

(IPM)

mmoosavi@yazduni.ac.ir :

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۴/۳۰؛ پذیرش: ۱۳۸۹/۱۲/۲۰)

QCD

QCD :

جداسازی<sup>۲</sup> امکان پذیر است [۱]. مطابق با این قضیه برای سطح مقطع دیفرانسیلی در برهم کنش های هادرونی در حالت کلی داریم

$$d\sigma(x, Q^2, m^2) = \prod_{h, H} \sum_{i, g} ( f_{i/h}(x, \mu_F^2) \otimes d\hat{\sigma}_{i \rightarrow g}(x, Q^2, m^2, \mu_F^2, \mu_F^2) \otimes D_g^H(x, \mu_F^2) ),$$

که در آن  $f_{i/h}$  تابع توزیع پارتون،  $d\hat{\sigma}_{i \rightarrow g}$  تابع ضریب ویلسون<sup>۳</sup> برای پارتون های بدون جرم و  $D_g^H$  بیانگر تابع ترکش غیر اختلالی<sup>۴</sup> است که حاوی اطلاعاتی در مورد احتمال تولید

یکی از مباحث مهم در پدیده شناسی فیزیک ذرات، شناسایی روش هایی است که در آن کوارک ها و گلوئون ها در برهم کنش های اصلی به صورت هادرون نهایی در می آیند. این پدیده در نظریه کوانتوم کرومودینامیک به هادرونی شدن<sup>۱</sup> معروف است. نظریه QCD برحسب کوارک ها و گلوئون ها فرمول بندی شده است در حالی که مشاهده پذیرهای آزمایشگاهی هادرون ها هستند. از آنجایی که در حال حاضر قادر به توصیف رژیم غیر اختلالی QCD نیستیم لذا جهت استفاده از QCD در برهم کنش های هادرونی به یک روش کلی جهت جداسازی بخش اختلالی و غیراختلالی فرآیند هادرونی نیاز داریم. این جداسازی در QCD به وسیله قضیه ای موسوم به قضیه

۲. Factorization

۳. Wilson Coefficient

۴. Non-Perturbative Fragmentation Function

۱. Hadronization

می‌شود که در آن  $\eta = p_H^+ / p_i^+$  و  $\vec{A}_T = (A^1, A^2)$ . همچنین در این دستگاه برای حاصلضرب دو چار-بردار داریم:

$$V \cdot W = V^+ W^- + V^- W^+ - \vec{V}_T \cdot \vec{W}_T \quad (5)$$

$$V \cdot V = 2V^+ V^- - V_T^2.$$

با این تعریف، چار- بردارهای رابطه (۳) در این دستگاه مختصات جدید به شکل زیر در می‌آیند:

$$p_i^\mu = \left( \frac{m_i}{\sqrt{v}}, \frac{m_i}{\sqrt{v}}, \vec{0} \right),$$

$$p_j^\mu = (\sqrt{v} p_j^0, \vec{0}), \quad (6)$$

$$p_H^\mu = (\sqrt{v} p_H^0, \vec{0}).$$

لذا متغیرهای  $x_H$  و  $x_j$  (رابطه (۴)) در این مختصات جدید به ترتیب اشکال جدید  $p_j^+ / p_i^+$  و  $p_H^+ / p_i^+$  را می‌گیرند. این متغیرها همان متغیرهای مناسب مورد نظر هستند. از این پس متغیرهای جدید  $k = p_j^+ / p_i^+$  و  $\eta = p_H^+ / p_i^+$  را به جای  $x_j$  و  $x_H$  به کار می‌بریم. برای پارتون و هادرون بدون جرم، متغیرهای جدید به متغیرهای رابطه (۴) تبدیل می‌شوند.

اکنون با در نظر گرفتن پارتون  $j$  با جرم  $m_j$ ، هادرون  $H$  با جرم  $m_H$  و تعریف متغیر  $y = \eta / k$ ، برای چار- بردارهای تکانه پارتون‌های  $i, j$  و هادرون  $H$  داریم:

$$p_i^\mu = \left( \frac{m_i}{\sqrt{v}}, \frac{m_i}{\sqrt{v}}, \vec{0} \right),$$

$$p_j^\mu = \left( \frac{m_i}{\sqrt{v}} \frac{\eta}{y}, \frac{y}{\sqrt{v}} \frac{m_j}{m_i \eta}, \vec{0} \right), \quad (7)$$

$$p_H^\mu = \left( \frac{m_i}{\sqrt{v}} \eta, \frac{m_H}{\sqrt{v} m_i \eta}, \vec{0} \right),$$

که چار- بردارهای فوق شرط  $p_j^+ = m_j^+$  و  $p_H^+ = m_H^+$  را ارضا می‌کنند. حال برای اعمال اثر جرم پارتون و هادرون در رابطه (۲)، اگر از تعریف اولیه قضیه جداسازی شروع کنیم، آهنگ واپاشی دیفرانسیلی<sup>۱</sup> در مختصات مخروط نوری شکل زیر را به خود می‌گیرد:

$$d\Gamma(\eta) = \int dy d\Gamma_j \left( \frac{\eta}{y}, m_h, m_i, m_j, \mu \right) D_j^H(y, \mu), \quad (8)$$

که از آنجا خواهیم داشت

هادرون  $H$  از پارتون  $g$  می‌باشد. قابل ذکر اینکه رابطه فوق برای هادرون‌ها و پارتون‌های بدون جرم برقرار است. در این مقاله نشان می‌دهیم چگونه در حضور پارتون‌ها و هادرون‌های جرم دار این رابطه باید اصلاح گردد. ما در این کار، توجه خود را معطوف به فرآیند تولید هادرون از واپاشی پارتون اولیه می‌کنیم. سایر برهم‌کنش‌های واپاشی یا پراکندگی هادرونی از این الگو تبعیت می‌کنند.

در واپاشی پارتون  $i$  به هادرون  $H$  در فرآیند:

$$i \rightarrow h + j (\rightarrow H + X), \quad (1)$$

تابع توزیع انرژی هادرون نهایی عبارت است از [۳ و ۲]

$$\frac{d\Gamma}{dx_H} = \int \frac{dx_j}{x_j} \frac{d\hat{\Gamma}}{dx_j}(x_j, m_h, m_i, \mu) D_j^H \left( \frac{x_H}{x_j}, \mu \right), \quad (2)$$

که در آن متغیرهای بهنجار شده  $x_j = 2E_j / m_i$  و  $x_H = 2E_H / m_i$  بدون جرم تولید شده از پارتون اولیه  $i$  (با جرم  $m_i$ ) هستند. در رابطه (۲) پارامتر  $\mu$  مقیاس تولید هادرون  $H$  است که مقدار آن تابع فرآیند نبوده و به‌طور اختیاری انتخاب می‌شود.

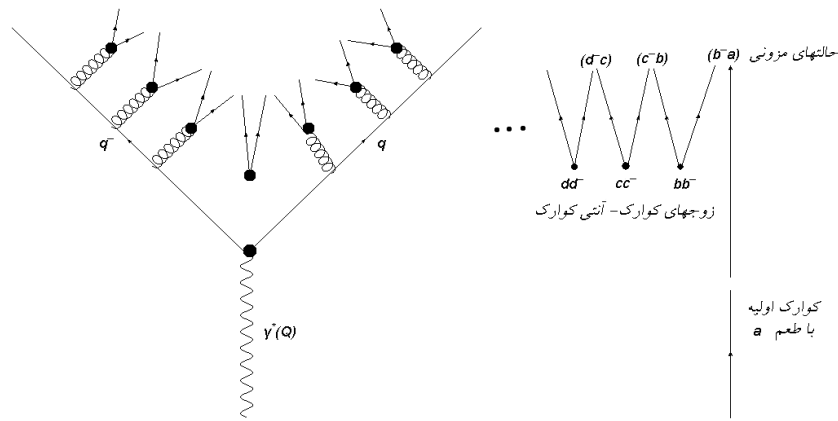
برای اعمال اثر جرم در رابطه فوق باید به‌دنبال متغیر مناسبی باشیم که در برگیرنده اثر جرم هادرون و پارتون باشد. برای این کار ابتدا چارچوب مرجعی را انتخاب می‌کنیم که در آن پارتون  $i$  ساکن است. در این چارچوب ساکن برای چار- بردارهای تکانه پارتون  $i, j$  و هادرون  $H$  با شرط  $p_i^+ = m_i^+$  و  $p_j^+ = m_j^+$  و  $p_H^+ = m_H^+$  داریم:

$$p_i^\mu = (m_i, \vec{0}), p_j^\mu = (p_j^0, \vec{0}), p_H^\mu = (p_H^0, \vec{0}). \quad (3)$$

با این انتخاب، متغیرهای  $x_H$  و  $x_j$  به صورت زیر در می‌آیند:

$$x_H = 2p_H^0 / m_i, \quad x_j = 2p_j^0 / m_i. \quad (4)$$

جهت پیدا کردن متغیر مناسبی که دربرگیرنده اثر جرم پارتون و هادرون باشد بهتر است محاسبات در مختصات مخروط نوری<sup>۱</sup> انجام پذیرد. در این دستگاه مختصات، هر چار- بردار دلخواه  $A^\mu = (A^0, A^1, A^2, A^3)$  به صورت  $k = p_j^+ / p_i^+$  نشان داده



شکل ۱: دیاگرام فاینمن در پایین ترین مرتبه برای ترکش کوآرک به مزون های نهایی.

اصلاح شده مورد نظر در حضور جرم هادرون و پارتون است.

در نظریه QCD تولید هادرون از نابودی الکترون-پوزیترون در فرآیند:

$$e^- e^+ \rightarrow \gamma^* \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{Hadron} + \text{Jets}, \quad (11)$$

شامل دو بخش اختلالی و غیر اختلالی است. بخش اختلالی آن که تولید زوج کوآرک-پاد کوآرک از نابودی الکترون-پوزیترون را شامل می شود به طور تحلیلی در نظریه پارتون قابل محاسبه است و نتایج آن تا مرتبه دوم در ثابت جفت شدگی قوی ( $\alpha_s^2$ ) به دقت محاسبه شده است. اما بخش دوم فرآیند که شامل تولید هادرون از زوج کوآرک-پاد کوآرک است بخش غیراختلالی فرآیند نامیده می شود و در حال حاضر در QCD قابل محاسبه نیست.

مطابق با نظریه پارتون، در فرآیند پراکندگی فوق، فوتون مجازی سنگین زوج کوآرک-پاد کوآرک (حامل بار کوانتومی رنگ) تولید می کند که با گذشت زمان از هم دور می شوند. این افزایش فاصله افزایش نیروی قوی رنگ را در پی دارد به گونه ای که گلوئون های واسطه میان زوج کوآرک-پاد کوآرک اولیه نهایتاً زوج های جدید کوآرک-پاد کوآرک را به وجود می آورند، پدیده ای که در مدل استاندارد به نام قطبش خلأ شناخته می شود. این زوج کوآرک های جدید در یک فرآیند آبشاری مجموعه ای از هادرون های نهایی را تولید می کنند. فرآیند مذکور در شکل ۱ نمایش داده شده است. روش مبتنی

$$\frac{d\Gamma}{d\eta} = \int \frac{dk}{k} \frac{d\Gamma_j}{dk}(k, m_h, m_i, m_j, \mu) D_j^H\left(\frac{\eta}{k}, \mu\right). \quad (9)$$

همان گونه که مشاهده می شود در حضور جرم هادرون و پارتون، فرمول جداسازی در مختصات مخروط نوری شکل خود را حفظ می کند. اما از آنجایی که کمیت قابل اندازه گیری آزمایشگاهی  $d\Gamma/dx_H$  است لذا با در نظر گرفتن رابطه بین دو متغیر  $x_H$  و

$$\eta = \frac{x_H}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4m_H^2}{m_i^2 x_H^2}}\right) \eta$$

و مشتق زنجیره ای:

$$\frac{d\Gamma}{dx_H} = \frac{d\eta}{dx_H} \frac{d\Gamma}{d\eta} = \frac{1}{1 - \frac{m_H^2}{m_i^2 \eta^2}} \frac{d\Gamma}{d\eta}$$

عبارت مورد نظر برای  $d\Gamma/dx_H$ ، در حضور جرم هادرون و پارتون، به صورت زیر در می آید

$$\frac{d\Gamma}{dx_H} = \frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2m_H}{m_i x_H}\right)^2}}{2\sqrt{1 - \left(\frac{2m_H}{m_i x_H}\right)^2}} \times \int_{\eta(x_H)}^1 \frac{dx_j}{x_j} \frac{d\Gamma}{dx_j} D_j^H\left(\frac{x_H}{x_j} \frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2m_H}{m_i x_H}\right)^2}}{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2m_j}{m_i x_j}\right)^2}}, \mu_F\right) \times \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2m_j}{m_i x_j}\right)^2}}. \quad (10)$$

لذا این رابطه توزیع انرژی هادرون خروجی را به جای رابطه (۲) مشخص می کند. باید توجه داشت که این همان رابطه جداسازی

که در آن توابع  $P_{ij}(x_H / z, \alpha_S)$  توابع انشعاب آلتارلی-پاریسی بوده و دارای بسط اختلالی در مراتب  $\alpha_S$  به شکل زیر هستند:

$$P_{ij}(z, \alpha_S(\mu)) = \frac{\alpha_S(\mu)}{2\pi} P_{ij}^*(z) + \left(\frac{\alpha_S(\mu)}{2\pi}\right)^2 P_{ij}^{(1)}(z) + O(\alpha_S^3).$$

توابع  $P_{ij}^*(z)$  توابع انشعاب در مرتبه اول  $\alpha_S$  [۴] می‌باشند و توابع مراتب بالاتر  $P_{ij}^{(1)}(z)$  را می‌توان در مراجع [۷و۶] یافت. چنین رابطه‌ای در بررسی ساختار هادرون‌ها تا تقریب  $\alpha_S^{(۴)}$  بررسی شده است [۸و۹].

در حل معادله DGLAP فرض بر این است که ما تابع ترکش را در یک مقیاس خاص (مقیاس اولیه  $\mu$ ) می‌دانیم آنگاه حل معادلات مذکور تابع ترکش را در هر مقیاس دلخواه  $\mu$  نتیجه می‌دهد. در مقالات مختلف می‌توان تابع ترکش را در یک مقیاس مشخص (مقیاس اولیه) یافت. شیوه تعیین تابع ترکش در مقیاس اولیه به این صورت است که ابتدا رابطه‌ای شامل تعدادی پارامتر برای تابع ترکش پیشنهاد می‌شود آنگاه سطح مقطع دیفرانسیلی یک فرآیند خاص در حضور تابع ترکش پیشنهاد شده، محاسبه می‌گردد. سپس از برازش نتایج تئوری و داده‌های آزمایشگاهی پارامترهای تابع ترکش در آن مقیاس خاص استخراج می‌شود. تابع ترکش در این مقیاس خاص معیاری برای محاسبه تابع ترکش در هر مقیاس دلخواه به وسیله معادلات DGLAP خواهد بود. خاطر نشان می‌سازد که چنین نگرشی در تعیین تابع توزیع کوارک‌ها در مقیاس اولیه  $\mu$  (در حالت قطبیده و غیر قطبیده) با استفاده از داده‌های تجربی پراکندگی ناکشسان عمیق وجود دارد [۱۲-۱۰].

اساس کار در تعیین تابع ترکش بر این نکته استوار است که تابع ترکش مستقل از فرآیند بوده و یک تابع جهانی است. لذا پارامترهای تابع ترکش از فرآیندهایی که بیشترین و دقیقترین داده‌های آزمایشگاهی برایشان موجود است استخراج و گزارش می‌شود. عموماً فرآیند نابودی الکترون-پوزیترون برای تشکیل یک هادرون (فرآیند (۱۱)) بهترین گزینه برای برازش است. تاکنون چندین مدل برای توصیف تابع ترکش پیشنهاد شده است. در زیر به چند نمونه از مرسوم‌ترین آنها اشاره می‌کنیم.

بر این ایده است که در فرآیند (۱۱)، کوارک با طعم  $a$  از پاد کوارک خود جدا شده و میدان رنگ تولید می‌کند. این میدان رنگ زوج‌های کوارک-پاد کوارک ( $b\bar{b}, c\bar{c}, d\bar{d}, \dots$ ) تولید می‌کند. آنگاه کوارک  $a$  با پاد کوارک  $\bar{b}$  ترکیب شده و تشکیل مزونی با طعم  $a\bar{b}$  می‌دهد. به همین ترتیب کوارک باقیمانده  $b$  با طعم دیگر ترکیب شده و تشکیل هادرون خنثای رنگ دیگر را در حالت نهایی می‌دهد. این فرآیند به همین صورت ادامه می‌یابد به گونه‌ای که مجموعه‌ای از جت‌ها پدیدار می‌شوند.

تعداد هادرون‌های پدیدار شونده  $H$  با کسر انرژی در محدوده  $x_H$  و  $dx_H$  با تابع ترکش  $D_q^H(x_H, Q^2)$  توصیف می‌شود که در آن  $q$  پارتون مولد هادرون  $H$  با انرژی  $Q^2$  است. لذا تابع ترکش، توصیف کننده گذار پارتون اولیه به هادرون نهایی می‌باشد. همان‌گونه که از تعریف تابع ترکش برمی‌آید، تعداد متوسط هادرون‌های مشاهده شده  $H$  ( $n_H$ ) در فرآیند پراکندگی (۱۱) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sum_q \int_{x_{H,Min}}^1 (D_q^H(x_H, Q^2) + D_{\bar{q}}^H(x_H, Q^2)) dx_H = n_H,$$

که در آن  $x_{H,Min} = 2m_H / Q$ . همین طور پایستگی انرژی ایجاب می‌کند که:

$$\sum_{All H} \int dx_H x_H D_q^H(x_H, Q^2) = 1.$$

باید توجه داشت مفهوم تابع ترکش از مفهوم تابع توزیع پارتونی مستقل و متفاوت است. در حقیقت تابع ترکش  $D_j^H(x_H, \mu^2)$  بیانگر چگالی احتمال تولید هادرون حقیقی  $H$  (با کسر انرژی  $x_H$ ) از پارتون  $j$  می‌باشد. مشابه با تابع توزیع پارتون، برای یافتن تابع ترکش در هر مقیاس دلخواه باید از معادلات تحول DGLAP استفاده کرد [۵و۴]:

$$\frac{d}{d \log \mu^2} D_i(x_H, \mu) = \sum_j \int_{x_H}^1 \frac{dz}{z} P_{ij}\left(\frac{x_H}{z}, \alpha_S(\mu)\right) D_j(z, \mu), \tag{۱۲}$$

در شکل ۲ نشان داده شده است.

مقادیر گزارش شده در مقاله [۱۶] برای ضرایب  $(N, \alpha, \beta)$  در تابع ترکش مربوط به گذار کوآرک  $b$  به هادرون  $B$  عبارتند از:

$$N = 4684/1, \quad \alpha = 16/87, \quad \beta = 2/628. \quad (16)$$

این مقادیر تا مرتبه NLO محاسبه شده‌اند و در رابطه تحول آلتارلی-پاریسی مقیاس جداسازی اولیه همه پارتون‌ها  $\mu_* = m_b = 4/5 \text{ GeV}$  انتخاب شده است. همچنین در محاسبه مذکور مقدار  $\Lambda_{MS}^5 = 227 \text{ GeV}$  در حضور ۵ طعم فعال در نظر گرفته شده است.

حال به عنوان مثالی از بحث حاضر، فرآیند تولید هادرون  $B$  (مزون با طعم  $b$ ) از واپاشی کوآرک Top را بررسی می‌کنیم.

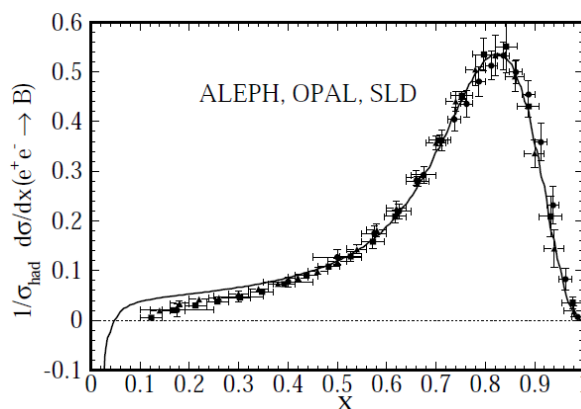
Top -B

برای محاسبه تابع توزیع انرژی هادرون جرم دار<sup>۱</sup> تولید شده از نابودی کوآرک Top در فرآیند:

$$t \rightarrow W^+ + b (\rightarrow B - \text{Hadron} + \text{Jets}), \quad (17)$$

رابطه (۱۰) با جایگزینی  $j \rightarrow b$ ،  $i \rightarrow t$ ، و  $H \rightarrow B$  رابطه اصلاح شده مورد نظر خواهد بود.

اکنون با داشتن تابع ضریب ویلسون برای فرآیند پارتونی  $t \rightarrow W^+ + b$  [۲] و با استفاده از مدل توانی برای توصیف گذار  $B \rightarrow b$  با ضرایب داده شده در رابطه (۱۶)، آهنگ واپاشی دیفرانسیلی فرآیند (۱۷) را محاسبه می‌کنیم. نتیجه در شکل ۳ نشان داده شده است. در حل معادله DGLAP مقیاس اولیه  $\mu = m_t = 174 \text{ GeV}$  و مقیاس نهایی  $\mu_* = 4/5 \text{ GeV}$  شده است. همان‌گونه که از رابطه (۱۰) مشاهده می‌شود اثر جرم هادرون روی آهنگ واپاشی، افزایش آهنگ واپاشی در مقادیر کوچک انرژی هادرون و اثر جرم کوآرک  $b$  کاهش آهنگ واپاشی به ازای مقادیر بزرگ انرژی هادرون است. این نکته در شکل ۳ به وضوح دیده می‌شود. هر چند در این فرآیند خاص به دلیل کوچکی نسبت  $m_b^2/m_t^2 \approx 67 \times 10^{-5}$  این اثر آنچنان تأثیر گذار نیست. در سایر فرآیندهای واپاشی که



شکل ۲. نتایج برازش مدل توانی (برای تابع ترکش) با نتایج تجربی به‌دست آمده از آشکارسازهای ALEPH، OPAL، و SLD در فرآیند تولید هادرون B از نابودی الکترون-پوزیترون [۱۶].

مدل کارت ویلسونلی که تنها شامل یک پارامتر آزاد

است [۱۳]:

$$D(x; \delta) = \frac{1}{(1+\delta)(2+\delta)} (1-x)x^\alpha. \quad (13)$$

انتظار داریم که اگر تابع پیشنهادی شامل بیش از یک پارامتر آزاد باشد نتیجه بهتری برای برازش با داده‌های آزمایشگاهی به‌دست آید. مدل پترسون [۱۴] شامل دو پارامتر قابل تنظیم بوده و برای توصیف گذار یک کوآرک سنگین به هادرون سنگین مناسب می‌باشد. در این مدل تابع ترکش به شکل زیر پیشنهاد می‌شود:

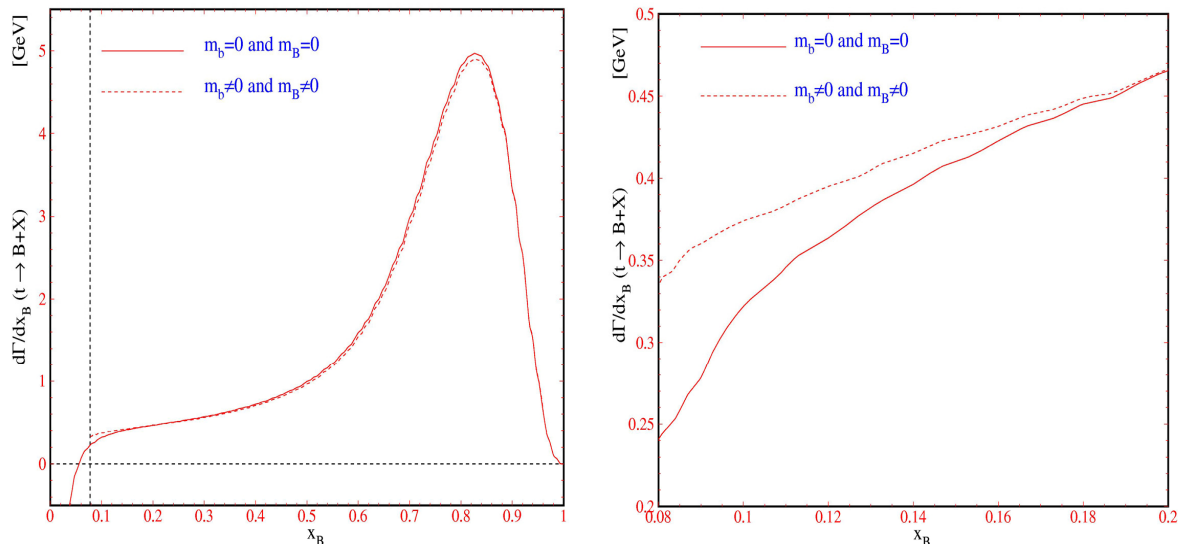
$$D(x; \mu_*^2) = N \frac{x(1-x)^2}{[(1-x)^2 + \epsilon x]^2}. \quad (14)$$

مدل توانی [۱۵] با تعریف:

$$D(x; \mu_0^2) = N x^\alpha (1-x)^\beta, \quad (15)$$

بیشتر برای توصیف گذار پارتون‌های سبک به هادرون‌های سبک مناسب است. همان‌گونه که پیشتر اشاره شد ضرایب  $(\alpha, \delta)$ ،  $(N, \epsilon)$ ، و  $(N, \alpha, \beta)$  در مدل‌های مذکور بعد از برازش نتایج تئوری با نتایج آزمایشگاهی تعیین می‌شوند. برای مثال در مقاله [۱۶] نویسندگان، داده‌های آزمایشگاهی مربوط به سطح مقطع دیفرانسیلی فرآیند تولید هادرون B از نابودی الکترون-پوزیترون در فرآیند (۱۱) را با نتایج تئوری که در آن از مدل توانی برای تابع ترکش استفاده شده است برازش کرده و پارامترهای تابع ترکش این مدل را به‌دست آوردند. این برازش

۱. Massive B-Hadron



شکل ۳: اثر جرم هادرون و کوآرک bottom روی توزیع انرژی هادرون نهایی  $B$  از واپاشی کوآرک Top. پارامترهای در نظر گرفته شده عبارتند از:  $\mu_s = 4.5 \text{ GeV}$ ,  $m_B = 5.28 \text{ GeV}$ ,  $m_b = 4.5 \text{ GeV}$ ,  $m_W = 80 \text{ GeV}$ ,  $m_t = 174 \text{ GeV}$ .

برهم کنش کننده و مشاهده پذیرهای نهایی است. در این مقاله ابتدا نشان دادیم چگونه اثر جرم هادرون خروجی منجر به اصلاح یکی از روابط بنیادی در QCD می گردد، آنگاه با بررسی آهنگ واپاشی کوآرک Top نشان دادیم که این اثر جرمی در انرژی های پایین حدود ۴۰ درصد مقدار پیش بینی شده برای آهنگ واپاشی را اصلاح می کند. پیش از این، اثر جرم نرون خروجی روی تابع ترکش در مرجع [۱۷] بررسی شده است.

نسبت جرم های پارتون ورودی  $i$  به خروجی  $j$  در فرآیند (۱) بزرگ نیست این اثر جرمی نتایج تئوری را به مقدار زیادی تصحیح خواهد کرد.

برای انجام محاسبات دقیق سطح مقطع پراکندگی یا آهنگ واپاشی در برهم کنش های هادرونی، باید حتی الامکان تمام عوامل تأثیرگذار در محاسبات را در نظر گرفت. یکی از این عوامل تأثیرگذار که تاکنون کمتر در نظر گرفته شده است، اثر جرم ذرات

10. S Atashbar Tehrani, Ali N Khorramian, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **186** (2009) 58.
11. Ali N Khorramian, S Atashbar Tehrani, *JHEP* **0703** (2007) 051.
12. S Atashbar Tehrani, Ali N Khorramian, *JHEP* **0707** (2007) 048.
13. V G Kartvelishvili, A K Likehoded and V A Petrov, *Phys. Lett. B* **78** (1978) 615.
14. C Peterson, D Schlatter, I Schmitt, and P M Zerwas, *Phys. Rev. D* **27** (1983) 105.
15. B Mele and P Nason, *Phys. Lett. B* **245** (1990) 635; G Colangelo and P Nason, *Phys. Lett. B* **285** (1992) 167.
16. B A Kniehl, G Kramer, I Schienbein and H Spiesberger, *Phys. Rev. D* **77** (2008).
17. T Kneesch, B A Kniehl, G Kraner and Schienbein, *Nucl. Phys. B* **799**(2008)34.

1. J C Collins, *Phys. Rev. D* **66** (1998) 094002.
2. G Corcella and A D Mitov, *Nucl. Phys. B* **623** (2002) 247.
3. B Mele and P Nason, *Nucl. Phys. B* **361** (1991) 626.
4. G Altarelli and G Parisi, *Nucl. Phys. B* **126** (1977) 298.
5. L N Lipatov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **20** (1975) 95; V N Gribov and L N Lipatov. *J. Nucl. Phys.* **15** (1972) 438.
6. A Gonzales-Arroyo *et al*, *Nucl. Phys. B* **153** (1979) 161.
7. E G Floratos *et al*, *Nucl. Phys. B* **192** (1981) 417.
8. Ali N Khorramian, H Khanpour, S Atashbar Tehrani, *Phys. Rev. D* **81** (2010) 014013.
9. Ali N Khorramian, S Atashbar Tehrani, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 074019.