

(IPM)

mmoosavi@yazduni.ac.ir :

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۸/۲۵ ؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۰/۸/۲۹)

ریاضی به علم فیزیک با تمرکز روی دو بخش فیزیک هسته‌ای و فیزیک ذرات بنیادی است. در این مقاله، ابتدا تعاریف اولیه نظریه ابرساختارها را ارائه کرده، آنگاه به اختصار به معرفی ذرات بنیادی، مفهوم همجوشی در فیزیک هسته‌ای و نحوه انجام فرآیندهای همجوشی در ستارگان جهت تولید انرژی می‌پردازیم. در انتها، برخی از خواص ابرساختاری این مجموعه‌ها را بررسی می‌کنیم.

n

در نظریه ابرساختارها برخلاف جبر سستی که همواره ترکیب دو عنصر یک عنصر از همان گروه را می‌دهد، یک مجموعه ناتهی حاصل ترکیب دو عنصر از یک ابرساختار است. با این دیدگاه

نظریه نوین ابرساختارها به عنوان یک تعمیم طبیعی از جبر سستی، در سال ۱۹۳۴ توسط مارتی<sup>۱</sup> (ریاضیدان فرانسوی) پایه‌گذاری شد [۱] و از آن پس مقاله‌ها و کتاب‌های زیادی در این شاخه جدید از ریاضیات، تالیف و منتشر شده است [۲-۴]. در سال‌های اخیر، کاربردهای فراوانی از این نظریه نوین در علوم شیمی، ژنتیک و... پیدا شده است [۵-۷]. به عنوان یک مثال کاربردی این نظریه در علم شیمی، می‌توان به دسته‌بندی نوین فرآیندهای شیمیایی بر اساس خواص ابرساختاری آنها اشاره کرد [۵ و ۶]. هدف این تحقیق، تعمیم این نظریه جدید

۱. F. Marty

(خاصیت شـرکت پذیرى ضعیف)

$$x \otimes (y \otimes z) \cap (x \otimes y) \otimes z \neq \emptyset$$

(خاصیت تکثیر پذیری)

$$x \otimes H = H \otimes x = H$$

(ث) یک عضو  $x$  از یک ابرگروه وار  $(H, \otimes)$  را یک پوچ توان

نامیم هرگاه داشته باشیم:  $x \otimes x = x$ .

**تعریف ۲:** فرض کنیم  $(L, \otimes)$  یک  $H_V$ -گروه و  $K$  زیر

مجموعه ناتهی از  $L$  باشد در این صورت  $K$  را یک  $H_V$ -گروه

از  $(L, \otimes)$  نامیم هرگاه به ازای تمام عنصرهای  $a, b \in K$  داشته

باشیم:  $a \otimes b \in P^*(K)$ .

به سادگی مشاهده می‌گردد که این تعریف، معادل با این

است که  $K$  یک  $H_V$ -زیر گروه  $(L, \oplus)$  است اگر و فقط اگر

$K$  تحت ابر عمل دوتایی تعریف شده روی  $L$  بسته باشد.

یکی از جلوه‌های کاربرد مفاهیم ابرساختارهای جبری، در

حوزه فیزیک ذرات بنیادی و فیزیک هسته‌ای است. بنابراین در

ادامه با معرفی اجمالی این حوزه‌ها، نشان خواهیم داد که

ابرنکش (یا ابرعمل) تعریف شده در مجموعه‌ای خاص، همراه

با اعضای آن مجموعه یک ابرساختار جبری را تشکیل می‌دهند.

در علم فیزیک ذرات بنیادی، یک ذره بنیادی به ذره‌ای گفته می‌شود

که هیچ ساختار داخلی ندارد. لذا این ذره یکی از بلوک‌های

ساختمانی جهان اطراف ما را تشکیل می‌دهد. عملاً از سال ۱۸۹۷

که الکترون به عنوان بنیادی‌ترین عنصر جهان، توسط تامسون

کشف شد فیزیک ذرات بنیادی متولد گردید. از آن پس ذرات

بنیادی بتدریج کشف و معرفی گردیدند. در جهت ایجاد نظم در

این مجموعه بزرگ از ذرات و ارائه الگویی مناسب برای توجیه

سازوکار برهم‌کنش ذرات، مدل‌های متفاوتی ارائه گردید که

مهمترین آنها مدل استاندارد نامیده می‌شود که تاکنون پیشگوئی‌های

این مدل توافق خوبی با نتایج تجربی داشته است [۸].

در این تئوری، شش کوارک و شش لپتون به همراه

پادذراتشان و بوزون‌های برداری میانی، که نقش حامل نیرو را

ایفا می‌کنند، مجموعاً ۶۱ ذره بنیادی جهان ما را تشکیل

می‌دهند. مطابق با مدل کوارک در نظریه مدل استاندارد،

جدید، به تعاریف اولیه از این نظریه می‌پردازیم.

**تعریف ۱:** یک ابرساختار تعمیم یافته  $n$  گانه، طبق تعریف،

شامل  $n$  مجموعه ناتهی  $H_1, H_2, \dots, H_n$  به همراه یک ابر

عمل زیر است:

$$\left\{ \begin{array}{l} f: H_1 \times H_2 \times \dots \times H_n \rightarrow P^*\left(\bigcup_{i=1}^n H_i\right) \\ (x_1, \dots, x_n) \rightarrow f(x_1, \dots, x_n) \subseteq \left(\bigcup_{i=1}^n H_i\right) - \emptyset. \\ x_1 \in H_1, x_2 \in H_2, \dots \end{array} \right. \quad (1)$$

که در آن  $\phi$  معرف یک مجموعه تهی است.

در مباحث فیزیک ذرات بنیادی و فیزیک هسته‌ای عموماً با

حالت‌هایی روبه‌رو هستیم که در آن  $n=2$  و  $H_1 = H_2 = H$ .

در نتیجه، یک ابرساختار تعمیم یافته دوگانه  $(H, \otimes)$ ، شامل یک

مجموعه ناتهی  $H$  به همراه یک ابرعمل

$\otimes: H \times H \rightarrow P^*(H)$  است، که در آن  $P^*(H)$  به معنی

مجموعه‌ای متشکل از تمام زیرمجموعه‌های ناتهی از  $H$

است [۱].

در ادامه، مفاهیم ابرگروه وار، نیم ابرگروه وار، ابرگروه و

$H_V$ -گروه در نظریه ابرساختارها را بیان می‌کنیم:

**الف)** ابرساختار تعمیم یافته دو گانه  $(H, \otimes)$  را یک ابرگروه وار

نامیم هرگاه داشته باشیم:

اگر  $A$  و  $B$  دو زیر مجموعه ناتهی از  $H$  باشند آنگاه:

$$A \otimes B = \bigcup_{a \in A, b \in B} a \otimes b, \quad x \otimes A = \{x\} \otimes A,$$

$$A \otimes x = A \otimes \{x\}, \quad \forall x \in H$$

(ب) یک ابرگروه وار  $(H, \otimes)$  را یک نیم ابرگروه نامیم هرگاه به

ازای تمام عناصر  $x, y, z$  از  $H$ ، خاصیت شرکت پذیری

$(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$  برقرار باشد.

(پ) یک نیم ابرگروه  $(H, \otimes)$  را یک ابرگروه نامیم هرگاه به

ازای تمام  $x \in H$  داشته باشیم:

(خاصیت تکثیر پذیری)  $x \otimes H = H \otimes x = H$

(ت) یک ابرگروه وار  $(H, \otimes)$  را یک  $H_V$ -گروه نامیم هرگاه

به ازای تمام اعضای  $x, y, z \in H$  دو شرط زیر برقرار باشند:

جدول ۱. دسته‌بندی لپتون‌ها براساس بار الکتریکی و اعداد لپتونی.

نماد	Q	$L_e$	$L_\mu$	$L_\tau$
$e^- / e^+$	-۱/+۱	+۱/-۱	۰	۰
$\nu_e / \bar{\nu}_e$	۰	+۱/-۱	۰	۰
$\mu^- / \mu^+$	-۱/+۱	۰	+۱/-۱	۰
$\nu_\mu / \bar{\nu}_\mu$	۰	۰	+۱/-۱	۰
$\tau^- / \tau^+$	-۱/+۱	۰	۰	+۱/-۱
$\nu_\tau / \bar{\nu}_\tau$	۰	۰	۰	+۱/-۱

لپتونی نیز همواره برقرار است. این پایستگی جدید بدین معنی است که لپتون‌ها و پادلپتون‌ها همواره به صورت زوج از یک نسل در برهم‌کنش شرکت می‌کنند. برای مثال فرآیندهای زیر تحت پایستگی عدد تائونی و الکترونی مجاز هستند:

$$e^- + \nu_\tau \rightarrow e^- + \nu_\tau, \quad (2)$$

$$\rightarrow \tau^- + \nu_e.$$

در این مقاله از نماد گذاری جدیدی برای نشان دادن محصولات برهم‌کنش استفاده می‌کنیم. برای مثال:

$$e^- + \nu_\tau \rightarrow \{e^-, \nu_\tau, \tau^-, \nu_e\}. \quad (3)$$

محصولات خروجی ممکن است بسیار متنوع باشند لذا لازم است که پایستگی تمام اعداد لپتونی در فرآیند بررسی شود. برای مثال در برهم‌کنش  $\mu^- - \mu^+$  شش جفت ذره خروجی می‌توانند به عنوان محصولات نهایی مشاهده شوند:

$$\mu^- + \mu^+ \rightarrow e^- + e^+, \mu^- + \mu^+, \tau^- + \tau^+, \quad (4)$$

$$\nu_e + \bar{\nu}_e, \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau + \bar{\nu}_\tau,$$

که مطابق با نماد گذاری جدید داریم:

$$\mu^- + \mu^+ \rightarrow \{e^-, e^+, \mu^-, \mu^+, \tau^-, \tau^+, \nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\tau\} = L.$$

در رابطه فوق،  $L$  بیانگر مجموعه لپتون‌ها است. سایر برهم‌کنش‌های ممکن بین مجموعه عناصر گروه لپتون‌ها، در جدول ۲ مرتب شده است. در مرتب سازی این جدول از نوشتن عناصر تکراری اجتناب کرده‌ایم. همه برهم‌کنش‌های نشان داده شده در جدول ۲، در مرتبه اول اختلال (Leading Order) هستند.

از موارد کاربرد ابرساختارها در فیزیک هسته‌ای، در فرآیندهای همجوشی هسته‌ای است. علم سنتز هسته‌ای فرآیند همجوشی در ستارگان را توضیح می‌دهد. چگونگی تولید انرژی در ستارگان یکی از جالب‌ترین مباحث مطرح در اختر فیزیک می‌باشد. وظیفه تولید انرژی در ستارگان به عهده واکنش همجوشی است. در چنین واکنشی دو یا چند عنصر سبک با هم ترکیب شده و عنصری سنگین‌تر به همراه مقداری انرژی تولید می‌کنند. از آنجایی که ماده اصلی تشکیل دهنده ستارگان، عنصر

کوارک‌ها آزادانه در طبیعت یافت نمی‌شوند بلکه در ترکیب‌های قابل مشاهده هادرونی همچون باریون‌ها و مزون‌ها وجود دارند. برخلاف کوارک‌ها، لپتون‌ها می‌توانند آزادانه در طبیعت یافت شوند لذا آنها یک گروه مهم از ذرات بنیادی هستند مخصوصاً الکترون‌ها که یکی از اجزای اتم هستند. در این مقاله ابرساختار بودن این گروه از ذرات را بررسی خواهیم کرد.

در مدل استاندارد، شش لپتون و شش پادلپتون در سه نسل ظاهر می‌شوند. نسل اول شامل الکترون، پوزیترون، نوترینوی الکترون و پادنوترینوی الکترون، نسل دوم شامل میون، پادمیون، نوترینوی میون و پادنوترینوی میون و نسل سوم شامل تائون، پاد تائون، نوترینوی تائون و پاد نوترینوی تائون می‌باشد. بنابراین گروه لپتون‌ها شامل دوازده عضو به صورت  $\{e^-, \nu_e, e^+, \bar{\nu}_e, \mu^-, \nu_\mu, \mu^+, \bar{\nu}_\mu, \tau^-, \nu_\tau, \tau^+, \bar{\nu}_\tau\}$  است. تفاوت اصلی بین نوترینوها و پادنوترینوها در عدد کوانتومی به نام عدد لپتونی است. در مدل استاندارد به اعضای هر نسل از لپتون‌ها عدد لپتونی یکسانی نسبت داده می‌شود. به نسل اول عدد الکترونی  $L_e$ ، به نسل دوم عدد میونی  $L_\mu$  و به نسل سوم عدد تائونی  $L_\tau$  نسبت می‌دهند. این اعداد لپتونی به همراه بار لپتون‌ها در جدول ۱ دسته بندی شده‌اند.

لپتون‌ها فاقد عدد کوانتومی "بار رنگ" می‌باشند لذا در برهم‌کنش‌های قوی شرکت نمی‌کنند و تنها از طریق برهم‌کنش‌های الکتروضعیف بر یکدیگر تأثیر می‌گذارند. به خصوص نوترینوها که بدون بار الکتریکی هستند و تنها در برهم‌کنش‌های ضعیف شرکت می‌کنند. در هر برهم‌کنش الکتروضعیف علاوه بر پایستگی بار الکتریکی، پایستگی عدد

جدول ۲. برهم کنش بین لپتون‌ها با در نظر گرفتن پایداری اعداد لپتونی .

$\otimes$	$e$	$\nu_e$	$e^+$	$\bar{\nu}_e$	$\mu$	$\nu_\mu$	$\mu^+$	$\bar{\nu}_\mu$	$\tau$	$\nu_\tau$	$\tau^+$	$\bar{\nu}_\tau$
$e$	$e$	$e, \nu_e$	$L$	$e, \bar{\nu}_e$ $\mu, \bar{\nu}_\mu$ $\tau, \bar{\nu}_\tau$	$e, \mu$	$e, \nu_e$ $\mu, \nu_\mu$	$e, \nu_e$ $\mu^+, \bar{\nu}_\mu$	$e, \bar{\nu}_\mu$	$e, \tau$	$e, \nu_e$ $\tau, \nu_\tau$	$e, \nu_e$ $\tau^+, \bar{\nu}_\tau$	$e, \bar{\nu}_\tau$
$\nu_e$	$e, \nu_e$	$\nu_e$	$e^+, \nu_e$ $\mu^+, \nu_\mu$ $\tau^+, \nu_\tau$	$L$	$e, \nu_e$ $\mu, \nu_\mu$	$\nu_e, \nu_\mu$	$\mu^+, \nu_e$	$e, \nu_e$ $\mu^+, \bar{\nu}_\mu$	$e, \nu_e$ $\tau, \nu_\tau$	$\nu_\tau, \nu_e$	$\nu_e, \tau^+$	$e, \nu_e$ $\tau^+, \bar{\nu}_\tau$
$e^+$	$L$	$e^+, \nu_e$ $\mu^+, \nu_\mu$ $\tau^+, \nu_\tau$	$e^+$	$e^+, \bar{\nu}_e$	$\mu, \nu_\mu$ $e^+, \bar{\nu}_e$	$e^+, \nu_\mu$	$e^+, \mu^+$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$ $e^+, \bar{\nu}_e$	$e^+, \bar{\nu}_e$ $\tau, \nu_\tau$	$e^+, \nu_\tau$	$e^+, \tau^+$	$e^+, \bar{\nu}_e$ $\tau^+, \bar{\nu}_\tau$
$\bar{\nu}_e$	$e, \bar{\nu}_e$ $\mu, \bar{\nu}_\mu$ $\tau, \bar{\nu}_\tau$	$L$	$e^+, \bar{\nu}_\mu$	$\bar{\nu}_e$	$\mu, \bar{\nu}_e$	$\mu, \nu_\mu$ $e^+, \bar{\nu}_e$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$ $e^+, \bar{\nu}_e$	$\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu$	$\tau, \bar{\nu}_e$	$e^+, \bar{\nu}_e$ $\tau, \nu_\tau$	$e^+, \bar{\nu}_e$ $\tau^+, \bar{\nu}_\tau$	$\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\tau$
$\mu$	$e, \mu$	$e, \nu_e$ $\mu, \nu_\mu$	$\mu, \nu_\mu$ $e^+, \bar{\nu}_e$	$\mu, \bar{\nu}_e$	$\mu$	$\mu, \nu_\mu$	$L$	$e, \bar{\nu}_e$ $\mu, \bar{\nu}_\mu$ $\tau, \bar{\nu}_\tau$	$\mu, \tau$	$\tau, \nu_\tau$ $\mu, \nu_\mu$	$\tau^+, \bar{\nu}_\tau$ $\mu, \nu_\mu$	$\mu, \bar{\nu}_\tau$
$\nu_\mu$	$e, \nu_e$ $\mu, \nu_\mu$	$\nu_e, \nu_\mu$	$e^+, \nu_\mu$	$\mu, \nu_\mu$ $e^+, \bar{\nu}_e$	$\mu, \nu_\mu$	$\nu_\mu$	$e^+, \nu_e$ $\mu^+, \nu_\mu$ $\tau^+, \nu_\tau$	$L$	$\tau, \nu_\tau$ $\mu, \nu_\mu$	$\nu_\mu, \nu_\tau$	$\tau^+, \nu_\mu$	$\tau^+, \bar{\nu}_\tau$ $\mu, \nu_\mu$
$\mu^+$	$e, \nu_e$ $\mu^+, \bar{\nu}_\mu$	$\mu^+, \nu_e$	$e^+, \mu^+$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$ $e^+, \bar{\nu}_e$	$L$	$e^+, \nu_e$ $\mu^+, \nu_\mu$ $\tau^+, \nu_\tau$	$\mu^+$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$ $\tau, \nu_\tau$	$\mu^+, \nu_\tau$	$\mu^+, \tau^+$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$ $\tau^+, \bar{\nu}_\tau$
$\bar{\nu}_\mu$	$e, \bar{\nu}_\mu$	$e, \nu_e$ $\mu^+, \bar{\nu}_\mu$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$ $e^+, \bar{\nu}_e$	$\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu$	$e, \bar{\nu}_e$ $\mu, \bar{\nu}_\mu$ $\tau, \bar{\nu}_\tau$	$L$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$	$\bar{\nu}_\mu$	$\tau, \bar{\nu}_\mu$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$ $\tau, \nu_\tau$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$ $\tau^+, \bar{\nu}_\tau$	$\bar{\nu}_\tau, \bar{\nu}_\mu$
$\tau$	$e, \tau$	$e, \nu_e$ $\tau, \nu_\tau$	$e^+, \bar{\nu}_e$ $\tau, \nu_\tau$	$\tau, \bar{\nu}_e$	$\mu, \tau$	$\tau, \nu_\tau$ $\mu, \nu_\mu$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$ $\tau, \nu_\tau$	$\tau, \bar{\nu}_\mu$	$\tau$	$\tau, \nu_\tau$	$L$	$e, \bar{\nu}_e$ $\mu, \bar{\nu}_\mu$ $\tau, \bar{\nu}_\tau$
$\nu_\tau$	$e, \nu_e$ $\tau, \nu_\tau$	$\nu_\tau, \nu_e$	$e^+, \nu_\tau$	$e^+, \bar{\nu}_e$ $\tau, \nu_\tau$	$\tau, \nu_\tau$ $\mu, \nu_\mu$	$\nu_\mu, \nu_\tau$	$\mu^+, \nu_\tau$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$ $\tau, \nu_\tau$	$\tau, \nu_\tau$	$\nu_\tau$	$e^+, \nu_e$ $\mu^+, \nu_\mu$ $\tau^+, \nu_\tau$	$L$
$\tau^+$	$e, \nu_e$ $\tau^+, \bar{\nu}_\tau$	$\nu_e, \tau^+$	$e^+, \tau^+$	$e^+, \bar{\nu}_e$ $\tau^+, \bar{\nu}_\tau$	$\tau^+, \bar{\nu}_\tau$ $\mu, \nu_\mu$	$\tau^+, \nu_\mu$	$\mu^+, \tau^+$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$ $\tau^+, \bar{\nu}_\tau$	$L$	$e^+, \nu_e$ $\mu^+, \nu_\mu$ $\tau^+, \nu_\tau$	$\tau^+$	$\tau^+, \bar{\nu}_\tau$
$\bar{\nu}_\tau$	$e, \bar{\nu}_\tau$	$e, \nu_e$ $\tau^+, \bar{\nu}_\tau$	$e^+, \bar{\nu}_e$ $\tau^+, \bar{\nu}_\tau$	$\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\tau$	$\mu, \bar{\nu}_\tau$	$\tau^+, \bar{\nu}_\tau$ $\mu, \nu_\mu$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$ $\tau^+, \bar{\nu}_\tau$	$\bar{\nu}_\tau, \bar{\nu}_\mu$	$e, \bar{\nu}_e$ $\mu, \bar{\nu}_\mu$ $\tau, \bar{\nu}_\tau$	$L$	$\tau^+, \bar{\nu}_\tau$	$\bar{\nu}_\tau$

جدول ۳. برهم‌کنش بین عناصر در چرخه سوخت پروتون- پروتون I در ستارگان.

$\oplus$	$\text{}^1\text{H}$	$\text{}^2\text{H}$	$\text{}^3\text{He}$	$\text{}^4\text{He}$
$\text{}^1\text{H}$	$\text{}^1\text{H}$	$\text{}^2\text{He}$	$\text{}^3\text{He}, \text{}^1\text{H}$	$\text{}^4\text{He}, \text{}^1\text{H}$
$\text{}^2\text{H}$	$\text{}^3\text{He}$	$\text{}^1\text{H}$	$\text{}^3\text{He}, \text{}^1\text{H}$	$\text{}^4\text{He}, \text{}^1\text{H}$
$\text{}^3\text{He}$	$\text{}^3\text{He}, \text{}^1\text{H}$	$\text{}^3\text{He}, \text{}^1\text{H}$	$\text{}^1\text{H}, \text{}^4\text{He}$	$\text{}^3\text{He}, \text{}^4\text{He}$
$\text{}^4\text{He}$	$\text{}^4\text{He}, \text{}^1\text{H}$	$\text{}^4\text{He}, \text{}^1\text{H}$	$\text{}^3\text{He}, \text{}^4\text{He}$	$\text{}^4\text{He}$

گزاره ۱: با در نظر گرفتن تعاریف ۱ و ۲ از بخش مقدماتی، فرض کنیم  $L$  مجموعه لپتون‌ها و  $\otimes$  ابرعمل تعریف شده در جدول ۲ باشد، آنگاه نشان داده می‌شود که زوج  $(L, \otimes)$  یک  $H_V$ -گروه آبدلی است که هر عضو آن یک عضو خودتوان است.

برای بررسی خاصیت شرکت پذیری ضعیف این  $H_V$ -گروه، مطابق با بند (ت) از تعریف ۱، مثال زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \nu_\mu \otimes (\bar{\nu}_e \otimes e^+) = \{e^+, \mu, \bar{\nu}_e, \nu_\mu\} \\ (e^+ \otimes \bar{\nu}_e) \otimes \nu_\mu = \{e^+, \mu, \bar{\nu}_e, \nu_\mu\} \end{cases} \quad (7)$$

$$\Rightarrow \nu_\mu \otimes (\bar{\nu}_e \otimes e^+) \cap (e^+ \otimes \bar{\nu}_e) \otimes \nu_\mu \neq \emptyset.$$

در این پژوهش، با برنامه نویسی در محیط نرم افزار Maple ۱۴، خاصیت شرکت پذیری تمام ترکیبات ممکن تحقیق شده است. از آنجایی که برای هر ذره در مجموعه لپتون‌ها همواره یک پادذره وجود دارد و برهم‌کنش یک ذره با پادذره خود، تمام اعضای مجموعه را نتیجه می‌دهد، بنابراین در ابرساختار لپتونی شرط تکثیرپذیری همواره برقرار است. به عبارتی:

$$e^- \otimes L = \mu^- \otimes L = \nu_\tau^- \otimes L = \bar{\nu}_e \otimes L = \dots = L$$

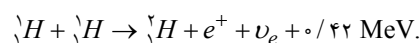
با توجه به تعریف ۲ از بخش مقدماتی، می‌توان تمام  $H_V$ -زیرگروه‌های این ابر ساختار لپتونی را تعیین نمود. در ادامه به اختصار، به ذکر چند نمونه از این  $H_V$ -زیرگروه‌ها می‌پردازیم:

(الف) یک  $H_V$ -زیرگروه لپتونی مرتبه ۲

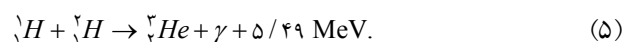
$$(\{\mu, \bar{\nu}_e\}, \otimes).$$

(ب) یک  $H_V$ -زیرگروه لپتونی مرتبه ۴

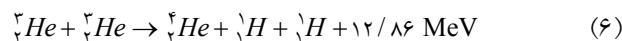
هیدروژن می‌باشد لذا همجوشی چهار عنصر هیدروژن جهت تشکیل هلیوم، آغاز تولید انرژی در ستارگان می‌باشد. ترکیب این عناصر سبک و تشکیل عنصر سنگین‌تر به چرخه سوخت معروف است. فرآیند هیدروژن سوزی با چهار چرخه پروتون- پروتون I، پروتون- پروتون II، پروتون- پروتون III و چرخه کربن- نیتروژن- اکسیژن انجام می‌گیرد. در این مقاله فقط چرخه پروتون- پروتون I مورد بررسی قرار می‌گیرد [۹]. در این چرخه، واکنش‌ها عبارتند از:



این واکنش به برهم‌کنش ضعیف تبدیل یک پروتون به یک نوترون معروف است. پوزیترون تولید شده از این واکنش سریعاً با یک الکترون جفت شده و طی فرآیند نابودی زوج، مقدار  $1.02 \text{ MeV}$  انرژی اضافی آزاد می‌شود. دوتریم ( $\text{}^2\text{H}$ ) ایجاد شده، در ترکیب با یک هیدروژن به هلیوم-۳ تبدیل می‌شود:



در واکنش فوق  $5.49 \text{ MeV}$  انرژی به شکل گرمایی ساطع می‌گردد. در ادامه، هلیوم تولید شده نیز می‌تواند با همتای خود که در همجوشی مشابه دو مرحله فوق ایجاد شده است، برهم‌کنش کرده و واکنشی به صورت



داشته باشند. بنابراین می‌توان نتیجه چرخه سوخت پروتون- پروتون I را تبدیل هیدروژن به هلیوم و آزاد شدن  $26.72 \text{ MeV}$  انرژی به ازای تشکیل هر هلیوم دانست. مطابق با نمادگذاری تعریف شده در بخش قبل، فرآیند (۶) به صورت

نظریه ابرساختارهای جبری به عنوان یکی از مباحث جدید در ریاضیات نوین در دهه اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله با بیان تعاریف اولیه اساسی از نظریه ابرساختارها و با معرفی دو شاخه مهم از فیزیک، نشان دادیم که مجموعه لپتون‌ها در فیزیک ذرات بنیادی و مجموعه عناصر دخیل در فرآیند تولید انرژی ستارگان، تحت ابرعمل خاص خود تشکیل یک ابرساختار را می‌دهند. این دیدگاه جدید از برهم‌کنش ذرات، علاوه بر آنکه منجر به یک نظم نوین در انجام فرآیندها می‌گردد، این امکان را می‌دهد تا از خاصیت ابرساختار بودن مجموعه تحت مطالعه، جهت پیش‌گویی‌های آتی از برهم‌کنش عناصر مجموعه بهره‌بریم. این تغییر نگرش در برهم‌کنش دو پدیده، می‌تواند منشاء بسیاری از تحولات در علوم کاربردی باشد. در ادامه این پژوهش، نویسندگان سعی در بسط این نظریه برای مطالعه ابرساختارهای جبری متشکل از تمام ذرات بنیادی و همچنین واکنش‌های هسته‌ای را دارند.

$$(\{e, \tau, \nu_e, \nu_\tau\}, \otimes).$$

ج) یک  $H_V$ -زیرگروه لپتونی مرتبه ۶

$$(\{e^+, \mu^+, \tau^+, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau\}, \otimes).$$

به سادگی و به کمک نرم افزار میپل، می‌توان نشان داد که  $H_V$ -زیرگروه‌های مرتبه ۱، ۲، ۳، ۴ و ۶ وجود دارند اما هیچ  $H_V$ -زیرگروه از مرتبه ۵، ۷، ۸، ۹، ۱۰ و ۱۱ برای  $(L, \otimes)$  وجود ندارند. به عنوان مثال، زیرگروه مرتبه ۵ با عناصر  $K = \{e^-, e^+, \mu^+, \tau^+, \nu_e, \nu_\mu\}$  همراه با ابرعمل  $\otimes$ ، کلیه اعضای مجموعه لپتونی را نتیجه می‌دهد. لذا این ابرعمل روی مجموعه  $K$  فاقد شرط بسته بودن است.

گزاره ۲: فرض کنیم مجموعه  $S = \{^1_1H, ^2_1H, ^3_2He, ^4_2He\}$  شامل تمام عناصر دخیل در فرآیند تولید انرژی در ستارگان بوده و  $\oplus$  ابرعمل همجوشی تعریف شده در جدول ۳ باشد، مشابه گزاره قبل می‌توان نشان داد که زوج  $(S, \oplus)$  یک  $H_V$ -گروه آبدلی است که در آن  $^1_1H$  و  $^4_2He$  اعضای خودتوان این ابرساختار هستند.

*Mathematical Society*, 47 (2010) 513.

6. B Davvaz and A Dehghan Nezhad, *Ratio Mathematica-Numero*, 14 (2003) 71.
7. T Vougiouklis, "Hyperstructures and their representations", Hadronic Press, Florida (1994).
8. T Muta, "Foundations of Quantum Chromodynamics". Second edition, World Sci. Lect. Notes Phys. 57 (1998) 1.
9. S S M Wong, "Introductory Nuclear Physics". Second edition, Wiley- Vch Verlag GmbH & Co. KGaA (2004).

1. F Marty, 8<sup>th</sup> Congress Math. Scandenes, Stockholm (1934) 45.
2. P Corsini, "Prolegomena of hypergroup theory", Second edition, Aviani editor (1993).
3. P Corsini and V Leoreanu, "Applications of hyperstructure theory", Advances in Mathematics, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (2003).
4. B Davvaz, and V Leoreanu-Fotea, "Hyperring Theory and Applications", International Academic Press, USA (2007).
5. A Dehghan Nezhad and B Davvaz, *Universal hyperdynamical systems*, *Bulletin of the Korean*