

s-jahanfar@staff.um.ac.ir :

(دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۲/۱۱؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۰/۷/۱۳)

۱۰۰۰۰۰

(WF)

(CWWF)

۲۲۴Th

مدل آماری شکافت هسته‌ای توسط بوهر<sup>۵</sup> و ویلر<sup>۶</sup> توسعه یافت. در این مدل فرض می‌شود هسته در تمام درجات آزادی، تعادل گرمایی دارد و نرخ تجزیه شکافت، به حالت گذار ذره یعنی نقطه زینی وابسته است [۳].

شکافت هسته مرکب تشکیل شده در برهم‌کنش‌های همجوشی یون‌های سنگین، به عنوان یک موضوع نظری جالب در سال‌های اخیر مورد توجه بوده است [۴ و ۵]. یک مدل مناسب برای توصیف شکافت هسته مرکب، مدل ذره براونی در حمام گرمایی است [۶]. در این مدل درجات آزادی شکافت توسط ذره براونی بیان می‌شود و درجات آزادی ذاتی باقیمانده که در موازنه گرمایی نقش دارد، متناظر با حمام گرمایی است.

فرآیند شکافت یک هسته به دو پاره، از شگفت‌انگیزترین و در عین حال پیچیده‌ترین پدیده‌های فیزیک هسته‌ای است. برای توصیف نظری این پدیده تلاش‌های زیادی صورت گرفته که در اینجا به ذکر خلاصه‌ای از آنها اکتفا می‌شود.

پس از کشف نوترون توسط چادویک [۱]، جولیت و کوری<sup>۱</sup> از بمباران هسته‌ها توسط ذره آلفا، رادیواکتیو القایی را گزارش کردند. سپس نواک<sup>۲</sup> از شکافت هسته خبر داد. سرانجام هان و استراسمن<sup>۳</sup> پدیده شکافت القایی هسته را نتیجه گرفتند که بی‌درنگ توسط مایتنر و فریش<sup>۴</sup> تأیید شد [۲].

۱. Chadwick, F. Joliot and I. Curie

۲. Noddack

۳. Hahn and Strassmann

۴. Meitner and Frisch

۵. Bohr

۶. Wheeler

(حالت خاص  $V=0$  این معادله منجر به حل انیشتین خواهد شد). سرانجام لانژون در ۱۹۰۸ اولین مثال یک معادله دیفرانسیل تصادفی را مطرح کرد [۹].

معادله لانژون کاربردهای متفاوت و گسترده‌ای در فیزیک، شیمی، مهندسی برق و ... دارد [۱۰ و ۱۱]. در فیزیک می‌توان از این معادله برای مطالعه دینامیک شکافت [۴]، محاسبه میانگین مربعی جابه‌جایی و سرعت و ... استفاده کرد [۹]. در اینجا به اختصار به این معادله می‌پردازیم.

ساده‌ترین حالت یک ذره براونی آزاد را در نظر می‌گیریم، که با یک سیال احاطه شده است. ذره آزاد فرض می‌شود، طوری که هیچ نیرویی جز نیروی ناشی از بمباران مولکولی به آن وارد نمی‌شود. بر طبق قوانین نیوتن معادله حرکت ذره براونی عبارت است از:

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = S(t), \quad (1)$$

که در آن  $M$  جرم،  $x$  جابه‌جایی ذره و  $S(t)$  نیروی اعمال شده به آن به دلیل برخوردهای پی‌درپی از مولکول‌های سیال است. لانژون پیشنهاد کرد که  $S(t)$  می‌تواند مجموع دو قسمت باشد:

۱- نیروی اصطکاک یا چسبندگی  $(t)\dot{x}\xi$  که  $\xi$  ضریب اصطکاک است.

۲- نیروی ضربه  $F(t)$  که از ضربه مولکول‌های مایع به ذره وارد می‌شود و دارای افت و خیز سریع است. میانگین این نیرو روی فواصل زمانی طولانی صفر می‌باشد، یعنی  $\bar{F}(t) = 0$ . بنابراین خواهیم داشت:

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = -\xi \frac{dx(t)}{dt} + F(t). \quad (2)$$

فرض می‌شود که  $F(t)$  از  $x$  مستقل است و ثانیاً در قیاس با تغییرات  $x$ ، خیلی سریع تغییر می‌کند. این فرض به طور ضمنی بیان می‌کند که هر برخوردی عملاً خودبه‌خودی است.

این تغییر سریع می‌تواند با رابطه زیر بیان شود:

$$\overline{F(t)F(t')} = 2\xi kT \delta(t-t'), \quad (3)$$

که  $\delta$  تابع دلتای دیراک،  $k$  ثابت بولتزمن،  $T$  دمای مطلق و  $F(t)$  یک متغیر کاتوره‌ای گاوسی است [۹].

شکافت زمانی اتفاق می‌افتد که ذره براونی انرژی جنبشی کافی از حمام گرمایی به دست می‌آورد و بالاتر از سد شکافت قرار می‌گیرد. خط سیر شکافت را می‌توان با حل صحیح معادله لانژون<sup>۱</sup> دنبال کرد [۶ و ۷].

کاربرد وسیع معادله لانژون برای مطالعه دینامیک شکافت، توسط فرابریچ<sup>۲</sup> و گونت چار<sup>۳</sup> شکل گرفت و ترکیب مدل آماری و دینامیکی شکافت به وجود آمد. احتمال شکافت از حد مانای نرخ شکافت به دست می‌آید. این نرخ‌های شکافت با حل معادله لانژون تعیین می‌شوند. برای محاسبات دینامیکی معادله لانژون، خاصیت اتلاف هسته پارامتر مهمی است [۴]. در مدل اتلاف دینامیکی معمولاً دینامیک وابسته به درجه آزادی شکافت بررسی می‌شود، تا مشابه با یک ذره براونی شناور در حمام گرمایی چسبنده باشد. برهم‌کنش بین درجات آزادی ذاتی و درجات آزادی شکافت باعث ایجاد یک نیروی کاتوره‌ای و در نتیجه یک کشش اتلاfi در دینامیک شکافت می‌شود. شکی نیست که توصیف لانژون به‌علاوه رفتار مونت‌کارلو توصیف دینامیکی کافی را از فرآیند تبخیر فراهم می‌آورد [۷ و ۸]. در این مقاله به جای روش تحلیلی از حل عددی استفاده شده و یک نیروی اصطکاک قویا وابسته به شکل هسته را در محاسبات به کار برده‌ایم.

بعد از کار براون<sup>۴</sup> در ۱۸۲۷ و پس از سال‌ها حدس و گمان، بالاخره انیشتین<sup>۵</sup> در سال ۱۹۰۵ حرکت براونی را بر اساس تلفیق فرآیند تصادفی (گشت تصادفی) و توزیع ماکسول-بولتزمن توصیف کرد. قبلاً بچلر<sup>۶</sup> نیز در ۱۹۰۰ معادله پخششی شبیه به توصیف انیشتین به دست آورده بود. نظریه حرکت براونی ذرات توسط اسملوچوسکی<sup>۷</sup> در ۱۹۰۶ فرمول‌بندی شد

۱. Langevin

۲. Fröblich

۳. Gontchar

۴. Brown

۵. Einstein

۶. Bachelier

۷. Smoluchowski

توسط برآک<sup>۱</sup> و همکارانش پیشنهاد شد.  $C$  و  $h$  به ترتیب کشیدگی و درجه آزادی گردن و  $\alpha$  متناظر با پارامتر عدم تقارن است [۱۳].

در این کار ما فقط شکافت‌های متقارن را بررسی می‌کنیم (یعنی  $\alpha = 0$ ) و بعداً به منظور ساده‌سازی از درجه آزادی گردن نیز صرف‌نظر می‌کنیم (یعنی  $h = 0$ ) [۴]. نقاط نهایی شکل  $u = \pm 1$  خواهند بود. فاکتور حجم نرمال  $C$  در معادله (۳) معادل

$$\text{با } C = \left(A + \frac{B}{5}\right)^{\frac{1}{3}} \text{ است. ارتباط بین مجموعه پارامترهای}$$

$$\{A, B\} \text{ و } \{C, h\} \text{ به صورت زیر بیان می‌شود: [۱۲]}$$

$$B = 2h + \frac{1}{4}(C-1) \text{ و } A = \left(\frac{1}{C^2}\right) - \frac{B}{5} \quad (9)$$

شکل ۱ بیانگر بعضی شکل‌ها با پارامترهای  $\{C, h\}$  است و مشاهده می‌شود زمانی که  $h = 0$  باشد، به ازای  $C = 2/09$  شکافت رخ می‌دهد.

همان‌طور که از شکل ملاحظه می‌شود و با توجه به مرجع [۱۳]، با افزایش  $h$  تشکیل گردن در مقادیر کوچکتر  $C$  و در نتیجه برش هسته به دو پاره نیز در مقادیر کوچک  $C$  اتفاق می‌افتد. و رابطه  $\rho$  نسبت به مختصه  $Z$  به صورت زیر می‌باشد [۱۴]:

$$\rho^2(z) = \begin{cases} \left(1 - \frac{Z^2}{C^2}\right) (AC^2 + BZ^2 + \alpha CZ) & B \geq 0 \\ \left(1 - \frac{Z^2}{C^2}\right) \left( (AC^2 + \alpha CZ) \exp(BCZ^2) \right) & B < 0 \end{cases} \quad (10)$$

با در نظر گرفتن شکافت‌های متقارن خواهیم داشت [۱۳]:

$$\rho^2(Z) = \left(1 - \frac{Z^2}{C^2}\right) (AC^2 + BZ^2) \quad (11)$$

در مورد شکافت زوج معادلات لانژون در یک بعد به صورت زیر خواهد بود [۷]:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{p}{m} \text{ و } \frac{dp}{dt} = -\frac{p^2}{2} \frac{\partial}{\partial C} \left(\frac{1}{m}\right) - \frac{\partial F}{\partial C} - \eta \dot{C} + \Gamma(t) \quad (12)$$

با این فرض که ذرات در یک پتانسیل  $V(x)$  حرکت می‌کنند؛ معادلات لانژون به صورت زیر درمی‌آید [۱۰]:

$$\dot{p}(t) = -\frac{d}{dx} V[x(t)] - \frac{\xi P(t)}{M} + F(t),$$

$$\dot{x}(t) = \frac{p(t)}{M}. \quad (4)$$

در مختصات استوانه‌ای، شکل سطح هسته با معادله زیر به دست می‌آید:

$$\pi(\beta, u, v) = 0, \quad (5)$$

که  $\beta$  مجموعه‌ای از پارامترهای تغییرشکل  $u$  و  $v$  مختصه‌های بدون بعد متناسب با مختصات استوانه‌ای هستند و داریم:

$$\rho = c_0 v \text{ و } z = c_0 u \quad (6)$$

مبدأ سیستم مختصات، مرکز جرم شکل در نظر گرفته می‌شود. سطح هسته از معادله (۵) و با شرط پایستگی حجم به دست می‌آید، بنابراین مقدار  $c_0$  با رابطه زیر به دست می‌آید:

$$c_0 = R_0 \left[ \int_{u_1}^{u_2} \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} v_S^2(u) du \right]^{\frac{-1}{3}}. \quad (7)$$

در رابطه بالا  $R_0$  شعاع گردن است و تابع  $v_S$  توسط معادله (۵) به دست می‌آید و  $u_1$  و  $u_2$  نقاط نهایی هستند که در این نقاط  $v_S(u) = 0$  است. در ادامه به منظور سادگی، پارامتر بدون بعد  $C$  را با رابطه  $C = \frac{c_0}{R_0}$  تعریف می‌کنیم.

شکل هسته را به صورت زیر فرض می‌کنیم:

$$\pi(u, v) = v^2 - (1 - u^2)(A + Bu^2 + \alpha u), \quad (8)$$

که پارامتر  $\alpha$  بیانگر عدم تقارن شکل حول محور  $Z$  است؛ زمانی که  $\alpha = 0$  باشد، مجموعه‌ای از اشکال متقارن خواهیم داشت. اگر  $\alpha$  و  $B$  مساوی با صفر باشند مجموعه‌ای از بیضی‌های پخت ( $A > 1$ ) و بیضی‌های کشیده یا دوکوار ( $A < 1$ ) وجود دارد [۱۲].

به منظور اختصاص مختصات جمعی برای توصیف دینامیک شکافت هسته‌ای از پارامترهای  $(C, h, \alpha)$  استفاده می‌کنیم که

$h=0/4$					
$h=0/3$					
$h=0/2$					
$h=0$					
$h=-0/3$					
	$C=1$	$C=1/3$	$C=1/6$	$C=1/9$	$C=2/9$

شکل ۱. نمونه‌ای از شکل‌ها با پارامتر  $\{C, h\}$ ، شکافت متقارن ( $\alpha=0$ ) با خط پر و شکافت نامتقارن ( $\alpha=0/2$ ) با خط تیره نشان داده شده است.

فرض می‌کنیم که  $h$  و  $\Gamma(t)$  وابستگی خیلی کمی با زمان دارند؛ که دلالت می‌کند که دینامیک ذاتی هسته مارکوی<sup>۱</sup> است [۴]. جمله تصادفی  $\Gamma(t)$  باعث می‌شود که، سرعت در حد خوبی کمیت تصادفی باشد، بنابراین یک آنسامبل ساده  $\{\Gamma_\lambda(t), t=0 \rightarrow \infty\}$  معادل با آنسامبل متناظر  $\{v_\lambda(t), t=0 \rightarrow \infty\}$  است و توصیف فیزیکی حرکت براونی نتیجه‌ای از تراکم مسیرها است و به این معنی است که، اکنون با آنسامبل‌هایی از مسیرهای تصادفی  $\{v_\lambda(t)\}$  نسبت به یک مسیر  $v(t)$  مواجه هستیم [۱۵].

با توجه به اینکه می‌توان هسته را به عنوان گاز فرمی غیر برهم‌کنشی توصیف کرد داریم:

$$F(q, T) = V(q) - a(q)T, \quad (15)$$

$$E_{\text{int}}(q, T) = a(q)T^\gamma$$

و نیز معادله لانژون دو بعدی در مختصات  $(C, h)$  از شکل زیر پیروی می‌کند:

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{p_j p_k}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} (m^{-1})_{jk} - \frac{\partial F}{\partial q_i} \eta_{ij} (m^{-1})_{jk} p_k + g_{ij} \Gamma_j(t) \quad (13)$$

$$\frac{dq_i}{dt} = (m^{-1})_{ij} p_j,$$

که در رابطه بالا  $q_1$  و  $q_2$  به ترتیب شناسه‌ای برای  $C$  و  $h$  و  $p_i$  اندازه حرکت را نشان می‌دهد.  $F$  انرژی آزاد سیستم و  $m_{ij}$  و  $\eta_{ij}$  به ترتیب تانسور اینرسی و تانسور اصطکاک (یا اتلافی) و  $\Gamma_j$  نیروی کاتوره‌ای با توزیع گاوسی است. معادله لانژون با معادلات دیفرانسیل معمولی متفاوت است زیرا شامل جمله تصادفی  $\Gamma(t)$  است. نیروی کاتوره‌ای در رابطه زیر صادق است [۱۳ و ۱۵].

$$\langle \Gamma_k(t) \Gamma_L(t') \rangle = 2\delta_{kL} \delta(t-t'), \quad (14)$$

۱. Markovian

محاسبه کرد تا مقدار آشوب را گزارش کند و کاهش شدت فرمول دیوار تابعی از تغییر شکل هسته است [۸]. این اصطکاک که سطح ضعیف‌تری از اصطکاک دیوار (یعنی  $\eta_{wf}$ ) است، اصطکاک دیوار آشوبناک یا  $\eta_{cwwf}$  نامیده می‌شود. ضریب اصطکاک دیوار آشوبناک و ضریب اصطکاک دیوار با رابطه  $\eta_{cwwf} = \mu\eta_{wf}$  به یکدیگر وابسته هستند و  $\mu$  آشوب در حرکت تک جسمی است و به شکل هسته وابسته است [۷].

در مدل اتلافی تک جسمی دیوار و پنجره داریم و انتظار داریم اصطکاک پنجره بعد از تشکیل گردن در سیستم هسته، تأثیر بگذارد. به تدریج شعاع گردن به حد کافی باریک می‌شود و می‌توانیم فرض کنیم که یک ذره توسط پنجره از یک طرف به طرف دیگر عبور می‌کند و در پاره دیگر به قدر کافی باقی می‌ماند، تا اجازه دهیم که در طرف دیگر تعداد کافی برخورد انجام دهد و به عبارت دیگر انرژی انتقالی را برگشت‌ناپذیر یا یک‌طرفه می‌سازد، هنگامی که تشکیل گردن آغاز می‌شود، شدت اصطکاک با باریک‌تر شدن گردن افزایش می‌یابد و هنگامی که شعاع گردن خیلی کوچکتر از شعاع پاره‌ها شود به مقدار کلاسیکی خود می‌رسد [۴ و ۷]. ضریب اصطکاک  $\eta$  در یک بعد به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta = \frac{1}{4} \pi \rho_m \bar{v} \int_{Z_{\min}}^{Z_{\max}} \left( \frac{\partial \rho^2}{\partial C} \right)^2 \left[ \rho^2 + \left( \frac{1}{2} \frac{\partial \rho^2}{\partial Z} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} dZ. \quad (20)$$

در رابطه بالا  $\bar{v}$  میانگین سرعت نوکلئون‌ها داخل هسته و در دمای صفر از رابطه  $\frac{\bar{v}}{C} = \frac{\bar{p}}{MC} = \frac{3}{4} \frac{\hbar}{MC} \left( 2\pi^2 \rho_m \right)^{\frac{1}{3}}$  تعیین می‌شود و  $\rho_m$  چگالی جرم ثابت که از انتگرال روی حجم به دست می‌آید:

$$\rho_m = \frac{M_0}{\left( \frac{4}{3} \pi R_0^3 \right)} \quad (21)$$

کمیتی به صورت  $\beta(C) = \frac{\eta(C)}{m(C)}$  را به عنوان ضریب اصطکاک کاهش یافته تعریف می‌کنیم. وابستگی  $\beta$  به مختصه کشیدگی برای  $^{234}\text{Th}$  در مرجع [۸] نشان داده شده است [۱۰]. معادله لانژون به دلیل وجود  $\Gamma(t)$  به عنوان معادله

که  $V(q)$  انرژی پتانسیل در دمای صفر است (یعنی  $F(q, T=0) \equiv V(q)$ ) در معادله (۱۵)  $T \leq 4\text{MeV}$  [۱۶] و پارامتر چگالی سطح  $a(q)$  که به مختصات جمعی وابسته است با رابطه زیر تخمین زده می‌شود:

$$a(q) = a_1 A + a_2 A^{\frac{2}{3}} B_S(q). \quad (16)$$

در رابطه (۱۶)  $B_S(q)$  انرژی سطح (LDM) است و عبارت است از: [۱۳]

$$B_S = \frac{E_S}{E_S^*} = \frac{1}{2} \left( \frac{c_0}{R_0} \right)^2 \int_{u_1}^{u_2} du \left\{ v_S^2 \left[ 1 + \left( \frac{dv_S}{du} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

$a_1$  و  $a_2$  به ترتیب ضرایب حجم و سطح پارامتر چگالی هستند. در مدل دینامیکی معمولاً دو مجموعه از ضرایب  $a_1$  و  $a_2$  به کار می‌رود. آگناتوک<sup>۱</sup> و کوارکرز<sup>۲</sup>  $a_1 = 0.073 \text{MeV}^{-1}$ ،  $a_2 = 0.095 \text{MeV}^{-1}$  را پیشنهاد کردند [۱۶].

عناصر تانسور اینرسی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$m_{ij} = \pi \rho_m \int_{Z_{\min}}^{Z_{\max}} \rho^2 \left( A_i A_j + \frac{1}{\lambda} \rho^2 A_i' A_j' \right) dZ, \quad (18)$$

که پریم‌ها دیفرانسیل نسبت به  $Z$  هستند و ضرایب بسط  $A_i$  از رابطه (۱۹) به دست می‌آید:

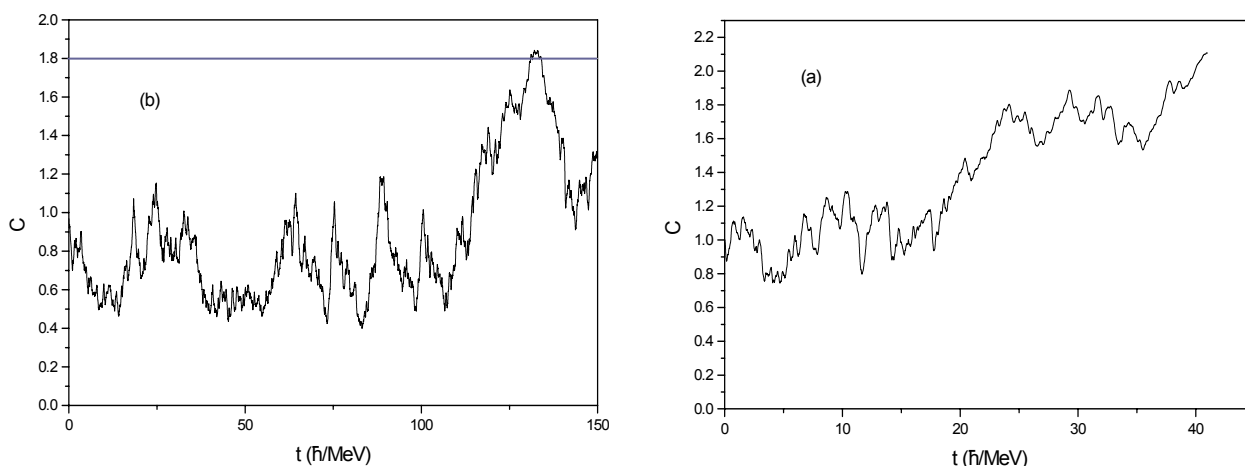
$$A_i(Z; q) = \frac{1}{\rho^2(Z; q)} \frac{\partial}{\partial q} \int_{Z_{\min}}^{Z_{\max}} \rho^2(Z'; q) dZ' \quad (19)$$

عبارت (۱۸) تانسور اینرسی است که برای مقادیر متفاوت مختصه جمعی  $C$  و  $h$  محاسبه می‌شود.  $m_{ij}$  سه مولفه به نام‌های  $m_{CC}$  و  $m_{hh}$  و  $m_{hC}$  دارد. چون محاسبات ما در مورد  $^{234}\text{Th}$  و معادله لانژون یک بعدی است (یعنی مختصه  $C$ ) از این رو به  $m_{CC}$  نیاز داریم. وابستگی  $m_{CC}$  به  $C$  در مرجع [۱۰] نشان داده شده است [۱۰ و ۱۷].

یکی از فرضیات مهم در به دست آوردن فرمول دیوار این است که برخوردهای ذرات منفرد با دیوار کاملاً کاتوره‌ای هستند. این متناظر با حرکت نامنظم و یا آشوب است، هر چند مقدار آشوب به تغییر شکل هسته شکافنده بستگی دارد. پال فاکتوری را

۱. Ignatyuk

۲. Coworkers



شکل ۲. (a) نمونه مسیری است که به شکافت منجر می‌شود و (b) نمونه مسیری که از نقطه زینی عبور می‌کند ولی دوباره به پتانسیل هسته باز می‌گردد.

در این برنامه برای دقت بیشتر گام‌های کوچک با تعداد دفعات زیاد را در نظر می‌گیریم. بدین منظور  $\Delta t = 0.005 \frac{\hbar}{\text{MeV}}$  در نظر می‌گیریم و محاسبات را برای تعداد زیادی مسیر (۱۰۰۰۰۰ مسیر) تکرار می‌کنیم. یک مسیر لائزون که به نقطه برش می‌رسد به عنوان یک رویداد شکافت در نظر گرفته می‌شود (شکل a-۲). به طور نادر با بعضی از مسیرهایی مواجه هستیم که از نقطه زینی عبور کرده ولی دوباره به پتانسیل هسته باز می‌گردند و در نتیجه شکافت اتفاق نمی‌افتد (شکل b-۲).

برای محاسبه نرخ شکافت  $^{234}\text{Th}$  برنامه دیگری نوشته و آن را برای ۱۰۰۰۰۰ مسیر اجرا کرده‌ایم. وابستگی زمانی احتمال شکافت، با در نظر گرفتن اصطکاک دیوار و اصطکاک دیوار آشوبناک در دماهای متفاوت در شکل ۳ نشان داده شده است و همان‌طور که انتظار می‌رود با افزایش دما نرخ شکافت افزایش می‌یابد. قابل ذکر است که برای اجرای برنامه با در نظر گرفتن  $WF$  یا  $CWWF$  حدوداً ۱۰۰ دقیقه زمان نیاز است.

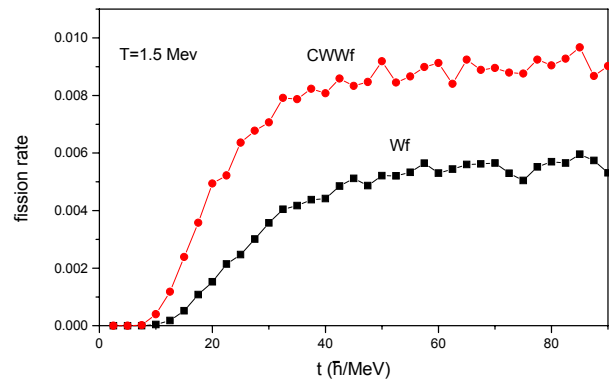
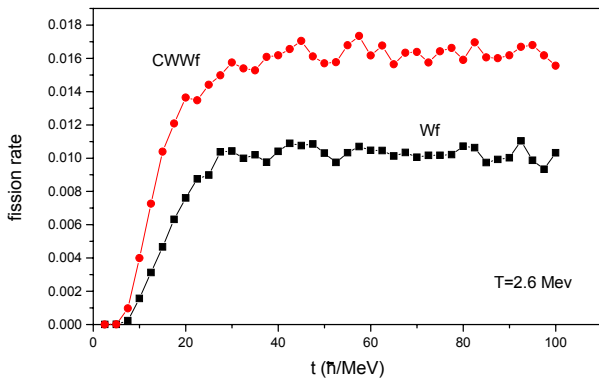
در نمودار ۴ محاسبه نرخ شکافت  $^{234}\text{Th}$  بر حسب دما با در نظر گرفتن اصطکاک دیوار آشوبناک رسم شده است؛ و همان‌طور که از نمودار برداشت می‌شود نتایج حاصل از این مقاله و نتایج مرجع [۱۳] هر دو با افزایش دما سیر صعودی دارند و در دمای  $2.5\text{MeV}$  تقریباً منطبقند ولی آهنگ وابستگی

دیفرانسیل تصادفی در نظر گرفته می‌شود. به منظور محاسبه کمیت‌های فیزیکی و مقادیر میانگین مشاهدات، آنسامبلی به قدر کافی بزرگ از مسیرهایی با نیروی تصادفی متفاوت در نظر می‌گیریم. تکرار زیاد محاسبه مسیرها، بهایی است که برای اجتناب از حل معادله دیفرانسیل جزئی با چند درجه آزادی، باید پردازیم. در معادله لائزون چون نیروی کاتوره‌ای  $\Gamma(t)$  نسبت به زمان معین نیست، در نتیجه این معادله با راه‌های معمولی مثل الگوریتم رانگ‌کوتا قابل حل نمی‌باشد. بنابراین مجبوریم از روش‌های مستقیم مانند مرجع [۱۵] استفاده کنیم. در شکافت مجبوریم تا سیستم را در دوره نسبتاً طولانی در نظر بگیریم. که به این معنی است که مجبوریم گام‌های کوچک را در دفعات زیاد تکرار کنیم یا از گام‌های زمانی بزرگ  $\Delta t$  استفاده کنیم؛ که در معادلات مرتبه اول خط‌هایی را ایجاد می‌کند.

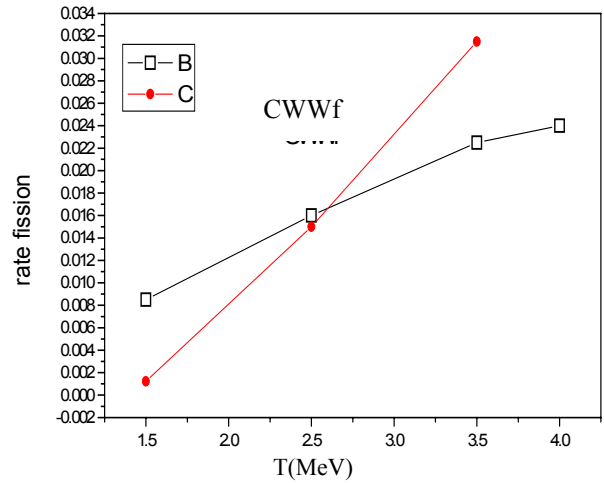
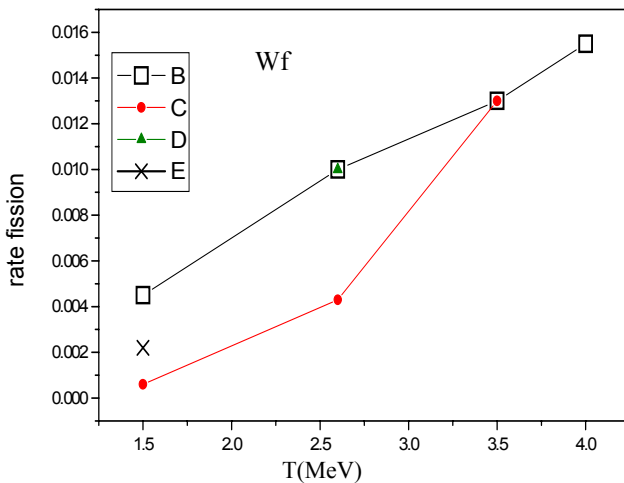
حالتی از شکافت هسته‌ای را معرفی می‌کنیم که در مرجع [۱۵] نشان داده شده است. نقطه می‌نیم  $C=1$  است؛ در حالی که نقطه زینی در  $C=1/8$  است و بنابراین فرم انرژی پتانسیل به صورت زیر درمی‌آید [۱۵]:

$$U(C) = \begin{cases} 37.46(C-1)^2 \text{ MeV} & 0 < C < 1/267 \\ 7.99 - 18.73(C-1/8)^2 & 1/267 < C < \infty \end{cases} \quad (22)$$

با در نظر گرفتن این انرژی پتانسیل و به دست آوردن معادلات اینرسی و ضریب اصطکاک کاهش یافته، برنامه‌ای می‌نویسیم و



شکل ۳. وابستگی زمانی احتمال شکافت  $^{234}\text{Th}$  در دماهای متفاوت با در نظر گرفتن اصطکاک دیوار آشوبناک و اصطکاک دیوار.



نمودار ۵. محاسبه نرخ شکافت  $^{234}\text{Th}$  بر حسب دما با در نظر گرفتن اصطکاک دیواره. نتایج حاصل از این مقاله مربع توخالی (B)، دایره توپر (C) مرجع [۱۳]، مثلث (D) مرجع [۱۸] و ضربدر (E) مرجع [۶].

نمودار ۴. محاسبه نرخ شکافت  $^{234}\text{Th}$  بر حسب دما با در نظر گرفتن اصطکاک دیوار آشوبناک. نتایج حاصل از این مقاله مربع توخالی (B) و دایره توپر (C) مرجع [۱۳].

سیر صعودی دارند ولی در نتایج مرجع [۱۳] به ازای دمای  $2.6\text{MeV}$  شکست وجود دارد. در دمای  $2.6\text{MeV}$  نتایج این مقاله با نتایج مرجع [۱۸] و در دمای  $3\text{MeV}$  نتایج ما با نتایج مرجع [۱۳] منطبق است.

برای نتایج مرجع [۱۳] قدری بیشتر است. در دمای  $4\text{MeV}$  داده‌ای از مرجع [۱۳] برای قیاس وجود نداشت. در نمودار ۵ محاسبه نرخ شکافت  $^{234}\text{Th}$  بر حسب دما با در نظر گرفتن اصطکاک دیواره رسم شده و چنانچه مشاهده می‌شود نتایج حاصل از این مقاله و نتایج مرجع [۱۳] هر دو

(1993) 281.  
 4. G Chaudhuri and S Pal, *Physical Review C*, **63** (2001) 064603.  
 5. J Sadhukhan and S Pal, *Physical Review C* **81** (2010) 031602.  
 6. J Sadhukhan and S Pal, *Physical Review C* **82** (2010) 021601.

1. N Soulfanidis, "Measurement and detection of radiation," Hemisphere Publishing Corporation (1983).  
 2. M A Hooshyar, I Reichstein, F B Malik, "Nuclear Fission and Cluster Radioactivity (an Energy-Density Functional Approach), Springer (2005),  
 3. P Fröbrich, I Gontchar, *Nuclear Physics A*, **556**

- 44 (1972) 2.
13. P Santanu, G Chaudhuri, J Sadhukhan, *Nuclear Physics A*, **808** (2008) 1-16.
14. Y Jia and J Bao, *Physical Review C* **75** (2007) 034601.
15. Y Abe, S Ayik, P -G Reinhard, E Suraud, *Physics Reports* **275** (1996) 49.
16. E G Ryabov, A V Karpov, P N Nadtochy, G D Adeev, *Physical Review C* **78** (2008) 044614.
17. K T R Davies, A J Sierk, J R Nix, *Phys. Rev. C* **13** (1976) 2385.
18. J Bao and Y Jia, *Physical Review C* **69** (2004) 027602.
7. G Chaudhuri, S Pal, arXiv: nucl-th/0204052v1 (2002).
8. P Fröbrich, arXiv: nucl-th/0401045v1 (2004).
9. W T Coffey, Yu P Kalmykov., J T Waldron, *The Langevin Equation*, World Scientific **14** (2005) Second.
10. G Chaudhuri, arXiv: nucl-th/0411005v1, (2004).
11. W T Coffey, Yu P Kalmykov and J T Waldron, “*The Langevin equation (with application in Physics, Chemistry and Electrical Engineering)*”, World Scientific (1998).
12. M Brack, Damgaard Jensn, H C A S Pauli, V M Strutinsky, C Y Wong, *Reviews of Modern Physics*,