



مدلسازی شتابگیری شناور پلنینگ در حوزه زمان و کنترل بهینه آن برای رسیدن به سرعت نهایی در حداقل زمان ممکن

مرتضی عزیزی ینگجه¹، حمید مهدیقلی^{2*}، محمد سعید سیف³

1- دانشجوی دکتری، مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

2- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

3- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

* تهران، صندوق پستی 11365-9567، mehdi@sharif.edu

چکیده

تنظیم درست زاویه تریم شناور پلنینگ در فاز شتابگیری برای عبور آسان از قله مقاومت از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. افزون بر آن، در موارد خاصی مانند شناورهای مسابقه‌ای یا برخی کاربردهای نظامی، هدف رسیدن به سرعت نهایی در حداقل زمان ممکن است. این مقاله ضمن معرفی کاربرد جدیدی برای تئوری کنترل بهینه در حوزه کنترل شناورهای پلنینگ سعی دارد به این پرسش پاسخ دهد که در طول شتابگیری شناور پلنینگ زاویه اعمال شده به سیستم رانش یا یک المان کنترلی همچون تریم‌تب چگونه باید تغییر یابد تا زمان رسیدن به یک سرعت مشخص کمینه شود. برای پاسخ به این پرسش نیازمند یک مدل دینامیکی از شناور برای فاز شتابگیری آن هستیم. در این تحقیق چنین مدلی بر اساس روش‌های تئوری و تجربی موجود برای محاسبه نیروهای هیدرودینامیکی و آیرودینامیکی، سیستم رانش و المان کنترلی بر بدنه ارائه می‌شود. کل مجموعه سیستم رانش شامل موتور، سیستم درایو و پروانه به نحو ساده‌شده‌ای مدل شده‌اند. در ادامه، مسئله کنترل بهینه معرفی و نحوه حل آن توضیح داده شده است. در نهایت نتایج حل مسئله برای یک شناور پلنینگ تک بدنه و یک کاتاماران مسابقه‌ای ارائه شده‌اند.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 05 خرداد 1394

پذیرش: 31 تیر 1394

ارائه در سایت: 10 آبان 1394

کلید واژگان:

شناور پلنینگ

تریم تب

کنترل بهینه

قاعده مینیمم پونترایگن

Modeling the forward accelerated motion of planing craft and its optimal control to minimize the time to reach final speed

Mortaza Azizi Yengejeh, Hamid Mehdigholi*, Mohammad Saeed Seif

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

* P.O.B. 11365-9567, Tehran, Iran, mehdi@sharif.edu

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 26 May 2015
Accepted 22 July 2015
Available Online 01 November 2015

Keywords:

planing craft
trim tab
optimal control
Pontryagin Minimum Principle

ABSTRACT

It is of crucial importance to adjust the trim angle properly during the forward acceleration of a planing craft in cases such as sport competitions and military missions. In these applications, the goal of trim adjustment is to reach the final cruising speed as soon as possible. Present study tries to answer this question: How should the angles of the drive system and/or a control element be changed during acceleration phase in order for the craft to reach its final speed in the minimum possible time? This is an optimal control problem with the drive and control element angles as its control variables. To solve such problem, a 3-DOF dynamic model is developed based on the theoretical and empirical methods. Both propeller operation and the engine are taken into account for the propulsion system. Then, the solution algorithm of time-optimal control problem is explained according to an indirect method. Results for a planing mono-hull with two different weight distributions show a similarity in trend between the optimal solution for control variables and the hull instantaneous trim angle. As the second case study, the solution for an aerodynamically alleviated racing catamaran is presented.

1- مقدمه

کنیم (چنانچه تا آخر این نوشته فرض شده است) نیرو و ممان‌های هیدرودینامیکی تابعی از سرعت، زاویه تریم و آب‌خور شناور خواهند بود. سویتسکی و براون [1] حرکت شناورهای پلنینگ معمول در فاز شتابگیری را در آب آرام بر حسب عدد فرود عرضی $C_v = u/\sqrt{gB_T}$ (g شتاب گرانش و B_T عرض پاشنه در صفحه آب‌خور) چنین تقسیم‌بندی می‌کنند: 1- از حالت سکون تا عدد فرود عرضی $0/5$ شناور پلنینگ همچون شناور جابجایی عمل می‌کند و می‌توان نیروی لیفت کل را برابر نیروی بویانسی در نظر گرفت. البته سویتسکی [2] نشان داد که در اعداد فرود عرضی کمتر از 1، نیروی لیفت

شکل خاص بدنه‌های پلنینگ¹ موجب می‌شود با افزایش سرعت شناور نیروی لیفت هیدرودینامیکی نسبت به نیروی بویانسی به طرز قابل توجهی افزایش یابد. افزایش نیرو و ممان هیدرودینامیکی به طور کلی منجر به افزایش تدریجی زاویه تریم شناور و کاهش آب‌خور می‌شود که سهم نیروهای بویانسی را بیش از پیش کاهش خواهد داد. اگر خود را تنها به درجات آزادی هیو² و پیچ³ مقید

1- Planing
2- Heave
3- Pitch

Please cite this article using:

M. Azizi Yengejeh, H. Mehdigholi, M.S. Seif, Modeling the forward accelerated motion of planing craft and its optimal control to minimize the time to reach final speed, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 263-274, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

چنین مکانیزم‌هایی برای تغییر زاویه تریم، در شناورهای تندرو کوچک و متوسط مجهز به سیستم رانش پروانه مغروق، نیمه‌مغروق یا واترجت به وفور یافت می‌شوند. در سیستم رانشی که نیروی تراست⁵ آن توسط پروانه تامین می‌شود چنین مکانیزمی برای کنترل مستقیم جهت نیروی تراست در چیدمان بیرونی⁶ (شکل 1-الف) برای موتور، اغلب وجود دارد. برای چیدمان درونی موتور نیز اگر از یک سیستم درایو پاشنه‌ای⁷ (شکل 1-ب) یا سطحی (شکل 1-ج) استفاده شود امکان تغییر زاویه نیروی تراست نسبت به افق فراهم خواهد بود. استفاده از مکانیزم‌های فوق برای تنظیم مستقیم زاویه نیروی تراست به تنهایی یا به همراه سایر المان‌های جانبی ذکر شده امکان کنترل بهتر فرایند پلنینگ و سپس رسیدن به سرعت بیشینه را توسط هدایتگر شناور فراهم می‌کنند. امروزه سیستم‌های کنترل اتوماتیک نیز برای تنظیم زاویه تریم با الگوی تعریف شده توسط کاربر مورد استفاده قرار می‌گیرند.

نحوه کنترل مناسب زاویه تریم از شناوری به شناور دیگر و در یک شناور با تغییر شرایط (همچون افزایش یا کاهش بار و توزیع آن) متفاوت بوده و به صورت تجربی حاصل می‌شود. دستورالعمل کلی این است که قبل از پلنینگ باید زاویه تریم شناور را تا جای ممکن پایین آورد. چنین حالتی در زوایای مثبت تراست (جهت آن به سمت بالا) و در کنترل توسط المانی چون تریم-تب در زوایای انحراف⁸ بالا اتفاق می‌افتد. پس از پلنینگ و عبور از قله مقاومت باید به تدریج زاویه تریم شناور را کاهش داد. برای این منظور زاویه نیروی تراست را باید کاهش داده و به مقادیر منفی (جهت نیروی تراست به سمت پایین) رساند یا از زوایای انحراف کمتر برای تریم‌تب استفاده کرد. در این صورت دماغه شناور بالا آمده و آب‌خور شناور به تدریج کمتر می‌شود تا سرعت به راحتی افزایش یابد. افزایش زاویه تریم شناور تا رسیدن به شروع حرکات پورپوزینگ می‌تواند ادامه داشته باشد. چنانچه ذکر شد اگر کنترل زاویه تریم شناور به درستی انجام نگیرد علاوه بر اینکه رسیدن به پلنینگ و سرعت ماکزیمم ممکن است با مشکل مواجه شود کلاً در طول حرکت شناور کارایی پایین آمده و مصرف سوخت بالاتر خواهد رفت. تنظیم درست زاویه تریم شناور در موارد خاص مانند شناورهای مسابقه‌ای یا نظامی که سرعت عمل و زمان، نقش حیاتی دارند بیشتر اهمیت پیدا می‌کند. در چنین مواردی هدف از کنترل زاویه تریم چیزی فراتر از موارد فوق است: شتاب حداکثر یا رسیدن به سرعت ماکزیمم در حداقل زمان ممکن. در این راستا تحقیق حاضر سعی دارد به این پرسش پاسخ دهد که زوایای اعمال شده به سیستم رانش و تریم-تب شناور پلنینگ (به ترتیب φ_p و φ_r) را در حین شتابگیری آن از حالت سکون چگونه باید تغییر داد تا در حداقل زمان ممکن به سرعت نهایی برسد و این زمان در حالت ایده‌آل چقدر است. در واقع ما با مطرح کردن این پرسش به دنبال جواب بهینه برای یک مسئله کنترلی با تابع هدف زمان می‌باشیم چیزی که موضوع دسته خاصی از مسائل در تئوری کنترل بهینه است. در این تحقیق سوال فوق‌الذکر برای اولین بار در چهارچوب یک مسئله کنترل بهینه طرح و فرموله شده و برای نمونه‌هایی از شناورهای پلنینگ تک بدنه و کاتاماران پاسخ داده می‌شود.

کاربرد دانش کنترل بهینه در حوزه کنترل حرکت شناورها به چند دهه قبل برمی‌گردد. فوزن در دو کتاب خود [۴،۵] کاربردهایی از تئوری کنترل بهینه در مانور و حفظ مسیر، کاهش حرکات رول و نیز تثبیت موقعیت

کل ممکن است حتی اندکی کمتر از نیروی بویانسی صرف (در همان زاویه تریم) باشد. در انتهای این مد پاشنه تخت کاملاً در معرض هواست [1].

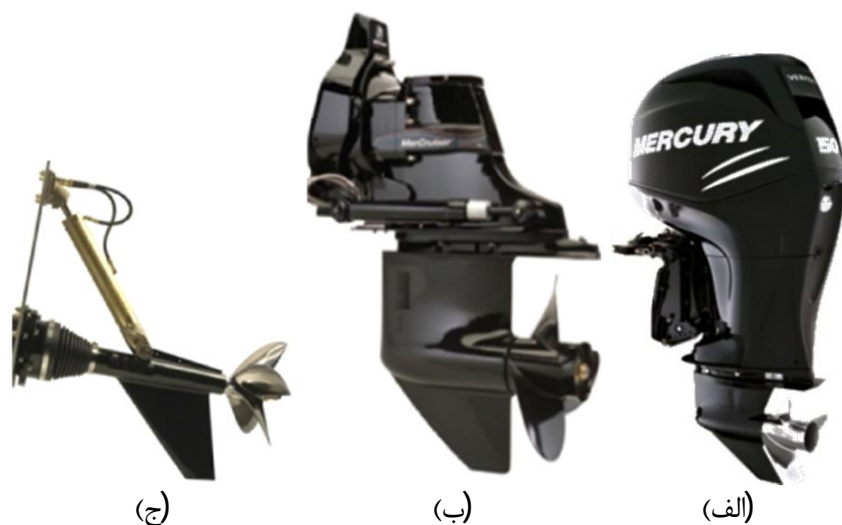
2- در اعداد فرود عرضی بین 0/5 و 1/5 نیروی لیفت هیدرودینامیکی به تدریج ظاهر شده و بخشی از وزن را تحمل می‌کند. در این حالت فرایند پلنینگ که همراه با کاهش آب‌خور و افزایش زاویه تریم است شروع می‌شود.

3- در اعداد فرود عرضی بالاتر از 1/5 نیروی لیفت هیدرودینامیکی و ممان آن به اندازه کافی بزرگ شده است به نحوی که برخاستگی مرکز جرم و افزایش زاویه تریم، دماغه را از آب خارج می‌کنند و جدایش کامل جریان در چاین مشاهده می‌شود. با افزایش کافی سرعت در این مد، زاویه تریم در عدد فرود عرضی حدوداً بین 2 و 3 معمولاً به مقدار بیشینه‌ای رسیده و دوباره کاهش پیدا می‌کند. شناور در این نقطه یک قله را در مقاومت تجربه می‌کند. عبور از این قله برای ادامه افزایش سرعت شناور حیاتی است. با افزایش بیشتر سرعت، مقاومت شناور دوباره روند صعودی خواهد داشت تا با توجه به نیروی رانش موجود سرعت شناور به یک سرعت ماکزیمم برسد.

باید توجه داشت ورود و خروج دماغه به آب در حین فرایند شتابگیری شناور پلنینگ شدیداً وابسته به زاویه تریم و آب‌خور اولیه شناور می‌باشد. معیاری که معمولاً برای اطمینان از خارج بودن دماغه از آب لحاظ می‌شود $L_K < LWL$ یا در حالت محتاطانه‌تر $L_K < 0.9LWL$ ، طول خیس شده کیل¹ و LWL آب‌خور اولیه) است [۱،۳]. با معیار $L_K < LWL$ مثلاً برای شناوری از سری 62 با نسبت طول به عرض 2 و زاویه دررایز² $12/5$ در LCG کمتر از حدوداً 38% LWL ، دماغه هیچ‌گاه در آب فرو نرفته است اما برای همین شناور در LCG حدوداً 50% LWL ، دماغه غیر از محدوده باریکی اطراف عدد فرود حجمی 3 همواره در آب بوده است [1].

تنظیم مناسب زاویه تریم شناور نقش بسزایی در فرایند فوق از شروع حرکت تا رسیدن به سرعت ماکزیمم دارد. زاویه تریم نامناسب که در ساده‌ترین حالت ممکن است در اثر تغییرات موقت میزان بار و توزیع آن بر روی شناور اتفاق بیفتد ممکن است امکان پلنینگ و افزایش سرعت یا حتی عبور از قله مقاومت را از شناور سلب کند و در سرعت‌های بالاتر منجر به ناپایداری‌هایی مانند پورپوزینگ³ شود.

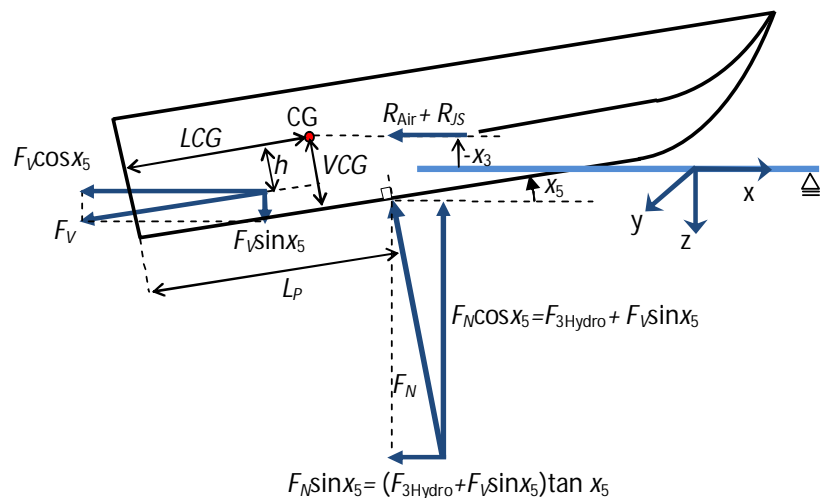
اما زاویه تریم شناور چگونه کنترل می‌شود؟ برای تنظیم زاویه تریم شناور ممان مورد نیاز را، می‌توان به وسیله تغییر مستقیم زاویه نیروی رانش نسبت به افق یا به صورت غیرمستقیم توسط یک المان جانبی مانند تریم‌تب، هیدروفویل یا اینترسپتور⁴ ایجاد کرد.



شکل 1 انواع درایوهای موجود برای قایق‌های تندرو با قابلیت تغییر زاویه نسبت به افق

5- Thrust
6- Outboard
7- Sterndrive
8- Deflection

1- Keel
2- Deadrise
3- Porpoising
4- Interceptor



شکل 2 دستگاه مختصات مورد استفاده، برخی تعاریف هندسی و مولفه‌های نیرویی وارد از طرف سیال آب به بدنه

$$F_{3Hydro} = 0.5 C_{L\beta} \rho u^2 B_T^2 \quad (2)$$

$$C_{L\beta} = C_{L0} - 0.0065 \beta C_{L0}^{0.6} \quad (3)$$

$$C_{L0} = \left(\frac{180 x_5}{\pi} \right)^{1.1} (0.012 \lambda_m^{0.5} + 0.0055 \frac{\lambda_m^{2.5}}{C_v^2}) \quad (4)$$

$$\lambda_m = \frac{0.5(L_K + L_C)}{B_T} + 0.03 \quad (5)$$

$$L_P = \lambda_m B_T \left[0.75 - (5.21 \frac{C_v^2}{\lambda_m^2} + 2.39)^{-1} \right] \quad (6)$$

در این روابط ضریب لیفت، ρ چگالی آب، u سرعت شناور، C_{L0} ضریب لیفت برای زاویه ددرایز صفر، β زاویه ددرایز بر حسب درجه، λ_m نسبت طول خیس شده متوسط به عرض شناور، L_C طول خیس شده چاین، LCG فاصله مرکز جرم تا پاشنه در راستای خط کیل، VCG فاصله مرکز جرم تا خط کیل و پارامتری بر حسب β می‌باشند. λ_m بر حسب L_C و L_K تعریف می‌شود اما می‌توان آن را بر حسب x_3 و x_5 به صورت زیر تخمین زد [14].

$$L_K = LCG + \frac{VCG}{\tan x_5} + \frac{x_3}{\sin x_5} \quad (7)$$

$$L_C = L_K - \frac{0.5 B_T \tan \beta}{\left[x_5 \left(1 + \frac{z_{max}}{V_t} \right) \right]} \quad (8)$$

$$\frac{z_{max}}{V_t} = -2 \times 10^{-6} \beta^3 - 7 \times 10^{-5} \beta^2 - 10^{-3} \beta + 0.575 \quad (9)$$

روابط سویتسکی در محدوده زاویه تریم 2 تا 15 درجه و $\lambda_m < 4$ اعتبار دارند. از طرف دیگر این روابط اگر چه در محدوده وسیعی از عدد فرود عرضی ($0/6 \leq C_v \leq 13$) کاربرد دارند اما با فرض خارج بودن کامل دماغه از آب به دست آمده‌اند. بر مبنای این روابط سویتسکی در سال 1964 روش مشخصی را برای محاسبه توان مورد نیاز و کارایی شناور ارائه داده است.

سویتسکی و همکاران در تحقیق اخیر خود [3] اثر درگ ویسکوز ناشی از جت اسپری را همچون مقاومت هوا بر روی مقاومت کل شناور لحاظ کردند و دقت مقادیر محاسبه شده برای مقاومت شناور پلنینگ-که غالباً کمتر از مقادیر اندازه‌گیری شده توسط آزمایش‌های متعدد بود- را بهبود دادند. ایشان با محاسبه مقاومت از روش جدید بر روی شناورهای مختلف که داده‌های تجربی آنها موجود بود نشان دادند در سرعت‌های بالاتر مجموع سهم مولفه مقاومتی ناشی از جت اسپری R_{JS} و مقاومت هوا R_{Air} ممکن است تا حدود 20% مقاومت کل نیز افزایش یابد. در تحقیق حاضر اثر جت اسپری و مقاومت هوا همچون مرجع [3] لحاظ شده است. با محاسبه درگ ویسکوز F_V در ناحیه فشار از روابط تجربی موجود مانند ITTC-57 نیروی مقاومت و ممان پیچ حول مرکز جرم با توجه به شکل 2 از روابط زیر به دست خواهند آمد. h_V بازوی نیروی ویسکوز F_V می‌باشد و می‌توان آن را با $h_V = VCG - 0.25 \frac{B_T}{\tan \beta}$ تخمین زد. در اینجا ممانی برای $R_{JS} + R_{Air}$ لحاظ نشده است.

$$F_{1Hydro} = -[F_V \cos x_5 + (F_{3Hydro} + F_V \sin x_5) \tan x_5 + R_{Air} + R_{JS}] \quad (10)$$

دینامیکی کشتی‌ها و سازه‌های دریایی را ذکر کرده است. در مورد شناورهای تندرو افرادی همچون کیم و یاماتو [6,7] و بای و کیم [8] از این تئوری برای کنترل حرکات شناورهای مجهز به هیدروفویل مغروق استفاده کرده‌اند. افرادی دیگری مانند السوانوس و همکاران [9] و میلاندی [10] از این تئوری برای مینیمم کردن حرکات هیو و پیچ یک کاتاماران پرسرعت با کنترل فعال دو هیدروفویل جلو و عقب در امواج بهره برده‌اند. سالاریه و قربانی [11] یک روش کنترل بهینه مستقیم را برای بهینه کردن مسیر حرکت یک شناور پلنینگ در صفحه عرضی به کار برده‌اند. ژئی و سان [12] از کنترل بهینه تریم‌تب برای بهبود خواص پایداری شناور پلنینگ استفاده کرده‌اند. کریمی و همکاران [13] از کنترل بهینه پیاده شده بر روی اینرسی‌تور برای کاهش حرکات قائم شناور پلنینگ در آب آرام و موج منظم استفاده کرده‌اند.

چنانچه از تحقیقات فوق مشخص می‌شود کاربرد کنترل بهینه به مسائل مشخص و استاندارد در حوزه مانور و دریامانی شناورها محدود می‌شود. تحقیق حاضر در واقع گامی است در جهت معرفی کاربرد جدیدی از تئوری کنترل بهینه که در حوزه بهبود عملکرد شناورهای تندرو طرح می‌شود. پرورش بیشتر چنین ایده‌ای نهایتاً می‌تواند در عمل به طراحی و ساخت یک سیستم کنترلی هوشمند برای تنظیم بهینه موقعیت حرکتی شناورهای پلنینگ با اهداف تعریف شده از ابتدای شروع به حرکت تا رسیدن به سرعت مورد نظر و پس از آن، در شرایط مختلف بارگذاری و محیطی منجر شود. بار عمده حل مسئله، تهیه یک مدل وابسته به زمان برای فاز شتابگیری شناور است. در ادامه به این مدل می‌پردازیم.

2- تهیه مدل دینامیکی

رسالت اصلی ما در این بخش، ارائه مدل‌هایی برای محاسبه نیروها و ممان وارد از طرف سیال آب، هوا، سیستم رانش و المان کنترلی به بدنه است. با داشتن این مدل‌ها از روی قانون دوم نیوتن می‌توان معادلات حرکت را در سه درجه آزادی مورد مطالعه به دست آورد. گام بعدی حل این معادلات دیفرانسیل غیرخطی در حوزه زمان است که در این بخش به آن نیز اشاره خواهد شد.

2-1- مدل نیروها و ممان هیدرودینامیکی وارد بر بدنه

در اینجا سهم هیدرودینامیکی نیروها و ممان از روش سویتسکی حساب می‌شود و سهم آیرودینامیکی که خود شامل بخش وارد بر قسمت فوقانی شناور و بخش ناشی از جریان هوا زیر بدنه‌های کاتاماران است به صورت مجزا لحاظ خواهد شد.

محور مختصات را مطابق شکل 2 در سطح آب آرام و متصل به زمین در نظر می‌گیریم. کلیه کمیت‌ها و معادلات در این دستگاه مختصات اینرسی بیان می‌شوند. در این قسمت نیروها و ممان هیدرودینامیکی که شامل مقاومت F_{1Hydro} ، لیفت F_{3Hydro} و ممان پیچ F_{5Hydro} حول مرکز جرم می‌باشند به صورت توابعی به شکل رابطه (1) در نظر گرفته می‌شوند.

$$F_{iHydro} = f_{iHydro}(u, x_3, x_5) \quad i = 1, 3, 5 \quad (1)$$

در ورودی این توابع چنانچه در شکل 2 نشان داده شده است x_3 مختصات قائم مرکز جرم شناور از سطح آب آرام، x_5 زاویه تریم لحظه‌ای شناور بر حسب رادیان و u سرعت پیشروی شناور در جهت x می‌باشند.

در سرعت پیشروی ثابت u ، سویتسکی [2] برای محاسبه نیروی لیفت وارد از طرف آب بر بدنه منشوری (با زاویه ددرایز ثابت) و فاصله طولی مرکز فشار تا پاشنه L_P روابط تجربی زیر را ارائه کرده است.

شناورهای پلنینگ تک بدنه وجود دارد. در مورد کاتاماران‌های پلنینگ به دلیل امکان جریان هوا از تونل میان نیم‌بدنه‌ها و فشار مثبت آیرودینامیکی در این تونل نقش نیروهای آیرودینامیکی افزون‌تر می‌شود. به طور خاص در کاتاماران‌های فوق سریع و مسابقه‌ای (شکل 3) با بهینه‌سازی شکل آیرودینامیکی سازه فوقانی و تونل میان دو نیم‌بدنه از اثر باله نزدیک سطح² برای ایجاد لیفت اضافه استفاده می‌شود. در چنین شناورهایی، با اتخاذ چنین تدابیری سهم نیروی لیفت آیرودینامیکی حتی از لیفت هیدرودینامیکی ممکن است فراتر رود و در سرعت نامی، 30 تا 80 درصد وزن کل شناور توسط نیروی آیرودینامیکی تحمل می‌شود [18].

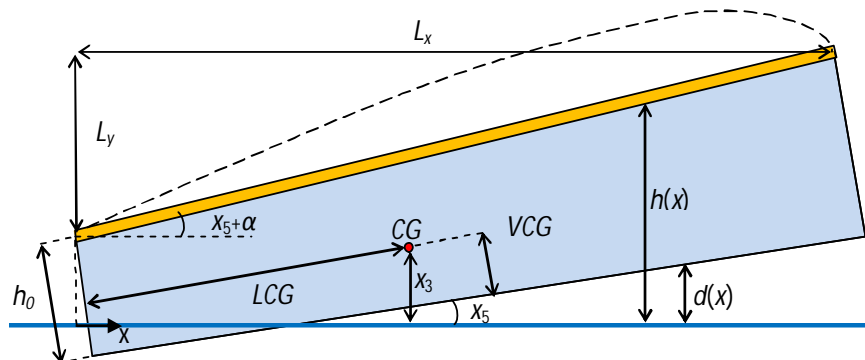
نیروها و ممان آیرودینامیکی وارد بر قسمت خارج از آب بدنه بستگی به شکل دماغه و سازه فوقانی دارد. این بخش از نیروها و ممان آیرودینامیکی در اینجا به صورت ساده با محاسبه تقریبی سطح خشک بدنه از روی وضعیت حرکتی شناور و در نظر گرفتن ضرایب لیفت و درگ و ممان مناسب برای این قسمت‌ها محاسبه می‌شود. برای بخش مربوط به فشار آیرودینامیکی در تونل کاتاماران‌ها از مدلی یک بعدی مبتنی بر یک تئوری اثر سطحی [19] که در ادامه به آن اشاره می‌کنیم استفاده شده است. در نهایت برآیند نیروها و ممان به صورت توابعی به شکل رابطه (14) در نظر گرفته می‌شوند.

$$F_{iAero} = f_{iAero}(u, x_3, x_5) \quad i = 1, 3, 5 \quad (14)$$

با لحاظ فرض شبه‌پایا چنانکه در مورد نیروهای هیدرودینامیکی نیز وجود داشت در هر گام زمانی باید جریان به صورت پایا حل شود. در این حالت معادله پیوستگی برای جریان زیر باله تخت با صفحات کناری (شکل 4) به صورت رابطه (15) خواهد بود و می‌توان از حل این معادله، سرعت جریان پایا زیر باله را بر حسب فاصله طولی، $u_s(x)$ به دست آورد. زیرنویس s برای کمیت‌ها به مقدار پایا اشاره دارد. سپس از رابطه برنولی (16) می‌توان توزیع فشار نسبی زیر باله را حساب کرد. در رابطه (15) تابع sign به منظور اعمال جهت صحیح جریان ناشی از زیر تونل به بیرون یا از بیرون به داخل زمانی که به ترتیب فشار زیر تونل بیشتر یا کمتر از فشار اطراف است اضافه شده است. در این روابط ρ_a چگالی هوا، U_s سرعت شبه‌پایای شناور و L_s عرض باله است. محور مختصات برای این معادلات و سایر توابع و کمیت‌های هندسی طبق شکل 4 است. فرض می‌شود سطح اولیه آب بدون تغییر باقی بماند.



شکل 3 کاربرد کاتاماران‌های پلنینگ در شناورهای مسابقه‌ای



شکل 4 تعاریف هندسی مربوط به مدل آیرودینامیکی

$$F_{5Hydro} = \frac{(F_{3Hydro} + F_V \sin x_5)}{\cos x_5} \times (L_P - LCG) - F_V h_V \quad (11)$$

برای حالتی که دماغه هنوز کاملاً از آب خارج نشده سویتسکی و براون [1] رابطه‌ای رگراسیونی برای محاسبه مقاومت در محدوده فرود حجمی 1 تا 2 ارائه کرده‌اند. استفاده از این رابطه در اینجا (برای شناورهای مورد بررسی) موجب ناپیوستگی در مقاومت و وضعیت حرکتی¹ شناور هنگام تبدیل به روش سویتسکی [2] برای $L_K < LWL$ می‌شد لذا در این تحقیق از آن استفاده نشده و فرض شده است طول شناور و موقعیت LCG به گونه‌ای است که در زمان شتابگیری، دماغه همواره بیرون از آب می‌باشد.

باید توجه داشت روش سویتسکی که در اینجا به کار رفته است بیشتر به عنوان روشی برای استفاده در حالت پلنینگ با چاین خیس شناخته می‌شود اما در اینجا با لحاظ تغییرات عرض خیس شده برای حالت چاین خشک نیز استفاده شده است. در مقایسه‌ای که پابن [15] در مورد رابطه سویتسکی برای لیفت دینامیکی در حالت چاین خشک (با لحاظ تغییرات عرض خیس شده) با تئوری خود - که آن در توافق رضایت‌بخشی با برخی داده تجربی محدود بوده - انجام داده به طور کلی اختلاف، قابل توجه بوده است اما برای زاویه دراز 10 تا 15 و زاویه تریم 4 تا 10 درجه این اختلاف به حداقل رسیده و حدوداً کمتر از 15% است.

در مورد کاتاماران‌های پلنینگ مستقیماً نمی‌توان از روابط تجربی فوق استفاده کرد. در این راستا لئو و وانگ [16] با وارد کردن پارامتر A_i به معادلات سویتسکی اثر هیدرودینامیکی نیم‌بدنه‌ها بر هم را لحاظ کردند تا با استفاده از همان عرض آب‌خور واقعی B_T (شامل عرض تونل میان نیم‌بدنه‌ها) بتوان از شکل عمومی‌تر معادلات (4) و (6) به صورت زیر استفاده کرد. بنابراین در استفاده از این روابط λ_m و C_v بر اساس B_T و نیروی لیفت از همان رابطه (2) محاسبه می‌شوند.

$$C_{L0} = \left(180 \frac{x_5}{\pi}\right)^{1.1} r_i^{1.5} \left(0.012 \frac{\lambda_m^{0.5}}{A_i} + 0.0055 \frac{A_i \lambda_m^{2.5}}{C_v^2 r_i}\right) \quad (12)$$

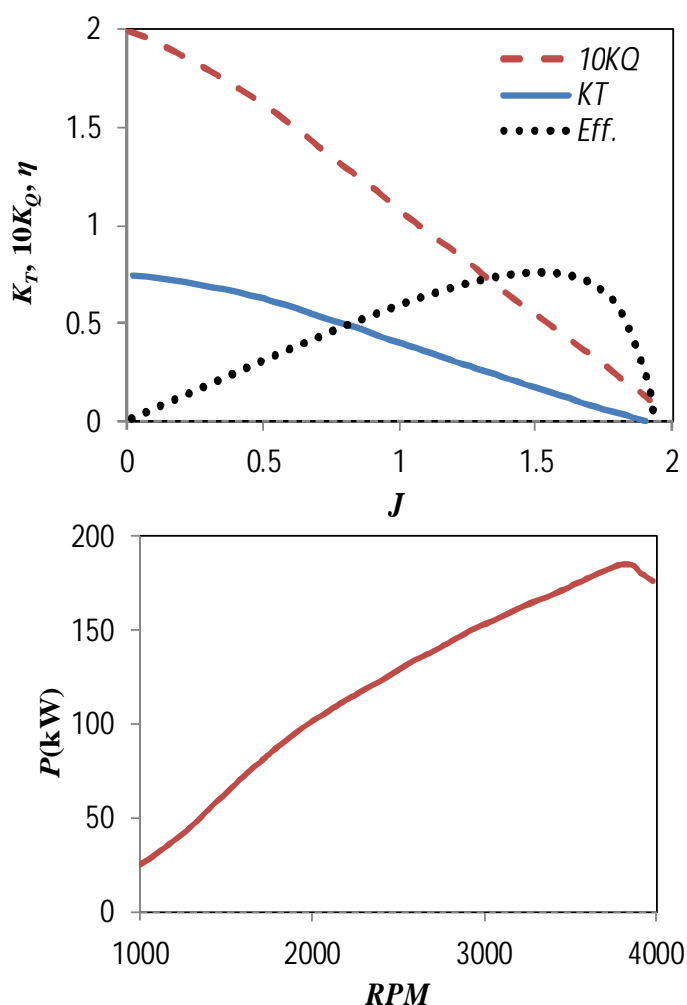
$$L_P = \lambda_m B_T \left\{0.75 - \left[5.21 \frac{C_v^2 r_i}{(A_i \lambda_m)^2} + 2.39\right]^{-1}\right\} \quad (13)$$

r_i نسبت مجموع عرض دو نیم‌بدنه به عرض واقعی شناور است. A_i که در حالت تئوری عددی بین 1 و 1/4 است به عواملی چون سرعت، زاویه تریم و طول خیس شده وابسته است.

در مدل هیدرودینامیکی و محاسبه نیروهای وارد از طرف سیال از ترم-های نیرویی ناشی از شتاب و سرعت شناور در درجات آزادی هیو و پیچ به دلیل اهمیت کم برای مقصدمان صرف نظر کرده‌ایم. در این تحقیق همچنین حرکت شتابدار تنها در جهت پیشروی شناور در نظر گرفته شده و جرم افزوده در اثر شتاب در این راستا (a_{11}) در معادلات لحاظ شده می‌شود. در مورد فوق، جرم افزوده از نسبت مقاومت افزوده (نسبت به حالت سرعت ثابت) به شتاب جسم در آن سرعت به دست می‌آید و معیاری از بزرگی اثرات شتاب از این جهت است. مقدار محاسبه شده برای این کمیت در تحقیق تجربی کاتایاما و ایکدا [17] برای بدنه پلنینگ مورد آزمایش حدوداً 0/06 جرم آن بوده است که در اینجا نیز از این عدد استفاده شده است.

2-2- مدل نیروها و ممان آیرودینامیکی وارد بر بدنه

در شناورهای پلنینگ به دلیل افزایش سرعت که توام با کاهش سطح آب‌خور و ایجاد زاویه تریم هست سهم نیروهای آیرودینامیکی به طرز قابل توجهی ممکن است بالاتر رود. بخشی از این نیروها به قسمت خارج از آب بدنه شامل دماغه و سینه خشک و همچنین سازه فوقانی مربوط می‌شود که در



شکل 5 منحنی‌های عملکردی یک نمونه پروانه و موتور در حالت بار کامل

از تاثیر تغییرات زاویه محور پروانه بر عملکرد آن در اینجا صرف نظر می‌شود. برای محاسبه نیروی تراست از منحنی گشتاور تحویلی از طرف موتور و منحنی‌های عملکردی آب باز پروانه (با اعمال تصحیحات مربوطه برای لحاظ کردن اثر ویک بدنه) استفاده شده است. لازم به ذکر است که دور پروانه در حین شتابگیری شناور ثابت نبوده و در ضمن الگوریتم محاسبه تراست تعیین می‌شود.

باید توجه داشت زمانی که سیستم رانش کار می‌کند به خاطر تغییر توزیع فشار در عقب بدنه، معمولاً شناور مقاومت بیشتری را تجربه می‌کند [14]. این اثر با ضریبی به نام کسر تراست t_p بیان می‌شود. در این تحقیق به دلیل شتاب رو به جلوی شناور این ضریب با تقسیم F_{1Hydro} به $(1 - t_p)$ اعمال شده است. t_p در اینجا 0/08 انتخاب شده است [20]. الگوریتم محاسبه نیروی تراست در زیر آمده است.

1- ابتدا منحنی گشتاور ورودی به پروانه بر حسب دور با اعمال نسبت تبدیل گیربکس به منحنی گشتاور موتور و لحاظ یک بازده مکانیکی برای درایو η_E (در اینجا برابر 95%) به دست آمده است. فرض شده است در طول شتابگیری قایق، موتور در حالت درجه سوخت کاملاً باز کار می‌کند.

2- منحنی گشتاور مورد نیاز پروانه از روی منحنی K_Q آن (شکل 5) به دست آمده است. در واقع در هر دور، ضریب پیشروی از رابطه (21) محاسبه و مقدار K_Q معادل در منحنی عملکردی آب باز پروانه از رابطه (22) به گشتاور تبدیل شده است. در این روابط D_{prop} قطر پروانه و n دور لحظه‌ای آن بر ثانیه است. ضریب $\bar{\omega}$ کسر ویک متوسط⁴ بدنه در صفحه پروانه است که مقدار تقریبی آن در اینجا 0/04 لحاظ شده است [20]. η_R نیز بازده چرخشی است که به دلیل عدم یکنواخت بودن جریان ورودی به پروانه (نسبت به شرایط آب باز) به کار می‌رود. مقدار η_R در اینجا 1/05 انتخاب شده است [14].

3- محل تقاطع دو منحنی به دست آمده در مرحله 1 و 2 برای محاسبه دور پروانه در آن سرعت پیشروی شناور به کار رفته است.

$$\frac{d}{dx} [h_s(x)u_s(x)] + \frac{2d_s(x)}{L_s} \text{sign}(U_s^2 - u_s^2(x)) \sqrt{U_s^2 - u_s^2(x)} = 0, u_s(0) = -U_s \quad (15)$$

$$p_s(x) = \frac{1}{2} \rho_a \times [U_s^2 - u_s^2(x)] \quad (16)$$

با محاسبه درگ فشاری و مرکز اثر آن از طریق انتگرال گیری از توزیع فشار زیر باله (در اینجا سقف تونل) و لحاظ ضریب درگ اصطکاکی از روابط تجربی می‌توان ضرایب درگ C_x ، لیفت C_y و ممان آیرودینامیکی M_z را به دست آورد. سپس نیروها و ممان آیرودینامیکی از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$F_{1Aero} = -0.5 \rho_a U_s^2 (S_w C_x + S_{xa,hull} C_{xa,hull}) \quad (17)$$

$$F_{3Aero} = 0.5 \rho_a U_s^2 (S_w C_y + S_{ya,hull} C_{ya,hull}) \quad (18)$$

$$F_{5Aero} = 0.5 \rho_a U_s^2 L_x (S_w M_z + S_{za,hull} M_{za,hull}) \quad (19)$$

$S_w = L_x L_x$ در معادلات فوق سطح موثر باله است. جمله دوم در سمت راست روابط فوق برای وارد کردن سهم قسمت بیرون از آب شناور شامل دماغه و سازه فوقانی از نیروها و ممان آیرودینامیکی و کلاً اثراتی که در جمله اول دیده نشده اضافه شده است. برای مثال در این جمله $S_{xa,hull}$ سطح موثر و $C_{xa,hull}$ ضریب درگ برای محاسبه مقاومت هوا بدین منظور است.

در صورتی که قسمت پشتی باله با سطح آب تماس پیدا کند (برخورد سقف تونل بین دو نیم بدنه با سطح آب) به دلیل انسداد جریان هوا از دیدگاه سیالاتی حالت سکون¹ پیش می‌آید و سرعت هوا نسبت به شناور در طول کانال صفر خواهد شد. در این حالت نیروی هیدروینامیکی وارد بر بخش خیس باله همانند بدنه‌ای با زاویه ددرایز صفر و طول خیس شده آن طبق مرجع [2] محاسبه می‌شود. برای قسمت خشک باله در حالت انسداد جریان، سرعت جریان هوا در طول کانال صفر و فشار هوا برابر فشار سکون خواهد بود.

2-3- مدل نیروها و ممان وارد از طرف سیستم رانش به بدنه

سعی شده است در این قسمت کل مجموعه سیستم رانش شامل موتور، درایو و پروانه به نحو ساده‌شده‌ای مدل شوند. منحنی‌های عملکردی آب باز² پروانه شامل ضریب تراست K_T ، ضریب گشتاور K_Q و بازده η بر حسب ضریب پیشروی J و همچنین منحنی توان موتور بر حسب دور آن در بار کامل در شکل 5 نشان داده شده‌اند. از یک درایو پاشنه‌ای با قابلیت تغییر زاویه نیروی تراست نسبت به افق برای انتقال قدرت موتور به پروانه استفاده شده است.

هدف ما در این قسمت به دست آوردن توابع f_{ip} در رابطه (20) بر حسب متغیرهای u, x_3, x_5, φ_p می‌باشد. F_{1P}, F_{3P}, F_{5P} به ترتیب نیروی افقی، نیروی قائم و ممان پیچ وارد از طرف سیستم رانش به بدنه هستند. علاوه بر نیروی تراست ناشی از پروانه، نیروی وارد بر درایو نیز در نظر گرفته شده است. نیروی F_{1P} شامل مولفه افقی نیروی تراست پروانه منهای مقاومت قسمت زیر آب از درایو، نیروی F_{3P} شامل مجموع مولفه قائم نیروی تراست پروانه و نیروی لیفت وارد از طرف آب به درایو در اثر اعمال زاویه به آن و F_{5P} ممان تمام این نیروها حول مرکز جرم شناور می‌باشد. N_p تعداد مجموعه موتور و درایو به کار رفته به عنوان سیستم رانش شناور است.

$$N_p F_{ip} = f_{ip}(u, x_3, x_5, \varphi_p) \quad i = 1, 3, 5 \quad (20)$$

φ_p زاویه کنترلی اعمال شده به درایو سیستم رانش نسبت به بدنه (مثبت در خلاف جهت عقربه ساعت) است. در اینجا از تاثیر عمق آب بر عملکرد پروانه صرف نظر می‌شود لذا کمیت x_3 که به آب‌خور شناور مرتبط می‌شود در محاسبات وارد نمی‌شود و $\varphi_p + x_5$ به عنوان زاویه محور پروانه (یا راستای اثر نیروی تراست) نسبت به جهت پیشروی شناور برای به دست آوردن مولفه‌های افقی و قائم نیروی تراست به کار می‌رود.

3- Thrust Deduction
4- Average Wake Fraction

1- Stagnation
2- Open Water

نسبت به جریان حساب می‌شوند. محل اثر نیروها نیز در اینجا نقطه C_2 در شکل 6 (مرکز محفظه شافت پروانه) در نظر گرفته شده است. اگر مولفه افقی و قائم نیروی وارد شده را با F_{1A} و F_{3A} نشان دهیم در نهایت داریم:

$$F_{1P} = T_P \cos(\varphi_P + \chi_5) - F_{1A} \quad (24)$$

$$F_{3P} = F_{3A} + T_P \sin(\varphi_P + \chi_5) \quad (25)$$

$$F_{5P} = T_P \cos(\varphi_P + \chi_5) L_{ZP} - F_{3A} L_{XA} - T_P \sin(\varphi_P + \chi_5) L_{XP} - F_{1A} L_{ZA} \quad (26)$$

در رابطه فوق L_{XP} ، L_{XA} و L_{ZP} مطابق شکل 6 می‌باشند که با توجه به زاویه تریم شناور و زاویه اعمال شده به درایو در هر لحظه تعیین می‌شوند.

2-4- مدل نیروها و ممان وارد از طرف المان کنترلی به بدنه

برای مثال اگر تریم تب به عنوان المان کنترلی انتخاب شود از روابط تجربی براون [23] که برای محاسبه درگ F_{1T} ، لیفت F_{3T} و نیز ممان F_{5T} اضافه شده بر بدنه منشوری (نسبت به حالت بدون تریم تب) در سرعت و زاویه انحراف ثابت φ_T ارائه شده‌اند می‌توان استفاده کرد. در این صورت مدل نیرویی المان کنترلی توابعی به صورت رابطه (27) می‌باشد.

$$N_T F_{iT} = f_{iT}(u, \chi_5, \varphi_T) \quad i = 1, 3, 5 \quad (27)$$

در رابطه فوق N_T تعداد تریم تب به کار رفته است. F_{1T} ، F_{3T} و F_{5T} پس از تبدیل واحد به سیستم SI از روابط (28) تا (30) به دست می‌آیند. در این روابط B عرض صفحه برا یا $0.5 \frac{B_T}{\cos \beta}$ ، L_T طول تریم تب در راستای طولی شناور (شکل 6) و σ نسبت عرض تریم تب به عرض صفحه برا می‌باشند. این روابط که برای L_T تا 10% طول خیس شده متوسط، زوایای φ_T و χ_5 صفر تا به ترتیب 15 و 10 درجه و اعداد فرود عرضی 2 تا 7 اعتبارسنجی شده‌اند در اینجا با تقریب برای اعداد فرود پایین تر نیز به کار رفته‌اند.

$$F_{3T} = 0.5 \times (1.94 \times 10^{-3} \rho) \times (0.046 \varphi_T) \times L_T \sigma B \times (3.28u)^2 = 0.00048 \rho \varphi_T L_T \sigma B u^2 \quad (28)$$

$$F_{1T} = -0.0052 \times F_{3T} \times \frac{180}{\pi} \times (\chi_5 + \varphi_T) = 0.298 F_{3T} (\chi_5 + \varphi_T) \quad (29)$$

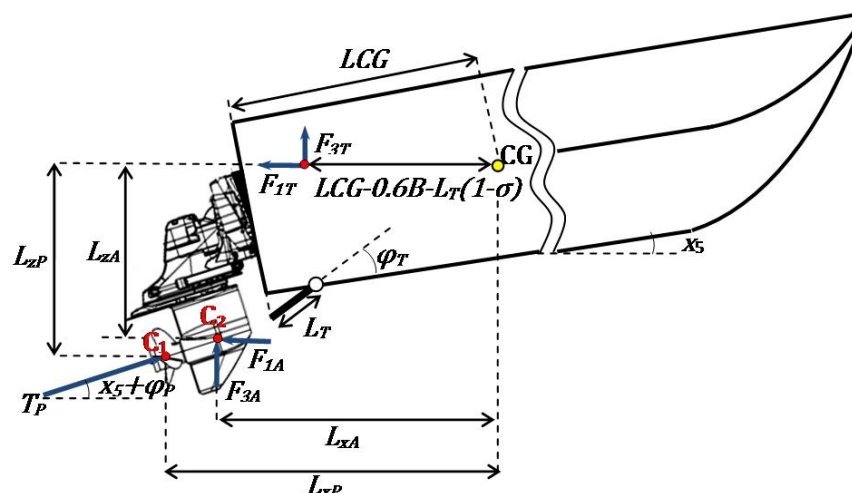
$$F_{5T} = -F_{3T} \times [LCG - 0.6B - L_T(1 - \sigma)] \quad (30)$$

2-5- الگوریتم حل مدل دینامیکی در حوزه زمان

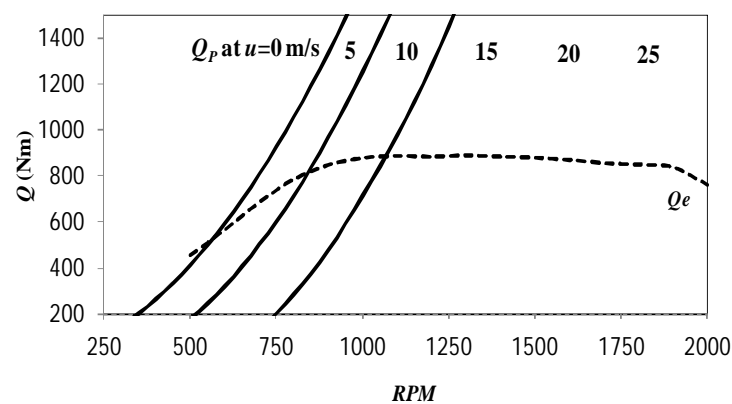
با داشتن نیروها و ممان‌های به دست آمده از بخش‌های قبل می‌توان معادلات حرکت جسم صلب برای بدنه را با یک رویکرد شبه پایا در حوزه زمان حل کرده و از روی قانون دوم نیوتن در سه درجه آزادی مورد مطالعه شتاب، سرعت و جابجایی‌ها را به دست آورد. شبه پایا بدین معنی که در هر گام زمانی وضعیت بدنه را پایا و سرعت پیشروی آن را ثابت در نظر می‌گیریم تا بتوانیم از مدل‌های مذکور نیروها را حساب کنیم. زیرا چنانچه ذکر شد کلیه مدل‌های نیرویی در شرایط پایا به دست آمده‌اند. به عبارت دیگر اگرچه حرکات شناور وابسته به زمان بوده و به وسیله حل معادلات حرکت در حوزه زمان تعیین می‌شوند اما در هر گام زمانی کوچک وضعیت پایا است. به عنوان فرض مهم دیگر، به دلیل تغییرات آهسته تریم و آب‌خور و ناچیز بودن اثرات شتاب در درجات آزادی هیو و پیچ، معادله حرکت شتابدار تنها در راستای حرکت شناور در نظر گرفته شده و در دو درجه آزادی دیگر تنها تعادل استاتیکی در هر لحظه اعمال می‌شود. پس در هر گام زمانی سه مجهول u ، χ_3 و χ_5 و سه معادله زیر را داریم:

$$(m + a_{11})\dot{u} = f_{1Hydro}(u, \chi_3, \chi_5) + f_{1Aero}(u, \chi_3, \chi_5) + f_{1P}(u, \chi_3, \chi_5, \varphi_P) + f_{1T}(u, \chi_3, \chi_5, \varphi_T) = \bar{f}_1(u, \chi_3, \chi_5, \varphi_P, \varphi_T) \quad (31)$$

$$0 = f_{3Hydro}(u, \chi_3, \chi_5) + f_{3Aero}(u, \chi_3, \chi_5) + f_{3P}(u, \chi_3, \chi_5, \varphi_P) + f_{3T}(u, \chi_3, \chi_5, \varphi_T) - mg = \bar{f}_3(u, \chi_3, \chi_5, \varphi_P, \varphi_T) \quad (32)$$



شکل 6 محل اثر نیروهای ناشی از سیستم رانش و تریم تب و تعاریف هندسی



شکل 7 منحنی گشتاور تحویلی به پروانه از طرف موتور و گیربکس به همراه منحنی گشتاور مورد نیاز پروانه در سرعت‌های مختلف شناور

4- با فرض معادل بودن تراست [21]¹، ضریب پیشروی از رابطه (21) و نیروی تراست T_P (پس از به دست آوردن K_T پروانه از روی نمودار عملکرد آب باز آن) از رابطه (23) محاسبه شده‌اند. جهت نیروی تراست در راستای محور پروانه و محل اثر آن مرکز پروانه (نقطه C_1 در شکل 6) در نظر گرفته شده‌اند که با تغییر زاویه درایو با توجه به هندسه موجود تغییر می‌کنند.

$$J = \frac{(1 - \bar{\omega})u}{nD_{prop}} \quad (21)$$

$$Q_p = \frac{\rho n^2 D_{prop}^5 K_Q}{\eta_R} \quad (22)$$

$$T_P = \rho n^2 D_{prop}^4 K_T \quad (23)$$

در شکل 7 برای نمونه منحنی گشتاور تحویلی Q_e به یک پروانه از طرف موتور و گیربکس بر حسب دور پروانه به همراه منحنی‌های گشتاور مورد نیاز پروانه در سرعت‌های مختلف شناور رسم شده است. چنانچه ذکر شد محل تقاطع این منحنی‌ها با منحنی Q_e دور پروانه را در آن سرعت پیشروی به دست می‌دهد. چنین روشی برای پیدا کردن دور پروانه در طول شتابگیری شناور با فرض چشم‌پوشی از اثرات دینامیکی در سیستم رانش بوده است یعنی فرض شده است ممان اینرسی موجود در مجموعه سیستم رانش به اندازه کافی کوچک هست تا دور پروانه بلافاصله به مقدار شبه پایا به دست آمده از روش فوق برسد.

نیروی وارد از طرف آب به سیستم درایو که در متون دریاپی بیشتر با عنوان مقاومت ملحقات شناخته می‌شود از روش ارائه شده در مرجع [22] محاسبه شده است. در این مرجع روشی برای محاسبه نیروی افقی و قائم وارد از طرف آب به سیستم درایو مشابهی بر حسب سرعت شناور و زاویه اعمال شده به درایو ارائه و نتایج توسط آزمایش‌هایی با مقیاس کامل صحنه‌گذاری شده است. در این روش درگ پوسته‌ای برای قسمت‌های مختلف درایو به طور مجزا حساب شده و با هم جمع می‌شوند. درگ فشاری و نیروی لیفت تنها برای قسمت برجسته پشت پروانه با توجه به زاویه لحظه‌ای آن $(\varphi_P + \chi_5)$

1- Thrust Identity

جدول 1 مشخصات کاتاماران مسابقه ای مورد مطالعه

2x0/96m	عرض آبخور موثر در پاشنه
10/36m	طول کل
2/29m	LCG
0/85m	VCG
5361/6kg	جرم کل
13 درجه	زاویه ددرایز بیرونی
0/419m	قطر پروانه
7/77 m	طول سازه فوقانی باله ای شکل
2/27 m	عرض سازه فوقانی باله ای شکل
0/32 m	فاصله لبه پشتی باله تا خط کیل در پاشنه
5 درجه	زاویه حمله سازه باله نسبت به خط کیل بدنه ها

جدول 2 مقایسه نتایج مدل حاضر با داده های تجربی مرجع [24]

سرعت (نات)	مرجع	زاویه تریم (درجه)	L_K (m)	d_0 (m)
61	مطالعه حاضر	4/1	2/5	0/14
	مرجع [24]	3/7	3/41	0/1
69	مطالعه حاضر	3/9	2/2	0/17
	مرجع [24]	4/6	2/13	0/15
78	مطالعه حاضر	4/2	1/7	0/19
	مرجع [24]	5/1	1/37	0/2

مثلاً در مسئله ما حالت اولیه از روی زاویه تریم و آبخور شناور در یک سرعت اولیه تعیین می‌شود و برای نقطه نهایی تنها قید بر روی سرعت شناور است که باید به مقدار ماکزیمم معلوم برسد و متغیرهای x_3 و x_5 در این نقطه آزاد هستند. در اینجا متغیرهای کنترلی $\varphi_P(t)$ و $\varphi_T(t)$ می‌باشند که به صورت یکجا با بردار $U(t) = [\varphi_P(t) \varphi_T(t)]^T$ نشان داده می‌شوند. قید فیزیکی هم مربوط به محدوده تغییرات این متغیرهای کنترلی با توجه به مکانیزم‌های مربوطه $(\varphi_{T,\min} \leq \varphi_T(t) \leq \varphi_{T,\max}, \varphi_{P,\min} \leq \varphi_P(t) \leq \varphi_{P,\max})$ است. تابع هزینه یا شاخص کارایی PI^1 در حالت کلی به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$PI = S(X(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} V(X(t), U(t), t) dt \quad (35)$$

در این رابطه ترم اول تابع هزینه نهایی و ترم دوم ترم انتگرالی نامیده می‌شود. هدف ما مینیمم کردن زمان از یک حالت اولیه برای شناور پلینگ تا رسیدن آن به حالت نهایی است. در مسائل کنترلی زمان بهینه مانند این، معمولاً توابع کرا صفر و V را ثابت و برابر 1 در نظر می‌گیرند (همچون مورد ما). اگر چه بعضاً تابع S را برابر t_f و V را برابر صفر گرفته‌اند [25].

در بخش‌های قبلی مقاله مدل دینامیکی غیرخطی یا پلنت² این مسئله - که در نهایت منجر به دستگاه معادلات (31) تا (33) شد - به روشنی توصیف شد. نهایتاً می‌توان آن را به صورت رابطه زیر بیان کرد.

$$\begin{aligned} [\dot{u}(t) \ 0 \ 0]^T &= f(X(t), U(t), t) \\ &= \frac{1}{(m + a_{11})} \begin{bmatrix} \bar{f}_1(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \\ \bar{f}_3(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \\ \bar{f}_5(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} f_1(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \\ f_3(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \\ f_5(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (36)$$

توابع \bar{f}_1 ، \bar{f}_3 و \bar{f}_5 در روابط (31) تا (33) تعریف شده‌اند. اگر چه با توجه به معادلات ارائه شده برای مدل دینامیکی، f در رابطه فوق مستقیماً تابعی از

$$\begin{aligned} 0 &= f_{5\text{Hydro}}(u, x_3, x_5) + f_{5\text{Aero}}(u, x_3, x_5) + f_{5P}(u, x_3, x_5, \varphi_P) \\ &\quad + f_{5T}(u, x_3, x_5, \varphi_T) \\ &= f_5(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \end{aligned} \quad (33)$$

تعاریف انجام شده برای توابع $\bar{f}_i(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T)$ بعداً مورد استفاده قرار می‌گیرند. باید توجه داشت که در روابط فوق φ_P و φ_T پارامترهای کنترلی ما می‌باشند که در هر گام زمانی از روی قانون کنترلی تعیین می‌شوند. بنابراین می‌توان آنها را در هر گام زمانی، معلوم در نظر گرفت. در گام زمانی نخست حل مسئله با یک مقدار اولیه برای u آغاز می‌شود. با نوشتن ترم مشتق در معادله (31) به صورت تفاضل محدود به معادله (34) می‌رسیم. u^i و u^{i+1} به ترتیب سرعت شناور در ابتدا و انتهای گام زمانی i می‌باشند. u^i از شرط اولیه یا گام زمانی قبل معلوم است. حال اگر در معادلات (32) و (33) برای سرعت و جابجایی‌ها u^{i+1} ، x_3^{i+1} و x_5^{i+1} قرار دهیم یک دستگاه معادلات جبری با سه معادله غیرخطی برای این متغیرها به دست می‌آید که می‌توان آن را از روشی مثل نیوتن حل کرد. رویه فوق در گام های زمانی بعد تکرار می‌شود.

$$\begin{aligned} u^{i+1} - u^i &= \Delta t / (m + a_{11}) [f_{1\text{Hydro}}(u^{i+1}, x_3^{i+1}, x_5^{i+1}) \\ &\quad + f_{1\text{Aero}}(u^{i+1}, x_3^{i+1}, x_5^{i+1}) \\ &\quad + f_{1P}(u^{i+1}, x_3^{i+1}, x_5^{i+1}, \varphi_P) \\ &\quad + f_{1T}(u^{i+1}, x_3^{i+1}, x_5^{i+1}, \varphi_T)] \end{aligned} \quad (34)$$

2-6- مقایسه نتایج مدل با داده های تجربی

در این قسمت برای اینکه هم مدل هیدرودینامیکی و آیرودینامیکی مورد ارزیابی قرار گیرند از اندازه‌گیری‌های وارد و همکاران [24] بر روی یک کاتاماران مسابقه‌ای در ابعاد واقعی با مشخصات ارائه شده در جدول 1 استفاده شده است. در این مرجع نتایج اندازه‌گیری‌ها بر روی وضعیت حرکتی در آب آرام و سه سرعت ثابت ارائه شده است. در جدول 2 مقایسه‌ای میان نتایج حاصل از مدل حاضر و نتایج این مرجع با همان نیرهای وارد از طرف سیستم رانش صورت گرفته است. چنانچه ملاحظه می‌شود اگر چه به طور کلی هم‌خوانی بین نتایج وجود دارد اما در برخی حالت‌ها اختلاف نتایج قابل توجه است که با توجه به استفاده از مدل‌های ساده شده و در نظر نگرفتن جزئیات هندسه واقعی شناور در این محاسبات، دور از انتظار نیست. البته شیوه اندازه‌گیری و خطاهای مربوطه را نیز به خصوص اینکه در محیط آزمایشگاه انجام نگرفته نباید از نظر دور داشت. در خود مرجع [24] نیز به مشکل بودن اندازه‌گیری زاویه تریم و طول خیس‌شده و تغییرات زیاد در طول خیس‌شده در اثر تغییرات کوچک در زاویه تریم اشاره شده است. به هر حال این داده‌ها جزء معدود داده‌های تجربی قابل دسترس و استفاده برای این کاتاماران‌ها می‌باشند و در صورت وجود داده‌های تجربی بیشتر ارزیابی دقیق‌تری می‌توان انجام داد.

3- مسئله کنترل بهینه و رویه حل آن

با توجه به توضیحات ارائه شده در مقدمه مقاله در واقع مسئله ما یک مسئله کنترل بهینه است. در این شاخه از علم کنترل، هدف، کنترل یک یا چند متغیر کنترلی در یک مدل دینامیکی از یک وضعیت یا حالت اولیه تا رسیدن به حالت نهایی است به نحوی که ضمن ارضاء بعضی قیود فیزیکی، یک شاخص یا تابع هزینه مینیمم شود. حالت مدل دینامیکی توسط متغیرهای حالت که در اینجا $u(t)$ ، $x_3(t)$ و $x_5(t)$ هستند مشخص می‌شود. بنابراین مرتبه مدل یا تعداد متغیرهای حالت در اینجا 3 است. ما این متغیرها را به صورت یکجا با بردار حالت $X(t) = [u(t) \ x_3(t) \ x_5(t)]^T$ نشان می‌دهیم. در این بخش بالانویس T علامت ترانهاده است. قیدها ممکن است بر روی متغیرهای حالت یا متغیرهای کنترلی اعمال شوند. لازم نیست حالت شناور در نقطه ابتدایی و انتهایی یا همان شرایط مرزی مدل دینامیکی به صورت کامل مشخص شوند.

1- Performance Index
2- Plant

1- تشکیل توابع لاگرانژین L و همیلتونین H به صورت زیر:

$$L(X, U, \lambda, t) = 1 + \lambda^T (f(X, U, t) - [\dot{u} \ 0 \ 0]) \\ = 1 - \lambda_1 \dot{u} + \sum_{i=1,3,5} \lambda_i f_i(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \quad (38)$$

$$H(X, U, \lambda, t) = L(X, U, t) + \lambda^T \dot{X} \\ = 1 + \sum_{i=1,3,5} \lambda_i f_i(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \quad (39)$$

λ_i ها مولفه‌های بردار هم‌حالت به صورت $\lambda = [\lambda_1 \ \lambda_3 \ \lambda_5]$ هستند.

2- یافتن $U^*(t)$ برحسب $X^*(t)$ و $\lambda^*(t)$ به نحوی که تابع همیلتونین فوق با لحاظ قیود فیزیکی مسئله، مینیمم شود به عبارت دیگر همیلتونین را تنها تابعی از U گرفته و به جای X و λ به ترتیب X^* و λ^* قرار می‌دهیم سپس مقدار U^* مینیمم‌کننده همیلتونین را با لحاظ قیود فیزیکی مسئله حساب می‌کنیم. در واقع مقدار این تابع به ازای U^* از تمام مقادیر ممکن به ازای سایر U ها در محدوده قابل قبول برای آنها کوچک‌تر است. یا:

$$H(X^*(t), U^*(t), \lambda^*(t), t) \leq H(X^*(t), U(t), \lambda^*(t), t) \\ \rightarrow \sum_{i=1,3,5} \lambda_i^* f_i(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) \leq \sum_{i=1,3,5} \lambda_i^* f_i(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P, \varphi_T) \quad (40)$$

این همان قاعده مینیمم پونترایگن است که قانون کنترلی بهینه را در اختیار ما قرار می‌دهد. ممکن است مقدار مینیمم فوق در هر لحظه در مقادیر مرزی تعیین شده در قید فیزیکی برای $U(t)$ اتفاق بیفتد. به خصوص زمانی که همیلتونین تابعی خطی از متغیر کنترلی $U(t)$ باشد مقدار بهینه متغیر کنترلی $U^*(t)$ تنها در حد بالا و پایین مشخص شده در قید فیزیکی برای آن اتفاق می‌افتد و ما به اصطلاح یک کنترل بنگ - بنگ⁷ داریم که متغیر کنترلی روی مقدار ماکزیمم و مینیمم تعیین شده سوئیچ می‌شود.

3- حل معادلات حالت و هم‌حالت که از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$(\partial L / \partial \lambda)_* - \frac{d}{dt} (\partial L / \partial \dot{\lambda})_* = 0 \quad (41)$$

$$(\partial L / \partial X)_* - \frac{d}{dt} (\partial L / \partial \dot{X})_* = 0 \quad (42)$$

که منجر به معادلات حالت:

$$f_1(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) - \dot{u}^* = 0 \quad (43)$$

$$f_3(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) = 0 \quad (44)$$

$$f_5(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) = 0 \quad (45)$$

و هم حالت زیر می‌شوند:

$$\sum_{i=1,3,5} \lambda_i^* f_{iu}(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) + \dot{\lambda}_1^* = 0 \quad (46)$$

$$\sum_{i=1,3,5} \lambda_i^* f_{ix_3}(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) = 0 \quad (47)$$

$$\sum_{i=1,3,5} \lambda_i^* f_{ix_5}(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) = 0 \quad (48)$$

و شرط اولیه زیر:

$$[u^* \ x_3^* \ x_5^*]^T|_{t_0} = [u_0 \ x_{03} \ x_{05}]^T, [\varphi_P^* \ \varphi_T^*]^T|_{t_0} = [\varphi_{P0} \ \varphi_{T0}]^T \quad (49)$$

در نقطه نهایی نیز باید همیلتونین صفر شود لذا:

$$\left[1 + \sum_{i=1,3,5} \lambda_i^* f_i(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) \right]_{t_f} = 0, u^*|_{t_f} = u_{\max} \quad (50)$$

در روابط فوق منظور از علامت * به مقادیر بهینه اشاره دارد. مثلاً در رابطه (41) و (42) یعنی پس از انجام عملیات ریاضی به جای $U(t)$ ، $X(t)$ و $\lambda(t)$ باید از $U^*(t)$ ، $X^*(t)$ و $\lambda^*(t)$ استفاده شود تا معادلات تماماً بر حسب مقادیر ستاره‌دار - که مجهول مسئله‌اند - درآیند.

در رابطه (46) $f_{iu}(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*)$ به معنی مقدار مشتق پاره‌ای تابع f_i نسبت به متغیر u در نقطه $(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*)$ می‌باشد. f_{ix_3} و f_{ix_5} نیز

زمان نیست اما ممکن است در شرایط دیگری، زمان، مستقیماً در معادلات ظاهر شود. مثلاً اگر مسئله کنترل بهینه در موج هارمونیک حل شود نیروهای وارد از سیال مستقیماً تابعی از زمان خواهند بود. t به این دلیل جزو آرگومان‌های تابع f آورده شده است. نهایتاً، مسئله را می‌توان به صورت رابطه زیر بیان کرد:

$$PI = \int_{t_0}^{t_f} dt = t_f - t_0 \quad \text{یافتن مینیمم} \\ [\dot{u}(t) \ 0 \ 0]^T = f(X(t), U(t), t) \quad \text{مدل دینامیکی} \\ X_0(t_0) = [u_0 \ x_{03} \ x_{05}]^T \quad \text{شرایط مرزی} \\ X_f(t_f) = [u_f \ x_{3f} \ x_{5f}]^T \\ x_{3f}, x_{5f}, t_f \quad \text{آزاد} \\ \varphi_{P, \min} \leq \varphi_P(t) \leq \varphi_{P, \max}, \varphi_{T, \min} \leq \varphi_T(t) \leq \varphi_{T, \max} \quad (37)$$

مجهول مسئله فوق بردار $U(t)$ و $X(t)$ می‌باشند که باید در طول بازه زمانی حل مسئله از t_0 تا t_f تعیین شوند. در صورتی که کنترل تنها روی یکی از متغیرهای φ_P یا φ_T انجام گیرد متغیر دیگر با یک عبارت تساوی قید می‌خورد.

3-1- الگوریتم حل مسئله کنترل بهینه زمان

برای حل مسئله فوق روش‌های متنوعی در کنترل بهینه توسعه یافته است. از آن جمله روش‌های غیرمستقیم¹ می‌باشند که بر مبنای حساب تغییرات² و فرمولاسیون لاگرانژین³ یا همیلتونین⁴ دستگاه معادلات دیفرانسیلی شامل معادلات حالت و هم‌حالت⁵ در آنها تشکیل داده و مسئله کنترل بهینه را به حل این دستگاه معادله دیفرانسیل در قالب یک مسئله مقدار مرزی تبدیل می‌کنند. معادلات هم‌حالت برای پیدا کردن متغیرهای هم‌حالت که در نقش ضرایب لاگرانژ هستند اضافه می‌شوند. در روش‌های مستقیم با نحوی گسسته‌سازی و تخمین سیگنال کنترلی یا حالت سیستم در مسیر بهینه به صورت پارامتریزه شده (با یک سری پارامتر محدود)، مسئله کنترلی به حل یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی تبدیل می‌شود. در اینجا از روشی غیرمستقیم طبق مرجع [26] استفاده شده است. این روش ضمن ارائه یک قانون کنترلی بهینه $U^*(t)$ چنانچه ذکر شد منجر به یک مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای خواهد شد. دستگاه معادلات حاصل در کل شامل N (تعداد متغیرهای حالت) معادله مربوط به مدل دینامیکی و N معادله مربوط به متغیرهای هم‌حالت خواهد بود. در اینجا با توجه به زیاد نبودن تعداد متغیرهایی که باید شرایط مرزی را ارضا کنند از روشی ساده برای حل مسئله مقدار مرزی استفاده شده است.

3-2- حل مسئله کنترل بهینه از روش حساب تغییرات

دستورالعمل زیر بر قاعده مینیمم پونترایگن⁶ و معادله اوایلر-لاگرانژ در حساب تغییرات استوار است که شرط لازم برای جواب مسائل کنترل بهینه را در اختیار ما قرار داده و رویه‌ای برای حل این مسائل و یافتن مقادیر بهینه متغیرهای برداری، $U^*(t)$ ، $X^*(t)$ و $\lambda^*(t)$ ارائه می‌کنند. ما در اینجا این رویه را برای استخراج معادلات مربوط به مسئله خود به کار می‌گیریم. با مدل دینامیکی و قیود فیزیکی مطرح شده متغیرهای حالت، هم‌حالت و کنترلی در واقع توابعی از زمانند اما در اینجا برای اختصار این وابستگی نشان داده نمی‌شود.

1- Indirect Methods
2- Variational Calculus
3- Lagrangian
4- Hamiltonian
5- Costate
6- Pontryagin Minimum Principle

بدون تریم تب به همراه تغییرات مقاومت کل و زاویه تریم شناور در دو LCG $2/7$ و $3/2$ متر تا رسیدن به سرعت 50kn نشان داده شده‌اند. در مورد مقاومت باید به محور مختصات قائم در سمت راست نمودارها مراجعه کرد. چنانچه مشاهده می‌شود اقتضای مسئله زمان بهینه، نگه داشتن زاویه سیستم رانش در ابتدای حرکت شناور در مقدار ماکزیمم $+5$ درجه و سپس کاهش تدریجی آن تا -2 درجه می‌باشد.

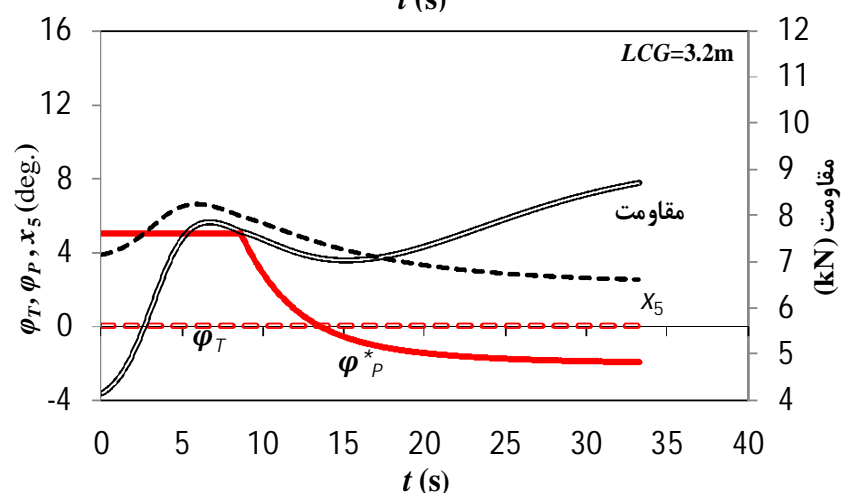
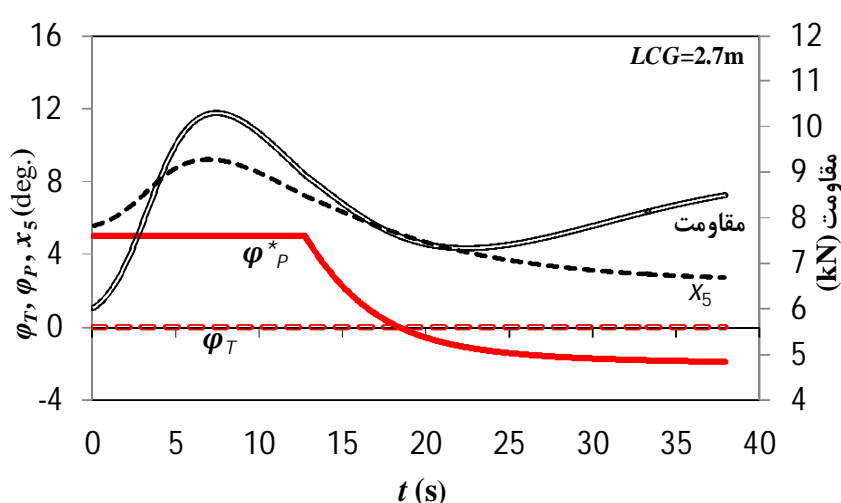
زمان لازم برای نگه داشتن زاویه سیستم رانش در مقدار ماکزیمم $+5$ درجه بستگی به قله مقاومت و زاویه تریم دارد. قله مقاومت و زاویه تریم تقریباً همزمان اتفاق می‌افتند. با LCG بیشتر شناور قله را سریع‌تر رد کرده است لذا کاهش زاویه بهینه برای سیستم رانش زودتر آغاز شده است. از طرف دیگر افزایش LCG باعث کاهش مقاومت قله و زاویه تریم قله شده و شناور در مدت زمان کمتری به سرعت 50kn رسیده است. در LCG $2/7$ و $3/2$ متر شناور به ترتیب در $37/95$ و $33/25$ ثانیه به سرعت 50kn رسیده است.

3-3-2- نتایج کنترل دو متغیره روی متغیرهای φ_T و φ_P

در این قسمت شناور دارای سیستم رانشی با قابلیت کنترل زاویه تراست و همچنین المان کنترلی تریم تب بوده و کنترل همزمان روی هر دو زاویه مربوطه انجام شده است.

جدول 3 مشخصات شناور پلنینگ تک بدنه مورد استفاده برای مطالعه موردی

2/4 m	عرض بدنه در سطح آب‌خور
11 m	طول کل
2/7 m و 3/2 m	LCG
0/93m	VCG
6000 kg	جرم کل
16/5°	زاویه ددرایز
0/475 m	قطر پروانه
0/25	نسبت عرض تریم تب به عرض صفحه برآ
0/5 m	طول کورد تریم تب



شکل 8 تغییرات زمانی زاویه بهینه سیستم رانش در حالت بدون تریم تب به همراه تغییرات مقاومت کل و زاویه تریم شناور در دو LCG $2/7$ و $3/2$

در روابط بعدی مشتقات پاره‌ای نسبت به x_3 و x_5 هستند. این مشتقات به صورت عددی حساب می‌شوند. از مجموع معادلات حالت و هم‌حالت (43) تا (48) دو معادله (43) و (46)، معادله دیفرانسیل مرتبه اول برای متغیرهای u^* و λ_1^* و بقیه معادله جبری غیرخطی هستند. مجموعه این معادلات به همراه شروط مرزی (49) و (50) یک مسئله مقدار مرزی را تعریف می‌کنند اما مسئله اساسی وجود φ_P^* و φ_T^* مجهول در این معادلات است. با توجه به توصیف توابع f_i در بخش تهیه مدل دینامیکی نمی‌توان φ_P^* و φ_T^* ارضاءکننده شرط (40) را به طور صریح برحسب u^* , x_3^* , x_5^* , λ_1^* , λ_3^* و λ_5^* به دست آورد لذا معادلات حالت و هم‌حالت باید به صورت همزمان با شرط (40) با یک رویه عددی حل شوند. در زیر به این رویه عددی اشاره می‌شود.

برای حل مسئله مقدار مرزی فوق از روش پرتاب یگانه¹ استفاده شده است. به این ترتیب که مسئله با شرط مرزی (49) در نقطه ابتدایی و یک حدس اولیه برای λ_1^* در ابتدای گام زمانی اول شروع می‌شود. سپس λ_3^* و λ_5^* از حل دستگاه معادلات (47) و (48) که بر حسب این متغیرها خطی است محاسبه می‌شوند. این مقادیر λ_i^* با توجه به رابطه (40) برای محاسبه φ_P^* و φ_T^* که همیلتونین را در این گام زمانی با لحاظ قیود فیزیکی مینیمم - کنند به کار می‌روند. برای محاسبه مینیمم از الگوریتم مجموعه فعال² در نرم افزار متلب³ استفاده شده است. مقادیر محاسبه شده برای φ_P^* و φ_T^* در این گام زمانی برای حل معادلات حالت و یافتن u^* , x_3^* و x_5^* در انتهای این گام زمانی به کار می‌روند. در نهایت صورت گسسته شده‌ای از معادله (46) به همراه مقادیر به روز شده متغیرهای کنترلی و حالت به منظور یافتن λ_1^* برای گام زمانی بعد و تکرار رویه فوق در آن، مورد استفاده قرار می‌گیرد. مسئله تا رسیدن به سرعت ماکزیمم تعیین شده ($u^* = u_{\max}$) ادامه پیدا می‌کند. اگر در این نقطه شرط دیگر در معادله (50) با خطای قابل قبول ارضا نشد کل مسئله از اول با مقدار اولیه دیگری برای λ_1^* تکرار می‌شود تا در نهایت این شرط مرزی ارضاء شود. در این هنگام حل مسئله به اتمام رسیده و مقادیر محاسبه شده برای متغیرهای کنترلی و حالت بر حسب زمان مقادیر بهینه می‌باشند. در حدس اولیه برای تکرار جدید می‌توان از الگوریتم های پیدا کردن ریشه، برای همگرایی سریع‌تر استفاده کرد. گام زمانی مسئله $0/05$ ثانیه در نظر گرفته شده و کاهش بیشتر آن تاثیر قابل توجهی در جواب‌ها نداشته است.

3-3-3- حل مسئله کنترل بهینه برای یک شناور تک بدنه

در اینجا مسئله کنترل بهینه زمان را برای یک شناور پلنینگ تک بدنه که مشخصات بدنه منشوری آن طبق جدول 3 است حل می‌کنیم. برای سیستم رانش یک جفت مجموعه موتور و درایو پاشنه‌ای با مشخصات عملکردی مطابق شکل 5 در نظر گرفته شده است. نسبت تبدیل جعبه دنده داخل درایو $2:1$ می‌باشد. قطر پروانه و مشخصات تریم تب نیز در جدول 3 آمده است. φ_P بین -10 و 5 و φ_T بین 0 و 15 درجه قابل تغییرند.

مسئله در دو حالت کنترل تک‌متغیره روی متغیر φ_P و یا دو متغیره بر روی هر دو متغیر φ_P و φ_T حل شده است. در هر یک از حالت‌ها دو LCG $2/7$ و $3/2$ متر در نظر گرفته شده تا اثر توزیع وزن نیز مورد مطالعه قرار گیرد.

3-3-1- نتایج کنترل تک متغیره روی متغیر φ_P

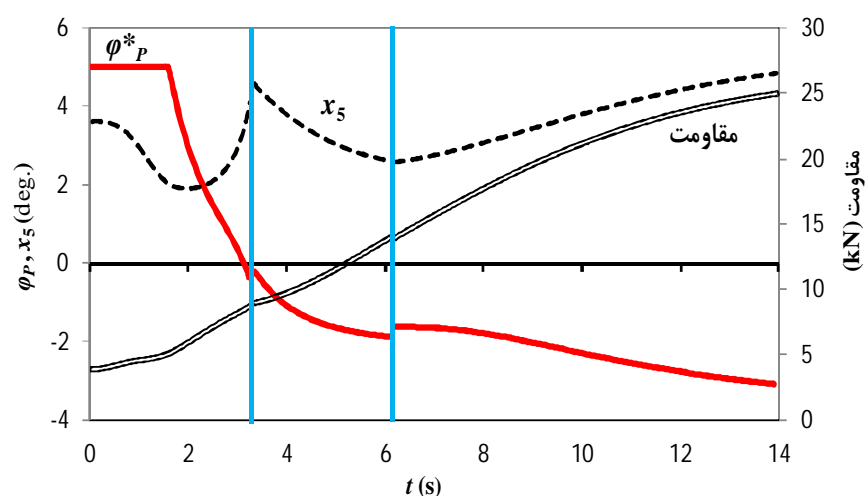
در شکل 8 جواب مسئله برای تغییرات زاویه بهینه سیستم رانش در حالت

1- Single Shooting Method
2- Active set
3- MATLAB

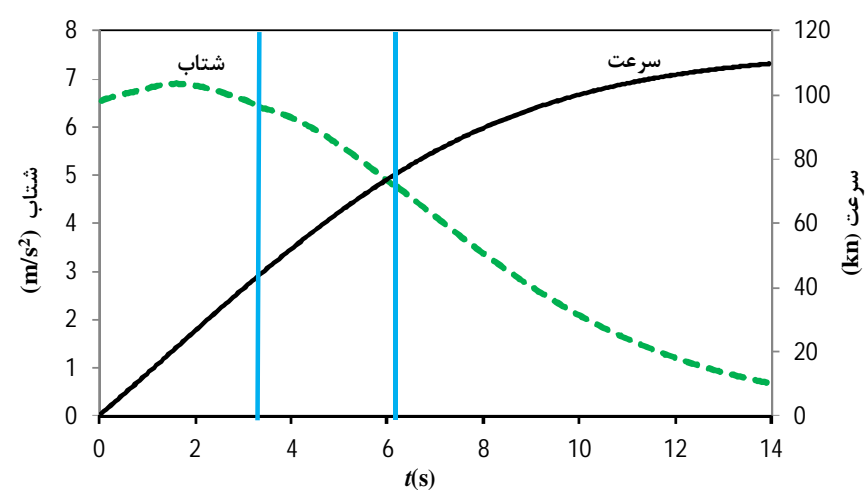
در شکل 10 نتیجه به دست آمده بدین ترتیب برای قانون کنترلی بهینه برای متغیر کنترلی φ_p به همراه تغییرات زاویه تریم و مقاومت شناور نشان داده شده است. در واقع اگر بخواهیم شناور در حداقل زمان ممکن به سرعت 110 نات برسد زاویه نیروی تراست باید طبق الگوی نشان داده شده برای φ_p^* تغییر یابد. سه بازه مذکور با خطوط قائم در شکل مشخص شده‌اند. سقف تونل در ثانیه 3/3 از آب جدا شده و چاین خشک در ثانیه 6/15 اتفاق افتاده است. φ_p^* تا ثانیه 1/6 اندکی قبل از زاویه تریم مینیمم در حد ماکزیمم ثابت مانده سپس سیر نزولی سریعی داشته است. جواب بهینه برای متغیر کنترلی در مرز اول و دوم بازه‌های فوق به خاطر ناپیوستگی مشتقات در دو طرف پرش‌هایی داشته و هر بار روند نزولی آن کندتر شده است. φ_p^* در کل حدود 8 درجه کاهش می‌یابد. زاویه تریم روند تغییرات پیچیده‌تری را نسبت به شناورهای معمول طی کرده و در لحظه جدا شدن سقف تونل از آب و وقوع چاین خشک یک قله و قعر را تجربه کرده است. مقاومت کل که با محور قائم در سمت راست شکل نشان داده شده روندی کاملاً صعودی داشته است. نمودارها حاکی از رفتار متفاوت این شناورها نسبت به شناورهای پلینگ تک بدنه است.

در شکل 11 سرعت و شتاب رو به جلوی شناور به ترتیب با محور قائم سمت راست و چپ نشان داده شده‌اند. شناور شتاب بالایی را (چند برابر شناور تک بدنه) در ابتدای حرکت تجربه و پس از یک قله به اندازه 7m/s^2 همزمان با کاهش φ_p^* و افزایش سریع‌تر مقاومت روندی نزولی را طی کرده است. شتاب متوسط تا رسیدن به سرعت نهایی $4/05\text{m/s}^2$ بوده است.

در شکل 12 نیروی لیفت هیدرودینامیکی و آیرودینامیکی نسبت به وزن شناور نشان داده شده‌اند. سهم لیفت هیدرودینامیکی در سرعت نهایی به 46% وزن و سهم لیفت آیرودینامیکی 45% وزن رسیده و سهم لیفت ناشی از سیستم رانش 9% وزن بوده است.



شکل 10 جواب مسئله کنترلی بهینه برای متغیر کنترلی به همراه تغییرات زاویه تریم و مقاومت شناور کاتاماران



شکل 11 تغییرات سرعت و شتاب شناور کاتاماران

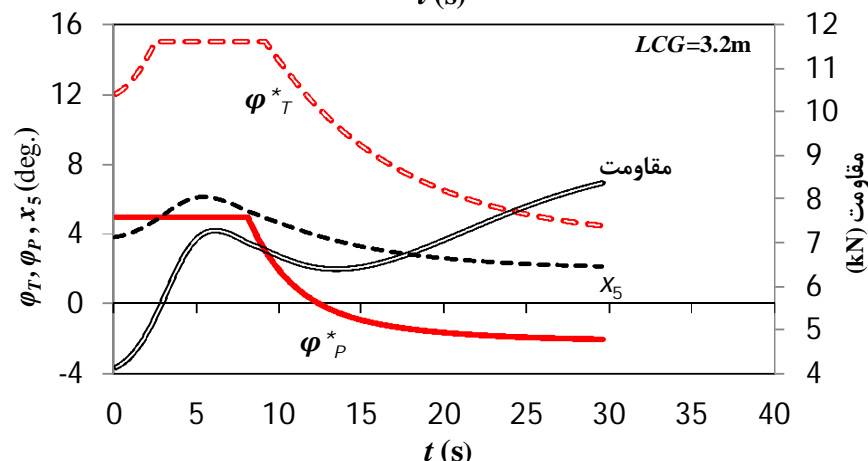
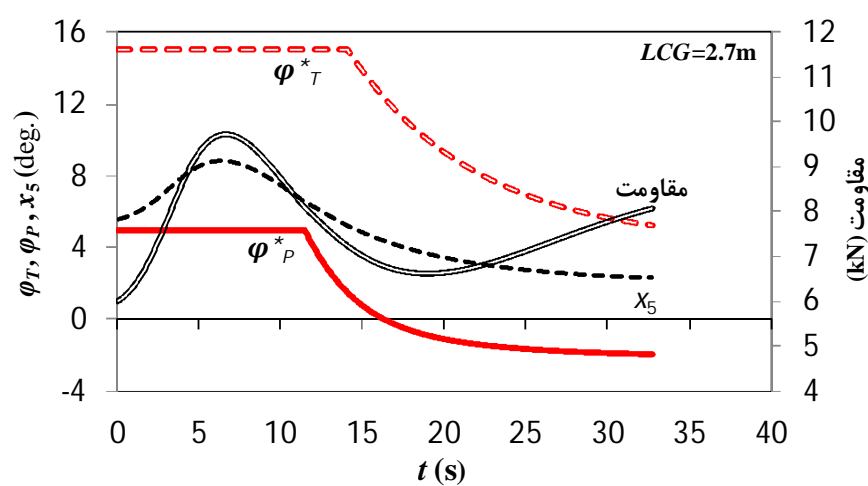
در شکل 9 جواب مسئله شامل تغییرات زمانی زاویه بهینه سیستم رانش و تریم تب به همراه زاویه تریم شناور و مقاومت کل آن در طول شتابگیری شناور تا رسیدن به سرعت 50kn در همان دو LCG نشان داده شده است. سعی شده است نمودارها با قالب، مقیاس و محدوده یکسانی با نمودارهای شکل 8 رسم شوند تا کار مقایسه راحت‌تر باشد. اضافه شدن تریم تب روند تغییرات بهینه زاویه نیروی رانش را تقریباً تغییر نداده است. در این شکل روند نزولی زاویه بهینه تریم تب اندکی بعد از زاویه نیروی رانش آغاز شده و تا 5 درجه ادامه داشته است. با کنترل دومتغیره، زمان رسیدن به سرعت 50kn در LCG 2/7 و 3/2 متر به ترتیب تا 32/7 و 29/6 ثانیه رسیده است.

3-4- حل مسئله کنترلی بهینه برای یک شناور کاتاماران مسابقه‌ای

در این بخش شناور کاتاماران مسابقه‌ای مورد استفاده در مرجع [24] به عنوان مطالعه موردی برای حالت حضور لیفت آیرودینامیکی در نظر گرفته می‌شود و فاز شتابگیری آن با امکان کنترل بهینه زاویه تراست φ_p جهت مینیمم کردن زمان رسیدن تا 110 نات بررسی و قانون کنترلی بهینه برای این متغیر کنترلی تعیین می‌شود. قید فیزیکی متغیر کنترلی به صورت $5^\circ \leq \varphi_p \leq 10^\circ$ می‌باشد. مشخصات شناور طبق جدول 1 است.

بررسی معادلات نشان می‌دهد که مشتق نیروهای هیدرودینامیکی در دو نقطه جدا شدن سقف تونل از سطح آب و خشک شدن چاین در طول شتابگیری ناپیوسته است. در چنین مواردی طبق قاعده بهینگی¹ در کنترل بهینه [26] می‌توان مسئله را به چند مسئله کوچکتر شکست و جواب بهینه را جدا جدا به دست آورد. جواب به دست آمده همان جواب مسئله اصلی خواهد بود. بدین ترتیب در اینجا حل مسئله را به سه بازه زیر تقسیم می‌کنیم:

- 1- از ابتدای شروع حرکت تا جدا شدن سقف تونل از سطح آب
- 2- از لحظه جدا شدن سقف تونل از سطح آب تا خشک شدن چاین
- 3- از لحظه خشک شدن چاین تا رسیدن به سرعت نهایی

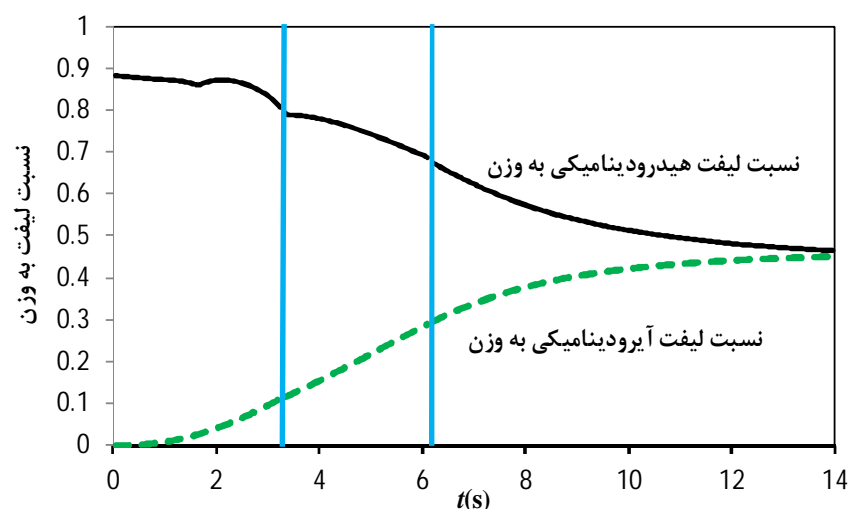


شکل 9 تغییرات زمانی زاویه بهینه سیستم رانش و تریم تب در کنترل بهینه دو متغیره و تغییرات مقاومت کل و زاویه تریم شناور در دو LCG 2/7 و 3/2

همخوانی دارد که برای شتابگیری سریع‌تر قبل از پلن کردن شناور زاویه سیستم رانش و تریم‌تب را در بیشترین مقدار ممکن قرار می‌دهند و با عبور از قله مقاومت و پلن کردن شناور به تدریج آن را کاهش می‌دهند [27].

5- فهرست علائم

ضریب تداخل هیدرودینامیکی	A_i
جرم افزوده در جهت حرکت شناور (kg)	a_{11}
عرض شناور در صفحه آب‌خور (m)	B_T
عرض شناور (m)	B
ضریب لیفت هیدرودینامیکی در زاویه ددرایز صفر	C_{L0}
ضریب لیفت هیدرودینامیکی در زاویه ددرایز β	$C_{L\beta}$
ضریب سرعت	C_v
ضریب درگ آیرودینامیکی تونل کاتاماران	C_x
ضریب درگ آیرودینامیکی بدنه کاتاماران	$C_{x,a,hull}$
ضریب لیفت آیرودینامیکی تونل کاتاماران	C_y
فاصله هوایی از سطح آب در انتهای تونل کاتاماران	d_0
قطر پروانه (m)	D_{prop}
برایند نیروهای وارد بر درایو (N)	F_{iA}
برایند نیروهای آیرودینامیکی (N)	F_{iAero}
برایند نیروهای هیدرودینامیکی (N)	F_{iHydro}
برایند نیروها از طرف سیستم رانش (N)	F_{iP}
برایند نیروها از طرف تریم‌تب (N)	F_{iT}
نیروی ویسکوز هیدرودینامیکی (N)	F_v
شتاب گرانشی (m/s^2)	g
ارتفاع تونل کاتاماران در پاشنه (m)	h_0
بازوی گشتاور نیروی ویسکوز حول مرکز جرم (m)	h_v
ارتفاع سقف تونل کاتاماران از سطح آب (m)	h_s
ضریب گشتاور پروانه در حالت آب آزاد	K_0
ضریب تراست پروانه در حالت آب آزاد	K_T
طول خیس شده چاین (m)	L_C
طول خیس شده کیل (m)	L_K
فاصله مرکز فشار هیدرو دینامیکی از پاشنه (m)	L_P
طول تریم‌تب (m)	L_T
عرض تونل کاتاماران (m)	L_s
طول تونل کاتاماران (m)	L_x
فاصله طولی مرکز جرم تا پاشنه (m)	LCG
طول خیس شده آب‌خور (m)	LWL
گشتاور پیچ آیرودینامیکی تونل حول مرکز جرم	M_z
دور پروانه در ثانیه ($1/s$)	N
تعداد پروانه	N_p
تعداد تریم‌تب	N_T
شاخص کارایی مسئله کنترل بهینه	PI
گشتاور موتور (Nm)	Q_e
نسبت مجموع عرض دو نیم‌بدنه به عرض کاتاماران	r_i
مقاومت هوا روی بدنه مونهال (N)	R_{Air}
مقاومت ناشی از اسپری (N)	R_{JS}
سطح سقف تونل کاتاماران (m^2)	S_w



شکل 12 تغییرات نسبت نیروی لیفت هیدرودینامیکی و آیرودینامیکی به وزن برای شناور کاتاماران

4- نتیجه گیری

هدف این مطالعه ارائه قوانین کنترلی برای زوایای اعمال شده به سیستم رانش و المان کنترلی همچون تریم‌تب به منظور مینیم کردن زمان لازم برای رسیدن به یک سرعت مشخص برای شناور پلنینگ بود. برای این منظور مدلی بر اساس ترکیبی از روش‌های تئوری و تجربی برای محاسبه نیروهای هیدرودینامیکی و آیرودینامیکی وارد بر بدنه، سیستم رانش و المان کنترلی ارائه شد تا حرکات شناور در فاز شتابگیری مدل شود. سپس الگوریتم حل مسئله کنترل بهینه از روشی مبتنی بر قاعده مینیم پونترایگن تشریح شد.

به عنوان مطالعه موردی، مسئله کنترلی فوق ابتدا برای یک شناور تک بدنه با سرعت نهایی 50 نات حل شد. برای این شناور کنترل در حالت‌های تک‌متغیره (زاویه نیروی تراست) و دو متغیره (زاویه نیروی تراست و زاویه تریم‌تب) و با دو LCG متفاوت انجام شد. جواب‌های به دست آمده در مورد این شناور نشان داد زاویه بهینه سیستم رانش یا تریم‌تب تا زمانی که قیود فیزیکی تعریف شده اجازه می‌دهند روند مشابهی را با زاویه تریم شناور دنبال می‌کند. یعنی حدوداً زمانی که زاویه تریم ماکزیمم می‌شود زاویه اعمالی به سیستم رانش و تریم‌تب نیز باید ماکزیمم باشد. با توجه به وجود حد بالا برای زوایای کنترلی به دلیل قید فیزیکی، این زوایا باید در یک محدوده زمانی اطراف زاویه تریم ماکزیمم (معمولاً از نقطه شروع حرکت) در مقدار بیشینه مجاز ثابت بمانند. سپس با کاهش زاویه تریم در سرعت‌های بالاتر این زوایای کنترلی نیز به تدریج کاهش یابند. آهنگ کاهش این زوایا و مقدار نهایی آنها بستگی به شرایط مسئله دارد.

جواب بهینه برای متغیرهای کنترلی در حالت کنترل تک‌متغیره و دو متغیره برای زاویه نیروی رانش تفاوت چندانی نشان نداد. تاثیر LCG بر روی مشخصه‌های عملکردی شناور (مانند زاویه تریم و مقاومت قله) قابل توجه بود و در LCG بزرگ‌تر زمان رسیدن شناور به سرعت ماکزیمم، کمتر بود.

در ادامه، مسئله کنترلی برای یک کاتاماران مسابقه‌ای با لیفت آیرودینامیکی حل و سیگنال کنترلی بهینه برای متغیر کنترلی زاویه نیروی تراست به منظور رسیدن شناور به سرعت 110 نات در حداقل زمان ممکن تعیین شد. این مسئله در بازه‌های سه‌گانه در طول شتاب‌گیری شامل قبل از جدا شدن سقف تونل از سطح آب، قبل از وقوع چاین خشک و قبل از رسیدن به سرعت نهایی حل شد و نتایج حاکی از متفاوت بودن تغییرات مشخصه‌های عملکردی مانند زاویه تریم و مقاومت نسبت به شناورهای پلنینگ معمول بود.

روند اشاره شده برای تغییر بهینه زوایای اعمال شده به سیستم رانش و تریم‌تب برای شناورهای فوق با تجربه به دست آمده توسط هدایتگر شناورها

- [6] S.H. Kim, H. Yamoto, An Experimental Study of the Longitudinal Motion Control of a Fully Submerged Hydrofoil Model in Following Seas, *OceanEngineering*, Vol. 31, pp. 523 -537, 2004.
- [7] S.H. Kim, H. Yamoto, On the Design of a Longitudinal Motion Control System of a Fully- Submerged Hydrofoil craft based on the Optimal Preview System, *Ocean Engineering*, Vol. 31, pp. 1637 -1657, 2004.
- [8] J. Bai, Y. Kim, Control of the vertical motion of a hydrofoil vessel, *Ships and Offshore Structures*, Vol. 5, No. 3, pp.189-198, 2010.
- [9] P.D.S. Clavounos, B. Thomas, T. Ulusoy, Optimal Ship Maneuvering and Seakeeping by Linear Quadratic Gaussian Regulatros, *26th Symposium on Naval Hydrodynamics Rome, Italy*, 2006.
- [10] G.S. Milandri , *Seakeeping Control of HYSUCATs*, Masters Thesis, University of Stellenbosch, Stellenbosch, South Africa, 2006.
- [11] H. Salarieh, M.T. Ghorbani, Trajectory optimization for a high speed planing boat based on Gauss pseudospectral method, *2nd International Conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA)*, pp.195-200, Shiraz, Iran, 2011.
- [12] H. Xi, J. Sun, Feedback stabilization of high-speed planing vessels by a controllable transom flap, *IEEE Journal of Oceanic Engineering* , Vol.31, No. 2, pp. 421-431, 2006.
- [13] M.H. Karimi, M.S. Seif, M.A. Abbaspoor, study on vertical motions of high-speed planing boats with automatically controlled stern interceptors in calm water and head waves, *Ships and Offshore Structures*, Vol. 10, No. 3, pp. 335-348 , 2015.
- [14] O. M. Faltinsen, *Hydrodynamics of high-speed marine vehicles*, Cambridge University Press, New York , pp. 342-383, 2005.
- [15] P.R. Payne, Contribution to planing Theory, *Ocean Engineering*, Vol. 22, No. 7, pp. 699-729,1995.
- [16] C.Y. Liu, C.T. Wang, Interference effect of catamaran planing hulls, *Journal of Hydronautics*, Vol.13, No. 1, pp. 31-32, 1979.
- [17] T. Katayama, Y. Ikeda, Characteristics of hydrodynamic forces acting on rapidly accelerated planing craft from rest, *Proceedings of the Fourth International Conference on Hydrodynamics*, Vol. 1, pp. 235-240, Yokohama, Japan, 2000.
- [18] M. Collu , Dynamics of marine vehicles with aerodynamic surfaces, PhD Thesis, Cranfield University, 2008.
- [19] K.V. Rozhdestvensky, *Aerodynamics of a lifting system in extreme ground effect*, Springer Science & Business Media, pp. 95-112, 2000.
- [20] D. L. Blount, D. L. Fox, Small-craft power prediction, *Marine Technology*, Vol. 13, No. 1, pp. 14-45, 1976.
- [21] ITTC (International Towing Tank Conference), Recommended Procedures and Guidelines, *1978 ITTC Performance Prediction Method*, Report No.7.5- 02-03- 01.4, 2011.
- [22] J.O. Scherer, S. K. R. Patil, Hydrodynamics of Surface-Piercing Outboard and Sterndrive Propulsion Systems, *11th International Conference on Fast Sea Transportation FAST 2011*, Honolulu, Hawaii, USA, 2011.
- [23] P. W. Brown, An experimental and theoretical study of planing surfaces with trim flaps, *Davidson Laboratory Letter Report 1463*, 1971.
- [24] T.M. Ward, H.F. Goelzer, P.M. Cook, Design and performance of the ram wing planing craft KUDU II, *AIAA/SNAME Advanced Marine Vehicles Conference*, San Diego, California, USA, 1978.
- [25] D. G. Stechert, On the use of the calculus of variations in trajectory optimization problems, *united states air force project RAND*, RM-3793-PR, 1963.
- [26] D. S. Naidu, *Optimal control systems*, CRC Press, pp. 249-288, 2003.
- [27] W. Steptoe, Trim your boat, *Club Marine magazine*, Vol. 19, No. 2, pp. 51-60, 2004.

سطح بدنه کاتاماران در معرض هوا در جهت x (m^2)	$S_{xa,hull}$
ضریب کسر تراست	t_p
تراست پروانه (N)	T_p
سرعت پایای شناور در مدل آیرودینامیکی (m/s)	U_s
سرعت پیشروی شناور (m/s)	u
سرعت پایای جریان در مدل آیرودینامیکی (m/s)	u_s
بردار متغیرهای کنترلی	U
ارتفاع مرکز جرم از خط کیل (m)	VCG
ارتفاع مرکز جرم شناور از سطح آب (m)	x_3
زاویه تریم لحظه‌ای (rad)	x_5
بردار حالت	X
پارامتر مورد نیاز برای محاسبه طول خیس چاین	z_{max}/V_t

علائم یونانی

زاویه سقف تونل کاتاماران نسبت به خط کیل (deg)	α
زاویه ددرایز (deg)	β
بازده آب باز پروانه	η
بازده مکانیکی برای درایو	η_E
بازده چرخشی پروانه	η_R
نسبت طول خیس شده متوسط	λ_m
ضرایب هم حالت	λ_i
بردار هم حالت	λ
چگالی آب (kg/m^3)	ρ
چگالی هوا (kg/m^3)	ρ_a
نسبت عرض تریم تب به عرض صفحه پلنینگ	σ
زاویه کنترلی درایو (deg)	φ_P
زاویه کنترلی تریم تب (deg)	φ_T
ضریب کسر ویک متوسط	$\bar{\omega}$

بالانویس‌ها

* مقدار بهینه کمیت

6- مراجع

- [1] D. Savitsky, P. W. Brown, , Procedures for hydrodynamic evaluation of planing hulls in smooth and rough water, *Marine Technology*, Vol.13, No. 4, pp. 381-400,1976.
- [2] D. Savitsky, Hydrodynamic design of planing hulls, *Marine Technology*, Vol.1, No. 1, pp.71-95, 1964.
- [3] D. Savitsky, M. F. Delorme, and R. Datta, Inclusion of whisker spray drag in performance prediction method for high-speed planing hulls, *Marine Technology*, Vol. 44, No. 1,, pp. 35-56, 2007.
- [4] T.I. Fossen, Guidance and Control of Ocean Vehicles, John Wiley & Sons Ltd, ISBN 0-471-94113-1, 1994.
- [5] T.I. Fossen, Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control. John Wiley & Sons, 2011.