

شبیه‌سازی فرسایش و انتقال رسوب در محل تلاقی آبراهه‌ها با استفاده از روش حجم‌های محدود

عبدالحسین بغلانی^۱

تاریخ دریافت: ۹۰/ / تاریخ پذیرش: ۹۰/ /

چکیده

در این مقاله با استفاده از یک روش عددی، الگوهای فرسایش و انتقال رسوب در محل تلاقی دو نهر مورد بررسی قرار گرفته‌اند. برای این منظور از روش حجم‌های محدود، که یک روش تفکیک سازی پذیرفته شده و کارا در حل معادلات حاکم بر جریان می‌باشد، استفاده شده است. اثر تلاطم جریان با در نظر گرفتن یک شبیه گردابه-گرانروی در معادلات اندازه‌ی حرکت دیده شده است. جفت کردن معادلات حرکت جریان یعنی معادلات پیوستگی و اندازه حرکت در دو جهت و معادله‌ی پیوستگی رسوب به صورت کامل و همزمان انجام گرفته است. فرض شده که جریان دو بعدی بوده و انتقال رسوب فقط به وسیله‌ی بار کف صورت می‌گیرد. برای این منظور از رابطه‌ی انتقال رسوب گراس برای برآورد بار کف در معادله‌ی پیوستگی رسوب استفاده شده است. در این مقاله برای به دست آوردن شار عددی در فصل مشترک بین سلول‌ها از روش تفکیک تفاضل شار همراه با حل مساله‌ی ریمان با کاربرد روش اصلاح شده‌ی هارتن-لکس-ون لیر (HLLC) بهره گیری شده است. تقاطع مورد نظر دارای زاویه‌ی ۹۰ درجه بوده که نتایج حاصل از شبیه سازی عددی آن به منظور صحت‌سنجی شبیه با نتایج آزمایشگاهی موجود مقایسه شده‌اند که دقت قابل قبولی را نشان می‌دهند. الگوی فرسایش در نهر فرعی و ایجاد یک پشته‌ی رسوبی در نهر اصلی پایین دست به وسیله‌ی شبیه به درستی تشخیص داده می‌شود. همچنین به منظور انجام یک مقایسه‌ی کمی، نتایج حاصل از حداکثر عمق فرسایش، حداکثر ارتفاع پشته‌ی رسوبی و حداکثر نفوذ چاله‌ی فرسایشی در نهر فرعی با نتایج مربوط به داده‌های آزمایشگاهی مقایسه گردیده‌اند.

واژه‌های کلیدی: تقاطع نهرها، انتقال بار کف، روش حجم‌های محدود، معادلات آب‌های کم عمق.

مقدمه

انتقال رسوب و فرسایش نهرهای آبرفتی از دیرباز مورد توجه محققین زیادی بوده است. از آن جا که در نهرهای طبیعی، به علت رسوبی بودن بستر و جداره، فرسایش و رسوب گذاری در نهر حادث شده و در نتیجه تغییر در تراز بستر به وجود می آید، حل این گونه مسائل در عمل اهمیت زیادی دارد. اکثر آبراهه های طبیعی از یک شاخه ای اصلی و دو یا چند شاخه ای فرعی تشکیل می شوند. به محل تلاقی دو نهر اصطلاحاً تقاطع^۱ گفته می شود. الگوی جریان در محل تقاطع نهرها الگوی پیچیده ای است و امکان انتقال رسوب به این پیچیدگی می افزاید. علت این پیچیدگی عوامل متعددی است که بر آب پویایی محل تلاقی نهرها موثرند. مهم ترین عوامل اندازه ی نهرها، شیب، زاویه ی اتصال دو نهر، زبری نهرها و نسبت بده می باشند. اگرچه تقاطع نهرها در بسیاری از مسائل آبی دیده می شوند، نسبت به اهمیت آنها، تنها تحقیقات محدودی در مورد آنها صورت گرفته است. اکثر تحقیقات انجام شده در مورد تقاطع نهرها بررسی های آزمایشگاهی و یا میدانی بوده اند. در موارد کمیابی که تحقیقات عددی صورت گرفته اند کف و جداره ها ثابت فرض شده اند، یعنی پدیده ی انتقال رسوب، در نظر گرفته نشده است.

احتمالاً تیلور (۱۹۴۴) اولین کسی بوده که به مساله ی جریان در تقاطع ها توجه نشان داده است. او یک شبیه تحلیلی ساده را برای این منظور ارائه کرد که قادر بود عمق آب را در نهر فرعی برآورد کند. کار او از این جهت اهمیت داشت که ضرورت انجام تحقیقات بیشتر بر این مساله ی جالب را نشان داد. موسلی (۱۹۷۶) گروهی آزمایش را در مورد تقاطع های آبرفتی در یک نهر پایه دار آزمایشگاهی انجام داد تا تغییرات ریخت شناسی نهر را بررسی کند. نهر پایه دار مورد مطالعه ی او ۲/۸ متر طول، ۱/۳ متر عرض و ۱۲ سانتی متر ارتفاع داشت. مطالعات او نشان داد که جریان های چرخشی در محل تقاطع باعث کنده شدن رسوبات کف و ایجاد یک چاله ی فرسایشی در محل تقاطع دو نهر می شوند، در حالی که رسوبات کنده شده ایجاد یک پشته ی رسوبی در پایین دست نهر اصلی می کنند (شکل ۱). چاله ی فرسایشی با افزایش زاویه ی

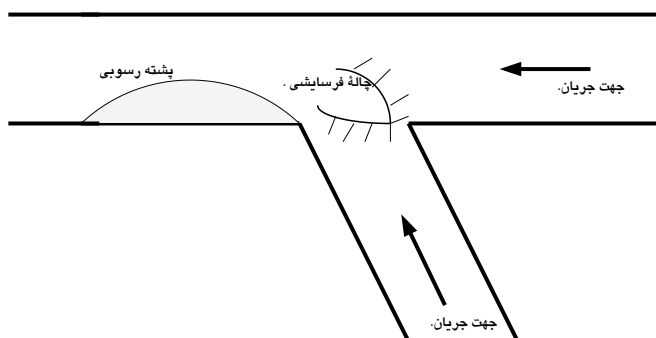
اتصال نهرها از ۱۵ درجه به ۹۰ درجه، که باعث ایجاد تلاطم بیشتر می گشت، به سرعت گسترده تر و عمیق تر می شد. آزمایش های او مهم ترین خواص انتقال رسوب در محل تقاطع کانال ها را به نمایش گذاشت. بست و رید (۱۹۸۴) آزمایش هایی را در مورد تقاطع ها انجام داده و تاثیر زاویه ی اتصال نهرها و نسبت بده ی آنها را مورد بررسی قرار دادند. شبیه آنها نیز در برگیرنده ی انتقال رسوب نبود. گزارش آنها نشان داد که درست در پایین دست تقاطع دو نهر و در نهر اصلی منطقه ی جدایی جریان ایجاد می شود. بعدها تحقیقات بست (۱۹۸۷) نشان داد که علاوه بر منطقه ی جدایی جریان مناطق دیگری نیز از جمله منطقه ای با سرعت بالا در نهر اصلی و منطقه ی بازیافت جریان نیز وجود دارند.

ویراکون (۱۹۹۱) یک شبیه عددی را با کاربرد روش $k-\epsilon$ برای شبیه سازی جریان با بستر ثابت در تقاطع ها ارائه کرد که با برخی نتایج آزمایشگاهی مطابقت خوبی داشت.

برخی مطالعات میدانی نیز در مورد تقاطع های آبرفتی انجام گرفته که از جمله ی آنها می توان به مطالعات روادز و کنورثی (۱۹۹۵) در مورد رودی در ایلینوی، آمریکا اشاره کرد که این مطالعه در سال ۱۹۹۸ کامل تر شد. ایجاد چاله ی فرسایشی و پشته ی رسوبی و نفوذ چاله ی فرسایشی به داخل نهر فرعی نیز در تحقیقات میدانی آنها دیده شد. شومیت (۱۹۹۸) و وبر و همکاران (۲۰۰۱) تحقیقات آزمایشگاهی جامعی را در مورد تقاطع های با زاویه ی اتصال ۹۰ درجه انجام دادند که نتایج آنها مبنای صحت سنجی بسیاری از شبیه های عددی قرار گرفت. متاسفانه در این آزمایش ها پدیده ی انتقال رسوب مورد توجه قرار نگرفت.

شبابیک و همکاران (۲۰۰۲) یک شبیه عددی یک بعدی بر مبنای اعمال معادله ی اندازه حرکت در مورد دو حجم مشخص در جهت جریان ارائه کرد. او نشان داد که اعمال رابطه ی اندازه حرکت که در تلفات کارمایه در نظر گرفته می شود، بر اعمال رابطه ی کارمایه بدون در نظر گرفتن تلفات، برتری داشته و منجر به نتایج واقعی تری می شود.

¹ confluence (junction)

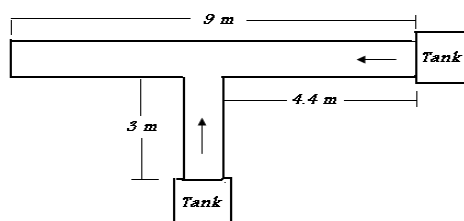


شکل ۱- مشخصات کلی فرسایش و رسوبگذاری در تقاطع دو نهر (موسلی، ۱۹۷۶).

دست، نسبت بده، قطر متوسط ذرات رسوبی و عدد فرود پایین دست و نسبت عرض نهر فرعی به نهر اصلی از جمله‌ی آنها بودند. نهر اصلی در تحقیق وی دارای طول ۹ متر و عرض ۳۵ سانتی‌متر بود. نهر فرعی ۳ متر طول داشت. ارتفاع نهر اصلی در ۲ متر اول ۷۰ سانتی‌متر و در ۷ متر باقی‌مانده ۴۰ سانتی‌متر بود (شکل ۲). عرض نهر اصلی ثابت بود. در حالی که به منظور بررسی تاثیر نسبت عرض، سه عرض مختلف یعنی ۱۵، ۲۵ و ۳۵ سانتی‌متر برای نهر فرعی انتخاب شدند. سه نوع مختلف رسوب با قطر متوسط ۱/۰۵، ۱/۹۵ و ۳/۴۱ میلی‌متر در تحقیق او مورد بررسی قرار گرفتند. بیشترین تاکید او بر تعیین حداکثر عمق چاله‌ی رسوبی و حداکثر ارتفاع پشته‌ی رسوبی متمرکز بود.

برقی و همکاران (۲۰۰۴) مطالعاتی آزمایشگاهی در مورد تقاطع‌های آبرفتی انجام دادند تا تاثیر فراسنج‌های مختلف را بر فرسایش ببینند. هندسه‌ی نهر، نسبت بده، عدد فرود پایین دست نهر و قطر متوسط ذرات از جمله فراسنج‌های موثر در این تحقیق بودند. تحقیقات آنها نشان داد که برای قطر ذرات کوچک، چاله‌ی فرسایشی کمی دورتر از تقاطع، و نه در خود آن، به وجود می‌آید.

در یک تحقیق آزمایشگاهی جامع در مورد انتقال رسوب در تقاطع‌ها، قبادیان (۲۰۰۷) آزمایش‌هایی را در دانشگاه شهید چمران اهواز به‌عنوان پایان‌نامه‌ی دکتری خود انجام داد. او فراسنج‌های متعددی را که بر آب پویایی جریان و ریخت‌شناسی نهر تاثیرگذارند، بررسی کرد. فراسنج‌هایی نظیر زاویه‌ی اتصال دو نهر، عدد فرود پایین



شکل ۲- شکل مقایسه‌ای و بسیار ساده‌ای از نهر آزمایشی قبادیان (۲۰۰۷).

استوکس مورد مطالعه قرار دادند و توزیع سرعت و جریان را با دقت خوبی شبیه‌سازی کردند. هونگ و کیم (۲۰۱۱) با استفاده از روش حجم‌های محدود، و در نظر گرفتن یک سلول فرضی که باعث اصلاح شرط مرزی داخلی در تقاطع می‌شد، جریان را در تقاطع نهرهای بسته مورد بررسی قرار دادند. در این مقاله با

گوستین و همکاران (۲۰۰۹) مقایسه‌ای بین شبیه‌های یک بعدی و دو بعدی در شبیه‌سازی جریان در تقاطع‌ها انجام دادند و از داده‌های آزمایشگاهی برای صحت‌سنجی شبیه‌های خود استفاده کردند. لی و زنگ (۲۰۱۰) جریان‌های زیر بحرانی و فوق بحرانی را در تقاطع نهرها با استفاده از یک شبیه‌سه بعدی با حل معادلات ناویر-

معادلات دوبعدی متوسط گیری شده در عمق جریان و پیوستگی رسوب را به صورت فشرده می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} + S_x + S_y \quad (1)$$

که در آن:

$$U = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \\ z \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$F = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + gh^2 / 2 \\ huv \\ q_{xx} / (1-m) \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + gh^2 / 2 \\ q_{yy} / (1-m) \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} 0 \\ h\tau_{xy} / \rho \\ h\tau_{yy} / \rho \\ 0 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 \\ h\tau_{xx} / \rho \\ h\tau_{yx} / \rho \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\tau_{by}}{\rho} - gh \frac{\partial z}{\partial y} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad S_x = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\tau_{bx}}{\rho} - gh \frac{\partial z}{\partial x} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(۳ الف، ب، ج، د، ه، و)

در معادلات فوق h عمق آب، u و v منتجهای سرعت به ترتیب در جهت های x و y ، ρ جرم مخصوص آب، z تراز کف بستر از سطح مبنا، g شتاب گرانش و τ_{bx} و τ_{by} مولفه های تنش برشی کف در دو جهت می-باشند. بردار U بردار متغیرهای ابقایی^۱، F و G به ترتیب شار در جهت های x و y و S بردار جمله چشمه است. بردارهای M و N در بر گیرنده ی تنش های برشی $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yy}$ ناشی بر اثر تلاطمند. تداخل مصالح بستر با m نشان داده شده است.

در مجموعه ی معادلات ۱، معادله ی اول معادله ی پیوستگی جریان، معادلات دوم و سوم معادلات اندازه حرکت در جهات x و y و معادله ی چهارم معادله ی

استفاده از یک روش عددی معادلات دوبعدی جریان و انتقال رسوب در یک تقاطع آبرفتی به صورت همزمان حل شده تا شکل نهایی بستر نهر پس از برقراری تعادل به دست آید. برای این منظور از روش تفکیک سازی حجم های محدود، که یک روش موثر در شبیه سازی های آبی است استفاده می شود. روش عددی مورد استفاده برای حل معادلات و به دست آوردن شار عددی در فصل مشترک سلول ها، روش اصلاح شده ی HLL است که به روش $HLLC$ شناخته می شود. به منظور کاهش پیچیدگی های حل در این جا تقاطع های ۹۰ درجه در نظر گرفته شده اند، ولی روش حل کلی است. نهر آزمایشی قبادیان (۲۰۰۷) به وسیله ی شبیه عددی بازسازی گردیده و نتایج حاصل با نتایج به دست آمده از آزمایش ها مقایسه شده است. در این جا بیشترین تاکید بر شناخت الگوهای مختلف فرسایش و رسوب گذاری در تقاطع های آبرفتی است که می توانند از شرایط مختلف جریان و رسوب به وجود آیند، ولی برای انجام یک مقایسه ی کمی، بیشینه ی عمق چاله ی فرسایشی، ارتفاع پشته ی رسوبی و مقدار نفوذ چاله ی فرسایشی در نهر نیز به صورت مقادیری بدون بعد شده مورد مقایسه قرار گرفته اند. از آن جا که شرایط آزمایشگاهی با رها کردن آب بدون رسوب بر روی بستر رسوبی بوده است، در این جا نیز تنها انتقال رسوب به صورت بار کف در نظر گرفته شده و برای برآورد مقدار آن از معادله ی انتقال بار کف گراس (۱۹۸۱) بهره گیری شده است.

معادلات حاکمه

برای شبیه سازی جریان در نهرهای باز معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی حاکم بر جریان، یعنی معادله ی پیوستگی و معادلات اندازه حرکت حل می شوند. در صورتی که انتقال رسوب نیز وجود داشته باشد، معادله ی پیوستگی رسوب که به معادله ی اکسنر نیز معروف است به معادلات فوق اضافه می شوند که می توان آنها را به صورت جفت نشده، نیمه جفت شده و یا جفت شده ی کامل حل کرد. برای برآورد بار رسوبی در معادله ی پیوستگی رسوب نیاز به انتخاب یک معادله ی انتقال رسوب نیز هست.

¹ conserved variables

که در آن v_{eff} گرانیروی گردابه‌ای موثر است که در اینجا برای محاسبه‌ی آن از رابطه‌ی اسمانگورینسکی (۱۹۶۳) استفاده شده است:

$$v_{eff} = \alpha \Delta x \Delta y \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} \quad (۶)$$

در رابطه‌ی فوق α یک فراسنج بدون بعد است که آزمایش‌ها نشان داده‌اند که مقدار $0/1$ برای آن بهترین نتایج را به دست می‌دهد. Δx و Δy ابعاد هر یک از سلول‌های شبکه‌ی محاسباتی در دو جهت هستند. حسن استفاده از این رابطه علاوه بر سادگی آن، در نظر گرفتن مقیاس حرکتی ذرات (با ملاحظه‌ی ابعاد شبکه) است که در تلاطم موثر می‌باشد.

برای محاسبه‌ی بار کف روابط بسیار زیادی وجود دارند، با توجه به اینکه در روش‌های کاملاً جفت شده معمولاً نیاز به روابط انتقال رسوبی است که تا حد امکان ساده و در عین حال موثر باشند، در این جا از رابطه‌ی بار کف گراس (۱۹۸۱) استفاده شده است. این رابطه بسیار ساده بوده و بار کف را به سرعت نسبت می‌دهد؛ در بسیاری از شبیه‌سازی‌های عددی انتقال رسوب مورد استفاده قرار گرفته است (به عنوان مثال ليو و همکاران (۲۰۰۸) و کاو و همکاران (۲۰۰۲)). رابطه‌ی گراس به صورت زیر بیان می‌شود:

$$q_{sx} = Au(u^2 + v^2)^{\frac{k-1}{2}} \quad (۷ \text{ الف، ب})$$

$$q_{sy} = Av(u^2 + v^2)^{\frac{k-1}{2}}$$

در این رابطه k و A فراسنجهایی هستند که با توجه به ویژگی‌های رسوب تعیین می‌شوند. در این مقاله پس از آزمایش‌های مختلف مقادیر $k=3$ و $A=0.003$ انتخاب شده‌اند که نزدیک‌ترین نتایج را به نتایج آزمایشگاهی داشته‌اند.

تفکیک معادلات به روش حجمهای محدود

روشهای عددی متفاوتی را برای تفکیک و حل معادلات دیفرانسیل می‌توان به کار برد که مهم‌ترین آنها روش‌های تفاضل محدود، واحدهای محدود و حجم‌های محدود هستند. استفاده از روش حجم‌های محدود در مسائل آبی رواج و محبوبیت بسیاری داشته و در این جا از آن استفاده می‌شود. حجم شاخص در نظر گرفته شده

پیوستگی رسوب است که در آن q_{sx} و q_{sy} آهنگ انتقال رسوب کف به ترتیب در جهات x و y هستند. همان طور که در معادلات فوق دیده می‌شود، معادلات حرکت جریان و پیوستگی رسوب با یکدیگر با جمله‌ی τ یعنی تراز کف بستر که هم در معادلات اندازه حرکت و هم در معادله‌ی پیوستگی رسوب حضور دارد، ارتباط دارند. در یک روش حل نیمه جفت سامانه‌ی معادلات فوق به صورت تکرار زمانی حل می‌شود، بدین معنی که در یک بازه‌ی زمانی، ابتدا معادلات جریان حل شده و مولفه‌های سرعت و عمق جریان به دست می‌آیند. در این حالت فرض می‌شود که بستر نهر ثابت است. با مولفه‌های سرعت و عمق از یک رابطه‌ی محاسبه‌ی بار کف استفاده شده و مقادیر q_{sx} و q_{sy} محاسبه می‌شوند. مقادیر فوق وارد معادله‌ی پیوستگی رسوب شده و تراز کف جدید محاسبه می‌شود. با تراز کف جدید مجدداً معادلات حرکت جریان حل شده و فرایند فوق تا وقتی که تغییرات قابل چشم‌پوشی باشد ادامه می‌یابد. در یک فرایند حل جفت کامل^۱، معادلات فوق به صورت همزمان حل می‌شوند که معمولاً منجر به نتایج قابل اعتمادتری می‌گردند. در این مقاله از روش حل همزمان استفاده شده است.

تنش برشی کف را می‌توان به ترتیب زیر محاسبه کرد:

$$\tau_{bx} = \rho g n^2 h^{-1/3} u \sqrt{u^2 + v^2} \quad (۴ \text{ الف، ب})$$

$$\tau_{by} = \rho g n^2 h^{-1/3} v \sqrt{u^2 + v^2}$$

که در آن n ضریب زبری منینگ است که می‌توان آن را با رابطه‌ی مثلاً نظیر رابطه‌ی شناخته شده‌ی استریکلر به اندازه‌ی ذرات بستر ربط داد.

تنش‌های برشی ناشی از تلاطم را می‌توان از روابط زیر به دست آورد:

$$\tau_{xx} = \frac{2}{h} \rho v_{eff} \frac{\partial(hu)}{\partial x}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{1}{h} \rho v_{eff} \left[\frac{\partial(hu)}{\partial y} + \frac{\partial(hv)}{\partial x} \right] \quad (۵ \text{ الف، ب، ج})$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{h} \rho v_{eff} \frac{\partial(hv)}{\partial y}$$

¹ fully coupled

جریان‌هایی که دارای تغییرات شدید(ضربه) در متغیرهای وابسته هستند، می‌کند. یکی از شناخته شده‌ترین روش‌ها برای تعیین شار عددی روش موثر هارتن-لکس-ون لیر است که به روش HLL معروف بوده و در سال ۱۹۸۳ ارائه شده است(تورو، ۱۹۹۷). استفاده از این شار عددی در مسائل دوبعدی واقعی، جایی که موج برشی (ناشی از مولفه‌ی v سرعت) اهمیت دارد، جای پرسش دارد. در حل مساله‌ی جریان در تقاطع‌ها، از آن جا که از تاثیر این موج نمی‌توان صرف‌نظر کرد استفاده از آن چندان منطقی نیست. بعدها روش مزبور، به وسیله تورو(۲۰۰۱) برای در نظر گرفتن این اثر اصلاح شده و به روش $HLLC^r$ معروف گشت. شار عددی از این روش از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است:

$$E^* \cdot \vec{n} = \begin{cases} E_L \cdot \vec{n} & \text{if } 0 \leq S_L \\ E_L^* \cdot \vec{n} & \text{if } 0 \leq S_L \leq S_M \\ E_R^* \cdot \vec{n} & \text{if } S_M \leq 0 \leq S_R \\ E_R \cdot \vec{n} & \text{if } 0 \geq S_R \end{cases} \quad (11)$$

در معادلات فوق S_L و S_R سرعت موج محاسبه شده به ترتیب در سمت راست و چپ فصل مشترک دو سلول است که با تخمین سرعت و عمق در سمت چپ و راست هر سلول از طریق روابط زیر به دست می‌آیند. چنین تخمینی را می‌توان با در نظر گرفتن تغییرات خطی در هر سلول انجام داد و به یک دقت درجه‌ی ۲ رسید (شکل ۳). در نظر گرفتن تغییرات ثابت در هر سلول منجر به دقت درجه‌ی ۱ خواهد شد.

$$S_R = \max(u_R - c_R, u^* + c^*) \quad (12 \text{ الف، ب})$$

$$S_L = \min(u_L - c_L, u^* - c^*)$$

که در آن:

$$c_L = \sqrt{gh_L}, \quad c_R = \sqrt{gh_R} \quad (13 \text{ الف، ب، ج، د})$$

$$u^* = 0.5 * (u_L + u_R) + c_L - c_R$$

$$c^* = \sqrt{gh^*} = 0.5 * (c_L + c_R) + 0.25 * (u_L - u_R)$$

یک حجم شاخص مستطیلی با ابعاد Δx و Δy است. در صورتی که جهت اختصار، کل سمت راست معادله‌ی ۱ را با S نشان دهیم و از این معادله‌ی بر روی یک حجم شاخص انتگرال‌گیری کنیم خواهیم داشت:

$$\iint \frac{\partial U}{\partial t} dA + \iint \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dA = \iint S dA \quad (8)$$

در رابطه‌ی فوق $\vec{E} = \vec{F}i + \vec{G}j$ و dA مساحت حجم شاخص است. با اعمال قضیه‌ی دیورژانس برای تبدیل انتگرال دوم به انتگرال روی محیط حجم شاخص داریم:

$$\iint \frac{\partial U}{\partial t} dA + \int_{\Gamma} \vec{E} \cdot \vec{n} d\Gamma = \iint S dA \quad (9)$$

در رابطه‌ی فوق Γ مرز حجم شاخص i ام و \vec{n} بردار واحد عمود بر مرز است. رابطه‌ی فوق را می‌توان با رابطه‌ی زیر در مورد حجم شاخص مستطیلی i ام تقریب زد:

$$\frac{dU_i}{dt} = -\frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^4 E^* \cdot n_{ij} \Delta \Gamma_{ij} + S_i \quad (10)$$

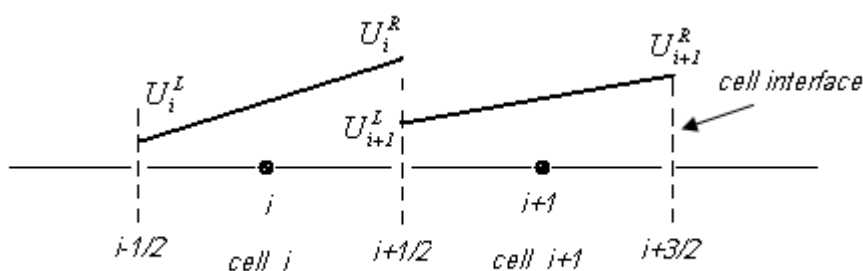
در این معادله i و j به ترتیب نمایشگر i امین سلول (حجم شاخص) و j امین وجه سلول می‌باشند؛ U_i و S_i مقادیر متوسطی هستند که در مرکز هر سلول ذخیره شده‌اند. n_{ij} بردار واحد به سمت خارج در j امین وجه سلول، $\Delta \Gamma_{ij}$ طول j امین وجه سلول (برای یک حجم شاخص مستطیلی در مختصات کارتری به سادگی همان Δx و Δy هستند) و E^* شار عددی در وجه سلول است که با استفاده از روشهای مختلفی قابل محاسبه است.

شار عددی^۱

از دیر باز مشخص شده بود که اعمال روشهای ساده‌ی تفکیک معادلات، مثلاً تفاضل‌های رو به جلو، عقب و یا مرکزی در تعیین شیب شارهای F و G در معادله‌ی ۱، یعنی جمله‌های $\partial F / \partial x$ و $\partial G / \partial y$ با مشکلات زیادی روبرو بوده و ایجاد ناپایداری عددی در حل معادلات می‌کند. شار عددی که در فصل مشترک بین دو سلول محاسبه می‌شود، برای فایق آمدن برای این مشکلات ارائه شده و علاوه بر آن شبیه را قادر به محاسبه در

² hLL for contact discontinuity

¹ numerical flux



در یک سلول محاسباتی در یک جهت U . شکل ۳- در نظر گرفتن تغییرات خطی برای هر متغیر دلخواه مثل

روش رانگ کوتای مرتبه‌ی چهارم را درمورد معادله‌ی ۱۷ می‌توان به ترتیب زیر اعمال کرد:

$$U^{(1)} = U^n + 0.5\Delta t L(U^n)$$

$$U^{(2)} = U^n + 0.5\Delta t L(U^{(1)}) \quad (18)$$

$$U^{(3)} = U^n + 0.5\Delta t L(U^{(2)})$$

$$U^{(n+1)} = U^n + 1/6 \times \Delta t$$

$\times (L(U^{(n)}) + 0.5L(U^{(1)}) + 0.5L(U^{(2)}) + L(U^{(n)}))$
 که بالانویس n نشانگر مقدار در زمان t ، و بالانویس $n+1$ نشانگر مقدار در زمان $t + \Delta t$ است. بالانویس‌های ۳ و ۲ زمانهای میانی در روش رانگ-کوتا هستند. بازه‌ی زمانی Δt جهت برقراری پایداری عددی با استفاده از شرط شناخته شده‌ی کورانت انتخاب می‌شود:

$$\Delta t = CFL \times \frac{\min(\Delta x, \Delta y)}{\max[|u|+c, |v|+c]} \quad (19)$$

که در آن CFL عدد کورانت-فردریش-لوی است که جهت پایداری باید عددی کوچک‌تر از یک باشد که در این جا مقدار آن 0.4 انتخاب شده است.

نتایج شبیه‌سازیهای عددی

به منظور ایجاد امکان صحت‌سنجی شبیه، نهر آزمایشی قبادیان (۲۰۰۷) به وسیله این شبیه عددی مورد بررسی و شبیه‌سازی قرار گرفت. همان‌طور که ذکر شد، عرض نهر اصلی در این آزمایشها ۳۵ سانتی‌متر بوده است. بدهی جریان ۲۰ لیتر بر ثانیه بوده و کف نهر به عمق ۱۱/۵ سانتی‌متر از لایه‌ی ای از رسوبات پر شده است. پس از حدود ۱ تا ۵ ساعت تعادل در وضعیت جریان و انتقال رسوب دیده شده است.

شبکه‌ی مورد استفاده برای شبیه‌سازی عددی عرض ۳۵ سانتی‌متر نهر را به ۳۰ قسمت مساوی تقسیم کرده و

همچنین در رابطه‌ی ۱۱، $E_L^* \cdot \vec{n}$ و $E_R^* \cdot \vec{n}$ به ترتیب شارهای عددی در سمت چپ و راست فصل مشترک سلول‌ها هستند که به‌وسیله‌ی معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$E_L^* \cdot \vec{n} = E_L \cdot \vec{n} + S_L (U_L^* - U_L) \quad (14 \text{ الف، ب})$$

$$E_R^* \cdot \vec{n} = E_R \cdot \vec{n} + S_R (U_R^* - U_R)$$

در رابطه‌ی فوق U_L و U_R از معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$U_K^* = \left(\frac{S_K - u_K}{S_K - S_M} \right) \begin{bmatrix} I \\ S_M \\ v_K \end{bmatrix} \quad (15)$$

که در آن نمایه K می‌تواند L یا R باشد. همچنین S_M سرعت موج میانه‌ای است که تورو (۲۰۰۱) رابطه‌ی زیر را برای آن ارائه داده است:

$$S_M = \frac{S_L h_R (u_R - S_R) - S_R h_L (u_L - S_L)}{h_R (u_R - S_R) - h_L (u_L - S_L)} \quad (16)$$

انتگرال‌گیری زمانی

بعد از تخمین شار عددی در وجه‌های سلول‌ها، تمام مقادیر طرف راست معادله‌ی ۱۰، که تابعی از متغیرهای ابقایی بردار U هستند و آن را با $L(U)$ نشان می‌دهیم، قابل محاسبه‌اند. برای انتگرال‌گیری عددی معادله‌ی ۱۰ از روش رانگ کوتای^۱ مرتبه‌ی چهارم استفاده شده است. با تعریف $L(U)$ معادله‌ی ۱۰ را می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{dU}{dt} = L(U) \quad (17)$$

¹ runge-kutta

فرسایشی با مقادیر مربوطه که از نتایج آزمایشگاهی به دست آمده‌اند، مقایسه شده‌اند که تطابق قابل قبولی را نشان می‌دهند.

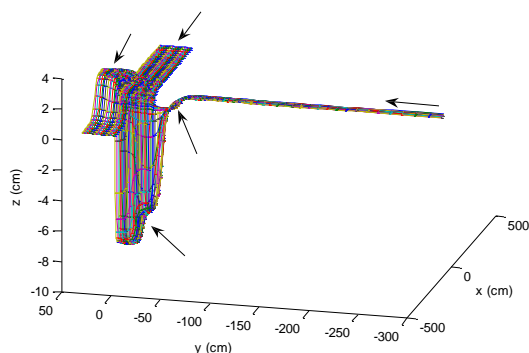
در شکل‌های نشان داده شده، نسبت بده عبارت است از نسبت بده در نهر اصلی به مجموع بده ی نهرهای اصلی و فرعی (در برخی مراجع این نسبت، نسبت بده ی نهر فرعی به مجموع بده‌ها در نظر گرفته شده است) و نسبت عرض عبارت از عرض نهر فرعی به نهر اصلی می‌باشد.

در شکل ۴ مشخصه‌های عمومی فرسایش و انتقال رسوب در تقاطع‌ها حاصل از شبیه‌سازی عددی که قبلاً آزمایش‌ها نیز وجود آنها را نیز ثابت کرده بودند، به تصویر کشیده شده است. همان طور که شکل نشان می‌دهد، هر سه مولفه‌ی اصلی نحوه‌ی انتقال رسوب در تقاطع، یعنی ایجاد چاله‌ی فرسایشی و پشته‌ی رسوبی و نیز نفوذ چاله به داخل نهر فرعی به درستی به وسیله‌ی شبیه تشخیص داده شده‌اند.

در جهت طولی در منطقه‌ای که تقاطع قرار دارد ریزتر در نظر گرفته شده است.

آزمایش‌ها نشان داد که میدان سرعت در تقاطع نهر در ابتدا با فرسودن کف باعث ایجاد گودال کوچکی می‌شود. ابعاد این گودال به تدریج گسترده تر شده و مصالح کنده شده پس از تقاطع ایجاد یک پشته‌ی رسوبی می‌کند. پشته در ابتدا نازک بوده ولی به تدریج بزرگتر می‌شود و حتی می‌تواند بسته به شرایط جریان در کل عرض نهر اصلی نیز گسترده شود. این پشته‌ی رسوبی حتی گاهی بصورت دو یا چند پشته‌ی متوالی دیده شده است. چاله‌ی فرسایشی نیز می‌تواند به داخل نهر فرعی نفوذ کند.

در این جا ابتدا برخی الگوهای فرسایش و انتقال رسوب شبیه سازی شده به وسیله شبیه آورده شده تا از نظر کیفی نتایج حاصله با آنچه آزمایش‌ها در این باره نشان می‌دهند، مورد بررسی قرار گیرند. سپس به منظور انجام یک مقایسه‌ی کمی، بیشترین عمق چاله‌ی فرسایشی، بیشترین ارتفاع پشته‌ی رسوبی، و بیشترین نفوذ چاله‌ی

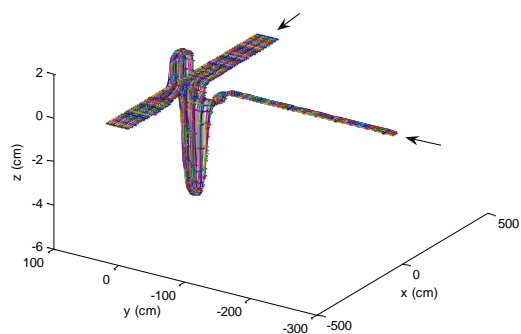


شکل ۴- مشخصه های فرسایش و رسوبگذاری در شبیه عددی با

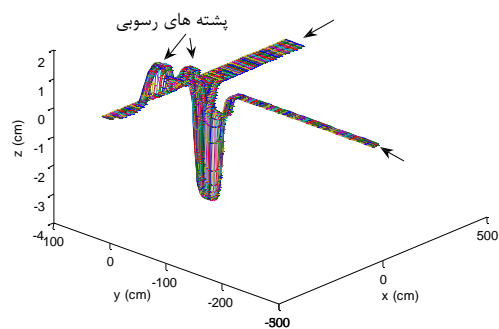
نسبت بده = ۰/۵، نسبت عرض = ۱ و قطر متوسط رسوب = ۱/۰۵ میلی متر

رسوب گذاری حفظ شده و تنها شکل چاله‌ی فرسایشی و پشته‌ی رسوبی تغییر می‌کند. در برخی حالات (شکل ۶) دو پشته‌ی رسوبی متوالی بعد از تقاطع دو نهر دیده می‌شوند و در برخی حالت‌ها (شکل ۸) پشته‌ی رسوبی می‌تواند کل عرض نهر را در برگیرد.

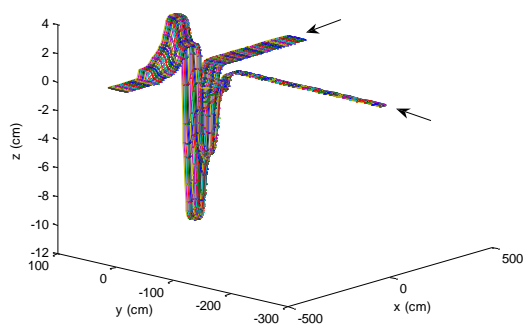
شکل‌های ۵ تا ۹ برخی الگوهای به دست آمده از شبیه عددی را نشان می‌دهند. با توجه به تنوع زیاد الگوها و حالت‌های محاسبه شده و محدودیتهای انتشار، تنها تعداد معدودی از مهم‌ترین الگوها در این تحقیق آورده شده‌اند. در کلیه‌ی حالات، مشخصه‌های کلی فرسایش و



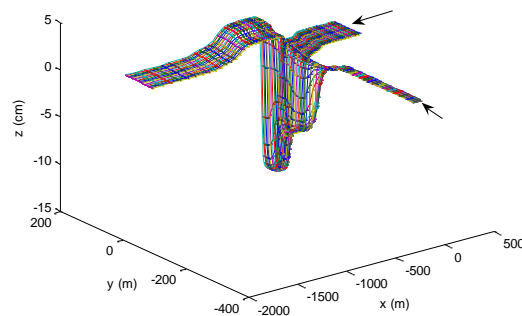
شکل ۵- الگوی فرسایش و رسوبگذاری در شبیه عددی با نسبت بده = ۰/۵، نسبت عرض = ۰/۴۲۸ و قطر متوسط رسوب = ۱/۰۵ میلی متر.



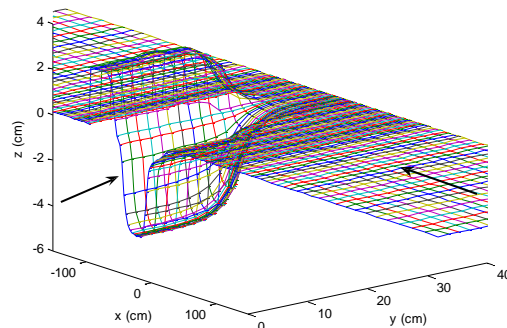
شکل ۶- مشخصه های فرسایش و رسوبگذاری در شبیه عددی با نسبت بده = ۰/۸، نسبت عرض = ۱ و قطر متوسط رسوب = ۱/۹۵ میلی متر.



شکل ۷- الگوی فرسایش و رسوبگذاری در شبیه عددی با نسبت بده = ۰/۶۷، نسبت عرض = ۱ و قطر متوسط رسوب = ۳/۴۱ میلی متر.



شکل ۸- الگوی فرسایش و رسوبگذاری در شبیه عددی با نسبت بده = ۰/۵، نسبت عرض = ۰/۴۲۸ و قطر متوسط رسوب = ۱/۹۵ میلی متر.



شکل ۹- نمای نزدیکی از فرسایش و رسوبگذاری در شبیه عددی با نسبت بده = ۰/۶۷، نسبت عرض = ۰/۷۱۴ و قطر متوسط رسوب = ۳/۴۱ میلی متر

حجم‌های محدود، برای بررسی نحوه‌ی فرسایش و رسوب‌گذاری در تقاطع دو نهر، حل شدند. برای تعیین شار عددی در فصل مشترک دو سلول مجاور از روش *HLLC* و برای انتگرال‌گیری زمانی از روش رانگ - کوتای مرتبه ی چهارم، که دارای دقت بسیار خوبی است، استفاده شد.

جهت انجام یک مقایسه کمی و کیفی و صحت سنجی شبیه، یک نهر پایه دار آزمایشی شبیه سازی عددی شد. نتایج حاصل از شبیه عددی نشان می‌دهد که این شبیه نیز همانند شبیه‌های آزمایشگاهی می‌تواند جنبه‌های مهم و اصلی انتقال رسوب را در تقاطع که شامل ایجاد گودال فرسایشی در محل تقاطع دو نهر، ایجاد پشته‌ی رسوبی در بعد از تقاطع و نفوذ گودال به داخل نهر فرعی هستند بدرستی پیش بینی و شبیه سازی کند.

به منظور انجام یک مقایسه کمی، مقادیر بیشترین عمق چاله‌ی فرسایشی، بیشترین ارتفاع پشته‌ی رسوبی و بیشترین نفوذ چاله‌ی فرسایشی در نهر که همگی با تقسیم بر عرض نهر (W) بدون بعد گردیده با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده و در جدول ۱ آورده شده اند. این جدول سه حالت مختلف نسبت بده، یعنی ۰/۵، ۰/۶۷ و ۰/۸ و سه حالت مختلف نسبت عرض، یعنی ۰/۴۲۸، ۰/۷۱۴ و ۱ را پوشش می دهد. با توجه به پیچیدگی جریان در محل تقاطع، نتایج به دست آمده از شبیه عددی تطابق قابل قبولی را با نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد.

بحث و نتیجه گیری

در این مقاله معادلات حاکم بر آب‌های کم عمق شامل معادلات پیوستگی جریان و اندازه‌ی حرکت همراه با معادله‌ی پیوستگی رسوب به صورت جفت کامل و با روش

با آن چه از مدل آزمایشگاهی به دست آمده است، مورد مقایسه قرار گرفتند. نتایج به دست آمده، به خصوص برای حالاتی که مولفه‌ی سوم سرعت کمتر است، یعنی حالاتی که جریان به یک جریان دوبعدی نزدیکتر است، بهترند. به عنوان مثال در حالتی که نسبت بده زیاد است، یعنی بخش اعظمی از جریان کل را جریان نهر اصلی تشکیل می‌دهد، به دلیل کمتر بودن اندازه‌ی حرکت نهر فرعی دقت شبیه دوبعدی افزایش می‌یابد که این مهم را می‌توان در نتایج به دست آمده از جدول ۱ نیز دید. در همه‌ی حالات مقادیر حداکثر به دست آمده به وسیله شبیه عددی کمتر از مقادیر حداکثر به دست آمده از نتایج آزمایشگاهی می‌باشند که می‌توان آنها را به متوسط‌گیری کردن سرعت جریان در عمق نسبت داد. معادلات متوسط‌گیری شده در عمق اغلب خواص جریان را کمتر از واقعیت برآورد می‌کنند. بدیهی است ارائه‌ی یک شبیه سه بعدی که خصوصیات جریان را در تقاطع به صورت واقعی‌تری شبیه‌سازی می‌کند، می‌تواند تا حد زیادی به بهتر شدن نتایج کمک کند.

در هر صورت شناخت الگوهای جریان و انتقال رسوب در محل تقاطع نهرها، تخمین میزان عمق چاله‌ی فرسایشی و مقدار نفوذ آن به داخل نهر فرعی و نیز ابعاد پشته‌ی رسوبی می‌تواند کمک شایانی را به طرح بهتر و مطمئن‌تر سازه‌های آبی که لازم است در اطراف تقاطع‌ها اجرا شوند، بنماید.

افزون بر آنها، نتایج نشان می‌دهد که با کاهش نسبت بده‌ی عمق چاله‌ی فرسایشی افزایش می‌یابد. دلیل این امر را می‌توان این گونه توضیح داد که با کاهش نسبت بده، سهم نهر اصلی از کل بده کاهش و سهم نهر فرعی افزایش می‌یابد. با زیاد شدن بده نهر فرعی، سرعت جریان و اندازه حرکت نهر فرعی بیشتر شده که منجر به افزایش تلاطم جریان و کنده شدن مواد بیشتری از کف نهر و افزایش عمق گودال فرسایشی خواهد شد.

همچنین، جدول ۱ نشان می‌دهد که کاهش نسبت عرض نیز تاثیر مشابهی بر عمق گودال فرسایشی دارد. بدیهی است با کاهش نسبت عرض و کم شدن عرض نهر فرعی، سطح مقطع جریان کاهش یافته و سرعت و اندازه حرکت نهر فرعی بیشتر می‌شود.

همچنین با کاهش نسبت بده، در ابتدا بیشترین ارتفاع محاسبه شده‌ی پشته‌ی رسوبی زیاد می‌شود. دلیل فرایند مزبور این است که با افزایش فرسایش به علت کاهش نسبت بده، مصالح بیشتری کنده شده و طبق رابطه‌ی پیوستگی رسوب منجر به افزایش ارتفاع کف بستر در محل ایجاد پشته می‌شوند. چنین روندی با کاهش بیشتر نسبت بده مشاهده نمی‌شود و در واقع با این عمل بیشترین ارتفاع پشته‌ی رسوبی کاهش می‌یابد. پخش شدگی مصالح کنده شده در طول و عرض نهر فرعی منجر به کاهش بیشترین ارتفاع پشته‌ی رسوبی می‌گردد، اگرچه در هر حال مصالح بیشتری کنده شده و رسوب‌گذاری بیشتری نیز اتفاق می‌افتد.

مقادیر بیشترین عمق چاله‌ی فرسایشی، بیشترین ارتفاع پشته‌ی رسوبی و بیشترین نفوذ چاله‌ی فرسایشی در نهر

جدول ۱: مقایسه‌ی مقادیر بدون بعد شده‌ی بیشترین عمق چاله‌ی فرسایشی (D_s/W)، بیشترین ارتفاع پشته‌ی رسوبی (H_s/W) و بیشترین نفوذ چاله‌ی فرسایشی در نهر فرعی (P_s/W) بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج شبیه عددی حاضر.

		$Q_r=0.5$			$Q_r=0.67$			$Q_r=0.8$		
		B_r			B_r			B_r		
		0.428	0.714	1.0	0.428	0.714	1.0	0.428	0.714	1.0
D_s/W	Exp	-	0.28	0.28	0.27	0.24	0.23	0.21	0.16	0.13
	Num	0.28	0.22	0.21	0.23	0.20	0.19	0.18	0.15	0.10
H_s/W	Exp	0.13	0.11	0.10	0.08	0.10	0.08	0.07	0.10	0.07
	Num	0.10	0.07	0.06	0.06	0.06	0.07	0.05	0.07	0.05
P_s/W	Exp	0.51	0.34	0.35	0.36	0.25	0.31	0.21	0.14	0.16
	Num	0.44	0.29	0.28	0.31	0.22	0.27	0.18	0.12	0.14

منابع

10. Liu, X., B.J. Landry, and M.H. Garcia. 2008. Two-dimensional scour simulations based on coupled model of shallow water equations and sediment transport on unstructured meshes. *Coastal Eng.* 55: 800-810.
11. Mosley, M.P. 1976. An experimental study of channel confluences. *J. Geol.*, 84: 535 – 562.
12. Rhoads, B.L and S.T. Kenworthy. 1995. Flow structure at an asymmetrical stream confluence. *Geomorphology.* 11: 273-293.
13. Shabayek, S., P. Steffler, and F. Hicks. 2002. Dynamic model for subcritical combining flows in channel junctions. *J. Hydraul. Eng., ASCE.* 128(9): 821-828.
14. Shumate, E.D. 1998. Experimental description of flow at an open channel junction. Master thesis, University of Iowa, Iowa.
15. Smagorinsky, J. 1963. General circulation experiments with the primitive equations, I. The basic experiment. *Monthly Weather Review.* 91(2): 99-164.
16. Taylor, E.H. 1944. Flow characteristics at rectangular open-channel junctions. *Trans. ASCE.* 109: 893-902.
17. Toro, E.F. 1997. *Riemann Solvers and Upwind Methods for Fluid Dynamics.* Berlin: Springer.
18. Toro, E.F. 2001. *Shock-capturing methods for free surface shallow flows.* John Wiley and Sons Pub.
19. Weber, L.J., E.D. Schumate, and N. Mawer. 2001. Experiments on flow at a 90° open-channel junction. *J. Hydraul. Eng., ASCE.* 127(5): 340-350.
20. Weerakoon, S.B., Y. Kawahara, and N. Tamai. 1991. Three-dimensional flow structure in channel confluences of rectangular section. *Proc., 24th IAHR Congr.* 373-380
1. Best, J.L. 1987. Flow dynamics at river channel confluences: Implications for sediment transport and bed morphology. *Recent Devel. In Fluvial Sedimentology, SEPM Spec. Publ.* 39: 27-35.
2. Best, J.L., and I. Reid. 1984. Separation zone at open-channel junctions. *J. Hydraul. Eng., ASCE.* 110(11): 1588-1594.
3. Borghei, S.M., A. Nazari, and A.R. Daemi. 2004. Scouring profile at channel junction. *Proc. Hydraulics of Dams and River Structures,* Tehran, Iran.
4. Cao, Z., R. Day, and S. Egashira. 2002. Coupled and decoupled numerical modeling of flow and morphological evolution in alluvial rivers. *J. Hydraul. Eng., ASCE.* 128(3): 306-321.
5. Ghobadian, R. 2007. The investigation of flow, erosion and deposition patterns at river junctions using physical model. Ph.D. thesis, Chamran University, Ahwaz, Iran (in Persian).
6. Ghostine, R., G. Kesserwani, R. Mose1, J. Vazquez, A. Ghenaim, and C. Gregoire. 2009. A confrontation of 1D and 2D RKDG numerical simulation of transitional flow at open-channel junction. *Int. J. Numer. Fluids.* 61: 752-767.
7. Grass, A.J. 1981. Sediment transport by waves and currents. Tech. Rep. FL29, SERC London Center for Marine Technology.
8. Hong, S.W., and C. Kim. 2011. A new finite volume method on junction coupling and boundary treatment for flow network system analyses. *Int. J. Numer. Fluids.* 65: 707-742.
9. Li, C.W., and C. Zeng. 2010. Flow division at a channel crossing with subcritical or supercritical flow. *Int. J. Numer. Fluids.* 62: 56-73.