

روش‌های ابتکاری جدید برای مسایل تعیین اندازه انباشته پویای تک‌مرحله‌ای  
چندمحصولی با محدودیت ظرفیت، همراه با امکان انتقال راه‌اندازی‌ها به پریودهای آتی

### بهر روز کریمی

استادیار دانشکده مهندسی - صنایع دانشگاه صنعتی امیرکبیر

سید محمد تقی فاطمی قمی

استاد دانشکده مهندسی صنایع - دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(تاریخ دریافت ۸۰/۲/۲۲، تاریخ تصویب ۸۱/۷/۲۰)

### چکیده

در این مقاله مساله تعیین اندازه انباشته پویای تک‌مرحله‌ای چندمحصولی با محدودیت ظرفیت همراه با امکان انتقال راه‌اندازی‌ها به پریود بعد، که بطور خلاصه از آن تحت عنوان **CLSPSC**<sup>۱</sup> نام برده می‌شود مورد نظر می‌باشد ابتدا فرموله‌بندی مساله **CLSPSC** در قالب یک مدل برنامه‌ریزی مخلوط با اعداد صحیح<sup>۲</sup> ارائه شده و سپس الگوریتم‌های ابتکاری برای حل این مساله که از سه بخش اصلی تعیین اندازه انباشته، تامین شرط موجه بودن جواب و روش انتخاب محصول برای انتقال راه‌اندازی به پریود بعد تشکیل می‌شود، تشریح شده است. برای الگوریتم‌های ابتکاری پیشنهادی نرم افزاری با زبان برنامه‌نویسی **C++** نوشته شده است. نتایج محاسباتی حاصل از حل مسایل نمونه کارایی چشمگیر روش را در به دست آوردن جواب‌های مناسب و با سرعت بالا نشان می‌دهد، به گونه‌ای که به راحتی امکان حل مسایل واقعی بزرگ توسط کامپیوترهای شخصی وجود دارد.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی تولید، تعیین اندازه انباشته با محدودیت ظرفیت، انتقال

راه‌اندازی

## مقدمه

در بسیاری از محیط‌های تولیدی از منبع محدودی برای تولید چندین محصول استفاده می‌شود. چنین مواردی را می‌توان در بسیاری از صنایع از جمله صنایع فرایندی مشاهده کرد، صنایعی که در آنها تعدادی محصول از یک نوع ماده اولیه و یا توسط یک ماشین یا خط تولید (که بتوان آنرا به صورت یک مرحله تولیدی واحد فرض کرد) تولید می‌شوند. تعیین اندازه انباشته تولید یکی از تصمیمات اساسی در مرحله برنامه ریزی تاکتیکی فرایندهای تولیدی است. تعیین اندازه انباشته یعنی تعیین مقدار و زمان تولید هر یک از محصولات بطوری که تقاضای آنها در طول افق برنامه ریزی برآورده شود. در این مقاله مساله تعیین اندازه انباشته پویای تک مرحله‌ای چند محصولی با محدودیت ظرفیت، همراه با امکان انتقال راه‌اندازی‌ها به پریودهای آتی (CLSPSC) مورد بررسی قرار می‌گیرد. تقاضای محصولات در پریودهای مختلف قطعی ولی متغیر با زمان است. برای هر بار راه‌اندازی تولید هر یک از محصولات یک هزینه ثابت راه‌اندازی در نظر گرفته می‌شود. در این

مساله امکان انتقال راه‌اندازی به پریودهای بعدی نیز وجود دارد. منظور از انتقال راه‌اندازی، ادامه تولید یک محصول از یک پریود به پریود بعدی است، بدون اینکه نیاز به راه‌اندازی مجدد وسیله تولیدی باشد. بدین ترتیب که اگر محصول  $t$  آخرین محصول تولیدی در پریود  $t-1$  باشد و اولین محصول تولیدی در پریود  $t$ ، در این صورت منطقی‌تر و مقرون به صرفه‌تر خواهد بود که راه‌اندازی یا تنظیم انجام شده برای محصول  $t$  در پریود قبلی، برای پریود  $t$  نیز به همان صورت باقی بماند تا هزینه و زمان راه‌اندازی کاهش یابد.

تابع هدف این مساله عبارت از حداقل کردن مجموع هزینه‌های تولید، راه‌اندازی و نگهداری موجودی است (در صورتی که هزینه تولید هر واحد محصول در پریودهای مختلف یکسان باشد، مجموع هزینه‌های تولید مقداری ثابت خواهد بود و می‌تواند در تابع هدف در نظر گرفته نشود). مدل‌بندی مساله را می‌توان در قالب یک مساله برنامه ریزی مخلوط با اعداد صحیح (MIP) به صورت زیر ارائه کرد:

$y_{it} = 1$ ، اگر تولید محصول  $i$  در پریود  $t$   
راه اندازی شود و صفر است در غیر این  
صورت،

$C_{it}$  = هزینه تولید هر واحد محصول  $i$  در  
پریود  $t$ ،

$x_{it}$  = مقدار تولید محصول  $i$  در پریود  $t$

$h_i$  = هزینه نگهداری یک واحد محصول  $i$   
به مدت یک پریود،

$I_{it}$  = موجودی محصول  $i$  در انتهای پریود  
 $t$

$d_{it}$  = میزان تقاضای محصول  $i$  در پریود  $t$

$a_i$  = ظرفیت مورد استفاده برای تولید یک  
واحد محصول  $i$  بر حسب واحد زمان،

$b_i$  = زمان راه اندازی تولید محصول  $i$ ،

$R_t$  = میزان ظرفیت موجود در پریود  $t$  بر  
حسب واحد زمان،

حد بالای تولید  $= \sum_{k=t}^T d_{ik} = M_{it}$   
محصول  $i$  در پریود  $t$ ،

$e_{it} = 1$ ، اگر تولید محصول  $i$  از پریود قبلی  
 $t-1$  به پریود جاری  $t$  ادامه یابد و صفر، در  
غیر این صورت.

تابع هدف (۱) عبارت است از حداقل  
کردن مجموع هزینه های راه اندازی، تولید و  
نگهداری موجودی. محدودیت (۲) رابطه

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T (S_i y_{it} + C_{it} x_{it} + h_i I_{it}) \quad (1)$$

$$s.t. \quad I_{i,t-1} + x_{it} - I_{it} = d_{it} \quad \forall i, t \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n (a_i x_{it} + b_i y_{it}) \leq R_t \quad \forall t \quad (3)$$

$$x_{it} \leq M_{it} (y_{it} + e_{it}) \quad \forall i, t \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n e_{it} = 1 \quad \forall t \geq 2 \quad (5)$$

$$e_{it} - y_{i,t-1} - e_{i,t-1} \leq 0 \quad \forall i, t \geq 2 \quad (6)$$

$$e_{it} + e_{i,t-1} - y_{i,t-1} + y_{j,t-1} \leq 2 \quad \forall i, t \geq 2, j \neq i \quad (7)$$

$$x_{it}, I_{it} \geq 0 \quad \forall i, t \quad (8)$$

$$y_{it}, e_{it} \in \{0,1\} \quad \forall i, t \quad (9)$$

که در آن:

$n$  = تعداد محصولات،

$T$  = تعداد پریودهای افق برنامه ریزی،

$S_i$  = هزینه راه اندازی محصول  $i$

ابتدای پریود  $t-I$  تولید شده، سپس محصول یا محصولات دیگری در همان پریود تولید شده‌اند و در نهایت در پایان پریود  $t-I$  مجدداً وسیله تولیدی برای تولید محصول  $i$  راه‌اندازی شده است. محدودیت (۸) شرط غیر منفی بودن مقادیر تولید و موجودی‌ها است و محدودیت (۹) صفر و یک بودن متغیرهای تصمیم مربوط به راه‌اندازی و انتقال راه‌اندازی است.

### تاریخچه تحقیق

مساله CLSPSC توسعه‌ای است بر مدل کلاسیک تعیین اندازه انباشته با محدودیت ظرفیت (CLSP) که در آن امکان انتقال راه‌اندازی به پریودهای آتی در نظر گرفته نمی‌شود. تحقیقات قبلی انجام شده در این زمینه بیشتر بر روی مساله کلاسیک CLSP متمرکز بوده است، پیچیدگی محاسباتی حل مساله CLSP حتی در حالت تک محصولی NP-hard است [۲ و ۱]. مائس و همکاران [۳] نشان داده‌اند که حتی پیدا کردن جواب موجه برای CLSP با زمان‌های راه‌اندازی نیز NP-hard است. بنابر این واضح است که

تبادل موجودی است و محدودیت (۳) تضمین می‌کند که کل تولید در هر پریود از ظرفیت موجود تجاوز نمی‌کند، و یا به عبارتی محدودیت ظرفیت در نظر گرفته شده است. محدودیت (۴) بیان می‌کند که هرگاه محصول  $i$  تولید می‌شود یا  $y_{it} = 1$  و یا  $e_{it} = 1$ ، یعنی اینکه راه‌اندازی تولید برای آن در نظر گرفته شده باشد. رابطه (۵) بدین خاطر است که دقیقاً راه‌اندازی تنها یک محصول از پریود  $t-I$  به پریود  $t$  انتقال یابد. محدودیت (۶) نیز سبب می‌شود که اگر توأمأً  $e_{i,t-1} = 0$  و  $y_{i,t-1} = 0$  شد،  $e_{it} = 0$  باشد، یعنی اینکه محصول  $i$  در پریود  $t-I$  تولید نشده است. ولی اگر  $e_{it} = 1$  است در این صورت یا  $y_{i,t-1} = 1$  و یا  $e_{i,t-1} = 1$  (در ابتدا برای سادگی فرض می‌شود به ازای تمام  $i$ ‌ها  $e_{it} = 0$  است). محدودیت (۷) محدودیت هماهنگ کردن تولید محصولات است که در بیش از دو پریود متوالی تولید می‌شوند. اگر  $e_{it} = e_{i,t-1} = 1$  در این صورت یا  $y_{j,t-1} = 0$  به ازای تمامی  $j \neq i$ ، و یا برای بعضی  $j \neq i$  داریم  $y_{j,t-1} = 1$  و  $y_{i,t-1} = 1$ . یعنی اینکه یا محصول  $i$  تنها محصول تولید شده در پریود  $t-I$  است و یا محصول  $i$  در

۵] ارجاع داده می شود و در ادامه تنها به آن دسته از کارهای تحقیقاتی که به نحوی امکان انتقال راه اندازی را در نظر گرفته اند می پردازیم.

دیلنبرگر و همکاران [۱۴] یک مساله بسیار کلی از نوع تعیین اندازه انباشته چند ماشینی، چند خانوادگی

چند محصولی را در نظر گرفته اند. این مدل که از نوع MIP است شامل اجزاء: انواع قطعات و خانواده های قطعات، گروه های ماشین آلات، منابع قابل ذخیره سازی و غیر قابل ذخیره سازی، محدودیت های تخصیص ماشین آلات به انواع قطعات و پیرودهای تولید، محدودیت هایی روی تخصیص اندازه انباشته ها به ماشین آلات و پیرودها، سفارش عقب افتاده و انواع مختلف راه اندازی ها می شود. همچنین انتقال راه اندازی به پیرودهای بعدی نیز در این مدل در نظر گرفته شده است. به خاطر پیچیدگی خیلی زیاد مدل یک روش ابتکاری بر اساس شمارش جزئی تثبیت و ساده سازی<sup>۲</sup> معرفی شده است.

گوپالا کریشنن و همکاران [۱۵] یک مدل MIP را برای تعیین اندازه انباشته و

CLSP چند محصولی و به طریق اولی CLSPSC که هم حالت چند محصولی و در نظر گرفتن زمان های راه اندازی را در برداشته و هم متغیرهای صفر و یک بیشتری را به خاطر لحاظ کردن امکان انتقال راه اندازی از یک پیرو به پیرو بعدی دارد شش—سیدیداً NP-hard خواهد بود. از این رو بدست آوردن روش حلی که قادر باشد مسایل با اندازه واقعی را در زمان قابل قبولی به صورت بهینه حل کند بعید است. به همین دلیل اغلب تلاش های انجام شده به صورت توسعه الگوریتم های ابتکاری برای حل این گونه مسایل است.

اخیراً کریمی و همکاران [۴] مدل ها و روش های حل مسایل تعیین اندازه انباشته تک مرحله ای، بخصوص مساله CLSP را مورد بررسی قرار داده، ضمن طبقه بندی کارهای انجام شده، آنها را با یکدیگر مقایسه کرده اند. از آنجا که هدف مقاله حاضر پرداختن به مساله CLSPSC می باشد، برای اجتناب از طولانی شدن بحث، جهت مرور ادبیات مساله CLSP و تحقیقات مرتبط انجام شده در این زمینه به مقاله مروری مذکور و نیز به مقالات [۱۳]-

زمان بندی چندین خانواده از محصولات روی چندین ماشین یکسان ارائه داده اند. در این مدل از راه اندازی برای هر محصول صرف نظر شده و هزینه و زمان راه اندازی برای خانواده محصولات، به ازای هر خانواده روی تمامی پیوندهای زمانی، ثابت فرض شده است. در این مدل ایده انتقال راه اندازی به پیوندهای بعدی نیز در نظر گرفته شده است. برای حالت CLSP تک ماشینی فرض شده که هم زمان های راه اندازی و هم هزینه های راه اندازی در طول تمامی پیوندها ثابت است. در این تحقیق هیچ گونه نتایج محاسباتی برای مساله تک ماشینی گزارش نشده است.

هاس [۱۶]، حالت انتقال راه اندازی به پیوندهای بعدی را برای مساله تک ماشینی بدون زمان های راه اندازی مدل بندی کرده است. در این مدل انتقال راه اندازی تنها برای یک پیوند محدود شده است. یک روش ابتکاری رو به عقب<sup>۵</sup> نیز برای حل این مساله ارائه شده است. در این روش ابتکاری، یک قاعده تعیین اولویت متشکل از ترکیبات محدب هزینه های نگهداری و راه اندازی مورد استفاده قرار گرفته است. بخاطر وابستگی شدید بین کیفیت جواب و

تحقق ترکیب محدب، برای هر مساله خاص، روش ابتکاری یک جستجوی محلی را روی فضای پارامتر انجام می دهد تا جواب های با هزینه پایین را بدست آورد. یعنی اینکه مقدار پارامتر وابسته به مساله خواهد بود.

ساکس و ژائو [۱۷] نیز مساله انتقال راه اندازی به پیوندهای بعدی را در حالت تک ماشینی مورد بحث قرار

داده اند. در مدل آنها انتقال راه اندازی به هر تعداد پیوند قابل اجرا است. در رویکرد ارائه شده، هم یک روش بهینه و هم یک روش ابتکاری معرفی شده است. در روش بهینه، مساله اصلی با استفاده از تکنیک تعریف مجدد متغیرها، مشابه با کار اپن و مارتین [۱۸] در قالب یک مساله دیگر که شامل زیرمدل شبکه ای است فرموله شده است. سه فرموله بندی مجدد برای مساله ارائه شده است: یک مدل کوتاه ترین مسیر، یک مدل حمل و نقل و یک مدل کوتاه ترین مسیر توسعه یافته. همانطور که انتظار می رود، نتایج محاسباتی نشان می دهند با در نظر گرفتن امکان انتقال راه اندازی به پیوندهای دیگر، کاهش قابل توجهی در کل

بدست می آورد. روش کنترل موجه بودن، جواب های تک محصولی مستقل از هم را به یک جواب موجه چند محصولی که محدودیت های ظرفیت و انتقال راه اندازی را ارضا کند تبدیل می کند.

### توسعه الگوریتم های ابتکاری

در بخش های پیشین تعریف مساله و مرور تحقیقات قبلی انجام شده در این زمینه تشریح گردید. در ادامه تشریح الگوریتم های ابتکاری توسعه داده شده در این مقاله ارائه می گردد. الگوریتم های پیشنهادی در این مقاله از سه جزء اصلی تشکیل می شوند: (۱) قواعد مورد استفاده برای تعیین اندازه انباشته، (۲) تامین موجه بودن جواب و (۳) روش انتخاب محصولی که راه اندازی آن به پریرود بعدی انتقال می یابد.

### الگوریتم ۱

در الگوریتم ۱ برای تعیین اندازه انباشته محصولات از الگوریتمی ترکیبی متشکل از معیار دیکسن - سیلور [۲۰] و معیاری مرکب از هزینه های راه اندازی و نگهداری

هزینه ها رخ می دهد (که بیشتر به خاطر کاهش هزینه های راه اندازی است). بر اساس این مطالعه نتیجه گرفته شده که در نظر گرفتن امکان انتقال راه اندازی به پریرودهای بعدی در مساله CLSP تنها به صورت تغییر در نحوه شمارش راه اندازی ها نیست، بلکه در یک تغییر اساسی در تعیین اندازه انباشته ها است. برای مسایل نسبتاً بزرگ یک روش ابتکاری برای حالتی که انتقال راه اندازی تنها برای یک پریرود مجاز است توسعه داده شده است. روش ابتکاری مزبور متشکل از سه جزء است: یک روش جستجوی زیرشیب، یک روش برنامه ریزی پویای تک محصولی و یک روش برای کنترل موجه بودن. روش جستجوی زیرشیب، جستجو برای یافتن ضرایب لاگرانژ بهینه محدودیت های ظرفیت و محدودیت های انتقال راه اندازی در مساله ثانویه را انجام می دهد. با داشتن برداری از این ضرایب، روش برنامه ریزی پویای تک محصولی که روش اصلاح شده الگوریتم واگنر - ویتین [۱۹] بوده و قابلیت در نظر گرفتن امکان انتقال راه اندازی را نیز دارد، جواب بهینه برای اندازه انباشته تک محصولی بدون محدودیت ظرفیت را

می‌کنیم. در این معیار با فرض تعریف متوسط هزینه در پریود برای محصول  $i$  برابر با:

$$TC_i(t) = \frac{S_i + h_i \sum_{j=1}^t (j-1)d_{ij}}{t}, \quad (2 \leq t \leq T)$$

اندازه انباشته محصول  $i$  با جمع کردن تقاضای پریودهای بعدی (تقاضای تجمعی) تا جایی افزایش می‌یابد که برای اولین مرتبه  $TC_i(t+1) > TC_i(t)$  شود. بدین ترتیب اندازه انباشته محصول  $i$  در پریود یک می‌بایست تقاضای آن را برای  $t$  پریود ارضا کند که  $t = \min\{k : TC_i(k+1) > TC_i(k)\}$  (برای سادگی پریود جاری را همواره پریود یک اندیس‌گذاری می‌کنیم). ولی در مساله ما که محدودیت ظرفیت وجود دارد، این محدودیت می‌تواند اندازه انباشته‌ها را محدود کند. برای انتخاب اینکه اندازه انباشته کدام محصول ابتدا باید افزایش یابد از ضریب کاهش هزینه زیر استفاده می‌کنیم:

$$U_i(t) = \frac{TC_i(t-1) - TC_i(t)}{a_i d_{it}} = \frac{S_i + h_i \sum_{j=1}^{t-1} (j-1)d_{ij} - h_i (t-1)^2 d_{it}}{t(t-1)a_i d_{it}}$$

موجودی استفاده می‌شود. جهت تضمین بدست آوردن جواب موجه از مکانیزم نگاه به جلو<sup>۶</sup> که ایده اولیه آن توسط دو قراماچی و همکاران [۲۱] ارائه شده است استفاده می‌شود. بخش سوم الگوریتم تعیین می‌کند که راه‌اندازی کدام محصول می‌بایست به پریود بعدی انتقال یابد. معیار مورد استفاده در این قسمت حصول حداکثر صرفه جویی در هزینه است.

### تعیین اندازه انباشته

برای تعیین اندازه انباشته در ابتدا برای هر  $i$  و  $t$  قرار می‌دهیم  $x_{it} = d_{it}$ . با این کار دو حالت می‌تواند اتفاق بیفتد، حالت اول اینکه بعد از قرارداد  $x_{it} = d_{it}$  و تعریف  $\delta(x_{it}) = 1$  اگر  $x_{it} > 0$  و 0 در غیر این صورت، هنوز ظرفیت کافی  $A(t) = R_t - \sum_{i=1}^n [a_i x_{it} + b_i \delta(x_{it})]$  وجود دارد، بطوریکه  $A(t)$  می‌تواند جوابگوی تقاضای کامل آتی محصولی مثل  $i$  که  $x_{it} > 0$  است باشد. به این شیوه از بررسی، حالت تعیین اندازه انباشته کامل گفته و در الگوریتم ۱ از معیار دیکسن - سیلور [۲۰] برای تعیین اندازه انباشته‌های محصولات استفاده



مثبت بودن  $U_i(t)$  بدین معنا است که گنجاندن  $d_{it}$  در اندازه انباشته پریود جاری برای کالای  $i$ ، باعث کاهش هزینه‌ها خواهد شد و اگر  $U_i(t)$  منفی باشد این کار افزایش هزینه‌ها را در پی خواهد داشت. با مقایسه  $U_i(t)$  ها به ازای محصولات مختلف، تقاضای محصول با مثبت‌ترین  $U_i(t)$  را به اندازه انباشته پریود جاری آن می‌افزاییم، تا جایی که شرط موجه بودن (که در ادامه توضیح داده می‌شود) نقض نگردد. حالت دوم وقتی است که با قرار دادن  $x_{it} = d_{it}$  در ابتدای کار، و یا بعد از تعیین اندازه انباشته کامل که در حالت اول تشریح شد، هنوز لازم است که بخشی از تقاضاهای آتی در پریود  $t$  تولید شوند تا بتوان جواب موجه داشت، با این تفاوت که دیگر هیچیک از تقاضاهای آتی را نمی‌توان بطور کامل تولید کرد. حداقل مقدار تولید لازم برای اجتناب از غیر موجه بودن را  $L(t)$  فرض کرده و این حالت را تعیین اندازه انباشته جزئی می‌نامیم. هدف از این مرحله تولید بخشی از تقاضای آتی محصولی است که بر اساس معیاری مرکب از هزینه‌های راه‌اندازی و نگهداری موجودی انتخاب شده و جوابی موجه را

بدست می‌دهد. فرض کنید  $\Delta x = L(t)$  به ازای هر  $i$  که  $x_{it} > 0$  است قرار می‌دهیم  $t_i = \min\{k > t : d_{ik} > 0, x_{it} > 0\}$  یعنی  $t_i$  اولین پریودی بعد از پریود  $t$  است که محصول  $i$  مجدداً دارای تقاضای مثبت است، و  $L_i = \min\{L(k) : k = t, \dots, t_i - 1\}$  حداقل مقدار تولید لازم تا قبل از پریود  $t_i$  تعریف می‌کنیم  $S(t) = \{i : x_{it} > 0, A(t) \geq L(t) + \Delta x - L_i\}$  و ک

$$i^* = \arg \max \{S_i - h_i(t_i - t)\Delta x / a_i : i \in S(t)\}$$

را جهت تولید بخشی از تقاضای آتی آن در پریود  $t$  انتخاب می‌کنیم. قرار می‌دهیم  $x_{i^*t} = x_{i^*t} + \Delta x / a_{i^*}$  و  $d_{i^*t} = d_{i^*t} - \Delta x / a_{i^*}$  و نکته دیگری که باید به آن اشاره کرد اینک به ازای  $t > I$  قبل از در نظر گرفتن اندازه انباشته سایر محصولات ابتدا اندازه انباشته محصولی که راه‌اندازی آن انتقال یافته است را در نظر می‌گیریم. تا جایی که ظرفیت موجود بتواند پاسخگوی تقاضای کامل آتی باشد، ضریب این محصول مثبت بوده و شرایط موجه بودن برقرار است. بدین ترتیب از مزیت انتقال راه‌اندازی به پریود بعدی استفاده حداکثر صورت می‌گیرد.

ازای هر چنین محصولی بعد از افزودن  $d_{it}$  به  $x_{it}$  می‌توان به راحتی مشاهده کرد که شرط  $A(t) \geq L(t) + a_i d_{it} - L_i$  می‌بایست برقرار باشد. در حالت دوم یا حالت تعیین اندازه انباشته جزئی، که  $L(t) > 0$  است ولی  $A(t)$  نمی‌تواند تقاضای کامل هیچ یک از پیوندهای آتی را برآورده کند، تنها آن مقداری از تقاضای آتی محصول انتخاب شده در اندازه انباشته جاری آن تولید می‌شود که برای جلوگیری از غیرموجه بودن لازم است. با قرار دادن  $\Delta x = L(t)$  و استفاده از تعاریف ارائه شده برای  $t_i$  و  $L_i$  به ازای محصولات با  $x_{it} > 0$ ، اگر  $\Delta x / a_i$  را به اندازه انباشته  $x_{it}$  اضافه کنیم به راحتی دیده می‌شود که شرط  $A(t) \geq L(t) + \Delta x - L_i$  می‌بایست ارضا شود.

### انتقال راه‌اندازی

در این قسمت از الگوریتم تعیین می‌شود که راه‌اندازی کدام محصول می‌بایست به پیوند بعدی انتقال یابد. حالت اول، حالتی است که در پایان مرحله تعیین اندازه انباشته کامل  $L(t) = 0$  شده است. در این حالت مجموعه محصولات کاندید برای انتقال راه‌اندازی به پیوند بعدی را

### موجه بودن جواب

همان طور که پیشتر اشاره شد، موجه بودن جواب بر اساس ایده نگاه به جلو که اولین توسط دوگرامچی و همکاران [۲۱] ارائه شده است تامین می‌شود. در ابتدا  $L(t)$  را با استفاده از رابطه بازگشتی  $L(t) = \max\left\{0, \sum_{i=1}^n [a_i d_{i,t+1} + b_i \delta(d_{i,t+1})] - R_{t+1} + L(t+1)\right\}$  و  $L(T) = 0$  به ازای  $t = T-1, \dots, 1$  محاسبه می‌کنیم. در هر پیوند مقدار تولید  $x_{it}$  می‌بایست شرط  $\sum_{i=1}^n [a_i x_{it} + b_i \delta(x_{it})] \leq R_t$  را ارضا کند و

$$\sum_{i=1}^n [a_i x_{it} + b_i \delta(x_{it})] = \left( \sum_{i=1}^n [a_i \max\{d_{it} - L_{i,t-1}, 0\} + b_i \delta(\max\{d_{it} - L_{i,t-1}, 0\})] \right) + L(t)$$

چنانچه در حالت اول تشریح شده در بحث

تعیین

اندازه انباشته، یعنی حالت تعیین اندازه انباشته‌های

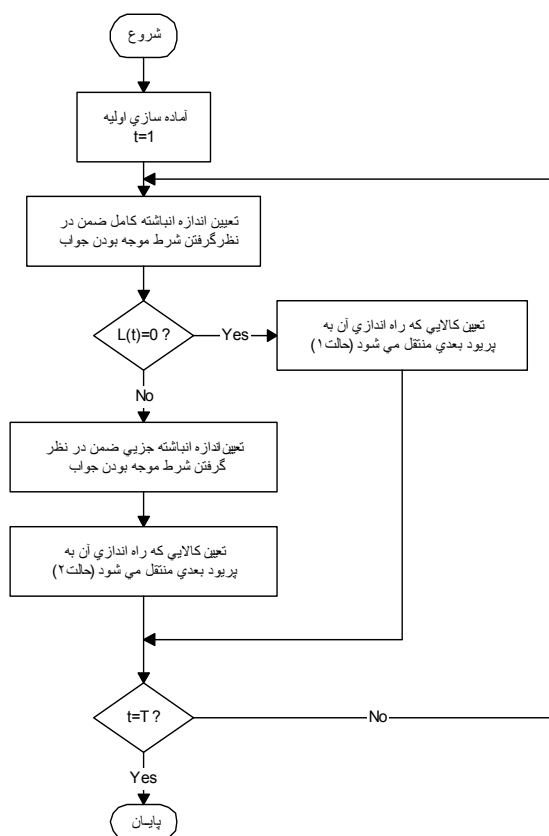
کامل، بعد از تخصیص  $x_{it} = d_{it}$  هنوز ظرفیت موجود  $A(t) = R_t - \sum_{i=1}^n [a_i x_{it} + b_i \delta(x_{it})]$  بتواند تقاضای کامل محصولی با  $x_{it} > 0$  را به ازای یکی از پیوندهای آتی جوابگو باشد، به

تفاوت این الگوریتم با روش قبلی تنها در محاسبه ضرایب  $U_i(t)$  در مرحله تعیین اندازه انباشته کامل است. در این جا به جای استفاده از معیار دیکسن-سیلور، برای بدست آوردن  $U_i(t)$  از معیار هزینه گروف [۲۲] استفاده می کنیم. براساس معیار گروف افزایش اندازه انباشته یک محصول تا آنجا صورت می گیرد که کاهش حاشیه ای در هزینه راه اندازی بیش از افزایش حاشیه ای در هزینه نگهداری موجودی باشد، یعنی  $\frac{S_i}{t(t-1)} \geq \frac{1}{2} h_i d_{it}$ . بر این اساس می توانیم معیاری را جهت تعیین اندازه انباشته به صورت صرفه جویی هزینه حاشیه ای به ازای هر واحد ظرفیت به شکل  $U_i(t) = \left( \frac{2S_i}{h_i} - t(t-1)d_{it} \right) / a_i d_{it}$  تعریف کنیم. مراحل تامین موجه بودن و انتقال راه اندازی مشابه الگوریتم ۱ است. شکل (۱) شمای کلی الگوریتم ها را نشان می دهد.

بصورت  $S_1(t) = \{i : x_{it} > 0, d_{i,t+1} > 0\}$  تعریف کرده و قرار می دهیم  $i^* = \arg \max \{S_i : i \in S_1(t)\}$  و راه اندازی محصول  $i^*$  به پیوند  $t+1$  منتقل می شود. حال اگر حالت اول رخ نداده باشد که طبیعتاً از مرحله تعیین اندازه انباشته جزیی حاصل شده است، داریم  $L(t) > 0$ . در این حالت قرار می دهیم  $\Delta x = L(t)$ . با تعاریف ارائه شده برای  $t_i$  و  $L_i$  مجموعه محصولات کاندید برای انتقال راه اندازی به پیوند بعدی را این بار به صورت  $S_2(t) = \{i : x_{it} > 0, A(t) \geq L(t) + \Delta x - L_i\}$  تعریف می کنیم و راه اندازی محصول  $i^* = \arg \max \{S_i - h_i(t_i - t)\Delta x / a_i : i \in S_2(t)\}$  را به پیوند  $t+1$  منتقل می کنیم.

## الگوریتم ۲

مسائل با ابعاد گوناگون میسر نیست. جدول بدست نتایج (۱) آمده از مقایسات را که توسط یک کامپیوتر Pentium III, 500MHz اجرا شده است نشان می‌دهد. نتایج درج شده در زیر ستون اصلی MIP مربوط به مقدار تابع هدف و مان حل مسائل توسط نرم افزار LINGO Industrial/PC (1995, Release3) است. لازم به ذکر است الگوریتم‌های ابتکاری دیگری که دقیقاً برای مسأله مطرح شده در این مقاله طراحی شده باشند و نتایج محاسباتی آنها قابل استفاده باشد در دسترس نبوده است. بنابر این برای اینکه ملاک روشنی در ارزیابی الگوریتم‌های ارائه شده در این مقاله وجود داشته باشد، جواب حاصل از الگوریتم‌های ابتکاری با جواب بهینه مقایسه شده‌اند. در به دست آوردن نتایج حاصل از حل مسائل با LINGO، محاسبات وقتی متوقف شده‌اند که یا جواب بهینه به دست آمده است و یا اینکه بعد از صرف زمان زیاد و به دلیل زمان‌بر بودن بیش از حد مسأله و محدودیت کامپیوتر، حل مسأله خود به خود توسط کامپیوتر متوقف شده است. برای حل مسائل با الگوریتم‌های ابتکاری



شکل ۱: نمودار جریان الگوریتم‌ها.

## نتایج محاسباتی

تعداد ۲۰ مسأله نمونه در این قسمت مورد استفاده قرار گرفته است. به دلیل در اختیار نداشتن مسائل نمونه واقعی و یا مسائل نمونه‌ای که جواب بهینه آنها در دسترس باشد اند استفاده شده است. از طرف دیگر به دلیل NP-hard بودن نوع مسأله عملاً نمی‌توان مگر برای مسائل نسبتاً کوچک جواب بهینه را به دست آورد، بنابراین امکان آزمایش دامنه وسیعی از

خواهد شد، لذا در این محاسبات هزینه تولید در نظر گرفته نشده است و تابع هدف تنها متشکل از هزینه‌های نگهداری موجودی و راه‌اندازی تولید است. بدیهی است چنانچه هزینه تولید نیز در نظر گرفته شود، درصد انحراف بین جواب‌های حاصل از الگوریتم‌های ابتکاری و جواب بهینه به مراتب کمتر از مقادیر مندرج در جدول خواهد شد.

بطور خلاصه با توجه به مقایسات انجام شده نتایج زیر را می‌توان برشمرد:

۱- کارایی محاسباتی الگوریتم‌های ابتکاری پیشنهادی به خصوص از نظر زمان حل بسیار چشمگیر و در خور توجه است، بطوری‌که در تمام موارد زمان حل مسأله کمتر از یک ثانیه به طول انجامیده است. این موضوع وقتی برجسته‌تر خواهد شد که بخاطر داشته باشیم با افزایش بعد مسأله (همانطور که در بخش مرور ادبیات نیز بدان اشاره شد) حتی یافتن جواب موجه نیز برای این گونه مسایل NP-hard است. این در حالی است که با استفاده از الگوریتم‌های ابتکاری پیشنهاد شده، بدست آوردن جواب‌های خوب برای مسایل با ابعاد بزرگ به راحتی انجام می‌گیرد.

یک برنامه کامپیوتری به زبان C++ نوشته شده است و برای هر یک از الگوریتم‌های ابتکاری ۱ و ۲، مقدار تابع هدف، زمان حل و انحراف از جواب بهینه در هر مساله ذکر شده است. از آنجا که در تمامی موارد زمان حل مسأله توسط الگوریتم‌های ابتکاری کمتر از یک ثانیه است، لذا در ستون‌های مربوط به زمان، مقدار صفر درج شده است که نشان دهنده سرعت بسیار بالای الگوریتم‌های پیشنهادی است. میزان انحرافی که در ستون انحراف برای الگوریتم‌های ابتکاری ذکر شده است از حاصل تقسیم تفاضل مقدار تابع هدف بهینه و مقدار تابع هدف الگوریتم ابتکاری بر مقدار تابع هدف بهینه محاسبه شده است. در مواردی که به دلیل بیش از حد زمان بر بودن مسأله جواب بهینه بدست نیامده و جواب حاصل از الگوریتم‌های ابتکاری بهتر از جواب حاصل از حل مسأله توسط نرم افزار LINGO بوده است این نسبت محاسبه نشده است. لازم به ذکر است از آنجا که با فرض یکسان بودن هزینه تولید در پریودهای مختلف، مجموع هزینه تولید که یکی از اجزاء هزینه تابع هدف را تشکیل می‌دهد مقداری ثابت

مورد بین ۱۰٪ تا ۱۵٪ و در یک مورد بین ۱۵٪ تا ۲۰٪ است. از طرف دیگر در ۲۰ مسأله نمونه حل شده، در ۱۲ مورد هر دو الگوریتم ۱ و ۲ جواب‌های یکسان، در دو مورد الگوریتم ۱ جواب بهتری نسبت به الگوریتم ۲ و در چهار مورد الگوریتم ۲ نسبت به الگوریتم ۱ جواب‌های نزدیکتر به بهینه‌ای را داده است.

۳- با افزایش بعد مسأله زمان حل مدل MIP به صورت غیر خطی افزایش می‌یابد، در صورتی که این موضوع تاثیری در زمان حل مسایل توسط الگوریتم‌های ابتکاری ندارد. همچنین در مقایسه بین مسایل ۱۰ محصولی ۴ پیرودی با مسایل ۴ محصولی ۱۰ پیرودی

۲- از نظر کیفیت و نزدیکی جواب‌های حاصل از الگوریتم‌های ابتکاری به جواب بهینه، مشاهده می‌شود که در مواردی جواب حاصل از هر دو الگوریتم ابتکاری همان جواب بهینه است (مسایل ۲ و ۴). صرف‌نظر از این موارد در پنج مورد از مسایل حل شده جواب حاصل از الگوریتم ۱ کمتر از ۵٪، در پنج مورد دیگر بین ۵٪ تا ۱۰٪، در سه مورد بین ۱۰٪ تا ۱۵٪ و در سه مورد هم بین ۱۵٪ تا ۲۰٪ با جواب بهینه فاصله دارد. در رابطه با الگوریتم ۲ به جز یک مورد که فاصله جواب الگوریتم تا جواب بهینه بیش از ۲۰٪ است، در پنج مورد این فاصله کمتر از ۵٪، در شش مورد بین ۵٪ تا ۱۰٪، در دو

جدول ۱: خلاصه نتایج مقایسات.

جواب حاصل از الگوریتم‌ها به جواب بهینه، در بیشتر موارد هر دو الگوریتم جواب‌های یکسان ارائه داده‌اند. از آنجاکه در مواردی هر یک از دو الگوریتم جواب‌های بهتری نسبت به الگوریتم دیگر ارائه کرده است، نمی‌توان قضاوت صریحی نسبت به برتری الگوریتم‌های ابتکاری نسبت به یکدیگر داشت.

### نتیجه گیری و تحقیقات آتی

مشاهده می‌شود که حل مدل MIP برای مسایل با تعداد محصولات بیشتر به مراتب راحت‌تر از مسایل با همان تعداد متغیر در مدل ریاضی ولی با تعداد محصولات کمتر صورت می‌گیرد. یکی از دلایل این موضوع می‌تواند به دلیل این واقعیت باشد که با افزایش تعداد محصولات مسأله به سمت خطی شدن پیش می‌رود.

در مقایسه بین دو الگوریتم ابتکاری مطرح شده از نظر زمان حل، هر دو الگوریتم بسیار سریع عمل کرده و وضعیت یکسانی دارند. از نظر کیفیت جواب و نزدیکی

مسائل با ابعاد نسبتاً بزرگ حتی بدست آوردن جواب موجه نیز NP-hard است.

### تحقیقات آتی

از جمله مواردی که می‌توان به عنوان کارهای تحقیقاتی تکمیلی برشمرد، بهبود الگوریتم‌ها در جهت بدست آوردن جواب‌های با کیفیت بهتر و نیز استفاده از ایده‌های مطرح در این الگوریتم‌های ابتکاری برای توسعه روش‌های ابتکاری جدید برای مسائل مشابه می‌باشد. علاوه بر این، تعیین شرایطی که هر یک از الگوریتم‌های ابتکاری مطرح شده بتوانند جواب‌های بهتری را نسبت به الگوریتم دیگر ارائه دهند نیز می‌تواند از موارد تحقیقی تکمیلی باشد. همچنین استفاده از جواب‌های حاصل از این الگوریتم‌ها در جستجوی‌های جستجوی ابتکاری از قبیل جستجوی تابو، آنیلینگ شبیه سازی شده و یا الگوریتم‌های ژنتیک برای بدست آوردن جواب‌های با انحراف هرچه کمتر از جواب بهینه موضوعات تحقیقی مطرحی هستند که مؤلفین مقاله در کارهای آتی خود سعی دارند تا بدانها پردازند.

در این مقاله مسأله NP-hard تعیین اندازه انباشته پویای تک‌مرحله‌ای چندمحصولی با محدودیت ظرفیت، همراه با امکان انتقال راه‌اندازی به پیوندهای آتی (CLSPSC) مورد بررسی قرار گرفت. از نظر عملی حل مسائل با ابعاد بزرگ بسیار سخت بوده و بدون استفاده از کامپیوترهای بزرگ و بسیار قوی بدست آوردن جواب بهینه مقدر نخواهد بود. حتی بدست آوردن جواب موجه برای این‌گونه مسائل نیز بسیار دشوار است. موارد مذکور انگیزه اصلی در تلاش برای یافتن الگوریتم‌های ابتکاری برای این مسائل شده است، و در این تحقیق دو الگوریتم ابتکاری برای حل این نوع مسائل ارائه شده است.

الگوریتم‌های ابتکاری ارائه شده با آزمایش روی ۲۰ مسأله نمونه با حل مدل MIP مورد مقایسه قرار گرفته و کارایی چشمگیر محاسباتی آنها از نظر زمان حل و نیز کیفیت خوب جواب‌ها از نظر نزدیکی به جواب بهینه نشان داده شده است. ارزش الگوریتم‌های پیشنهادی وقتی برجسته‌تر می‌شود که به خاطر داشته باشیم در مورد



## مراجع

- 1 - Florian, M., Lenstra, J. K. and Rinnooy Kan, A. H. G. (1980). "Deterministic production planning algorithms and complexity." *Management Science*, Vol. 26, PP. 669-679.
- 2 - Bitran, G. R. and Yanasse, H. H. (1982). "Computational complexity of the capacitated lot size problem." *Management Science*, Vol 28, PP. 1174-1186.
- 3 - Maes, J., McClain, J. O. and Van Wassenhove, L. N. (1991). "Multilevel capacitated lot sizing complexity and LP-based heuristics." *European Journal of Operational Research*, Vol. 53, PP. 131-148.
- ۴ - کریمی، ب. و فاطمی قمی، س. م. ت. "طبقه بندی مدل‌ها و روش‌های حل مسایل تعیین اندازه انباشته تک مرحله ای." پذیرفته شده برای چاپ در مجله بین المللی علوم مهندسی دانشگاه علم و صنعت ایران، (۱۳۸۱).
- 5 - Gelders, L. F. and Van Wassenhove, L. N. (1981) "Production planning: a review." *European Journal of Operational Research*, Vol. 7, PP. 101-110.
- 6 - Deboedt, M., Gelders, L. and Van Wassenhove, L. N. (1984). "Lot-sizing under dynamic demand conditions: A review." *Engineering Costs and Production Economics*, Vol 8, PP. 165-187.

- 
- 7 - Axsater, S. (1986). "Evaluation of lot-sizing techniques." *International Journal of Production Research*, Vol 24, PP. 51-57.
  - 8 - Maes, J. and Van Wassenhove, L. N. (1986). "Multi item single level capacitated dynamic lotsizing heuristics: A computational comparison-Part I: static case, and part II: Rolling horizon." *IIE Transactions*, Vol 18, PP. 114-129.
  - 9 - Ritchie, E. (1986). "A review of lot-sizing techniques for deterministic time-varying demand." *Production and Inventory Management Journal*, Vol 27, PP. 65-79.
  - 10 - Bahl, H. C., Ritzman, L. P. and Gupta, J. N D. (1987). "Determining lot sizes and resource requirements: a review." *Operations Research*, Vol. 35, PP. 329-345.
  - 11 - Maes, J. and Van Wassenhove, L. N. (1988). "Multi-item single-level capacitated dynamic lot-sizing heuristics: a general review." *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 39, PP. 991-1004.
  - 12 - Baker, K. R. (1990). "Lot-sizing procedures and a standard data set: a reconciliation of the literature." *Journal of Manufacturing and Operations Management*, Vol 2, PP. 199-221.
  - 13 - Drexl, A. and Kimms, A. (1997). "Lot sizing and scheduling-survey and extensions." *European Journal of Operational Research*, Vol 99, PP. 221-235.
  - 14 - Dillenberger, C., Escudero, L. F., Wollensak, A. and Zhang, W. (1994). "On practical resource allocation for production planning
-

- and scheduling with period overlapping setups.” *European Journal of Operational Research*, Vol. 75, PP. 275-286.
- 15 - Gopalakrishnan, M., Miller, D. M. and Schmidt, C. P. (1995). “A framework for modeling setup carryover in the capacitated lot sizing problem.” *International Journal of Production Research*, Vol. 33, PP. 1973-1988.
- 16 - Haase, K. (1996). “Capacitated lot-sizing with linked production quantities of adjacent periods.” *Working paper No. 334, Christian-Albrechts University*.
- 17 - Sox, C. R. and Gao, Y. (1999). “The capacitated lot sizing problem with setup carry-over.” *IIE Transactions*, Vol. 31, PP. 173-181.
- 18 - Eppen, G. D. and Martin, R. K. (1987). “Solving multi-item capacitated lot sizing problems using variable redefinition.” *Operations Research*, Vol. 35, PP. 832-848.
- 19 - Wagner, H. M. and Whitin, T. M. (1958). “A dynamic version of the economic lot size model.” *Management Science*, Vol. 5, PP.89-96.
- 20 - Dixon, P. S. and Silver, E. A. |(1981). “A heuristic solution procedure for the multi-item, single level, limited capacity, lot sizing problem.” *Journal of Operations Management*, Vol. 21, PP.23-40.

- 21 - Dogramaci, A., Panayiotopoulos, J. C. and Adam, N. R. (1981). "The dynamic lot-sizing problem for the multiple items under limited capacity." *AIIE Transactions*, Vol 13, PP. 294-303.
- 22 - Groff, G. K. (1979). "A lot sizing rule for time-phased component demand." *Production and Inventory Management*, Vol. 20, PP. 47-53.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 – Capacitated Lot Sizing Problem With Setup Carry-Over
  - 2 – Mixed Integer Programming Model
  - 3 - Capacitated Lot Sizing Problem
  - 4 – Fix-And Relax Partial Enumeration
  - 5 – Backward Oriented Heuristic
  - 6 – Look-Ahead Mechanism
-