

## تأثیر وشکسانی تراکمی بر وجوه نوسانات آرام حلقه‌های غیرهمگن تاج خورشید

طیبه بحرینی نژاد و عباس عابدینی

گروه فیزیک دانشگاه قم، قم

پست الکترونیکی: a.abedini@qom.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۲/۱۹؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۳/۲/۱۲)

### چکیده

در این مقاله، تأثیر وشکسانی تراکمی بر وجوه نوسانات آرام حلقه‌های تاج خورشیدی مطالعه می‌شود. محیط حلقه‌های تاج یک پلاسمای با بتای کم، میدان مغناطیسی یکنواخت، دارای لایه‌بندی گرانشی و گرادیان دما در نظر گرفته می‌شود. معادلات مغناطوهیدرودینامیکی در دو بعد حول وضعیت تعادلی مختل و خطی‌سازی شده و در نهایت با استفاده از روش کش دادن به یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم بر حسب سرعت اختلالی ساده می‌گردد. معادله دیفرانسیلی با در نظر گرفتن شرایط مرزی مناسب به صورت تحلیلی و عددی حل شده و وجوه نوسانی به دست آمده از حل معادله دیفرانسیل با داده‌های واقعی حاصل از ماهواره‌هایی همچون سوهو (SOHO)، تریس (TRACE) و اس دی او (SDO) مقایسه، تجزیه و تحلیل می‌شوند. نتایج حاصل نشان می‌دهد که در حضور لایه‌بندی گرانشی، نوسانات حلقه تاج به ازای مقادیر فرکانسی بزرگ‌تر از فرکانس قطع اتفاق می‌افتد. وشکسانی نیز در طول‌های کوچک میرایی قوی  $Q \leq 2$  ایجاد کرده و از آنجایی که مشاهدات، میرایی قوی نوسانات تاج را تأیید می‌کند، می‌توان گفت وشکسانی به تنهایی قادر به توجیه میرایی نوسانات حلقه‌های کوتاه تاج است. بازه دوره نوسانات به دست آمده بین ۲ تا ۴۸ دقیقه است که با نتایج مشاهداتی همخوانی دارد.

واژه‌های کلیدی: تاج خورشید، حلقه‌های تاج خورشید، نوسانات آرام، وشکسانی تراکمی، دوره نوسانات و زمان میرایی

### ۱. مقدمه

ترتیب ۱-۳۲ دقیقه و ۱-۴۲ دقیقه می‌باشد [۳]. امروزه نظریه نوسانات لوله پلاسمای غوطه‌ور در میدان مغناطیسی و میرایی آنها در مدل‌های مختلفی تحت تأثیر لایه‌بندی گرانشی، دما، میدان مغناطیسی و عوامل اتلاف انرژی روی نوسانات حلقه‌های تاج مورد تحقیق قرار گرفته است. برای مثال، مک اوآن و همکاران در سال ۲۰۰۶ با استفاده از یک لوله شار با سطح مقطع ثابت در میدان مغناطیسی یکنواخت در حضور لایه‌بندی چگالی ناشی از گرانش و در دمای متغیر با استفاده از خطی‌سازی معادلات

در سال‌های اخیر با افزایش توان تفکیک تلسکوپ‌های فضایی مانند تریس<sup>۱</sup>، سوهو<sup>۲</sup>، هینوده، اس دی او<sup>۳</sup> و... امواج ایستاده آرام در حلقه‌های تاج توسط افراد مختلفی گزارش شده‌اند (مراجعه شود به [۱-۲]). دوره و زمان میرایی این امواج در تاج داغ به

۱. SOHO

۲. TRACE

۳. SDD

نسبت فرکانس به میرایی افزایش می‌یابد. همچنین نسبت دوره تناوب و جه پایه به اولین وجه برانگیخته امواج سطحی کینکی و شباری در حضور پیچش مغناطیسی کمتر از دو به دست می‌آید که این موضوع با مشاهدات همخوانی دارد [9]. عابدینی و همکاران در سال ۲۰۱۲ نوسانات حلقه‌های تاج داغ با لایه‌بندی گرانشی را در حضور رسانش گرمایی، وشکسانی و تابش مورد مطالعه قرار دادند و نتیجه گرفتند که در حلقه‌های طویل رسانش عامل اصلی میرایی است ولی در حلقه‌های کوتاه وشکسانی به تنهایی می‌تواند میرایی قوی نوسانات تاج را توجیه کند [۵]. نتایج حاصل از داده‌های سومر یک میرایی قوی  $\tau_d / P \cong 1$  در تاج داغ را نشان می‌دهد (برای مثال مراجعه شود به [۱۱-۱۴]). در این مقاله تاج خورشید را یک محیط کاملاً یونیزه شده با انحنای کم و در یک میدان مغناطیسی یکنواخت در نظر می‌گیریم، که دما در آن به طور غیر خطی از رأس به پایه حلقه کاهش می‌یابد. یک مدل شامل وشکسانی، لایه‌بندی چگالی ناشی از گرانش، غیرهم‌دما و با میدان مغناطیسی یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. اختلال و خطی‌سازی معادلات مغناطوهیدرودینامیکی به یک معادله دیفرانسیل درجه دوم بر حسب سرعت می‌انجامد. این معادله با در نظر گرفتن شرایط مرزی مناسب برای حالت‌های مختلف حل و نتایج آن مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

## ۲. مدل و معادلات

در اینجا فرض می‌شود حلقه تاج به صورت شبه نیم دایره و متقارن باشد. شدت جاذبه گرانشی یکنواخت و مستقل از ارتفاع و در دو نیمه تاج در جهت‌های مختلف هستند. شتاب گرانشی مؤثر در امتداد این حلقه به صورت  $\vec{g}(z) = g_0 \sin(\frac{\pi z}{2L}) \hat{z}$  در نظر گرفته شده است، که در اینجا  $2L$  طول حلقه و  $g_0$  شتاب گرانشی در سطح خورشید است، که مقدار آن برابر  $275 \text{ ms}^{-2}$  است. همچنین فرض می‌کنیم دما از رأس حلقه تا پای آن به صورت معادله زیر تغییر کند

$$\lambda = \frac{T_{\text{apex}}}{T_{\text{base}}}, \quad (1)$$

$$T(z) = T_{\text{apex}} \left[ \frac{1}{\lambda} + \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{2L}\right) \right]$$

مغناطوهیدرودینامیکی به معادله کلاین - گوردن برای امواج ایستاده رسیدند. با اعمال شرایط مرزی مناسب دریافتند که لایه‌بندی طولی اثر قابل ملاحظه‌ای نسبت به لایه‌بندی شعاعی روی دوره‌های نوسانی و نسبت دوره‌های  $P_1/2P_2$  وجوه نوسانی آرام دارد.

گرمایش و اتلاف انرژی از طریق رسانش گرمایی، وشکسانی تراکمی و تابش همچنین لایه‌بندی گرانشی و جذب تشدید بر دوره‌ها و زمان میرایی نوسانات آرام و سریع تأثیر می‌گذارد. افراد مختلفی نوسانات حلقه‌های تاج و تأثیر این عوامل اتلافی را بر دوره نوسانی بررسی کرده‌اند. برای نمونه آفمن و وانگ در سال ۲۰۰۲ با حل عددی معادلات خطی شده مغناطوهیدرودینامیکی دریافتند که رسانش گرمایی مهم‌ترین عامل میرایی امواج ایستاده در حلقه‌های تاج هم‌دما است [۴]. در سال ۲۰۰۲ دیمورتل و هود اثر هر دو کمیت رسانش و وشکسانی را بر نوسانات امواج رونده و ایستاده در حلقه‌های تاج هم‌دما مورد مطالعه قرار دادند. آنها در حضور رسانش گرمایی یک زمان میرایی کمینه پیدا کردند، ولی به این نتیجه رسیدند که برای توجیه میرایی قوی باید وشکسانی نیز به مدل اضافه شود [۵]. در سال ۲۰۰۶ رابرتس نشان داد اثر لایه‌بندی گرانشی روی دوره‌های نوسانی کوچک است [۶] و پندی و دیودی در سال ۲۰۰۶ نشان دادند که رسانش گرمایی و وشکسانی به تنهایی نمی‌توانند میرایی نوسانات را توجیه کنند و فقط با حضور هر دو عامل، نتایج به دست آمده با مشاهدات وفق پیدا می‌کند [۱۴]. کرمی و همکاران در سال ۲۰۰۷ نوسانات و میرایی امواج مغناطوهیدرودینامیک در حلقه‌های تاج را در حضور لایه‌بندی طولی چگالی مورد مطالعه قرار دادند. آنها با در نظر گرفتن حلقه تاج به مانند یک لوله شار استوانه‌ای بدون فشار و مستقیم با یک میدان مغناطیسی زمینه ثابت، نتیجه گرفتند که با افزایش پارامتر لایه‌بندی، فرکانس‌ها و آهنگ‌های اتلاف حالت پایه و اولین حالت برانگیخته مدهای تابداری و شباری افزایش می‌یابد [8]. همچنین در سال ۲۰۱۱ جذب تشدید امواج مغناطوهیدرودینامیک را در لوله‌های شار مغناطیسی در حضور پیچش مغناطیسی و لایه‌بندی چگالی، مورد بررسی قرار دادند. و دریافتند که با افزایش پیچش مغناطیسی، فرکانس‌ها، میرایی و

$$f_r = \frac{\partial}{\partial r} [2\eta \frac{\partial (rv_r)}{r \partial r} - \frac{2}{3} \eta \nabla \cdot v], f_z = \frac{\partial}{\partial z} [2\eta \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{2}{3} \eta \nabla \cdot v] \quad (9)$$

با فرض اینکه وابستگی زمانی جملات اختلالی به صورت  $f_1(x, t) = f_1(x) e^{i\omega t}$  باشد، از ترکیب معادلات مغناطویدرو دینامیکی اختلالی خطی شده، دو معادله دیفرانسیل جفت شده زیر حاصل می‌شود:

$$[-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + c_A^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}] v_r + (c_f^2 + \frac{4\eta}{3\rho_0} i\omega) \frac{\partial}{\partial r} (\frac{\partial}{\partial r} (rv_r)) \quad (10)$$

$$[(c_s^2 - \frac{2\eta}{3\rho_0} i\omega) \frac{\partial}{\partial z} + g] \frac{\partial v_z}{\partial r} = 0,$$

$$[-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + g' + (\gamma g + \frac{4\eta'}{3\rho_0} i\omega) \frac{\partial}{\partial z} + (c_s^2 + \frac{4\eta}{3\rho_0} i\omega) \frac{\partial^2}{\partial z^2}] v_z \quad (11)$$

$$+ [(\gamma - 1)g - \frac{2\eta'}{3\rho_0} i\omega + (c_s^2 - \frac{2\eta}{3\rho_0} i\omega) \frac{\partial}{\partial z}] \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) = 0$$

در اینجا علامت پریم نماینده مشتق نسبت به  $z$  می‌باشد.

به منظور جداسازی معادلات جفت شده با تغییر مختصات

به صورت زیر، فوق از روش کش دادن<sup>۱</sup> استفاده می‌شود:

$$r = \varepsilon R, z = z, t = t, v_r = \varepsilon u_r, v_z = u_z \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial R}, \frac{\partial^2}{\partial r^2} = \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial^2}{\partial R^2}$$

با اعمال تغییر مختصات فوق به ازای  $\varepsilon \ll 1$  و ترکیب دو معادله (۱۰) و (۱۱)، یک معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم از سرعت اختلالی با ضرایب متغیر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial t^2} + A_1 \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + B_1 \frac{\partial v_z}{\partial z} + C_1 v_z = 0 \quad (13)$$

در معادله فوق ضرایب  $C_1, B_1, A_1$  برابر است با:

$$A_1 = -c_s^2 - \frac{4\eta}{3\rho_0} i\omega + \frac{(c_s^2 - \frac{2\eta}{3\rho_0} i\omega)^2}{(c_f^2 + \frac{4\eta}{3\rho_0} i\omega)}$$

$$B_1 = -(\gamma g + \frac{4\eta'}{3\rho_0} i\omega) (1 + \frac{(c_s^2 - \frac{2\eta}{3\rho_0} i\omega)^2}{(c_f^2 + \frac{4\eta}{3\rho_0} i\omega)^2})$$

$$+ [2\gamma g - \frac{4\eta'}{3\rho_0} i\omega] \frac{(c_s^2 - \frac{2\eta}{3\rho_0} i\omega)}{(c_f^2 + \frac{4\eta}{3\rho_0} i\omega)}$$

در اینجا  $T_{apex}$  و  $T_{base}$  به ترتیب دما در رأس و پای یک حلقه تاج خورشیدی است. به ازای  $\lambda = 1$  شرایط دمای ثابت و به ازای مقادیر  $\lambda \neq 1$  شرایط دمای متغیر در یک حلقه تاج خورشیدی به وجود می‌آید.

بعد از تصویر کردن گرانش در امتداد حلقه‌ها و با صرف نظر کردن از انحنای حلقه، یک محور مختصات استوانه‌ای انتخاب می‌کنیم که میدان مغناطیسی یکنواخت  $B = (0, 0, B_0)$  در امتداد آن قرار دارد. با فرض  $V = (v_r, 0, v_z)$  و  $\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$  معادلات مغناطویدرویدینامیکی در حضور نیروی گرانش و وشکسانی به صورت زیر است:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0, \quad (2)$$

$$\rho (\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V) = -\nabla p + \frac{1}{\mu} (\nabla \times B) \times B + \rho g(z) + F_\eta, \quad (3)$$

$$\frac{\rho^\gamma}{\gamma - 1} \frac{D}{Dt} (\frac{p}{\rho^\gamma}) = E_H - E_\eta, \quad (4)$$

$$p = \frac{k_B}{\bar{m}} \rho T, \quad (5)$$

$$j = \frac{1}{\mu} (\nabla \times B), \quad (6)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \times (v \times B), \quad (7)$$

$$\nabla \cdot B = 0. \quad (8)$$

در اینجا  $T$  دما بر حسب کلونین،  $k_B$  ثابت بولتزمن،  $\gamma$  نسبت گرماهای ویژه و  $\bar{m}$  جرم متوسط ذرات تاج است. مقدار  $\bar{m}$  و  $\gamma$  برای پلاسمای تاج کاملاً یونیزه شده به ترتیب حدود  $0,6m_p$  و  $\frac{5}{3}$  به دست می‌آید.

$$c_f^2 = c_s^2 + c_A^2, c_A^2 = \frac{B_0^2}{\mu \rho_0}, c_s^2 = (\frac{\gamma \rho_0}{\rho})^{1/2}$$

صوت، سرعت آلفن و سرعت سریع،  $E_\eta$  آهنگ اتلاف انرژی در واحد حجم به صورت

$$E_\eta = \frac{4\eta}{3} (\frac{\partial v_r}{\partial r})^2 + \frac{4\eta}{3r^2} v_r^2 + \frac{4\eta}{3} (\frac{\partial v_z}{\partial z})^2 + \frac{2\eta}{3} (\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z})^2$$

و  $\eta = 10^{-17} T^{5/2} (\text{kgm}^{-1} \text{s}^{-1})$  ضریب وشکسانی به صورت تابعی از دما می‌باشد.  $F_\eta$  نیروی وشکسانی در واحد حجم است که مؤلفه‌های آن در مختصات استوانه‌ای به صورت زیر در نظر گرفته شده است

فرکانس قطع  $\Omega$  می‌باشد. همچنین در غیاب گرانش ارتفاع مقیاس به سمت بی نهایت و فرکانس قطع صفر می‌شود در نتیجه معادله کلاین-گوردن به معادله آشنای موج تبدیل می‌شود.

در بخش بعدی معادله (۱۴) به صورت تحلیلی و عددی با اعمال شرایط مرزی زیر

$$v_z = C \cos(kz), v_z(\pm L) = 0, v'_z(0) = 0 \quad (19)$$

$$v_z = D \sin(kz), v_z(\pm L) = 0, v_z(0) = 0 \quad (20)$$

برای وجوه نوسانی زوج و فرد برای حالات مختلف حل کرده و نمودارهای مربوطه رسم می‌کنیم و نتایج حاصله را مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

### ۳. دوره نوسانات حلقه‌های شار

#### ۳.۱. تأثیر لایه‌بندی گرانشی بر نوسانات حلقه‌های شار

فرض می‌کنیم پلاسما ابتدا در حالت تعادل هیدرواستاتیکی باشد. بنابراین شرط تعادلی بودن پلاسما در حضور یک میدان مغناطیسی یکنواخت به روابط زیر می‌انجامد

$$p_0(z) = p_0(0) \exp n(z), \rho_0(z) = \rho_0(0) \frac{\Lambda_0(0)}{\Lambda_0(z)} \exp n(z), \quad (21)$$

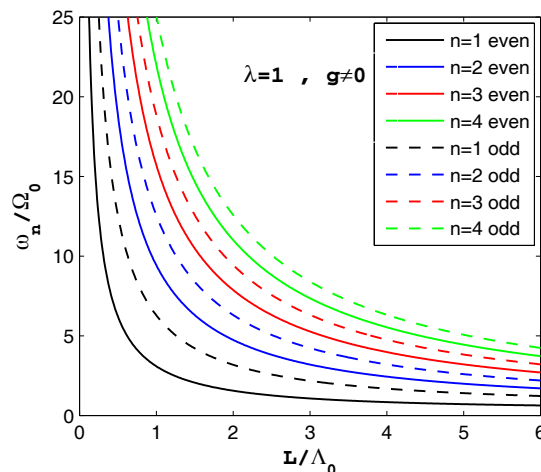
$$n(z) = \int_0^z \frac{\sin(\frac{\pi z}{2L})}{\Lambda_0(z)}, \quad \Lambda_0(z) = \frac{p_0(z)}{g \rho_0(z)}, \quad (22)$$

که در آن  $p_0$  و  $\rho_0$  به ترتیب فشار و چگالی تعادلی پلاسما و  $\Lambda_0$  ارتفاع مقیاس فشار است که مقدار آن برای تاج

$$\Lambda_0 \approx 5 \times 10^7 \left( \frac{g_0}{g(z)} \right) \left( \frac{T}{1MK} \right) [m] \quad [15]$$

در شکل ۱ جواب‌های وجوه نوسانی بی بعد شده  $\omega_n / \Omega_0$  بر حسب طول بی بعد شده  $L / \Lambda_0$  یک حلقه هم‌دما ( $\lambda = 1$ ) به ازای  $T_{apex} = 6 \times 10^6 K, \Lambda_0 = 50 \times 10^6 m, \Omega_0 = 1.4 \times 10^{-3} \text{ rads}^{-1}$  رسم شده است. همان طوری که از شکل ۱ دیده می‌شود فرکانس همه وجوه نوسانی زوج و فرد به ازای  $L / \Lambda_0 \rightarrow \infty$  به فرکانس قطع آکوستیک  $\Omega_0$  میل می‌کند.

در غیاب گرانش با فرض حلقه تاج هم‌دما، شکل معادله کلاین-گوردن به معادله آشنای موج تبدیل می‌شود. بدین ترتیب اگر وابستگی زمانی به صورت  $Q(z,t) = Q \exp(i\omega t)$  فرض شود، فرکانس وجوه نوسانی زوج و فرد به صورت زیر به دست می‌آید.



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار پاشندگی وجوه نوسانی امواج ایستاده آکوستیک در یک حلقه هم‌دما در حضور لایه‌بندی گرانشی به ازای  $T_{apex} = 6 \times 10^6 K, \Lambda_0 = 50 \times 10^6 m, \Omega_0 = 1.4 \times 10^{-3} \text{ rads}^{-1}$

$$C_1 = -g' + \frac{1}{(c_f^2 + \frac{4\eta}{3\rho_0} i\omega)} \left[ -\frac{2}{3\rho_0} \eta' i\omega g + (\gamma - 1) g^2 + (c_s^2 - \frac{2\eta}{3\rho_0} i\omega) (g' + \frac{\rho_0'}{\rho_0} g) - (\gamma g + \frac{4}{3\rho_0} \eta' i\omega) \times g \frac{(c_s^2 - \frac{2\eta}{3\rho_0} i\omega)}{(c_f^2 + \frac{4\eta}{3\rho_0} i\omega)} \right]$$

معادله (۱۳) با تبدیلی به صورت  $v_z(z,t) = f(z)Q(z,t)$  به شکل معمولی معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم به صورت زیر در می‌آید

$$v_z(z,t) = f(z)Q(z,t) \quad (14)$$

در اینجا  $c_T$  سرعت حلقه و  $k(z, \omega)$  از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$c_T^{-2} = c_A^{-2} + c_s^{-2}, \quad (15)$$

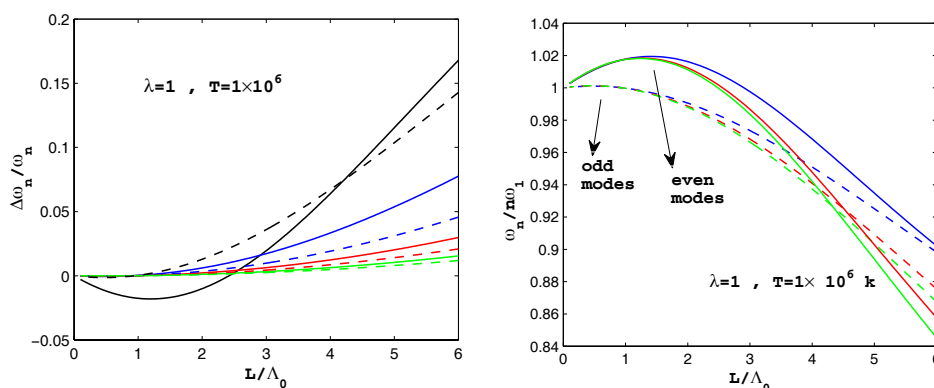
$$K(z, \omega) = -\frac{B_1^2}{4A_1} - \frac{B_1'}{2} + \frac{A_1' B_1}{2A_1} + C_1, \quad (16)$$

که ضرایب  $C_1, B_1, A_1$  همان ضرایب معادله (۱۳) می‌باشد. در غیاب وشکسانی و اعمال شرط کوچک بودن پارامتر بتا  $c_T \cong c_s (\beta \ll 1)$  به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \Omega^2 v_z = 0, \quad (17)$$

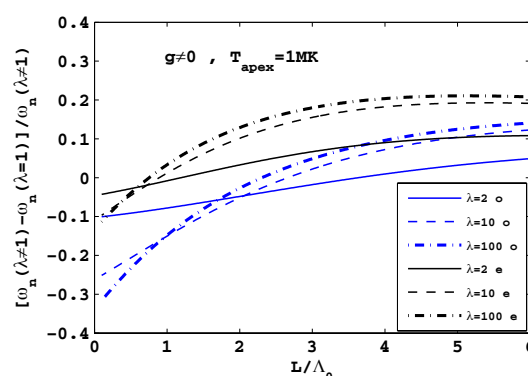
$$\Omega^2 = \frac{c_s^2}{4\Lambda_0^2} (1 - 2\Lambda_0' \csc(\frac{\pi z}{2L})) \sin^2(\frac{\pi z}{2L}) + (\frac{\gamma}{2} - 1) g'. \quad (18)$$

معادله بالا به شکل صورت آشنای معادله کلاین-گوردن با



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار تغییرات نسبی فرکانس وجوه نوسانی  $(\omega_n(g \neq 0) - \omega_n(g = 0)) / \omega_n(g \neq 0)$  (شکل سمت راست) و نسبت فرکانس  $n$  ام به فرکانس پایه (شکل سمت چپ) برحسب  $L / \Lambda_0$  در یک حلقه هم‌دما.

یکی از راه‌های تشخیص غیر همگن بودن محیط انتشار موج، محاسبه  $\omega_n / n\omega_1$  است. میزان انحراف این عبارت از یک، نشان دهنده میزان غیر همگن بودن محیط توسط عواملی همچون لایه‌بندی گرانشی، غیر هم‌دما بودن، غیر یکنواخت بودن سطح مقطع حلقه‌ها و ... می‌باشد. مطابق شکل ۲ (سمت چپ)، با افزایش طول حلقه، میزان انحراف نسبت فرکانس‌ها به فرکانس پایه، در وجوه نوسانی بالاتر از مقدار یک بیشتر خواهد بود.



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار  $(\omega_n(\lambda \neq 1) - \omega_n(\lambda = 1)) / \omega_n(\lambda \neq 1)$  برحسب  $L / \Lambda_0$ .

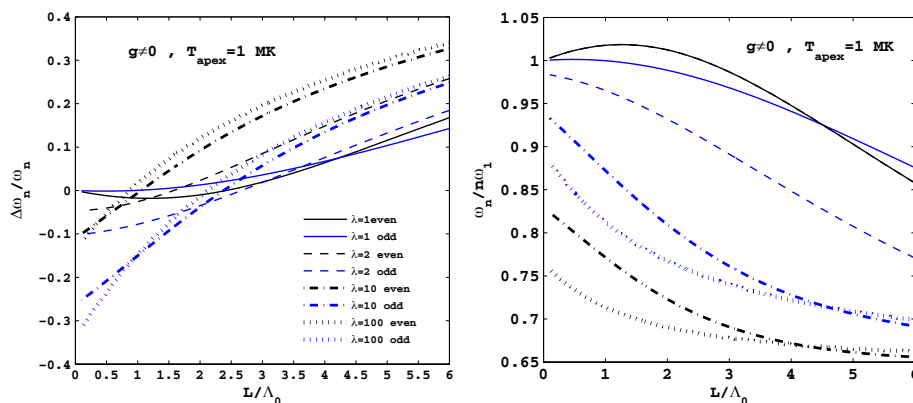
### ۲.۳. تأثیر غیر همگنی دما بر نوسانات حلقه‌های شار

برای پی بردن به تأثیر غیر همگنی دما روی دوره‌های نوسانی، فرض می‌کنیم دما از رأس به پایه به صورت معادله (۱) کاهش یابد. معادله (۱۷) برای یک حلقه غیر هم‌دما در حضور گرانش حل عددی شده و نمودار تغییرات نسبی فرکانس (نسبت به تغییر  $\lambda$ ) برای مد پایه در شکل ۳ رسم شده است. همان طوری که از شکل دیده می‌شود با افزایش  $L / \Lambda_0$  تغییرات نسبی فرکانس افزایش یافته است به طوری که بیشترین تغییرات در  $\lambda = 100$  و حدود  $20\% +$  و  $30\% -$  درصد است. وجوه زوج نیز تغییرات بیشتری نسبت به وجوه فرد دارند.

در شکل ۴ نمودار تغییرات نسبی فرکانس وجوه نوسانی را برای مد پایه و تغییرات فرکانس  $n$  ام را نسبت به فرکانس وجه اول برای مد سوم برحسب  $L / \Lambda_0$  (نسبت به حالتی که گرانش وجود ندارد) برای  $\lambda$ های مختلف ۱، ۲، ۱۰ و ۱۰۰ نشان می‌دهد.

$$\omega_{2n} = n \frac{\pi c_s}{L}, \omega_{2n-1} = (2n-1) \frac{\pi c_s}{2L}, n = 1, 2, \dots \quad (23)$$

به منظور پی بردن به تأثیر لایه‌بندی گرانشی روی نوسانات، وجوه نوسانی به دست آمده از حل عددی معادله (۱۷) با وجوه نوسانی متناظر در معادله (۲۳) مقایسه شده است. در شکل ۲ (سمت راست) نمودار تغییرات نسبی فرکانس‌ها در حضور گرانش نسبت به حالتی که گرانش وجود ندارد بر حسب  $L / \Lambda_0$  رسم شده است. همان طوری که از شکل دیده می‌شود تغییرات نسبی فرکانس در مدهای پایین‌تر محسوس‌تر و با افزایش طول، بیشتر می‌شود، به طوری که حداکثر تغییرات در اولین وجه نوسانی (زوج) اتفاق می‌افتد. بنابراین می‌توان گفت حداکثر تغییرات نسبی فرکانس در وجوه نوسانی ناشی از حضور لایه‌بندی گرانشی حدود  $20\%$  درصد است.



شکل ۴. رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار  $(\omega_n(g \neq 0) - \omega_n(g = 0)) / \omega_n(g \neq 0)$  و  $\frac{\omega_n}{n\omega_1}$  بر حسب  $L / \Lambda_0$ .

$$\omega_{2n-1} = k_{2n-1} \left( 1 - \frac{4\xi^2 k_{2n-1}^2}{9} \right)^{1/2} + i \frac{2\xi}{3} k_{2n-1}^2 \quad (26)$$

به ازای مقادیر  $\xi > \frac{3k_{2n-1}}{2}$ ،  $\xi > \frac{3k_{2n}}{2}$  برای وجوه نوسانی زوج و فرد، عبارت زیر رادیکال منفی شده و فرکانس نوسانی عددی موهومی می‌شود.

در حالت کلی ضرایب معادله دیفرانسیل (۱۴) ثابت نیست لذا این معادله باید به صورت عددی حل شود. نتیجه حل عددی معادله (۱۴) در شکل ۵ نشان داده شده است. همان طوری که از شکل دیده می‌شود با کاهش  $L / \Lambda_0$  فرکانس افزایش یافته، به یک مقدار بیشینه می‌رسد و بعد از آن با شیب تندی کاهش یافته و نوسانات از بین می‌رود.

با مقایسه شکل ۵ با شکل ۱ نتیجه می‌شود وشکسانی تغییر چندانی در فرکانس حلقه‌های طویل ایجاد نمی‌کند ولی حضور وشکسانی در معادلات مغناطویدرودینامیکی به عنوان یک عامل میرایی، یک فرکانس قطع در نوسانات حلقه تاج ایجاد می‌کند، به طوری که به ازای یک نیم طول (بی بعد شده) مشخص، فرکانس نوسانات به طور ناگهانی به صفر می‌رسد. این فرکانس قطع در وجوه نوسانی بالاتر بیشتر است. یعنی حلقه‌هایی که در آنها امواج ایستاده با وجوه بالاتر وجود دارد به سرعت میرا می‌شوند. در حضور دمای متغیر فرکانس قطع نسبت به حالت هم‌دمای به طور محسوس کمتر است و فرکانس نوسانات در مقایسه با حالت هم‌دمای در  $L / \Lambda_0$  کوچک به مراتب افزایش یافته است.

مطابق شکل با افزایش  $L$  و افزایش طول، تغییرات نسبی فرکانس نسبت به حالت هم‌دمای افزایش یافته و بیشینه و کمینه تغییرات نسبی فرکانس در  $L = 100$  و حدود  $\pm 35\%$  درصد است. با افزایش  $L$  و افزایش طول تغییرات  $\omega_n / n\omega_1$  نسبت به حالت هم‌دمای کاهش یافته است. میزان انحراف از یک (نشان دهنده میزان غیر همگنی محیط انتشار موج) با افزایش  $L$  افزایش یافته و در طول‌های طویل‌تر محسوس‌تر است.

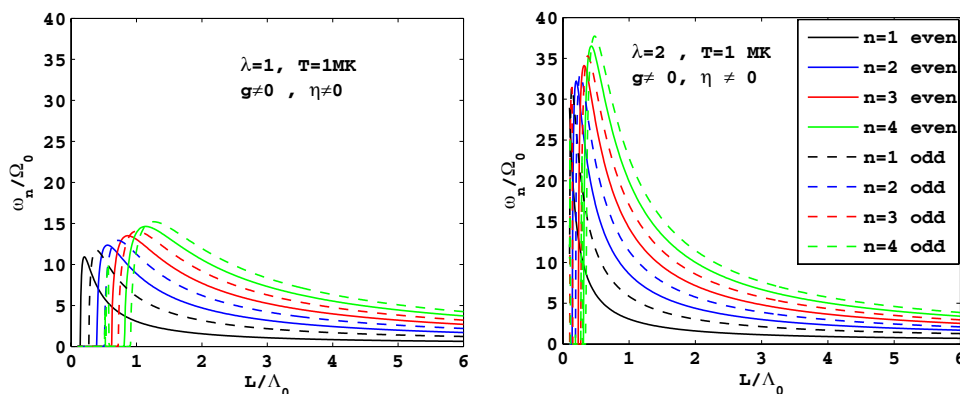
### ۳.۳. تأثیر وشکسانی بر نوسانات حلقه‌های شار

شکل کلی معادله سرعت اختلالی در حضور لایه‌بندی گرانشی، گرادیان دما و وشکسانی تراکمی به صورت معادله (۱۴) است. برای یک حلقه هم‌دمای در غیاب گرانش، معادله (۱۴) به یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم با ضرایب ثابت تبدیل می‌شود. با در نظر گرفتن جواب‌های معادله دیفرانسیل به شکل  $v = v_0 \exp(i(\omega t - kz))$  و انتخاب  $\xi = \frac{\eta}{\rho L c_s}$  اعمال شرایط مقدار کوچک بتا از معادله (۱۳) به رابطه پاشندگی زیر می‌رسیم [۱۶].

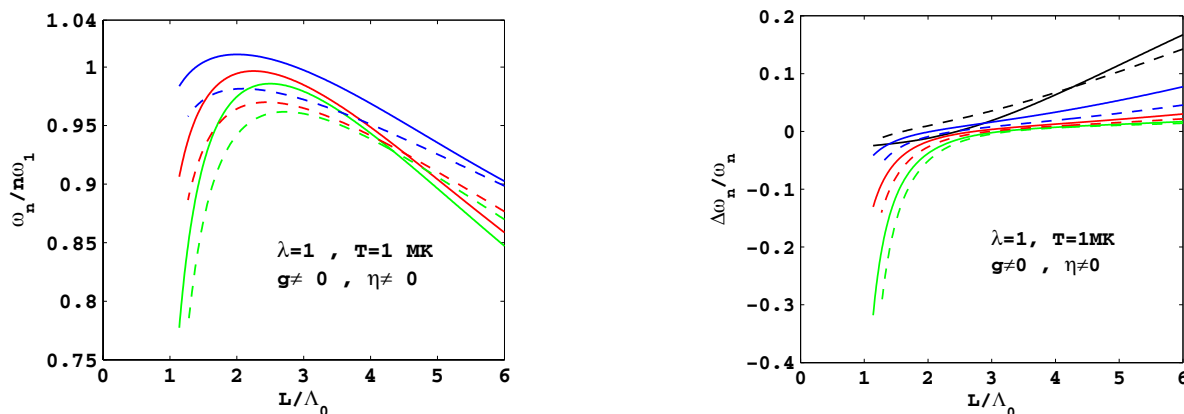
$$\omega^2 - i \frac{4}{3} \xi k^2 \omega - k^2 = 0 \quad (24)$$

با اعمال شرایط مرزی مناسب (معادلات (۱۹) و (۲۰)) در معادله فوق، فرکانس وجوه نوسانی زوج و فرد به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\omega_{2n} = k_{2n} \left( 1 - \frac{4\xi^2 k_{2n}^2}{9} \right)^{1/2} + i \frac{2\xi}{3} k_{2n}^2 \quad (25)$$



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار پاشندگی وجوه نوسانی امواج ایستاده آکوستیک در یک حلقه تاج در حضور وشکسانی؛ نمودار سمت راست و چپ به ترتیب مربوط به یک حلقه غیر هم‌دما و هم‌دمای تاج می‌باشد.



شکل ۷. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار تغییرات نسبت فرکانس n ام به فرکانس پایه بر حسب  $L/\Lambda_0$  در یک حلقه هم‌دما در حضور وشکسانی.

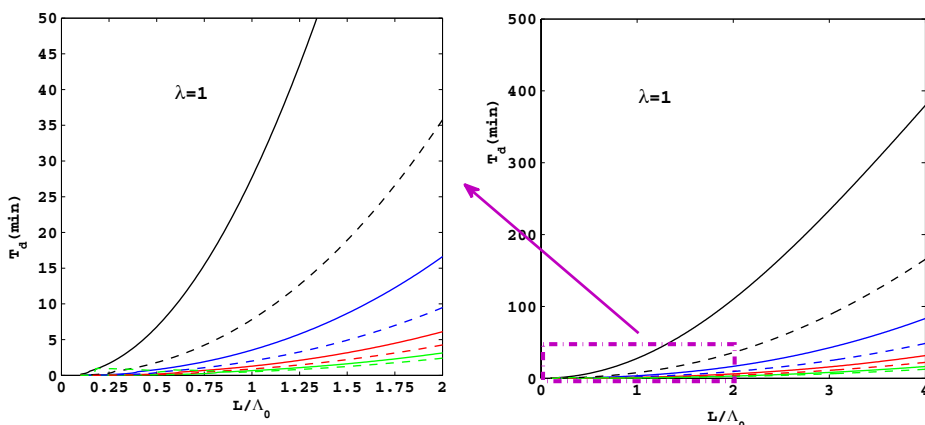
شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار  $\Delta\omega_n/\omega_n$  بر حسب  $L/\Lambda_0$  در یک حلقه هم‌دما در حضور وشکسانی.

روند آرام‌تری نسبت به وجوه نوسانی زوج دارد. در مدهای پایین‌تر میزان انحراف محسوس‌تر و با افزایش طول، بیشتر می‌شود، به طوری که حداکثر انحراف از مقدار مجانبی در اولین وجه نوسانی (زوج و حدود ۲۰ درصد برای حلقه هم‌دما و حدود ۳۰ درصد برای حلقه غیر هم‌دما) اتفاق می‌افتد.

در شکل ۷ نمودار  $\omega_n/n\omega_1$  بر حسب  $L/\Lambda_0$  در حضور وشکسانی و گرانش رسم شده است. در حالتی که فقط گرانش حضور دارد، این نسبت همیشه حوالی ۱ است، ولی در اینجا در حلقه‌های کوتاه خیلی از یک فاصله می‌گیرد، یعنی محیط غیر همگن شده است. در حلقه‌های طویل نیز وشکسانی تغییر

می‌توان از شکل ۵ دریافت در حضور وشکسانی دوره نوسانات حلقه تاج در محدوده ۲ تا ۴۷ دقیقه تغییر می‌کند.

شکل ۶ نمودار تغییرات نسبی فرکانس را در حضور وشکسانی نسبت به حالت  $(\lambda=1, g=0)$  بر حسب  $L/\Lambda_0$  نشان می‌دهد. با مقایسه شکل ۶ با شکل ۲ (سمت راست) می‌توان گفت در حلقه‌های طویل به ازای  $L/\Lambda_0 > 3/5$  برای حالت هم‌دما و در حضور گرانش، تغییرات نسبی فرکانس تقریباً زیر ۵ درصد است. ولی در حلقه‌های کوتاه تغییرات نسبی فرکانس‌ها در حضور وشکسانی برای وجوه بالاتر، تا نزدیک ۳۰ درصد هم کاهش می‌یابد. این تغییرات در وجوه نوسانی فرد



شکل ۸. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار زمان میرایی بر حسب  $L/\Lambda_0$  در یک حلقه هم‌دما در حضور وشکسانی (راست)، خطوط توپر و گسسته به ترتیب نشان دهنده وجوه نوسانی زوج و فرد است. شکل سمت چپ از برش شکل سمت راست در محدوده  $0^\circ$  تا  $50^\circ$  دقیقه حاصل شده است.

به صورت  $2\pi$  ضرب در انرژی ذخیره شده در نوسانگر تقسیم بر افت انرژی در یک تناوب نوسانگر تعریف می‌شود و مقدار آن برابر است با:

$$Q = \frac{\omega_R}{2\omega_I} \quad (27)$$

در اینجا  $\omega_R$  و  $\omega_I$  به ترتیب قسمت حقیقی و موهومی فرکانس نوسان است. به طور کلی اگر  $Q \leq 2$  باشد میرایی را اصطلاحاً میرایی قوی و به ازای  $Q > 4$  میرایی را ضعیف می‌گویند. مشاهدات حاصل از ماهواره‌های خورشیدی نشان می‌دهد حلقه‌های تاج به خصوص حلقه‌های واقع شده در ناحیه فعال دارای میرایی قوی می‌باشند.

نرخ افت انرژی و در واقع میزان تأثیر این عوامل در میرایی فرکانس نوسانات، به راحتی با بررسی نمودارهای مربوطه از جمله نمودار ضریب کیفیت و زمان میرایی بر حسب طول حلقه قابل درک است.

شکل ۸ نمودار زمان میرایی بر حسب  $L/\Lambda_0$  را در شرایط هم‌دما در حضور وشکسانی نشان می‌دهد. مطابق شکل دیده می‌شود با افزایش طول زمان میرایی افزایش می‌یابد به طوری که این افزایش در مدهای پایه محسوس‌تر است. حداقل زمان میرایی حدود  $50^\circ$  دقیقه در مد چهارم و حداکثر حدود یک ساعت و نیم در مد پایه اتفاق می‌افتد.

مطابق شکل ۸ محدوده زمان میرایی در لوله‌های کوتاه زیر

محسوسی در این نسبت نمی‌دهد. در مقایسه با شکل ۲ (سمت چپ) می‌توان دریافت که به ازای طول‌های کوچک‌تر و در مدهای نوسانی بالاتر میزان انحراف از یک بیشتر بوده، تغییرات ابتدا روند افزایشی و در طول‌های بلندتری نسبت به حالتی که فقط گرانش در معادلات وارد شده، روند کاهشی پیدا می‌کند. در نتیجه می‌توان گفت تأثیری که وشکسانی در تغییرات فرکانس ایجاد می‌کند این است که تا یک طول مشخص فرکانس را نسبت به فرکانس پایه افزایش و سپس کاهش می‌دهد و این تغییرات در طول‌های کمتر تأثیر بیشتری خواهد داشت.

#### ۴. میرایی و ضریب کیفیت حلقه‌های نوسانی در حضور وشکسانی

ضرایب معادله (۱۳) در حضور وشکسانی اعدادی مختلط هستند. بنابراین فرکانس نوسانی نیز عددی مختلط و به صورت  $\omega = \omega_R + i\omega_I$  خواهد بود. قسمت موهومی فرکانس نشان دهنده میرایی دامنه نوسات بر حسب زمان می‌باشد. زمان میرایی یعنی زمان لازم برای اینکه دامنه نوسانات به  $\frac{1}{e}$  مقدار خود افت کند برابر است با  $\tau_d = \frac{1}{\omega_I}$ .

نرخ افت انرژی در یک نوسانگر هم‌ساز میرا با عامل  $Q$  موسوم به ضریب کیفیت نوسانگر مشخص می‌شود. این ضریب



جدول ۱. دوره نوسانات (برحسب دقیقه) دو مد پایه زوج و فرد به ازای طول‌های بی بعد شده مختلف در شرایط هم‌دما و غیر هم‌دما.

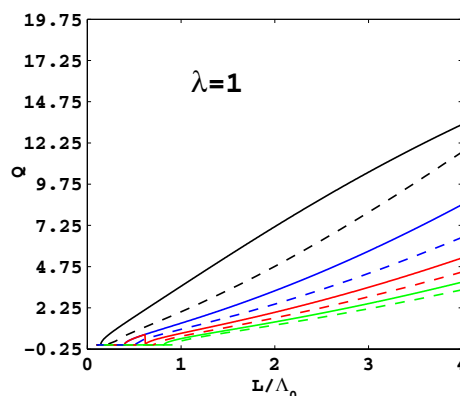
$L/\Lambda_0$	$\eta=0, g=0, \lambda=1$		$\eta=0, g \neq 0, \lambda=1$		$\eta=0, g \neq 0, \lambda=2$		$\eta \neq 0, g \neq 0, \lambda=1$		$\eta \neq 0, g \neq 0, \lambda=2$	
	$P_{le}$	$P_{lo}$	$P_{le}$	$P_{lo}$	$P_{le}$	$P_{lo}$	$P_{le}$	$P_{lo}$	$P_{le}$	$P_{lo}$
۰,۲۵	۲,۸۸	۱,۴۴	۵,۹۵	۲,۹۵	۶,۱۷	۳,۲۴	۷,۲۳	-	۶,۱۵	۳,۳۹
۰,۵	۷۷,۵	۲,۸۸	۱۱,۹۶	۵,۹۱	۱۲,۳۰	۶,۴۵	۱۲,۴۵	۶,۹۲	۱۲,۲۷	۶,۴۷
۰,۷۵	۸,۶۵	۴,۳۲	۱۸	۸,۸۷	۱۸,۳۳	۹,۶۲	۱۸,۳۰	۹,۳۸	۱۸,۳۱	۹,۶۱
۱	۱۱,۵۴	۵,۷۷	۲۴,۰۶	۱۱,۸۱	۲۴,۲۵	۱۲,۷۴	۲۴,۲۷	۱۲,۱۳	۲۴,۲۳	۱۲,۷۱
۱,۲۵	۱۴,۴۲	۷,۲۱	۳۰,۰۹	۱۴,۷۴	۳۰,۰۱	۱۵,۷۸	۳۰,۲۵	۱۴,۹۵	۲۹,۹۹	۱۵,۷۵
۱,۵	۱۷,۳۱	۸,۶۵	۳۶,۰۶	۱۷,۶۴	۳۵,۶۱	۱۸,۷۶	۳۶,۱۸	۱۷,۷۸	۳۵,۵۷	۱۸,۷۲
۱,۷۵	۲۰,۱۹	۱۰,۰۹	۴۱,۹۶	۲۰,۵۰	۴۱	۲۱,۶۵	۴۲,۰۷	۲۰,۶۱	۴۰,۹۷	۲۱,۶۱
۲	۲۳,۰۸	۱۱,۵۴	۴۷,۷۷	۲۳,۳۴	۴۶,۲۰	۲۴,۴۶	۴۷,۸۸	۲۳,۴۱	۴۶,۱۸	۲۴,۴۲

می‌دهد میرایی نوسانات در تاج خورشید قوی هستند پس وشکسانی به تنهایی می‌تواند میرایی نوسانات حلقه‌های کوتاه تاج را به درستی توجیه کند [۱۴].

## ۵. نتایج

در این مقاله نوسانات آرام حلقه‌های غیرهمگن تاج خورشید مورد بررسی قرار گرفت. خلاصه نتایج به دست آمده در جدول ۱ آورده شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که:

- در حضور لایه‌بندی گرانشی، نوسانات حلقه تاج به ازای مقادیر فرکانسی بزرگ‌تر از فرکانس قطع اتفاق می‌افتد و فرکانس نوسانات برای حلقه‌های طویل به فرکانس قطع آکوستیکی میل می‌کند.
- تغییر دما تأثیر چندانی در فرکانس نوسانات ندارد.
- وشکسانی به عنوان یک عامل اتلاف، یک فرکانس قطع در نوسانات تاج ایجاد کرده به طوری که به ازای یک طول مشخصی از تاج فرکانس نوسانی ناگهان به صفر می‌رسد.
- در صورت کاهش دما فرکانس قطع به طور محسوس‌تری کمتر شده و در طول‌های کوچک به مراتب افزایش می‌یابد.
- با بررسی نمودار ضریب کیفیت بر حسب طول نتیجه می‌شود وشکسانی در طول‌های کوچک میرایی قوی ایجاد می‌کند.



شکل ۹. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار ضریب کیفیت برحسب  $L/\Lambda_0$  در دمای ثابت در حضور وشکسانی.

۲۰۰ مگامتر کاملاً با مشاهدات همخوانی دارد.

شکل ۹ نمودار ضریب کیفیت را برحسب  $L/\Lambda_0$  در حضور وشکسانی نشان می‌دهد. همان طوری که از شکل دیده می‌شود با افزایش طول حلقه‌ها ضریب کیفیت  $Q$  افزایش می‌یابد. می‌توان گفت وشکسانی برای  $L/\Lambda_0$  بزرگ‌تر میرایی ضعیف و برای مقادیر کوچک‌تر، میرایی قوی روی دستگاه نوسانی ایجاد می‌کند. با مقایسه دو نمودار می‌توان دریافت که با تغییر دما (کاهش دما از رأس به پایه) افزایش در ضریب کیفیت (در طول‌های کوچک‌تری نسبت به حالت هم‌دما) بیشتر به چشم می‌خورد و در نتیجه میرایی در نوسان نسبت به حالت هم‌دما آرام‌تر اتفاق می‌افتد. مشاهدات مدل‌های نظری نشان

می‌دهد. تأثیر حضور و عدم حضور وشکسانی در دوره نوسانات مشخص شده است. با توجه به داده‌های جدول می‌توان نتیجه گرفت وشکسانی به عنوان یک عامل میرایی فرکانس نوسانات را کاهش و دوره نوسانات را افزایش می‌دهد.

- از آنجایی که مشاهدات، میرایی قوی نوسانات تاج را تأیید می‌کند، می‌توان گفت وشکسانی به تنهایی قادر به توجیه میرایی نوسانات حلقه‌های کوتاه تاج است.

جدول ۱ دوره نوسانات دو مد پایه زوج و فرد را به ازای طول‌های (بی بعد شده به ارتفاع مقیاس فشار) مختلف نشان

## مراجع

10. A Abedini, H Safari, and S Nasiri, *Sol. Phys.* **280** (2012) 137.
11. B Kliem, I E Dammasch, and W Curdt, K Wilhelm, *Astrophys. J.* **568** (2002) 61.
12. T J Wang, S K Solanki, W Curdt, D E Innes, and I E Dammasch, *European Space Agency Special Publication* **508** (2002) 465.
13. D Banerjee, R Erdélyi, R Oliver, and E O'Shea, *Sol. Phys.* **246** (2007) 3.
14. T J Wang, S K Solanki, D E Innes, W Curdt, and EMarsch, *Astron. Astrophys.* **402** (2003) 17.
15. M JAschwanden, "Physics of The Solar Corona", Springer (2004).
16. L Di G Sigalotti, C A Mendoza-Briceño, M. Luna-Cardozo, *Sol. Phys.* **246** (2007) 187.
1. I De Moortel, J Ireland, and R W Walsh, *Astron. Astrophys.* **355** (2000) 23.
2. P Maltby, NBrynildsen, OKjeldseth-Moe and K Wilhelm, *Astron. Astrophys.* **373** (2001) 1.
3. T J Wang, S K Solanki, and D E Innes, W Curdt, *Astron. Astrophys.* **435** (2005) 753.
4. L Ofman and T Wang, *Astrophys. J.* **580** (2002) 85.
5. I De Moortel, A W Hood, J Ireland, and R W Walsh, *European Space Agency Special Publication* **506** (2002) 509.
6. B Roberts, *Royal Astronomical Society A* **364** (2006) 447.
7. V S Pandey and B N Dwivedi, *Sol. Phys.* **236** (2006) 127.
8. K Karami, and K Bahari, *Solar Phys.* **263** (2010) 87.
9. K Karami and A Asvar, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **381** (2007) 97.