

تعیین مرز ناپایداری دینامیکی بال هواپیما با استفاده از آنرودینامیک غیر دائم اولری*

بهزاد قدیری^(۱) رامین قاسمی اصل^(۲)

چکیده در این مقاله معادلات حرکت یک بال الاستیک با در نظر گرفتن دمپر سازه ای با استفاده از معادلات لاگرانژ استخراج شده است. نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی با فرض جریان غیردائم اولری و غیر قابل تراکم در جریان زیر صوت با بکار گرفتن تئوری نوارهای باریک بدست آمده است. تغییر مکان‌های بال، ناشی از خمش و پیچش است. برای تعیین جابجایی‌های خمشی و پیچشی از روش مودهای فرضی بهره گرفته شده است. معادلات آیروالاستیکی با برنامه رایانه‌ای تدوین شده با روش مقادیر ویژه و روش $u-g$ حل شده‌اند. نتایج بدست آمده از آزمون تعدادی از بالها با روش محاسباتی ارائه شده مقایسه گردید. ملاحظه شد نتایج از تطابق مناسبی برخوردارند.

واژه‌های کلیدی ناپایداری دینامیکی بال، فلاتر، آیروالاستیسته بال، روش مود فرضی.

Determination of Dynamic Instability of a Wing Aircraft Using an Eulerian Unsteady Aerodynamic

B. Ghadiri

R. Ghasemi Asl

Abstract *In this paper, the motion equations of an elastic wing with structural damping have been derived from LaGrange's equations. The aerodynamic forces and moments on the wing have been derived by using the "Strip Theory" for the case of unsteady and incompressible fluid flow. The displacements of the wing are due to the bending and twist motions for which the displacements are determined by "Assumed Mode Method". The aeroelastic equations, which are arranged with computer programs, are solved by eigen value system and $u-g$ method. The flutter speed is calculated on different type of wings, for which the experimental data are available; agreement is suitable.*

Key Word Dynamic Instability of Wing, Flutter, Wing Aeroelasticity, Assumed Mode.

* نسخه اولیه مقاله در تاریخ ۸۱/۱۲/۳ و نسخه نهایی آن در تاریخ ۸۲/۹/۱۲ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) استادیار، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی، بخش مهندسی مکانیک

(۲) دانشجوی دکتری، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی، بخش مهندسی مکانیک

مقدمه

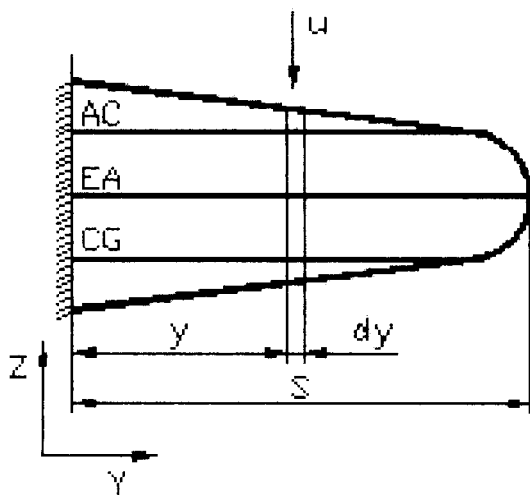
آیروالاستیسیته یکی از موضوعات مهم دینامیک پرواز است که درباره مقاومت سازه‌ها در برابر بارهای آیرو دینامیکی دائم و غیردائم به بحث می‌پردازد. در حالت دینامیکی پدیده نوسانات با دامنه زیاد تحت عنوان فلاتر (Flutter) مطرح است. در این حالت تعادل الاستیک سازه و یا رفتار کوتاه مدت تغییر مکان‌های سازه‌ای در برابر نیروهای آیرو دینامیکی و تأثیر متقابل آنها بر روی نحوه پرواز مورد توجه است [1]. در دهه اخیر بررسی آیروالاستیسیته بالواره (Airfoil) تحت تأثیر نیروهای آیرو دینامیکی غیردائم در جریان زیر صوت بر مبنای نوسانات در چرخه محدود (Limit Cycle Oscillation) مورد توجه قرار گرفته [2,3,4] و در محاسبه نیروهای یاد شده از معادلات تحلیلی تئودورسون [5] استفاده شده است. پرایس (Price) یک بالواره دو درجه آزادی (خمش و پیچش) را با حرکت آزاد در جهت گام (Pitch) به صورت یک مسئله غیرخطی در جریان سیال تراکم‌ناپذیر تحلیل نموده است. رفتار غیرخطی بالواره مربوط به رفتار سختی سازه‌ای بالواره تحت تأثیر زاویه حمله می‌باشد. این رفتار در دو محدوده زاویه حمله، خطی بوده اما حد فاصل آنها مقدار ثابتی است که در نهایت به رفتار غیرخطی را برای سختی سازه‌ای می‌انجامد [2]. هر چند مسئله به سه ناحیه خطی قابل تفکیک بوده که با حل معادلات دینامیکی به صورت انتگرالی در حوزه زمانی به صورت عددی، مرز ناپایداری دینامیکی بال استخراج شده است. در سازه‌ای مشابه سیستم غیرخطی پرایس، با منظور نمودن یک فنر غیرخطی بر روی بالواره و با کمک معادلات تئودورسون نسبت به حل معادلات برای سیستم دو درجه آزادی (خمش و پیچش) به منظور جلوگیری از وقوع فلاتر تحت تأثیر پاسخ‌های غیرخطی سیستم اقدام گردیده است [3]. در تحلیل بالواره دو درجه آزادی با کمک آیرو دینامیک غیردائم و معادلات تئودورسون برای تحلیل سرعت فلاتر، فرمول‌بندی

معادلات به صورت اعداد مختلط ارائه شده است [4]. این معادلات با کمک عدد فرکانس بی بعد شده (k)، به عنوان مسئله مقدار ویژه مطرح گردیده و با ارتباط این معادلات با کدهای طراحی سازه‌ای، زمینه‌ای را برای حل همزمان معادلات ارائه می‌کند. کاماکوتی (Kamakoti) در بررسی پرواز پرنندگان موضوع فلاتر را مطرح نموده است. وی بال پرنندگان را در حالت دو درجه آزادی با کمک تئوری نوارهای باریک (Strip Theory) مدل‌سازی کرده و سپس یک مدل محاسباتی با آیرو دینامیک غیردائم اولری، به صورت تحلیلی بر مبنای تئوری نوارهای باریک بسط داده است [6]. بهره‌گیری از آیرو دینامیک غیردائم اولری همراه با تئوری نوارهای باریک در اصلاحیه کد آیروالاستیکی B-CALFUNOPT برای تحلیل سرعت فلاتر مجدداً استفاده شده است [7]. در تعیین مرز ناپایداری بال همگام با روش‌های تحلیلی روش‌های عددی نیز بسط و گسترش یافته‌اند. روش‌های عددی مولفه‌های آیرو دینامیکی و سازه‌ای بال را در حوزه زمانی مورد مطالعه قرار می‌دهد. هر چند در دهه اخیر عمدتاً هر دو روش مورد استفاده قرار گرفته است [8]. از طرفی روش‌های تجربی برای بدست آوردن مرز ناپایداری بال بسیار پرهزینه بوده و نحوه و روش آزمایش و ارائه نتایج معمولاً به صورت محرمانه بوده و منتشر نمی‌شود [9]. از این رو، در این مقاله سعی گردیده ضمن تعیین مرز ناپایداری دینامیکی بال در جریان زیر صوت با کمک آیرو دینامیک غیردائم اولری با فرض پیوستگی بال از تئوری نوارهای باریک و روش مودهای فرضی (Assumed Mode) و در نظر گرفتن دمپر استهلاکی سازه‌ای با حل معادلات دینامیکی به وسیله روش مقادیر ویژه، ابزاری مناسب برای طراحی اولیه و مرور طراحی به منظور پیش‌بینی رفتار بال ارائه شود.

تئوری

هرگاه بال در معرض جریان هوا قرار گیرد در سرعت‌های کم جریان هوا، ارتعاش بوجود آمده در بال

تحت فرضیات ارائه شده می توان در یک مقطع بال که در شکل (۱) نشان داده شده است. نسبت به نوشتن معادلات آیروالاستیکی بال مشخص شده در شکل (۲) در جریان سیال تراکم ناپذیر زیر صوت اقدام نمود.



شکل ۲ نمای عمودی بال

معادله دینامیکی بال حول محور الاستیکی با در نظر گرفتن دمپرزازه ای بیان می شود. با این شرایط معادله لاگرانژ برای بال به صورت زیر ارائه می شود:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} - \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

برای یک تیر یک سردرگیر که تحت تأثیر خمش و پیچش است انرژی جنبشی، پتانسیل و دمپرزازه ای به صورت های زیر نوشته می شود:

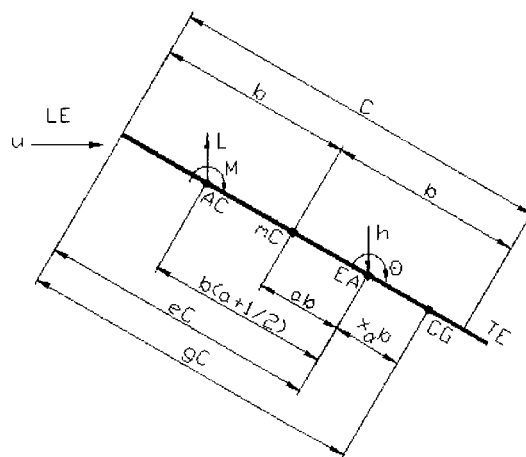
$$T = \frac{1}{2} \int_0^s \left[m(h + b x_a \theta)^2 + I_p \theta^2 \right] dy \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^s \left[EI \left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right)^2 + GJ \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (3)$$

$$D = \frac{1}{2} \int_0^s C_h h^2 dy + \frac{1}{2} \int_0^s C_\theta \theta^2 dy \quad (4)$$

میرا می شود. با افزایش سرعت فوق، ارتعاش بوجود آمده میرا نشده و بر دامنه آن افزوده می شود. اگر سرعت جریان هوا به حدی برسد که ارتعاش ایجاد شده در بال کاملاً میرا نشود و هر لحظه، دامنه آن افزوده گردد، به علت نوسانات بوجود آمده، پدیده شکست بال اتفاق می افتد. این پدیده فلاتر نامیده می شود [10]، که بروز آن به خاطر وجود همزمان حرکت های پیچشی و خمشی در بال است. در این مقاله برای بررسی پدیده فلاتر، فرضیات زیر در مدلسازی بال در نظر گرفته می شود: جریان سیال تراکم ناپذیر زیر صوت بوده و معادله حاکم جریان پتانسیل غیردائم در محدوده رفتار خطی برای اغتشاشات کوچک است. جابجائی بال با دو مولفه خمش و پیچش توصیف می شود. یعنی بال حین جابجائی تاب بر نمی دارد و فرم وتر بال تغییر نمی کند (No Warp).

بال مورد نظر دارای دو درجه آزادی (خمش و پیچش) بوده و به صورت تیر یک سر درگیر با اتصال صلب به بدنه می باشد. طول وتر بال از ریشه تا نوک تغییر می کند. محور الاستیک به صورت پیوسته است.



شکل ۱ نماد گذاری مقطع بال در راستای وتر

در رابطه (۴) C_h و C_θ به صورت زیر می باشد:

$$C_h = (m\omega_h \delta_h) / \pi \quad , \quad \omega_h = 2\pi f_h \quad (5)$$

$$C_\theta = (I_p \omega_\theta \delta_\theta) / \pi \quad , \quad \omega_\theta = 2\pi f_\theta \quad (6)$$

برای محاسبه سرعت فلاتر از روش مودهای فرضی استفاده شده که در این جا از یک مود برای خمش و پیچش استفاده شده است:

$$h = h_1 \Psi_1 \quad (7)$$

$$\theta = \theta_1 \Phi_1 \quad (8)$$

با کمک پارامتر بی بعد η ($\eta = \frac{y}{S}$) و روابط (۷) و (۸) سمت چپ معادله لاگرانژ بدست می آید.

$$[M]\ddot{Z} + [B]\dot{Z} + [k]Z = Q_i \quad (9)$$

که در آن مولفه برداری Z و ماتریسهای M و B و K به صورت زیر است:

$$Z = [h_1 \quad \theta_1] \quad (10)$$

$$[M] = S \int_0^1 m \begin{bmatrix} \Psi_1^2 & b x_\alpha \Phi_1 \Psi_1 \\ b x_\alpha \Phi_1 \Psi_1 & (\frac{I_p}{m} + b^2 x_\alpha^2) \Phi_1^2 \end{bmatrix} d\eta \quad (11)$$

$$[B] = 2S \int_0^1 \begin{bmatrix} m f_h \delta_h \Psi_1 & 0 \\ 0 & I_p f_\theta \delta_\theta \Phi_1 \end{bmatrix} d\eta \quad (12)$$

$$[k] = \frac{1}{S'} \int_0^1 \begin{bmatrix} \frac{EI}{S^2} \Psi_1'^2 & 0 \\ 0 & GJ \Phi_1'^2 \end{bmatrix} d\eta \quad (13)$$

در روابط فوق مقادیر EI ، GJ ، I_p و m از ریشه تا نوک بال تابعی از η بوده و بر حسب آن تغییر می نمایند. سمت راست معادله (۹) اثر نیروهای خارجی اعمال شده به بال می باشد.

در این مقاله نیروهای آیرودینامیکی ناشی از جریان هوا روی بال به صورت نیروی برآ و ممان آیرودینامیکی مورد توجه است و برای محاسبه آنها از

تئوری نوارهای باریک بهره گرفته می شود. تئوری یاد شده یک روش تقریبی است که در آن کاربر، برای جریان دوبعدی (بالواره بال نامحدود) نتایج معلوم شده ای را جهت محاسبه نیروهای آیرودینامیکی، روی یک سطح دارای نیروی برآ در یک بال نامحدود اعمال می کند. ضرورت این تقریب ملحوظ نمودن موقعیت هر نوار در طول بال می باشد. مشخصه بال یکنواختی آن در طول بال است. همچنین فرض می شود نیروی برآ (یا توزیع فشار در جهت وتری) در هر نوار در طول بال فقط وابسته به جریان منظم پایینی (Downwash) مربوط به خود است که از یک تئوری آیرودینامیک دو بعدی گرفته می شود و از اثرات جریان منظم پایینی هر یک از نوارهای دیگر مستقل گردیده است [11,12].

از این رو بال به صورت یک سری نوارهای باریک به عرض dy در نظر گرفته شده و هر کدام یک از این نوارها به طور مستقل به صورت یک بالواره منظور می شوند. نیروی برآ و ممان حاصل از هر یک نوارها از معادلات تئودورسون [5] بدست آمده و سپس باهم جمع می شوند تا نیروی برآ و ممان وارده بر بال بدست آیند. مقدار Q_i بدین نحو در معادله لاگرانژ جایگزین می شود. نیروی برآ و ممان آیرودینامیکی در جریان سیال تراکم ناپذیر زیر صوت اولری برای یک بالواره از معادلات تئودورسون به صورت زیر نوشته می شود:

$$C_l = \pi \rho b^2 [\dot{h} + U\dot{\theta} - ba\ddot{\theta}] + 2\pi \rho u C_k \quad (14)$$

$$[\dot{h} + u\dot{\theta} + b(\frac{1}{2} - a)\dot{\theta}]$$

$$C_m = \pi \rho b^2 [ba\dot{h} - ub(\frac{1}{2} - a)\dot{\theta} - b^2(\frac{1}{8} + a^2)\ddot{\theta}] + 2\pi \rho ub^2(a + \frac{1}{2})C_k \quad (15)$$

$$[\dot{h} + u\dot{\theta} + b(\frac{1}{2} - a)\dot{\theta}]$$

در معادله (۱۴) مقدار مثبت نیروی برآ به سمت بالا می باشد. بدین ترتیب نیرو و ممان آیرودینامیکی در طول بال محاسبه می شود.

بنابراین با تعاریف فوق معادله آیروالاستیکی بال ساده می‌شود:

$$\left\{ \left[-\omega^2 [M] - \frac{1}{2} \rho u^2 [Q] \right] + i\omega [B] + [k] \right\} Z = 0 \quad (26)$$

برای تعیین مرز ناپایداری دینامیکی بال از روی معادله (۲۶) روش‌های گوناگونی مانند $P-k$, $P-g$, $u-g$ فضای حالت و روش‌های عددی وجود دارد [13]. در این مقاله از روش $u-g$ که روشی بر مبنای محاسبه مقادیر ویژه معادله (۲۶) با استفاده از اعمال یک ماتریس سختی مختلط مجازی به کمک عدد فرکانس بی بعد شده به ماتریس سختی سازه‌ای $[k] \rightarrow (1+ig)[k]$ و حل آن در حوزه فرکانسی می‌باشد، بهره گرفته شده است. معادله (۲۶) با این روش برحسب k بازنویسی می‌شود:

$$\left\{ \left[\frac{k^2}{b^2} [M] + \frac{1}{2} \rho [Q] \right] \left[\frac{-u^2}{1+ig} \right] + \frac{k}{b} \left[\frac{i u}{1+ig} \right] [B] + [k] \right\} Z = 0 \quad (27)$$

هرگاه فرض کنیم:

$$\lambda = \frac{i u}{(1+ig)^{1/2}} = a + ib \quad (28)$$

معادله (۲۷) یک معادله مقدار ویژه تبدیل می‌شود:

$$\left\{ \left[\frac{k^2}{b^2} [M] + \frac{1}{2} \rho [Q] \right] \lambda^2 + [B] \lambda + [k] \right\} Z = 0 \quad (29)$$

نکته قابل توجه این است که در معادله (۲۷) ضریب ماتریس $[B]$ به صورت $\frac{i u}{1+ig}$ می‌باشد که با λ اختلافی جزئی دارد، اما در حالتی که $g=0$ است هر دو معادله‌های (۲۷) و (۲۹) مشابه هم هستند. ضمناً مقادیر u و g به کمک معادله (۲۸) محاسبه می‌شوند:

$$u = [2abg + b^2 - a^2]^{1/2} \quad (30)$$

$$L = -S \int_0^1 C_l d\eta \quad (16)$$

$$M = S \int_0^1 C_m d\eta \quad (17)$$

در معادلات (۱۶) و (۱۷) مقادیر C و a در طول بال از ریشه تا نوک نسبت به η متغیر می‌باشند. C_k تابع تئودورسون بوده که برای محاسبه آن از روابط ارائه شده در مرجع [12] استفاده می‌شود.

چنانچه قانون کار مجازی برای محاسبه Q_i بکار رود به کمک معادلات (۷) و (۸) می‌توان مولفه‌های Q_i را بدست آورد:

$$\Delta W = L \delta h + M \delta \theta \quad (18)$$

$$Q_i = \frac{\partial \Delta W}{\partial \delta q_i} \quad (19)$$

با فرض هارمونیک بودن سیستم، مولفه‌های ماتریس Q را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\underline{Z} = Z_0 e^{i\omega t}, \quad \dot{\underline{Z}} = i\omega \underline{Z}, \quad \ddot{\underline{Z}} = -\omega^2 \underline{Z} \quad (20)$$

$$Q_{11} = S \int_0^1 2\pi k \Psi_1 (k - i2C_k) d\eta \quad (21)$$

$$Q_{12} = S \int_0^1 \left[-2\pi b \Phi_1 \left[ak^2 - 2C_k + ik(1 + 2C_k(\frac{1}{2} - a)) \right] \right] d\eta \quad (22)$$

$$Q_{21} = S \int_0^1 2\pi b k \Psi_1 \left[-ka + i2C_k(\frac{1}{2} + a) \right] d\eta \quad (23)$$

$$Q_{22} = S \int_0^1 \left\langle 2\pi b \Phi_1 \left[k^2(a^2 + \frac{1}{8}) + 2C_k(\frac{1}{2} + a) + ik(\frac{1}{2} - a)(-1 + 2C_k(\frac{1}{2} + a)) \right] \right\rangle d\eta \quad (24)$$

در معادلات (۲۱) تا (۲۴)، k عدد فرکانس بی‌بعد

شده است که به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$k = \frac{\omega b}{u} \quad (25)$$

نتایج

نتایج بدست آمده از آزمون تعدادی از بال‌ها [14] که مشخصات آنها در جدول (۱) ارائه شده با نتایج بدست آمده از حل معادله (۲۷) با روش u-g مورد مقایسه قرار گرفته است. از روی منحنی حرکت ارتعاشی خمشی و پیچشی در یک تعداد پررود معین مقادیر δ_{II} و δ_{II} برای بال‌های مندرج در جدول (۱) به ترتیب 0.2 و 0.3 بدست می‌آید. نتایج بدست آمده از حل معادله آیرولاستیکی برای بال‌های مندرج در جدول (۱)، در جدول (۲) با هم مقایسه شده‌اند. مقایسه فوق برای بال‌های مورد آزمایش در جریان سیال تراکم ناپذیر (معمولاً عدد ماخ حدود 0.3) در جدول (۲) آورده شده است. در شکل (۳) مقادیر سرعت فلاتر برحسب دانسیته جریان رسم شده است. با افزایش دانسیته جریان، اثرات نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی بیشتر

$$g = \frac{2ab}{b^2 - a^2} \quad (31)$$

در الگوریتم u-g به ازای مقادیر مختلف k نسبت به محاسبه u و g اقدام شده و به ازای $g=0$ مقدار سرعت فلاتر یا سرعت مرز ناپایداری دینامیکی حاصل می‌شود. به این ترتیب فرض معادله (۲۸) خودبخود در نقطه جواب ارضاء می‌گردد. مودهای فرضی ψ_1 و ϕ_1 برای خمش و پیچش از حل معادلات تیر به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\psi_1 = C_1 \left\{ \frac{\sinh \beta_1 + \sin \beta_1}{\cosh \beta_1 + \cos \beta_1} (\cos \beta_1 \eta - \cosh \beta_1 \eta) + \sinh \beta_1 \eta - \sin \beta_2 \eta \right\} \quad (32)$$

$$\phi_1 = C_2 \sin \beta_2 \eta \quad (33)$$

در معادلات یادشده C_1 و C_2 ضرایب ثابت و $\beta_2 = \pi/2$ و $\beta_1 = 0.5969\pi$ می‌باشند.

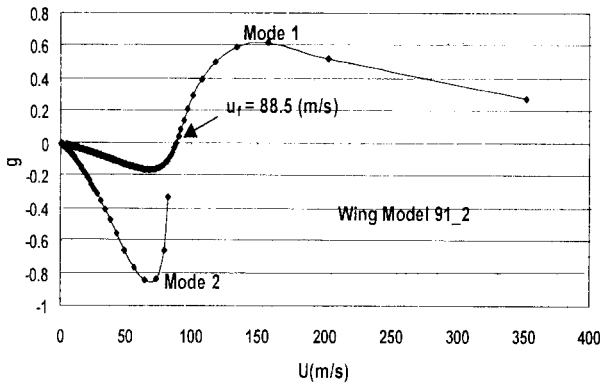
جدول ۱ مشخصات چند بال مورد آزمون [14]

Model	GJ (N.m ²)	EI (N.m ²)	S (m)	C (m)	a	α	g	e	m (kg/m)	I _p (kgm ² /m)	ρ (kg/m ³)	f _h (CPS)	f _{θ} (CPS)
۳۰B	۱۰.۷۸	۱۹.۸۶	۰.۶۳	۰.۱۰۱۶	-۰.۲	۰.۱۲	۰.۴۵	۰.۴	۰.۳۴	۰.۰۰۰۲۴	۱.۰۲۹	۱۲	۹۰
۴۰۰	۱۰.۱	۱۵	۰.۶۳	۰.۱۰۱۶	-۰.۲	۰.۱۲	۰.۴۶	۰.۴	۰.۳۳۸	۰.۰۰۰۲۴	۱.۱۴۱۹	۹	۹۰
۹۱-۲	۸۱.۷	۲۴۰	۱.۲۱۹۲	۰.۲۰۳۲	-۰.۳۲	۰.۳	۰.۴۹	۰.۴۸۴	۱.۶۶۷	۰.۰۰۲۷۵	۱.۴۱۲۲	۵	۳۹
۹۱-۲	۱۱۸.۱۲	۳۱۰.۵	۱.۲۱۹۲	۰.۲۰۳۲	-۰.۱۲۴	-۰.۰۵۶	۰.۴۱	۰.۴۳۸	۱.۶۷	۰.۰۰۳۱	۱.۲۳۲	۵.۵	۴۳
۹۱-۲	۱۱۸.۱۲	۳۱۰.۵	۱.۲۱۹۲	۰.۲۰۳۲	-۰.۱۲۴	-۰.۰۵۶	۰.۴۱	۰.۴۳۸	۱.۶۷	۰.۰۰۳۱	۰.۹۱۲	۵.۵	۴۳
۹۱-۲	۱۱۸.۱۲	۳۱۰.۵	۱.۲۱۹۲	۰.۲۰۳۲	-۰.۱۲۴	-۰.۰۵۶	۰.۴۱	۰.۴۳۸	۱.۶۷	۰.۰۰۳۱	۴.۰۳۵	۵.۵	۴۲
۹۱-۲	۱۱۸.۱۲	۳۱۰.۵	۱.۲۱۹۲	۰.۲۰۳۲	-۰.۱۲۴	-۰.۰۵۶	۰.۴۱	۰.۴۳۸	۱.۶۷	۰.۰۰۳۱	۰.۵۴۱	۵.۵	۴۳

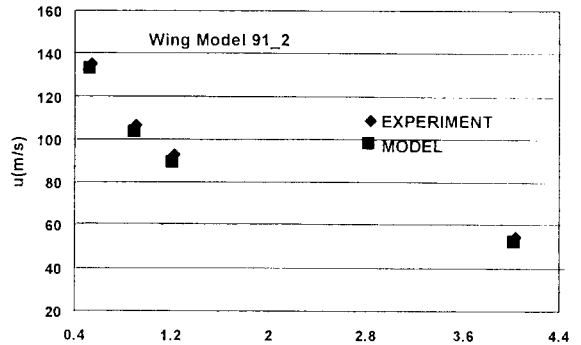
جدول ۲ مقایسه نتایج بدست آمده از آزمون‌ها [14] و روش این مقاله

جدول ۲ مقایسه نتایج بدست آمده از آزمون‌ها [14] و روش این مقاله

Model	فرکانس f_e (HZ) (تجربی)	عدد ماخ M_e	سرعت فلایتر V_e (m/s) (تجربی)	عدد فرکانس بی بعد شده k_e (تجربی)	عدد ماخ M_f (مقاله)	سرعت فلایتر V_f (m/s)	عدد فرکانس بی بعد شده k_f (مقاله)	فرکانس f_f (HZ) (مقاله)
۳۰B	۴۸	۰٫۳	۱۰۲٫۲	۰٫۲۹۹۸	۰٫۲۷۸	۹۵	۰٫۲۸۲۲	۴۲
۴۰۰	۲۹	۰٫۲۳	۲۴	۰٫۲۷۵۱	۰٫۲۵	۳۷	۰٫۲۷۵۹	۳۲
۹۱-۳	۱۵	۰٫۳۹	۶۳	۰٫۱۵۰۹	۰٫۳۶۵	۵۹	۰٫۱۵۵۸	۱۴٫۴
۹۱-۲	۱۶	۰٫۲۸	۹۲٫۹	۰٫۱۰۹۹	۰٫۲۶۶	۸۸٫۵	۰٫۱۱۹۰	۱۶٫۶
۹۱-۲	۱۶	۰٫۳۲	۱۰۶٫۷	۰٫۰۹۵۷	۰٫۳۰۸	۱۰۲٫۵	۰٫۰۹۹۶	۱۶
۹۱-۲	۲۰	۰٫۳۵	۵۴٫۴	۰٫۲۲۴۶	۰٫۳۳۱	۵۱٫۵	۰٫۲۲۳۱	۱۸
۹۱-۲	۱۵	۰٫۴	۱۳۰٫۲	۰٫۰۷۰۸۲	۰٫۳۹	۱۳۲	۰٫۰۷۳	۱۵٫۱



شکل ۴ سرعت بر حسب β برای بال سری ۱۶-۲



شکل ۳ سرعت فلایتر بر حسب دانسیته جریان برای

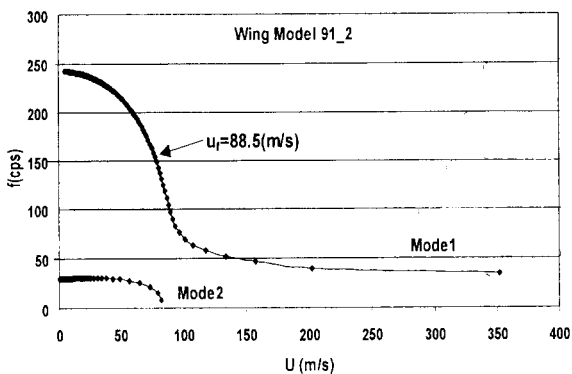
بال سری ۱۶-۲ حاصل از آزمایش تجربی [14]

و مدل ارائه شده

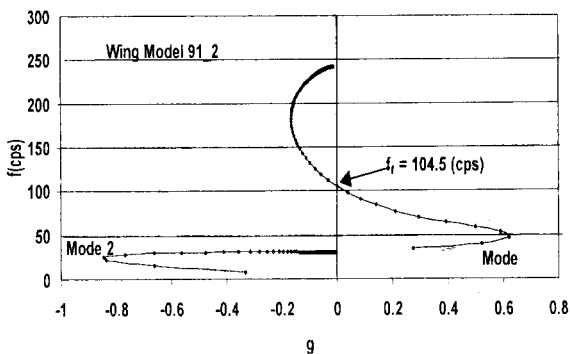
مقدار ویژه نشان داده شده است. خاطر نشان می‌سازد مقادیر ویژه معادله (۲۷) چهار مقدار برای λ ارائه می‌نماید که دو به دو یکسان هستند. در شکل‌های (۵) و (۶) مقادیر فرکانس فلاتر بر حسب g و فرکانس فلاتر بر حسب سرعت برای دو مقدار ویژه به ازای مقادیر مختلف k نشان داده شده است.

در شکل (۷) مقادیر عدد فرکانس بی بعد شده (k) بر حسب عدد ماخ جریان آزاد برای بال 91-2 آورده شده است.

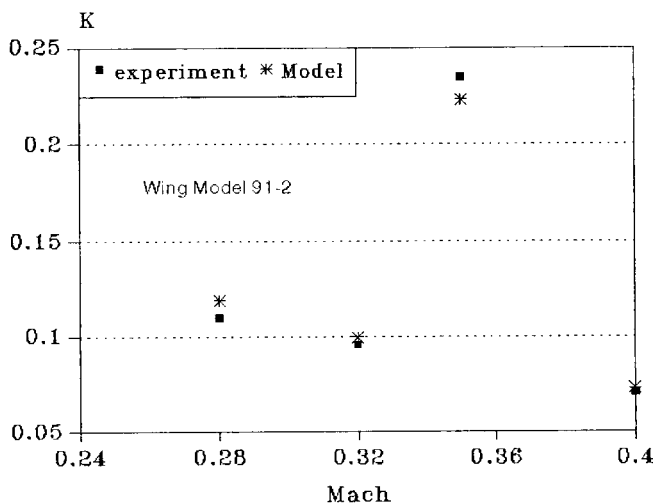
شده و از این رو مولفه‌های ماتریس $[Q]$ وزن بیشتری پیدا نموده و بدین ترتیب در سرعت‌های کمتری مرز ناپایداری دینامیکی خواهیم داشت. این موضوع در شکل (۳) برای بال سری 91-2 ملاحظه می‌گردد. در شکل (۴) مقادیر u و g برای اولین بال سری 91-2 ترسیم شده است. هرگاه مقدار g برابر با صفر گردد، سرعت فلاتر بدست می‌آید. در شکل فوق مقادیر u و g به ازای مقادیر معینی از K می‌باشد. نتایج بدست آمده از مقادیر ویژه λ در محاسبه مقادیر u و g برای دو



شکل ۶ سرعت بر حسب فرکانس برای بال سری 91-2



شکل ۵ فرکانس بر حسب g برای بال سری 91-2



شکل ۷ عدد فرکانس بی بعد شده بر حسب عدد ماخ برای بال سری 91-2

بحث و نتیجه‌گیری

برای تعیین نیروهای آیرودینامیکی از روش نوارهای باریک استفاده شد. این روش، یک روش تقریبی است و در آن اثر القایی جریان منظم پایینی چشم‌پوشی می‌شود. اثر یاد شده بیشتر در حالتیکه نسبت منظری کم و عدد فرکانس بی بعد شده کوچک است، خود را نشان می‌دهد [12]. اثر تراکم پذیری در محاسبات سرعت فلاتر از مرتبه $(1-M^2)^{0.25}$ است [15] و از این رو، اثر آن در عدد ماخ 0.3 تا 2.3 درصد است. در مدل ارائه شده بخشی از خطاها مربوط به اثرات تراکم پذیری است که تا عدد ماخ 0.4 چندان چشمگیر نمی‌باشد. از طرفی علاوه بر وجود مقادیری خطا در نتایج محاسبات جدول (۲)، به علت اثرات تراکم پذیری که در بالا به آن اشاره گردید، مواردی مثل فرضیات موجود در معادلات تئودورسون (صفحه تخت نوسان کننده)، اثر جریان القایی مربوط به تقریب روش تئوری نوارهای باریک که البته در این مبحث بنا به توضیح داده شده و شرایط مسئله (نسبت منظری نسبتاً بال) سهم آن کم است، و تقریب موجود در محاسبات مولفه‌های سازهای، از جمله عوامل ایجاد خطا هستند. با مقایسه نتایج بدست آمده و نتایج تجربی معلوم می‌شود که بنابه شرایط نزدیک بین مدل ریاضی و شرایط تجربی مرتبه خطا زیاد نبوده و یکی از علل مهم آن یکنواخت بودن بال که لازمه تئوری نوارهای باریک است، می‌باشد. از این رو بنا به مواردی که عنوان گردید می‌توان پیش بینی نمود مدل ریاضی تحت شرایط تطابق مناسبی با مدل فیزیکی برقرار نماید.

یک ابزار مناسب برای بررسی میزان دقت پاسخ‌ها مطالعه پارامترهای بی بعد است. در آیرودینامیک غیردائم عدد فرکانس بی بعد شده که معرف در هم آمیختگی سرعت و فرکانس فلاتر می‌باشد، یک معیار مناسب برای مطالعه این موضوع است [16]. این مقادیر

در جدول (۲) برای بال‌های مورد نظر منعکس گردیده است. در شکل (۷) مقادیر عدد فرکانس بی بعد شده بر حسب عدد ماخ جریان برای مدل‌های تحت آزمایش و روش مقاله مقایسه شده اند. بطوری که ملاحظه می‌شود، مقادیر عدد فرکانس بی بعد شده برای کلیه نتایج جدول (۲) حدود 0.3 تا 0.8 درصد با مقادیر تجربی بال‌های مورد آزمایش اختلاف دارد. که این میزان خطا ناشی از موارد عنوان شده در پاراگراف قبلی بوده است. در همین حال مشخص شد که با افزایش دانسیته هوا، سرعت فلاتر بنا به شکل (۳) بعثت افزایش مقادیر نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی کاهش می‌یابد.

با توجه به اینکه در بحث آیروالاستیسیته بال سرعت فلاتر در کانون توجه است و به طور معمول هدف اصلی طراح بال جلوگیری از رسیدن سرعت هواپیما یا جسم پرنده به سرعت فلاتر است، چنانچه بال با سازه فلزی در شرایطی که بتوان آن را از لحاظ دینامیکی به صورت پیوسته در نظر گرفت، و نیز اگر جریان سیال تراکم‌ناپذیر زیرصوت باشد، می‌توان در مباحث طراحی و مرور طراحی اولیه از روش فوق به عنوان یک ابزار سریع در محدوده خطاهای عنوان شده استفاده نمود.

فهرست نشانه‌ها

- a فاصله بی‌بعد شده بین محور الاستیکی و نصف وتر، مولفه حقیقی مقدار ویژه
- b نصف وتر، مولفه موهومی مقدار ویژه
- [B] ماتریس دمپرسازه‌ای
- C وتر در هر مقطع از بال
- CG مرکز ثقل
- Ch ضریب دمپر خمش
- Ck تابع تئودورسون
- C_l نیروی برآ در یک مقطع بال
- C_m ممان آیرودینامیکی در یک مقطع بال
- G₁, G₂ ضرایب ثابت توابع شکل خمش و پیچش

q_i مختصات عمومی مستقل	C_{θ} ضریب دمپر پیچش
Q_i نیروهای اعمال شده به سیستم	e فاصله بی بعد شده بین صفر و یک برای موقعیت
S طول بال	محور الاستیکی
T انرژی جنبشی بال	EI ضریب صلبیت سازه‌ای بال
TE لبه فرار	f_e فرکانس فلاتر حاصل از آزمایش تجربی
U سرعت جریان هوا	f_f فرکانس فلاتر محاسباتی
V انرژی پتانسیل بال	f_h فرکانس خمش
V_e سرعت فلاتر حاصل از آزمایش	f_{θ} فرکانس پیچش
V_f سرعت فلاتر محاسباتی	g فاصله بی بعد شده بین صفر و یک برای موقعیت
x_{α} فاصله بی بعد شده بین محور الاستیکی و مرکز ثقل	مرکز ثقل
y فاصله از ریشه بال	GJ ضریب صلبیت پیچشی بال
Y, Z محورهای دستگاه مختصات	h خمش بال در هر فاصله y از ریشه بال
Z ماتریس تغییر مکان خطی و زاویه‌ای	h_1 مختصه مستقل خمش متناظر با ψ_1
δh تغییر مکان جزئی خطی خمش	i تعداد درجات آزادی سیستم، $\sqrt{-1}$
$\delta\theta$ تغییر مکان جزئی زاویه‌ای پیچش	I_p ممان اینرسی قطبی بر واحد طول
δh ضریب استهلاک لگاریتمی خمش	K عدد فرکانس بی بعد شده
δ_{θ} ضریب استهلاک لگاریتمی پیچش	k_e عدد فرکانس بی بعد شده تجربی
ΔW کار مجازی	k_f عدد فرکانس بی بعد شده روش مقاله
η طول بی بعد شده بال	$[k]$ ماتریس سختی سازه‌ای
θ پیچش بال در هر فاصله y از ریشه بال	L نیروی برای بال
θ_1 مختصه مستقل پیچش متناظر با ϕ_1	LE لبه حمله
λ مقدار ویژه	m جرم در واحد طول
ρ دانسیته هوا	mC نصف وتر در هر مقطع بال
ψ_1 مود فرضی برای خمش	M ممان آیرودینامیکی بال حور محور الاستیکی
ϕ_1 مود فرضی برای پیچش	M_e عدد ماخ فلاتر حاصل از آزمایش تجربی
ω فرکانس زاویه‌ای	M_f عدد ماخ فلاتر حاصل از روش مقاله
ω_h فرکانس زاویه‌ای خمش کوپل نشده	$[M]$ ماتریس اینرسی
ω_{θ} فرکانس زاویه‌ای پیچش کوپل نشده	n تعداد درجات آزادی سیستم

مراجع

1. Dave Afolabi, and Ramanana M.V. Pidaparti, "Flutter prediction using an eigen vector orientation approach", *AIAA Journal*, Vol. 36, No.1, PP.69-74., (1998).
2. Price, S.Y., et al., "Postinstability behavior of a two-dimentional airfoil with a structural nonlinearity", *Journal of Aircraft*, Vol.31, No.6, Nov. pp. 1395-1401., (1994).

3. O'Neil, T., and T.W. strganac, "Aeroelastic response of a rigid wing supported by nonlinear springs", *Journal of Aircraft*, Vol.35, No.4, pp.616-622., (1998).
4. Starossek, U., "Complex notation in flutter analysis", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 8, Aug. pp. 975-977., (1998).
5. Theodorsen, T., "General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter", NACA TR-496, (1935).
6. Kamakoti, R., et al, "A computational study for biological flapping wing flutter", *Transactions of the Aeronautical and Astronautical Society of the Republic of China*, Vol. 32, No. 4, pp. 265-279., (2000).
7. Lillico, M., et al, "User manual and data preparation guide for B-CALFUNOPT", Vol. 1, Jan. 1999 (Revised Jun. 2000).
8. Kolonay, R. m., "Computational aeroelasticity", METU Turkey, Oct. (2001).
9. Chung-Li Lia, and Yee-Win-Sun, "Flutter analysis of stiffened laminated composite plate", *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 8, pp. 1897-1909., (1993).
10. Belevins, R. D., "*Flow-Induced vibration*", Van Norstrand Reinhold, (1990).
11. Dowel, E. H., et al, "*A modern course in aeroelasticity*", Kluwer Academic Pub., (1989).
12. Fung, Y. C., "*An introduction to the theory of aeroelasticity*", Dover Pub. Inc., (1993).
13. Eusse, B. J. G., et al, "Perspectives of NLR aeroelastic methods to predict wing/store flutter and dynamic loads of flight-type aircraft", National Lucht-en Ruimtevaart Laboratorium, NLR-TP 2000-447, Sept. (2000).
14. Barmby, J. G., et al, "Study of effects of sweep on the flutter of cantilever wing", NAA TN-2121 (1960).
15. Bisplinghoff, R. L., et al, "*Aeroelastocoty*", Addition-Wesley Publishing Company, Inc., (1956).
16. Bennett, R. M., and Edwards, J.W., "An overview of recent developments in computational aeroelasticity", *Journal AIAA.*, 98-242,(1998).