناسب گره روی صفحه تحت اثر جریان، برای صفحه با ضخامت 4 میلی‌متر، در عدد ماخ 3 و با تعداد 50، 100 و 200 گره بر روی سطح صفحه، حل شده است.

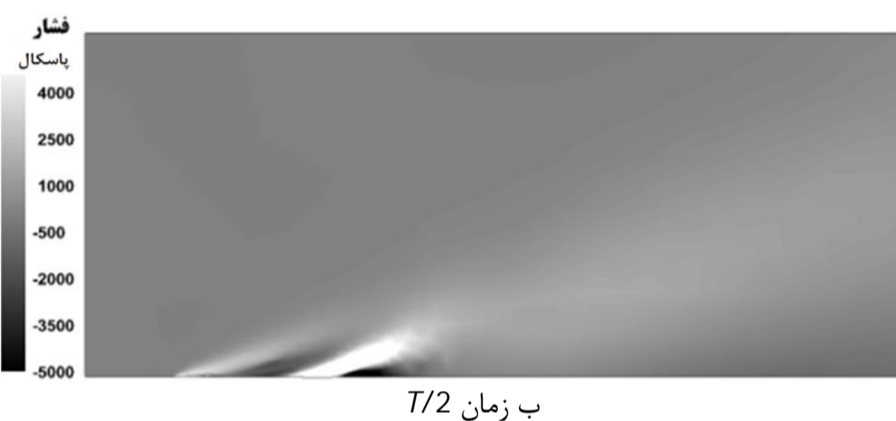
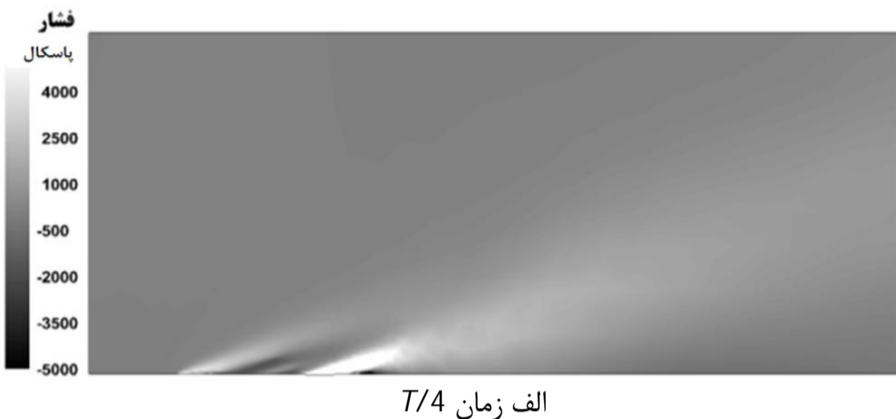
در شکل 9 الف دامنه جابجایی صفحه در فاصله 0/75 از ابتدای صفحه در طول زمان تعیین شده است. با افزایش تعداد شبکه در فضای بالای صفحه، دامنه نوسان کاهش یافته است. اختلاف تعداد 50 المان با 100 المان زیاد است اما اختلاف پاسخ 100 و 200 المان نزدیک است. بنابراین تعداد 100 المان برای حل عددی مسئله مورد نظر مناسب است. شکل 7 ب تغییر شکل سطح صفحه در زمان  $T/2$  از یک دوره نوسان صفحه، برای تعداد شبکه بندی 50، 100 و 200 المان بر روی صفحه نشان داده شده است. پاسخ دو المان بندی 100 و 200 به یکدیگر نزدیک است. در این شکل تغییر شکل صفحه در یک لحظه نشان داده شده است که بیشینه دامنه نوسان در حدود 0/75 از ابتدای صفحه است. این ویژگی تحلیل فلاتر صفحه است که همواره مکان بیشینه نوسان در محدوده 0/75 قرار گرفته و نوسانات این نقطه همواره مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است.

نتایج مقایسه دوره نوسان، فرکانس نوسان و دامنه نوسان در جدول 1 ارائه شده است. برای تعداد 100 و 200 المان، اعداد بسیار به هم نزدیک هستند.

پس از بررسی صحت شبکه بندی و تعیین تعداد المان مناسب، با توجه به این که مسئله حاضر یک مسئله گذرا است و باید در طول زمان حل شود، بنابراین گام زمانی مناسب برای حل عددی مسئله تعیین شده است. این گام زمانی نباید بسیار بزرگ باشد که باعث عدم همگرایی و پایین آمدن دقت حل شود و نه بسیار کوچک باشد تا سبب زمان بر شدن حل مسئله و ناپایداری عددی آن شود.

جدول 2 نتایج حاصل از حل مسئله در سه گام زمانی مختلف

گام زمانی (s)	دوره نوسان (s)	فرکانس (Hz)	بیشینه دامنه (mm)
0/001	0/01666	60	6/5
0/00025	0/01533	65/21	4/6
0/00005	0/01499	66/71	4/3



شکل 11 کانتورهای فشار روی صفحه تخت الاستیک در تحلیل آیروالاستیک

شکل 13 نمودار فازی مربوط به صفحات با ضخامت‌های بیان شده در شکل 12 هستند. رفتار نامنظم و مغشوش صفحه 2 میلی‌متری از نمودار فازی آن در تصویر الف مشخص است. با افزایش ضخامت صفحه به 3 میلی‌متر یک نوسان باند نوسانی سیکل محدود مشخص شده و با افزایش ضخامت به 4 میلی‌متر، سیکل محدود تک حلقه مشاهده شده است. برای ضخامت 5 میلی‌متر نقطه پایداری صفحه مشخص شده است.

شکل 14 نمودار انشقاق مربوط به رفتار سیکل محدود صفحه در محدوده‌ی پسا فلاتر در مقایسه‌ای بین دو روش عددی و تحلیلی است. برای صفحه با ضخامت 5 میلی‌متر مرز فلاتر تطبیق خوبی در هر دو روش دارد و در عدد ماخ 4 رخ داده است اما دامنه نوسان در محدوده‌ی ماخ 4 تا 4/5 در روش تحلیلی بیشتر و برای ماخ 5 به بالا برای روش عددی کمی بیشتر شده است.

این نمودار همخوانی و تفاوت نتایج عددی و تحلیلی برای تعیین رفتار پسا فلاتر صفحه را نشان داده است. تعیین این نمودار زمان حل بسیار بالایی برای تعیین هر نقطه از نمودار دربرداشته است. اما از جهت امکان مقایسه بین روش تحلیلی با استفاده از تئوری پیستون برای جریان غیر لزج و روش عددی برای جریان لزج چرخشی کامل بسیار حائز اهمیت و جالب توجه است و تاکنون در مقالات داخلی و خارجی مورد بررسی قرار نگرفته است.

شکل 15 مقایسه نتایج فشار دینامیکی بی‌بعد پوسته با انحنای صفر تا 6، با تکیه‌گاه ثابت، بین روش‌های عددی و تحلیلی است. با افزایش انحنای صفحه فشار دینامیکی فلاتر صفحه کاهش یافته است. در روش عددی سرعت ناپایداری کمتر از روش تحلیلی تعیین شده است. با افزایش انحنای پوسته، اختلاف بین نتایج عددی و تحلیلی کاهش یافته است.

هر دو روش همگرایی خوبی در انحنای بالاتر پوسته دارند اما بطور

با توجه به مطالب ذکر شده، مسئله با دامنه حل تأیید شده، به صورت گذرا در ماخ 3 در سه گام زمانی مختلف و برای مدت زمانی محدود حل شده است و پارامترهای آیرودینامیکی با هم مقایسه شده‌اند.

در شکل 10 دامنه نوسان و فرکانس صفحه برای گام‌های زمانی بیان شده است. برای گام زمانی 0/00025 و 0/00005 دامنه نوسان و فرکانس سیستم خیلی به هم نزدیک هستند. با کوچکتر شدن گام زمانی از 0/00025 به 0/00005 تغییر محسوسی در پارامترهای مورد مقایسه مانند دوره زمانی و فرکانس نوسان ایجاد نشده است. بنابراین گام زمانی 0/00025 به عنوان گام زمانی مناسب حل این مسئله انتخاب شده است.

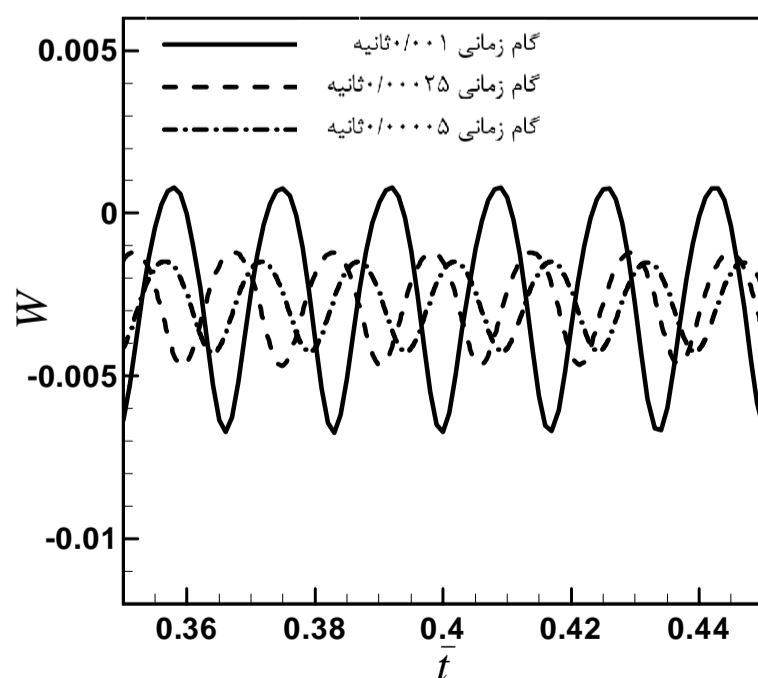
جدول 2 نشان‌دهنده‌ی مقایسه دوره نوسان، فرکانس و بیشینه دامنه نوسان در سه گام زمانی مختلف 0/001، 0/00025 و 0/00005 ثانیه است. نتایج مربوط به گام زمانی 0/00025 و 0/00005 ثانیه بسیار به یکدیگر نزدیک هستند.

بعد از تعیین گام زمانی و شبکه‌بندی مناسب، تحلیل آیروالاستیک صفحه به روش عددی (حجم محدود) و تحلیلی (حل معادلات دیفرانسیلی به روش مودهای فرضی) انجام شده و مقایسه شده است.

شکل 11 الف و ب کانتورهای فشار صفحه 2 میلی‌متری در زمان  $T/4$  و  $T/2$  از یک دوره نوسان سیکل محدود صفحه، مشخص شده است. محدوده‌های پر فشار و کم فشار مشخص شده بر روی صفحه مرتبط با نوع تغییر شکل صفحه است.

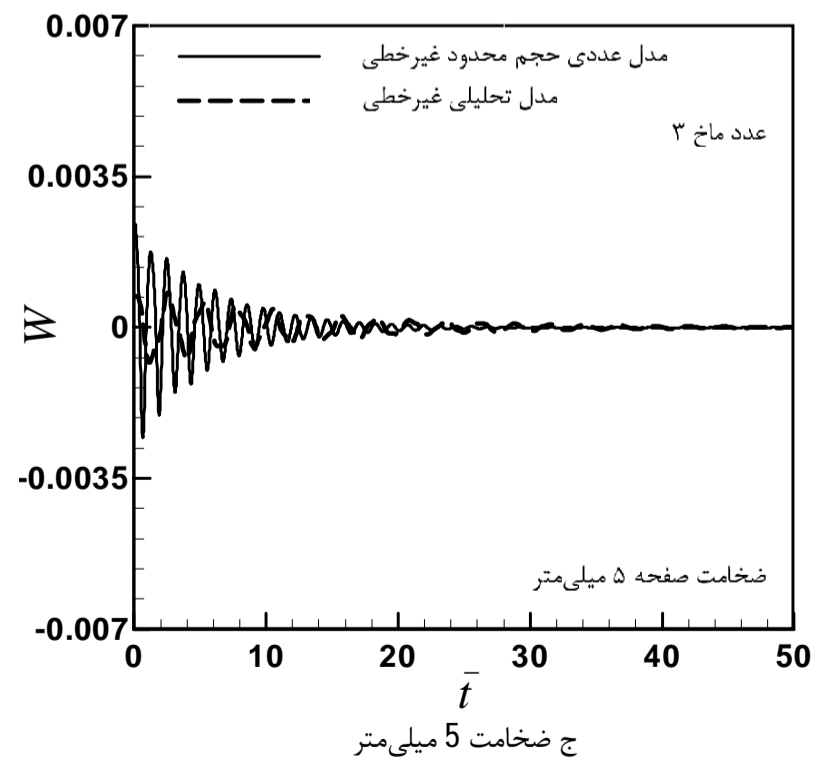
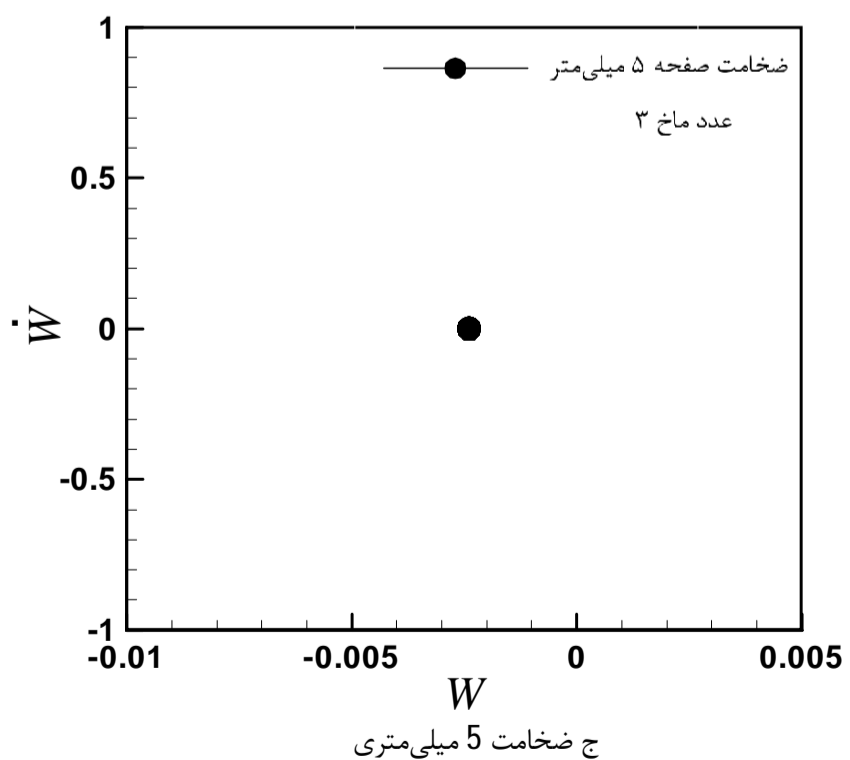
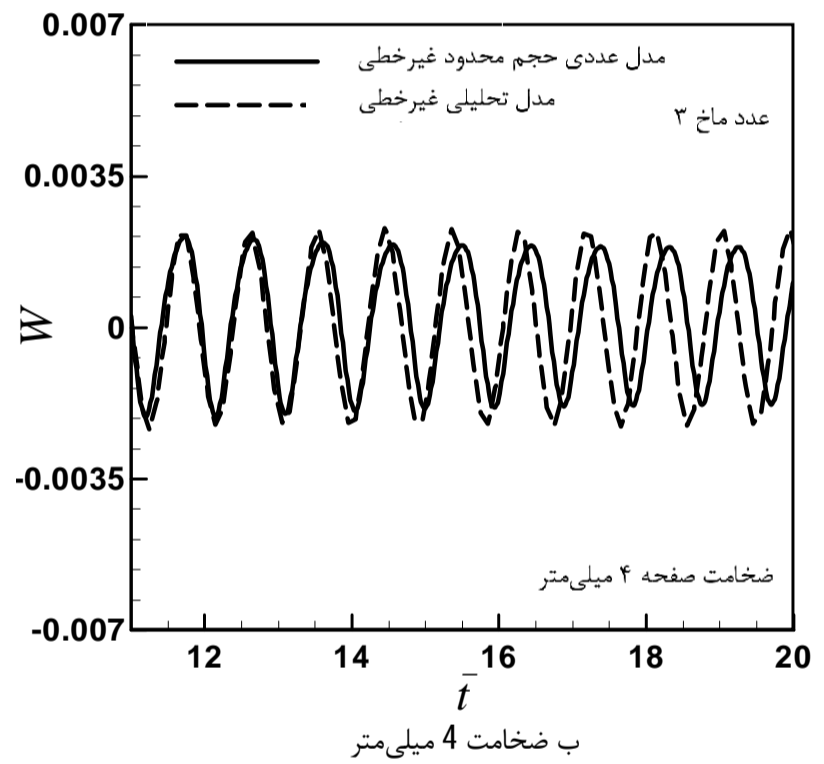
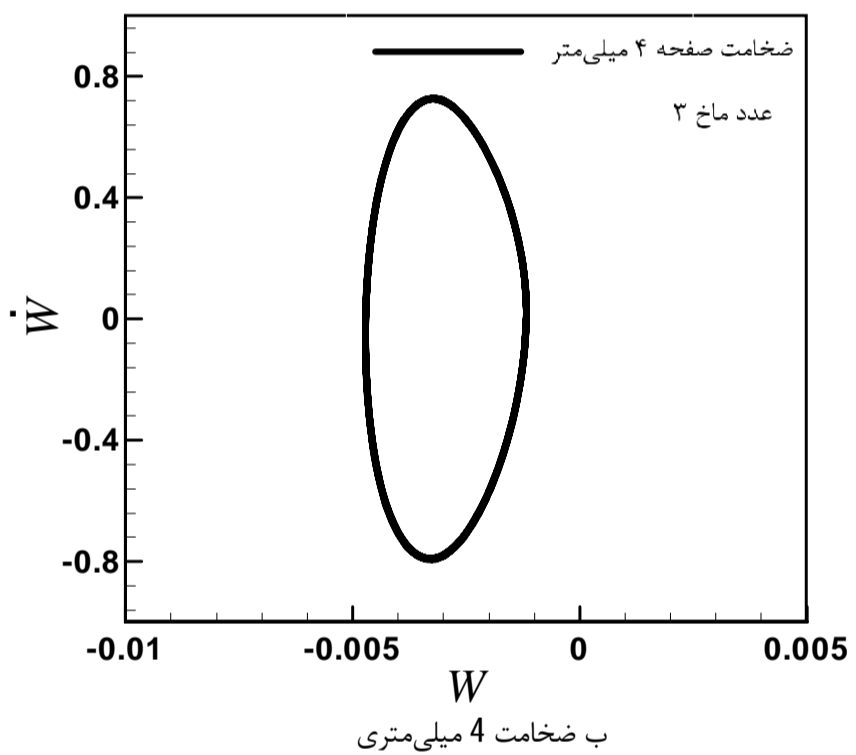
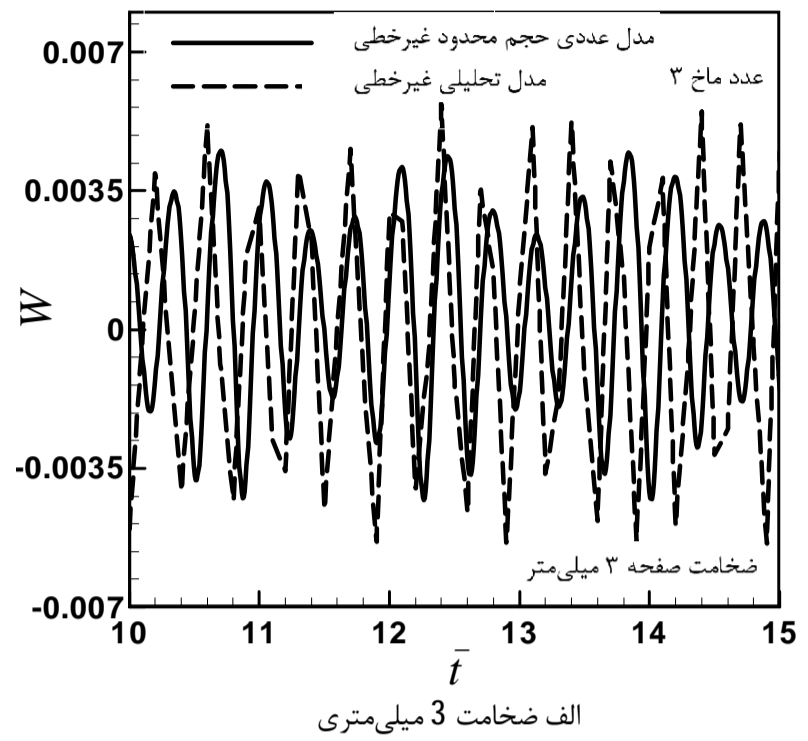
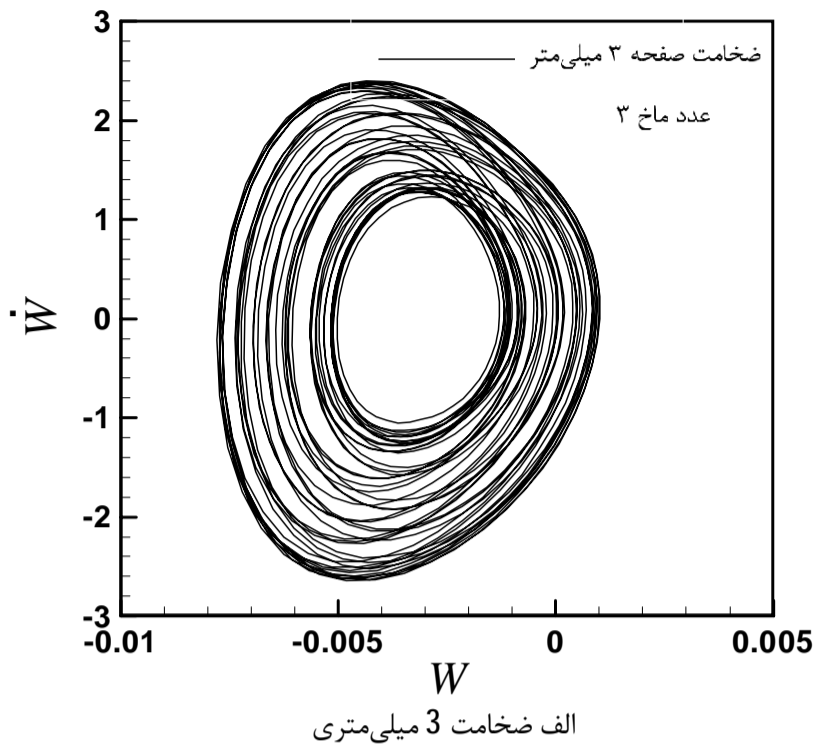
با نوسان صفحه مکان کم فشار و پر فشار روی صفحه بر اثر ایجاد شوک‌های مایل و امواج انبساطی، تغییر نموده است.

صفحه آلومینیومی با ضخامت 3، 4 و 5 میلی‌متر با شرایط مرزی ثابت در نظر گرفته شده است. برای عدد ماخ 3 رفتار ارتعاشی صفحه در جریان مافوق صوت به روش عددی و تحلیلی بررسی شده و با یکدیگر در شکل 12 مقایسه شده است. برای صفحه تخت با ضخامت 3 میلی‌متر، رفتار نوسانی نامنظم صفحه در هر دو روش بسیار به هم نزدیک و رفتار مشابهی را نشان داده‌اند. همین‌طور دامنه نوسان و فرکانس نیز همخوانی دارد. برای صفحه با ضخامت 4 میلی‌متر، رفتار سیکل محدود تک حلقه برای روش عددی و تحلیلی بسیار به هم نزدیک هستند. همین‌طور برای ضخامت 5 میلی‌متر، در هر دو تحلیل میرایی ارتعاشات صفحه مشاهده شده است. بنابراین رفتار بدست آمده از صفحه در هر دو تحلیل همخوانی بسیار مطلوبی را نشان داده است.



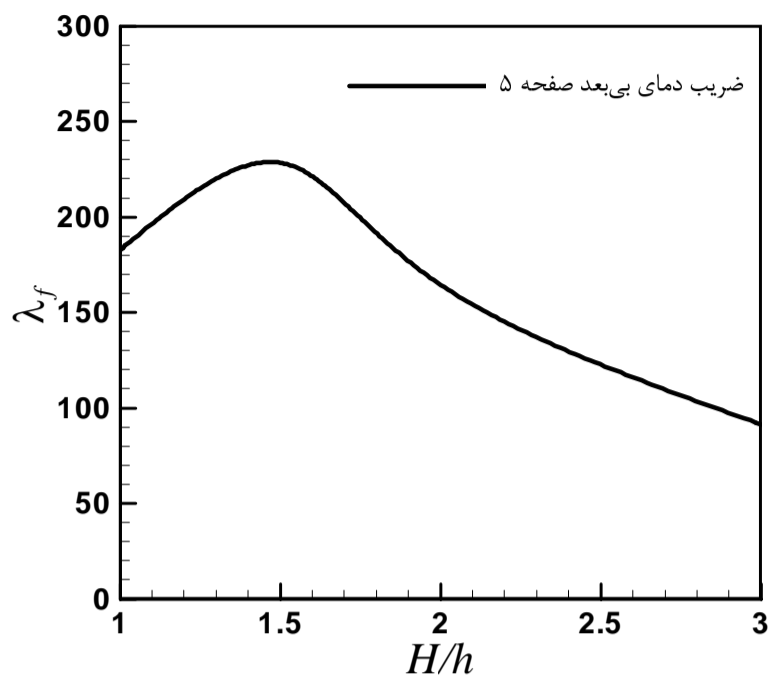
شکل 10 مقایسه جابجایی نقطه مرجع بر حسب زمان و توزیع فشار روی صفحه برای گام‌های زمانی مختلف



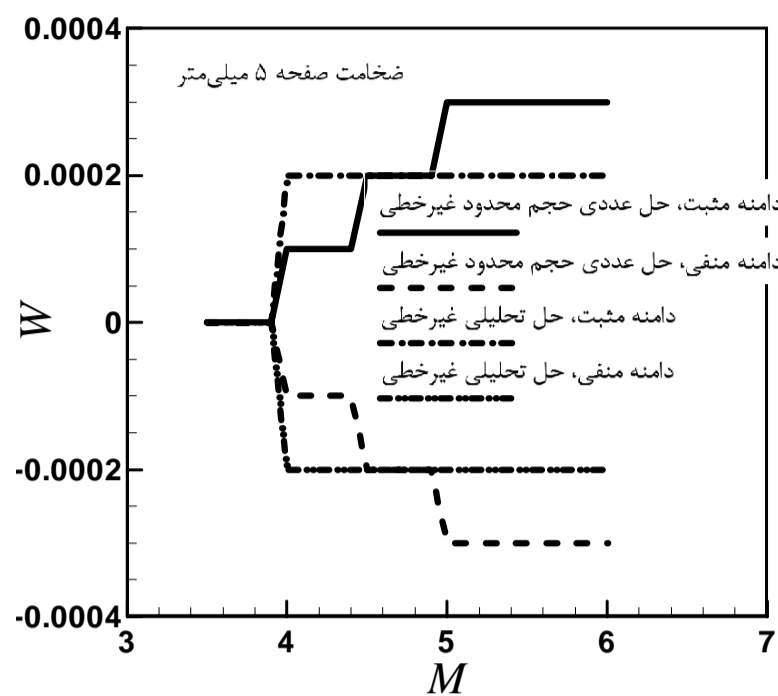


شکل 13 نمودار فازی صفحه تخت در ضخامت‌های مختلف و عدد ماخ 3

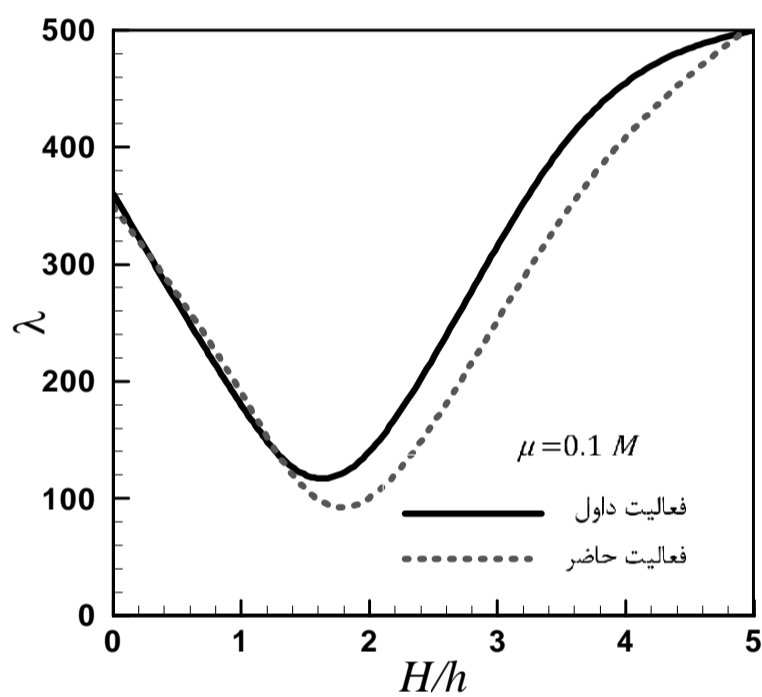
شکل 12 مقایسه رفتار پسا فلاتر صفحه با ضخامت‌های مختلف در عدد ماخ 3



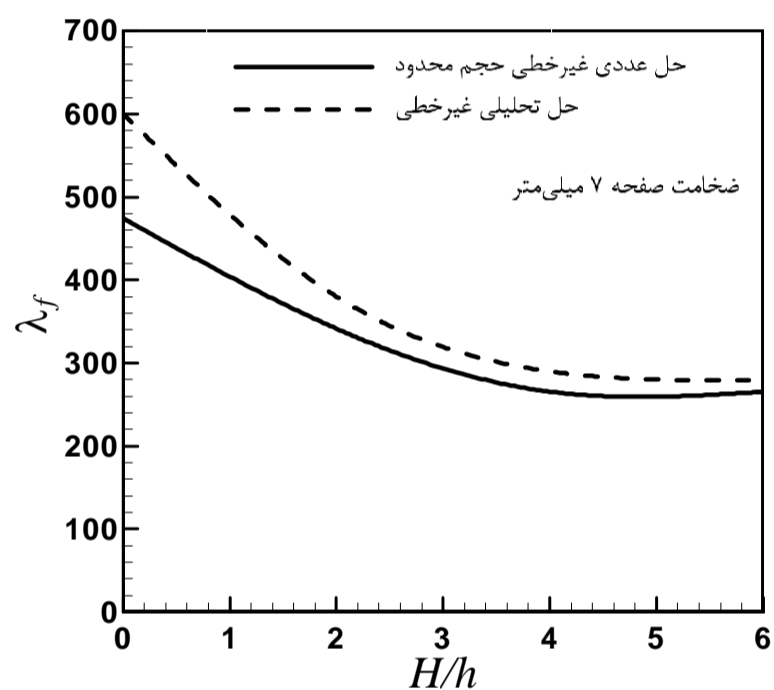
شکل 16 فشار دینامیکی بی‌بعد فلاتر برحسب انحنای صفحه برای ضریب حرارت 5



شکل 14 نمودار انشقاق صفحه تخت با ضخامت 5 میلی‌متر



شکل 17 مقایسه نتایج فشار دینامیکی فلاتر صفحه برحسب انحنای مرجع [24]



شکل 15 مقایسه فشار دینامیکی فلاتر بی‌بعد برحسب انحنای پوسته به دو روش عددی و تحلیلی

صوت بر روی پوسته منحنی شکل با تئوری‌های عددی مانند حجم محدود (که قابلیت شبیه‌سازی جریان به صورت لزج و چرخشی را به صورت کامل دارند) تاکنون مقایسه نشده است. تأثیر لایه مرزی و  $\gamma^+$  بر نمودار فشار دارای اهمیت نیست و تقریباً نمودار فشار یکسانی بدست آمده است.

(1) با افزایش ارتفاع انحنای، همواره اختلاف بین گستره فشار تعیین شده بر روی صفحه به روش عددی و تحلیلی افزایش یافته است. (2) با افزایش ارتفاع پوسته، اختلاف فشار در نیمه اول صفحه تطبیق خوبی بین نتایج تحلیلی و عددی را نشان داده است. اما برای نیمه دوم که کاهش ارتفاع وجود دارد، اختلاف بین نتایج تئوری و عددی افزایش یافته که به دلیل اختلاف در نوع محاسبه اثرات موج‌های انبساطی در اثر کاهش فشار پشت صفحه است. در روش عددی به درستی و دقت این محاسبه انجام شده اما در روش تحلیلی کمی خطا وجود دارد که با افزایش ارتفاع نقص، افزایش یافته است. (3) نوسانات ایجاد شده در صفحه تخت بر اثر عبور جریان به ضخامت صفحه و سرعت عبور جریان وابسته بوده و رفتار جریان و رفتار سازه متأثر از این پارامترها است. (4) به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش ضخامت صفحه، میزان نوسانات ایجاد شده توسط سیال کمتر و دامنه آن کوچکتر شده است. همچنین رفتار این نوسانات نیز در ضخامت‌های کمتر نامنظم بوده

کلی نتایج روش عددی بحرانی‌تر است و باید بیشتر مد نظر قرار گیرد. در واقع در روش تحلیلی با اطمینان کمتری مرز فلاتر تعیین شده است.

در شکل 16 فشار دینامیکی بی‌بعد فلاتر پوسته با شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده (لوله) برحسب انحنای صفر تا 3 ترسیم شده است. ضریب حرارت منتقل شده بر روی صفحه 5 است. همان‌طور که مشاهده شده است، با افزایش انحنای صفحه ابتدا افزایش فشار دینامیکی فلاتر و سپس کاهش مشخص شده است برخلاف شکل 15 که بدون اثر حرارت تماماً کاهش فشار دینامیکی فلاتر را نشان داده است.

#### 4- راستی آزمایی

در شکل 17 پدیده‌ی فلاتر پوسته دوبعدی، بدون اثر فشار آیرودینامیکی استاتیکی، با فعالیت داوول [24] مقایسه شده است. با افزایش انحنای صفحه تا حدود 1/7 کاهش فشار دینامیکی بی‌بعد فلاتر و پس از آن افزایش سرعت فلاتر، دیده شده است.

#### 5- نتیجه‌گیری نهایی

راستی‌آزمایی تئوری پیستون برای شبیه‌سازی جریان آیرودینامیک مافوق

- [11] P.F. Jordan, The Physical nature of panel flutter, *Aero Digest*, pp. 34-38, 1956.
- [12] T. Y. Yang, S. H. SUNG, Finite-element Panel Flutter In Three-Dimensional Supersonic Unsteady Potential Flow. *AIAA Journal*, Vol. 15, pp. 1677-1683, 1977.
- [13] A.D. Han, T.Y. Yang, Nonlinear Panel Flutter Using High-order Triangular Finite Element. *AIAA Journal*, Vol. 21, pp. 1453-1461, 1983.
- [14] P.J. Sunder, C.V. Ramakrishnan, S. Sengupta, Finite Element Analysis OF 3-PLY Laminated Conical Shell FOR Flutter, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 19, pp. 1183-1192, 1983.
- [15] L.KUO-JIUN, L.PONG-JEU, T. JIANN-QUO, Flutter analysis of composite panels using high-precision finite elements, *Computers and Structures*, Vol. 33, pp. 561-574, 1989.
- [16] C. M. OSTOICH, D. J. BODONY, P. H. GEUBELLE, Interaction of a Mach 2.25 turbulent boundary layer with a fluttering panel using direct numerical simulation, *Physics of Fluids*, Vol. 25, No. 11, pp. 110806-27, 2013.
- [17] C.A. Featherston, Imperfection sensitivity of flat plates under combined compression and shear, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 36, pp. 249-259, 2001.
- [18] G. Satyajit, C. Mei, Frequency domain method for flutter analysis of Curved Panels Under Yawed Supersonic Flow at Elevated Temperature, *AIAA*, Vol. 10, pp. 2008-2312, 2008.
- [19] J. Girish, L.S. Ramachandra, Thermal postbuckled vibrations of symmetrically laminated composite plates with initial geometric imperfections. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 282, pp. 1137-1153, 2005.
- [20] H. Pourshamsi, A. Mazinani, S. A. Fazlzadeh, Flutter analysis of an aircraft wing carrying elastically an external store, *Tarbiat modares journal*, Vol. 15, No. 1, pp. 49-58, 2014. (In Persian)
- [21] M. Dardel, and F. Bakhtiari-Nejad, Flutter and Limit Cycle Oscillation Control of a Nonlinear Wing with Actuators Saturation, *Iranian Journal of Mechanical Engineering, Transaction of ISME*, Vol. 9, No. 1, pp. 36-56, 2008.
- [22] E.H. Dowell, Nonlinear flutter of curved plate, part 1, *AIAA Journal*, Vol. 7, pp. 424-431, 1969.
- [23] B. A. Miller, J. J. Mcnamara, S. M. Spottswood, A. J. Culler, The Impact of Flow Induced Loads on Snap-Through Behavior of Acoustically Excited, Thermally Buckled Panels, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, pp. 5736-5752, 2011.
- [24] Yang, K.M. Liew, S. Kitipornchai, Imperfection sensitivity of the post-buckling behavior higher-order shear deformable functionally graded plates, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 5247-5266, 2006.
- [25] B. I. Epureanu, L. S. Tang, M. P. Paidoussis, Coherent structures and their influence on the dynamics of aeroelastic panels, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 39, pp. 977-991, 2004.
- [26] H. Moosazadeh, B. Ghadiri Dehkordi, M. Rasekh, 2D Curved plate Non-linear vibration and Aeroelastic analysis with in-plane and Supersonic Aerodynamic load in Time domain, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 405-413, 2015 (In Persian).
- [27] H. Moosazadeh, B. Ghadiri Dehkordi, M. Rasekh, 2D Local Imperfect plate Non-linear Vibration and Aerothermoelastic analysis in Supersonic Flow, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15 No. 3, pp. 113-124, 2015 (In Persian).

که با افزایش ضخامت این رفتار منظم‌تر و سپس پایدار شده و نوسانات از بین رفته است. (5) مهمترین نتیجه این پژوهش، تعیین مرز فلاتر پوسته با انحنای متغیر، با استفاده از معادلات جریان پتانسیل (غیرلزج) و جریان ناویراستوکس (لزج) است. نشان داده شد که مرز فلاتر در روش عددی حجم محدود برای جریان لزج، بحرانی‌تر از مرز فلاتر با استفاده از جریان غیرلزج است. تا کنون مرز فلاتر و رفتار پسا فلاتر برای پوسته منحنی شکل تنها با استفاده از تئوری پیستون تعیین شده است و این تحقیق نقاط ضعف این تئوری در شبیه‌سازی پدیده آیروالاستیسیته را برای پوسته با انحنای متغیر، در جریان مافوق صوت نشان داده است. (6) تحلیل‌های عددی غیرخطی در حوزه ارتعاشات و آیروالاستیسیته بسیار زمان‌بر و سنگین هستند. برای شبیه‌سازی‌های انجام شده به روش عددی زمان زیادی صرف شده است. اما نتایج ارزشمند و مطلوبی حاصل شده و قابلیت افزایش اطمینان از صحت جواب‌های تحلیلی در زمینه فلاتر صفحه را فراهم نموده‌ایم.

## 6- مراجع

- [1] M. Ai-Jun, C. Su-Huan, S. Da-Tong, Flutter, A new method of nonlinear response analysis for large deflection forced vibrations of beams, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 20, pp. 39-46, 1995.
- [2] J. Awrejcewicz, O. A. Saltykova, Yu. B. Chebotyrevskiy, V. A. Krysko, Nonlinear vibrations of the Euler-Bernoulli beam subjected to transversal load and impact actions, *NONLINEAR STUDIES*, Vol. 18, No. 3, pp. 329-364, 2011.
- [3] G. R. Bhashyam, G. Prathap, Galerkin finite element method for non-linear beam vibrations, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 72, No. 2, pp. 191-203, 1980.
- [4] J. Q. Liu, Nonlinear Vibration OF A Beam, *Nonlinear analysis, Theory, Methods and applications*, Vol. 13, No. 10, pp. 1139-1148, 1989.
- [5] T. Igypfer, A. Molitor, Nonlinear Vibrations OF simply supported beams, *Nonlinear analysis, Theory, Methods and applications*, Vol. 3, No. 1, pp. 45-48, 1977.
- [6] R. Marur Sudhakar, Advances in nonlinear vibration analysis of structures Part-I. Beams, *Sadhana*, Vol. 26, No. 3, pp. 243-249, 2001.
- [7] J. Z. Zhang, D. H. Van Campen, Stability and bifurcation of Doubly Curved Shallow Panels Under Quasi-static Uniform Load, *International Journal of Nonlinear Mechanics*, Vol. 38, No. 4, pp. 457-466, 2003.
- [8] M. K. Singha, M. Mandal, Supersonic flutter characteristics of composite cylindrical panels, *Composite Structures*, Vol. 82, pp. 295-301, 2008.
- [9] S. S. Ghoman, M. S. Azzouz, C. Mei, Time domain method for nonlinear flutter of curved panels under yawed supersonic flow at elevated temperature, *Palm Springs*, pp. 2009-2598, 2009.
- [10] K. Li, J. Zhang, G. Mei, Aerothermoelastic model of panel flutter with consideration of the history effects of aerodynamic heating, *International Journal of Applied Mechanics*, Vol. 4, No. 3, pp. 1250034-22, 2012.