

ساخت آزمون معابر و پایای تفکر هندسی براساس سه سطح اول نظریه ونهیلی

الهه امینی فر^۱

بهرام صالح صدق پور^۲

نیره باقری^۳

تاریخ پذیرش: ۹۰/۸/۲۲

تاریخ وصول: ۹۰/۳/۱۲

چکیده

هندسه یکی از مهم‌ترین شاخه‌های ریاضی است که با استدلال و تفکر دانش‌آموزان در ارتباط می‌باشد. براساس نظریه ونهیلی یک دانش‌آموز برای دستیابی به استدلال موفق در هندسه بایستی پنج سطح متوالی و سلسله مراتبی مجازی تفکر هندسی را طی کند. تفکر هندسی شامل حل مسئله و دست کاری تصاویر فضایی است. هدف تحقیق حاضر ساخت آزمونی پایا و معابر جهت اندازه‌گیری سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان براساس نظریه ونهیلی است. روش پژوهش پیمایشی بوده و ابزار این پژوهش با توجه به مطالعه ادبیات پیشین و تحقیقات انجام شده، تهیه گردید. این ابزار، آزمونی مشتمل بر ۲۱ سؤال براساس نظریه ونهیلی است که سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان را مشخص می‌کند. مفاهیم هندسی دخیل در ساخت این آزمون شامل زاویه، مثلث، مربع، مستطیل، لوزی، متوازی الاضلاع، ذوزنقه و دایره هستند. جامعه آماری شامل دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و پنجم مقطع ابتدایی و دانش‌آموزان سه پایه مقطع راهنمائی شهر تهران است. با استفاده از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای ۵۰۷ نفر از دانش‌آموزان شامل ۱۶۲ نفر

۱- عضو هیئت علمی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

۲- عضو هیئت علمی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران

پایه چهارم، ۱۷۴ نفر پایه پنجم، ۸۵ نفر پایه ششم، ۴۷ نفر پایه هفتم و ۳۹ نفر پایه هشتم در شهر تهران انتخاب و آزمون روی آنها اجرا شد. روش‌های به کار رفته شامل اعتبار محتوایی و سازه (تحلیل عاملی)، تحلیل گویی‌ها شامل ضریب دشواری، ضریب تمیز و مقدار آلفای کرونباخ برای هماهنگی درونی سوالات است. پنج عامل به کمک تحلیل عاملی شناسایی شد که عبارتند از: ویژگی اشکال از بعد زاویه؛ چرخش؛ ویژگی اشکال از بعد زاویه قائمه؛ ویژگی اشکال و زوایا؛ و ارتباط اشکال با یکدیگر.

واژگان کلیدی: نظریه ون‌هیلی، سطوح تفکر هندسی، دانش آموزان ابتدایی و راهنمایی.

مقدمه

در قرون متمامی ریاضیات به عنوان یکی از دروس مؤثر در ارتقاء قدرت استدلال در نظر گرفته شده است. ویوس^۱ در قرن چهارم ریاضیات را مظہر نمایش قدرت ذهن معرفی کرد (نجفی، ۱۳۷۹). هندسه یکی از مهم‌ترین حیطه‌های ریاضی می‌باشد که با استدلال دانش آموزان در ارتباط است. هندسه شاخه‌ای از ریاضیات است که نقطه، خط، شکل‌های فضائی، و روابط بین آن‌ها، و اندازه‌ی طول، زاویه، مساحت و حجم اشکال را توصیف می‌کند (درسان^۲ و کوبان^۳؛ به نقل از یلدیز^۴، ۲۰۰۸). هندسه در یونان باستان از اهمیت بالائی برخوردار بوده است به طوری که پلاتو^۵ بر سر در دانشکده فلسفه نوشته بود: هر کس هندسه نمی‌داند وارد نشود (سیبلی^۶، ۱۹۹۸). از اهداف غایی یادگیری هندسه ارتقاء قدرت استدلال است. استدلال

1. Vives
2. Dursun
3. Çoban
4. Yıldız
5. Plato
6. Sibley

هندسی می تواند به عنوان استفاده از سامانه های سازه ای ترسیمی برای بررسی شکل و فضا تعریف شود (باتیستا^۱، ۲۰۰۷).

تفکر هندسی شامل تفکر و دست ورزی با تصاویر فضایی است و مثال های قابل درک می تواند برای صحبت بخشیدن به آن ها کمک کند (هندسکوم^۲، ۲۰۰۵). مهارت های دیداری، شفاهی، ترسیمی، منطقی و کاربردی از مهارت های هندسی هستند. یادگیری مهارت دیداری هندسه توسط دانش آموز از سنین قبل از دبستان شروع می شود، یعنی زمانی که دانش آموز اشکال را در محیط اطراف خود شناسایی می کند. مهارت های شفاهی هنگام ورود به مدرسه یاد گرفته می شوند، اکنون دانش آموز قادر است اشکال را با نام های هندسی آن ها بشناسد. مهارت های ترسیمی بعد از یادگیری اسمای هندسی پدیدار شده و در سال های بالاتر سرانجام مهارت های منطقی هندسی یاد گرفته می شوند. دانش آموز با یادگیری قضایا شروع به استدلال در این زمینه می کند. یادگیری بیشتر هندسه به درک فضایی دانش آموز کمک کرده و با بالا بردن قدرت تحلیل مسائل در گره گشائی مشکلات روزمره وی مؤثر است (غلام آزاد، ۱۳۷۹).

دانش آموزان می توانند به کمک هندسه مهارت های استدلال و داوری برای ارتقاء نظریه های هندسی را توسعه بخشنند (اردو گان^۳ و همکاران، ۲۰۰۹). اگر مفاهیم هندسی در دوران ابتدایی به درستی در ذهن دانش آموزان ساخته شوند در یادگیری های بعدی آن ها مفید و قادر به درک کاربردهای هندسه در محیط اطراف خود می شوند. به علاوه، از آنجایی که اشکال و اشیاء در ساختار هندسه قابل دسترس هستند، هندسه به دانش آموزان کمک می کند تا دنیایی را که در آن زندگی می کنند، بهتر بشناسند (گوس^۴ و اسپنسر^۵، ۲۰۰۳).

به نظر بسیاری از دانش آموزان درک هندسه دشوار است و اگر محققان بتوانند دلایلی برای دشواری های عمومی در هندسه پیدا کنند، معلمان قادر هستند تا طرحی برای غالب آمدن

-
1. Batista
 2. Handscomb
 3. Erdogan
 4. Goos
 5. Spencer

بر آن‌ها بیابند (هندسکوم، ۲۰۰۵). چارچوب‌های نظری متفاوتی برای تحقیق و توسعه آموزش ریاضی و خصوصاً درباره موضوع هندسه تدوین شده است. یکی از این نظریه‌ها، نظریه تفکر هندسی ون‌هیلی^۱ است که کاربردهای زیادی در زمینه یادگیری هندسه مستطحه دارد. این نظریه توسط زوج هلندی پیره^۲ ون‌هیلی و دینا ون‌هیلی گلدوف^۳ در سال ۱۹۵۷ ارائه و بعد از مدتی توجه مجامع علمی را به خود جلب کرد.

ريحانی (۱۳۸۴) نظریه ون‌هیلی را شامل سطوح تفکری برمی‌شمرد که دانش‌آموز‌ضمن یادگیری هندسه از آن‌ها عبور می‌کند. علاوه‌بر این، مشکل دانش‌آموز را در یادگیری هندسه تبیین می‌کند. این مدل نظری شامل دو قسمت سطوح تفکر و مراحل آموزشی است. ون‌هیلی (۱۹۸۶) ادراک دانش‌آموز از هندسه را به پنج سطح طبقه‌بندی می‌کند و اذعان می‌دارد که پیشرفت در یادگیری هندسه مستلزم یادگیری سلسله مراتب سطوح زیر است:

- سطح یک (تشخیص یا دیداری^۴): دانش‌آموز به‌طور کلی اشکال هندسی را تنها توسط شکل‌شان و نه ویژگی‌هایشان می‌شناسد.

- سطح دو (تجزیه و تحلیل^۵): دانش‌آموز می‌تواند خصوصیاتی از اشکال را بررسی کرده کرده و اشکال را براساس این ویژگی‌ها تجزیه و تحلیل کند.

- سطح سه (استنتاج غیررسمی^۶): دانش‌آموز نه تنها قادر به تشخیص و درک ویژگی‌های ویژگی‌های درونی هر شکل است بلکه خواهد توانست روابط بین این ویژگی‌ها را در اشکال متفاوت شناسایی کند.

-
1. van Hiele geometric thinking theory
 2. Pierre van Hiele
 3. Dina van Hiele-Geldof
 4. recognition/visualization
 5. analysis
 6. informal deduction

- سطح چهار (استنتاج رسمی^۱): دانش آموز می‌تواند روابط درونی و نقش جزء‌های تشکیل‌دهنده یک سیستم اصول موضوعه مانند عبارات تعریف نشده، بدیهیات، مفروضات، تعاریف، و قضیه‌ها را در ک کند.

- سطح پنج (دقت^۲): دانش آموز می‌تواند شبکه‌ای از ارتباطات را توسعه داده و قادر به اثبات قضیه‌ها به طور دقیق است.

نظریه ون هیلی با توجه به ساختار خاص خود دارای ویژگی‌های زیر است:

- دنباله ثابت^۳: سطوح تفکر هندسی سلسله مراتبی هستند. یعنی یک دانش آموز نمی‌تواند در سطح n ون هیلی باشد، بدون این‌که $n-1$ سطح قبلی را طی کرده باشد. برخی از دانش آموزان با استعداد در ریاضی که در بین سطوح پرش دارند، شاید به این دلیل است که آن‌ها مهارت‌های استدلال منطقی را از راه‌های دیگری به غیر از هندسه کسب می‌کنند (تامپسون^۴، ۲۰۰۶).

- مجاورت^۵: در هر سطح تفکر هندسی آنچه در سطح قبلی عامل اصلی بوده در سطح کنونی به عامل فرعی تبدیل می‌شود (یوسسکین^۶، ۱۹۸۲).

- تمایز^۷: هر سطح تفکر هندسی نشانه‌های کلامی مخصوص به خود داشته و یک شبکه ارتباطی آن‌ها را به هم متصل می‌کند (یوسسکین، ۱۹۸۲).

-
1. formal deduction
 2. rigor
 3. fixed sequence
 4. Thompson
 5. adjacency
 6. Usiskin
 7. distinction

- ساده‌سازی^۱: وقتی از زبانی بالاتر از سطح کنونی دانش‌آموز برای یاددهی استفاده شود، او می‌کوشد با ساده‌سازی مطالب آموزش داده شده، مفاهیم جدید را در ک ر کند (تامپسون، ۲۰۰۶).

نظریه ون‌هیلی به طور گستردگی در بسیاری از پژوهش‌های آموزش ریاضی در جهان مورد استفاده قرار گرفته و جزء نظریه‌های یادگیری هندسه است. این در حالی است که در ایران به دلیل کمبود آزمون اندازه‌گیری مناسب پژوهش‌های کمتری در این زمینه انجام شده است. بنابراین، هدف پژوهش حاضر ساخت آزمونی برای اندازه‌گیری سطوح تفکر‌هندسی دانش‌آموزان براساس سه سطح اول این نظریه می‌باشد. سؤالات این پژوهش به قرار زیر است:

- تحلیل سؤالات آزمون سطوح تفکر‌هندسی براساس نظریه ون‌هیلی چگونه است؟

- آیا آزمون سطوح تفکر‌هندسی براساس نظریه ون‌هیلی دارای پایایی است؟

- آیا آزمون سطوح تفکر‌هندسی براساس نظریه ون‌هیلی دارای اعتبار است؟

روش شناسی تحقیق

روش پژوهش حاضر پیمایشی بوده، زیرا به منظور تولید و بازساخت آزمون اندازه‌گیری تفکر هندسی دانش‌آموزان نیاز به توصیف تفکر آنان بر اساس سطوح سه‌گانه نظریه ون‌هیلی است. جامعه آماری شامل دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و پنجم مقطع ابتدایی و دانش‌آموزان سه‌پایه مقطع راهنمایی شهر تهران است. از آنجایی که فهرست کاملی از افراد جامعه در دسترس نبود روش نمونه‌گیری تصادفی خوش‌های انتخاب شد. از این‌رو افراد جامعه را در دسته‌هایی خوش‌بندی کرده و سپس از میان خوش‌های نمونه‌گیری به عمل آمد. نمونه از مدارس ابتدایی و راهنمایی واقع در منطقه هشت تهران به صورت تصادفی انتخاب شد. حجم نمونه در مقطع ابتدایی ۳۳۶ نفر و در مقطع راهنمایی ۱۷۱ نفر بود.

به دلیل این که ابزار مناسبی جهت اندازه‌گیری سطوح تفکر‌هندسی براساس مدل ون‌هیلی در ایران موجود نبود، آزمون مورد استفاده در پژوهش حاضر ساخته شد. این آزمون شامل ۲۷ سؤال هندسه است که با توجه به مفاهیم پایه و اولیه هندسی که در کتاب‌های ریاضی پنج سال دوره دبستان موجود است طرح‌ریزی شد. از این‌رو جدول سه بعدی هدف - محتوا - مفهوم برای تخصیص اهداف رفتاری قابل دستیابی توسط دانش‌آموزان پس از اتمام دوره دبستان تهیه شد. به منظور تهیه محتوای آزمون از منابعی هم‌چون کتاب‌های ریاضی دبستان، کتاب‌های ریاضی راهنمای معلم دبستان، مقالات پژوهشی داخلی و خارجی، و پایان‌نامه‌های داخلی و خارجی استفاده شد. در ابتدا جداول هدف - محتوا برای هر کتاب به‌طور جداگانه تهیه شد. سپس جداول هدف - محتوا بر اساس مفاهیم نظریه ون‌هیلی به یک جدول سه‌بعدی هدف - محتوا - مفهوم تبدیل گردید (جدول ۱). براساس اهداف این جدول سوالات طراحی گردیدند، که توسط اساتید دانشگاه و با تجربه در تدریس هندسه چهار سؤال اصلاح یا تغییر داده شدند. دو مین تعديل آزمون بعد از اجرای مقدماتی روی ۳۰ نفر از افراد نمونه بود که به صورت نمونه‌گیری در دسترس در یکی از کلاس‌های مقطع راهنمایی انجام شد.

جدول ۱. سه بُعد هدف - محتوا - مفهوم آزمون تفکر‌هندسی براساس نظریه ون‌هیلی

سطوح سه	سطح دو	سطح یک	سطوح
مقایسه اشکال	نوع زاویا در زاویه قائمه در ویژگی زاویا و زاویه های اشکال	جایه جائی اشکال در صفحه اشکال	مفاهیم محتوها
اشکال	زاویه شکل	زاویه شکل	زاویه های هدف
زاویه های متضاد	زاویه های متضاد	زاویه های متضاد	زاویه های متضاد
اشکال هندسی	۱،۲،۳،۴،	۵،۶	را به صورت



دیداری

تشخیص دهد.

زاویه را در ۱۲، ۱۶،

اشکال ۲۰، ۲۱

تشخیص دهد.

زاویه قائم را ۸

به عنوان

ویژگی اشکال

تشخیص دهد.

ویژگی های ۱۵، ۲

زاویه را ۲

تشخیص دهد.

ویژگی های ۹، ۱۰

مختلف اشکال

را تشخیص

دهد.

انواع زوایا را ۱۸، ۱ ۱۱، ۱

با هم مقایسه

کند. ۹ ۳، ۱۴،

۱۷

اشکال را با هم

مقایسه کند.

۲۳، ۲

۴، ۲۵،

۲۶، ۲

۷

یافته‌های پژوهش

به منظور پاسخ‌گویی به سؤال اول پژوهش از ضریب دشواری^۱، ضریب تمیز^۲ و مقدار آلفای کرونباخ برای هماهنگی درونی سؤالات استفاده شده است. دشواری سؤال از طریق نسبت افرادی که به یک سؤال معین پاسخ درست می‌دهند تعیین می‌شود (کاپلان^۳ و ساکوزو^۴، ۱۹۴۷)؛ مترجم دلاور، درتاج و فرخی، ۱۳۸۸). سؤال‌های دارای قدرت تمیز با نمره کل همبستگی داشته و همان چیزی را می‌سنجد که نمره کل می‌سنجد (دلاور و زهرآکار، ۱۳۸۷). هماهنگی درونی سؤالات با استفاده از ضریب پایایی تمامی سؤالات محاسبه می‌شود و میزان پایایی سؤالات با حذف سؤالات دیگر به دست می‌آید. اطلاعات جدول ۲ نشان می‌دهد که هماهنگی درونی سؤالات با حذف سؤالات ۴، ۷، ۱۸، ۱۹، ۲۴ و ۲۵ افزایش می‌یابد. سؤالات باقی‌مانده در محاسبات به کار رفته‌اند.

جدول ۲. نتایج تحلیل سؤالات آزمون تفکرهندسی براساس نظریه ون هیلی

سوال	ضریب دشواری	ضریب تمیز	هماهنگی درونی	سوال	ضریب دشواری	ضریب تمیز	هماهنگی درونی
۱	۳۳/۷۸	*۰/۴۲۶	۰/۷۱۴	۱۵	۱۷/۵۴	*۰/۰۵۰	۰/۷۰۶
۲	۵۰/۸۷	*۰/۱۳۸	۰/۷۳۰	۱۶	۸۳/۴۵	*۰/۴۲۱	۰/۷۱۲
۳	۰/۷۰	*۰/۳۹۹	۰/۷۱۴	۱۷	۸۳/۳۰	*۰/۳۸۸	۰/۷۱۵
۴	۵۰/۹۲	۰/۰۶۵	۰/۷۳۲	۱۸	۰/۵۰	-۰/۰۶۱	۰/۷۴۵
۵	۵۰/۷۷	*۰/۲۳۰	۰/۷۲۵	۱۹	۵۰/۷۰	-۰/۰۶۲	۰/۷۳۷
۶	۳۳/۶۸	*۰/۲۲۸	۰/۷۲۲	۲۰	۰/۴۰	*۰/۳۷۲	۰/۷۱۶
۷	۵۰/۷۷	۰/۰۴۹	۰/۷۳۵	۲۱	۸۳/۲۵	*۰/۲۹۸	۰/۷۲۱
۸	۳۳/۴۸	*۰/۴۱۳	۰/۷۱۲	۲۲	۳۳/۷۳	*۰/۲۷۵	۰/۷۲۲

1. difficulty index

2. discrimination index

3. Kaplan

4. Saccuzzo

۰/۷۲۳	*۰/۲۶۶	۱۷/۶۹	۲۳	۰/۷۲۱	*۰/۲۹۹	۵۰/۲۲	۹
۰/۷۴۵	۰/۱۹۲	۱۷/۵۴	۲۴	۰/۷۲۸	*۰/۱۹۴	۰/۵۰	۱۰
۰/۷۳۶	۰/۰۴۷	۵۰/۲۲	۲۵	۰/۷۰۹	*۰/۴۶۹	۸۳/۳۵	۱۱
۰/۷۲۳	*۰/۲۶۳	۶۷/۴۱	۲۶	۰/۷۲۰	*۰/۳۲۸	۱۷/۱۹	۱۲
۰/۷۳۱	*۰/۱۳۷	۵۰/۲۲	۲۷	۰/۷۲۱	*۰/۲۹۲	۴۲/۵۰	۱۳
				۰/۷۱۲	*۰/۴۲۶	۰/۳۰	۱۴

*p<0.05

جهت پاسخ‌گویی به سؤال دوم پژوهش مقدار آلفای کرونباخ برای آزمون ساخته شده با بیست و یک سؤال باقی‌مانده به ۰/۷۸۳، افزایش یافت، که نشان دهنده پایایی آزمون می‌باشد. به منظور پاسخ به سؤال سوم پژوهش برای تعیین اعتبار آزمون از اعتبار محتوایی و سازه استفاده شده است. اعتبار و یا روایی به عنوان هماهنگی بین نمره آزمون و سازه‌ای که قرار است توسط آن اندازه گیری شود، تعریف می‌شود (کاپلان، ساکوزو، ۱۹۴۷؛ مترجم دلاور، در تاج، فرخی، ۱۳۸۸).

اعتبار محتوایی آزمون ساخته شده توسط پنج نفر از اساتید رشته ریاضی با گرایش‌های مختلف و اطلاعات جدول ۱ مورد مطالعه قرار گرفت. نظرات اساتید در خصوص اصلاح، تغییر و حذف بعضی سؤالات اعمال شد و سؤالاتی که در زمینه خط و نقطه بودند به علت مجرد بودن مفاهیم آن‌ها حذف شدند. هم‌چنین برخی از سؤالات که در مورد مفهوم واحدی بودند، حذف شدند.

به منظور تعیین عوامل مهمی که مجموعه موارد تشکیل‌دهنده یک آزمون را در بر می‌گیرند، از تحلیل عامل اکتشافی استفاده می‌شود. در این روش، ابتدا تعدادی از متغیرهای مورد ارزیابی ادغام شده و سپس تعداد محدودی متغیر که هر کدام عامل و در مجموع عوامل نامیده می‌شوند، ایجاد می‌شود. سپس همبستگی درونی و متقابل این عوامل به عنوان برآورده از اعتبار سازه محاسبه می‌شود (دلاور و زهراکار، ۱۳۸۷). ابتدا برای اطمینان از این که داده‌ها

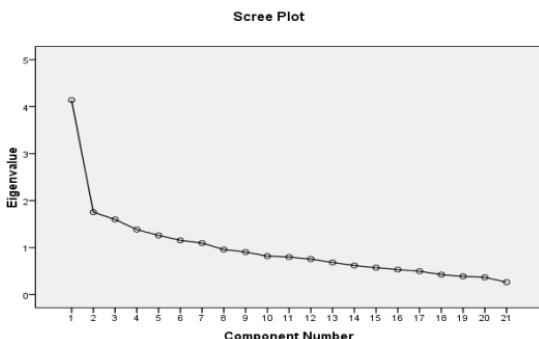
شرایط لازم برای تحلیل عاملی را دارند یا خیر از آزمون‌های کرویت بارتلت^۱ و کفايت نمونه‌برداری کیزر، مایر، اولکین^۲ (KMO) استفاده شد. مقیاس KMO برابر 0.697 بودست آمد، که از 0.60 ، ملاک مناسب بودن بالاتر است (دلاور و زهرآکار، ۱۳۸۷). علاوه‌براین از آزمون بارتلت نیز مقدار معناداری بهدست آمد که نشان‌دهنده شرایط لازم در داده‌ها برای تحلیل عاملی است (جدول ۳).

جدول ۳. نتایج مربوط به KMO و آزمون کرویت بارتلت

اندازه KMO	مجذور کای آزمون کرویت بارتلت	درجه آزادی	سطح معناداری
0.697	$489/410$	210	$p < 0.001$

جهت بررسی عوامل آزمون از تحلیل عاملی با چرخش وریمکس^۳ استفاده شد و هفت عامل به دست آمد. از میان عوامل استخراجی اولیه، پنج عامل مورد تأیید قرار گرفت. سپس سؤال‌های مربوط به هر عامل به طور جداگانه مورد بررسی قرار گرفتند تا تعیین شود این سؤال‌ها مربوط به چه مفهومی می‌شوند و در نهایت عامل براساس سؤالات مربوطه نام‌گذاری شد. این عوامل عبارتند از: ویژگی اشکال از بعد زاویه، چرخش، ویژگی اشکال از بعد زاویه قائم، ویژگی اشکال و زاویه، و ارتباط اشکال با یکدیگر. اطلاعات مربوط به تحلیل عاملی در شکل ۱ و جدول ۴ آمده است.

-
1. Bartlett's test of Sphericity
 2. Kaiser-Mayer-Olkin
 3. Varimax rotation



شکل ۱. آزمون اسکری

جدول ۴. پنج مؤلفه استخراج شده با استفاده از چرخش وریمکس

عوامل					سؤالات		عوامل	
پنجم	چهارم	سوم	دوم	اول				
			۰/۷۴۰	۲۰	عامل اول			
			۰/۶۹۶	۲۱	(ویژگی اشکال از بعد زاویه)			
			۰/۶۶۴	۱۲				
			۰/۴۵۴	۱۶				
		۰/۷۷۴		۳	عامل دوم			
		۰/۷۲۷		۱	(چرخش)			
		۰/۶۲۰		۵				
	۰/۷۰۱			۲۲	عامل سوم			
	۰/۶۵۸			۱۵	(ویژگی اشکال از بعد زاویه)			
	۰/۵۴۸			۸	قائمه)			
۰/۷۴۳				۱۰	عامل چهارم			
۰/۶۴۲				۱۴	(ویژگی اشکال و زوایا)			
۰/۴۶۰				۱۷				
۰/۴۵۴				۹				

۰/۷۸۸	۲۶	عامل پنجم
۰/۵۸۷	۲۳	(ارتباط اشکال با یکدیگر)
۰/۴۸۶	۱۱	

بحث و نتیجه‌گیری

ساخت آزمون تفکرهندسی بر اساس سه سطح اول نظریه ون هیلی که دارای پایایی و اعتبار لازم در ایران باشد، در این پژوهش انجام شده است. این آزمون دارای ۲۱ سؤال است که به صورت فردی یا گروهی قابل اجرا است. جهت پایایی و اعتبار این آزمون از روش‌های روان‌سنجدگی گوناگونی استفاده شد. پس از تحلیل و بررسی هماهنگی درونی تمامی سؤالات و محاسبه ضریب دشواری و ضریب تمیز، سؤالات ۴، ۷، ۱۸، ۱۹، ۲۴ و ۲۵ به دلیل نامناسب بودن از آزمون حذف شده و بقیه سؤالات در محاسبات باقی ماندند. در این آزمون از اعتبار محتوایی و سازه استفاده شد. از انواع اعتبار سازه روش تحلیل عاملی است. عامل اول به نام ویژگی اشکال از بعد زاویه است، که آن را می‌توان به عنوان «توانایی تعیین ویژگی‌های اشکال براساس تشخیص زاویه» تعریف کرد. عامل دوم به نام چرخش است، که آن را می‌توان به عنوان «توانایی تشخیص اشکال هندسی به همراه چرخش» تعریف کرد. عامل سوم به نام ویژگی اشکال از بعد زاویه قائم است، که آن را می‌توان به عنوان «توانایی تعیین ویژگی‌های اشکال براساس تشخیص زاویه قائم» تعریف کرد. عامل چهارم به نام ویژگی اشکال و زاویه است، که آن را می‌توان به عنوان «توانایی تشخیص رابطه اشکال هندسی با انواع زاویه» تعریف کرد. عامل پنجم به نام ارتباط اشکال است، که آن را می‌توان به عنوان «توانایی تشخیص رابطه اشکال هندسی با یکدیگر براساس اندازه و تعداد زاویه‌ها» تعریف کرد.

عامل دوم مربوط به سطح اول ون هیلی است، زیرا در این سطح دانش آموز اشکال هندسی را به وسیله شکل می‌شناسد. عوامل اول، سوم و چهارم مربوط به سطح دوم ون هیلی است، زیرا در این سطح دانش آموز توانایی بررسی اشکال را به کمک خصوصیات آن‌ها دارد. عامل پنجم

نیز مربوط به سطح سوم ون‌هیلی است، زیرا در این سطح دانش‌آموز توانایی تشخیص روابط بین ویژگی‌های درونی اشکال متفاوت هندسی را دارد. در مجموع می‌توان گفت که کل سؤالات این آزمون سه سطح اول نظریه ون‌هیلی را در خصوص تفکر هندسی اندازه‌گیری می‌کند.

از جمله محدودیت‌های این پژوهش عبارتند از:

- محدود بودن سؤالات آزمون ون‌هیلی در مفاهیم زاویه، مثلث، مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع، لوزی، ذوزنقه و دائره،
- عدم تمایل معلمان به برگزاری آزمون در کلاس درس،
- برگزاری آزمون فقط در تهران.

چون این آزمون تنها سه سطح اولیه نظریه ون‌هیلی را شامل می‌شود، بنابراین پیشنهاد می‌گردد که برای سطوح چهارم و پنجم نیز ابزار مشابه‌ای ساخته شود. هم‌چنین از آن جایی که این آزمون در شهر تهران اجرا شده است، لذا پیشنهاد می‌شود برای بالا بردن تعمیم‌پذیری نتایج، این آزمون در شهرهای دیگر و بر روی نمونه‌های بیشتری اجرا گردد.

منابع فارسی

- دلاور، علی و زهرا کار، کیانوش. (۱۳۸۷). سنجش و اندازه‌گیری در روان‌شناسی، مشاوره و علوم تربیتی، نشر ارسیاران، تهران.
- ریحانی، ابراهیم. (۱۳۸۴). معنی نظریه پیازه و فن هیلی در مورد یادگیری هندسه، رشد آموزش ریاضی، شماره ۸۰، صص ۲۲-۱۲، دفتر انتشارات کمک آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
- غلام‌آزاد، سهیلا. (۱۳۷۹). رویکردهای نوین آموزش هندسه، رشد آموزش ریاضی، شماره ۶۰-۵۹، کاپلان ام.، ساکزو د.، مترجم: دلاور علی، در تاج فریبرز، فرخی نورعلی (۱۳۸۸). روان‌آزمایی، نشر ارسیاران، تهران.

نجفی، لادن. (۱۳۷۹). هنادسه درس شیرینی است اما....، چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران.

منابع لاتین

- Battista M. J. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking, In F. k. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Vol. 2, pp. 843-908, Charlotte, NC: Information Age.
- Edroğan T., Akkaya R. and Çelebi Akkaya S.(2009). The Effect of the van Hiele Model Based Instruction on the Creative Thinking Levels of 6th Grade Primary School Students, *Journal of Educational Sciences: Theory & Practice*, Vol.9, No.1, pp.181-194.
- Goos M. and Spencer T. (2003). Properties of Shape, Mathematics-Making Waves. Proceeding of the Nineteenth Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers. pp. 424-434, Inc. Adelaide: AAMT Inc.
- Handscomb K.(2005). *Image-Based Reasoning in Geometry*, MSc Thesis, Faculty of Education, Simon Fraser University.
- Sibley T. Q. (1998). *The Geometric Viewpoint: A Survey of Geometries*, Reading, Massachusetts: Addison-Wesley.
- Thompson E. (2006). *Euclid, the van Hiele Levels, and the Geometer's Sketchpad*, MSc Thesis, Florida Atlantic University.
- Usiskin Z. (1982). "Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry", University of Chicago.
- Yıldız C., Aydin M., and Köğcē D. (2009). Comparing the Old and New 6th - 8th Grade Mathematics Curricula in Terms of van Hiele Understanding Levels for Geometry, *Procedia Social and Behavioral Sciences* 1, pp. 731-736.