

فصلنامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی

سال بیست و یکم، شماره ۶۵، بهار ۱۳۹۲، صفحات ۲۰۰-۱۸۳

رهیافتی از اقتصاد فیزیک در بازار سهام ایران

حسین مرزبان

عضو هیأت علمی اقتصاد دانشگاه شیراز
dr.marzban@gmail.com

افشین منتخب

عضو هیأت علمی بخش فیزیک دانشگاه شیراز
montakhab@shirazu.ac.ir

شکرالله خواجهی

عضو هیأت علمی بخش حسابداری دانشگاه شیراز
shkhajavi@gmail.com

علی حسین صمدی

عضو هیأت علمی بخش اقتصاد دانشگاه شیراز
asamadi@rose.shirazu.ac.ir

هاشم زارع

دکترای اقتصاد از دانشگاه شیراز (نویسنده مسئول)
hashem.zare@gmail.com

در مطالعه حاضر، با استفاده یک تابع توزیع غیر گوسی که توسط فیزیكدانی به نام کستینگ ارائه شده است به تجزیه و تحلیل رفتار بازار سهام در ایران پرداخته شده است. برای این منظور از اطلاعات روزانه بورس اوراق بهادار تهران از اول شهریور ماه ۱۳۸۱ تا آخر بهمن ماه ۱۳۸۹ پیشنهاد شده است. به منظور برآورد تابع توزیع کستینگ از روش بیزی و تکنیک شیه‌سازی زنجیره مارکوف مونت کارلو استفاده شده است. نتایج به دست آمده وجود یک تابع توزیع غیر گوسی با دنباله آبخاری پهن و چوله به راست را تأیید می‌نماید، بنابراین با تکیه بر نتایج به دست آمده نمی‌توان احتمال وقوع بحران‌های غیرممتزله در بازار سهام ایران را نادیده گرفت. همچنین این مطالعه تحت شرایط کنترل شده، فرضیه ثبات مجانی توزیع کستینگ را مورد آزمون قرار داده است. نتایج به دست آمده نمی‌تواند فرضیه فوق را رد نماید، بنابراین با اعمال مدیریت هوشمند در برابر ریسک‌های موجود و ایجاد شفافیت بیشتر در بازار می‌توان به این امر دست یافت.

طبقه‌بندی JEL: C11, C15, C16, C59.

واژه‌های کلیدی: اقتصاد فیزیک، بازار سهام، توزیع کستینگ، بیزین.

۱. مقدمه

امروزه بررسی سیستم‌های پیچیده مورد توجه بسیاری از علوم قرار گرفته است. این امر به‌طور عمیق ریشه در پیشرفت‌های علمی در زمینه‌های مختلف همچون فیزیک، ریاضیات، آمار، اقتصاد، مالی و سایر علوم دارد. صاحب‌نظران با وجود پیچیدگی و تنوع سیستم‌ها بر این باورند که مجموعه قوانین کلی و یکسانی بر تمام سیستم‌های پیچیده طبیعی و بشری حاکم می‌باشد. به‌عنوان مثال، در قوانین مکانیکی می‌توان به وجود جنبش و در علم زیست‌شناسی به وجود مکانیزم‌های مولکولی و سلولی رایج موجودات زنده به‌عنوان قوانین جامع اشاره نمود. امروزه برای بررسی سیستم پیچیده بازار سهام نیاز به بکارگیری مدل‌های نوین به‌شدت احساس می‌شود. بازارهای سهام با طبیعتی دینامیک (ناشی از وجود ریسک‌های سیستماتیک و غیرسیستماتیک، بازیگران متعدد، شرایط اقتصاد جهانی و بی‌شمار عوامل دیگری که به‌طور تصادفی بر یکدیگر اثرگذارند) در شمار یکی از پیچیده‌ترین سیستم‌های موجود در اقتصاد به‌حساب می‌آیند.

برای تجزیه و تحلیل یک سیستم پیچیده مانند بازار سهام می‌بایست به طرزکار اجزا و ارتباط آنها با یکدیگر پی برد. هدف از این مطالعه، چگونگی بکارگیری دانش فیزیک آماری^۱ با توجه به مفاهیم اقتصادی جهت تجزیه و تحلیل سیستم پیچیده رفتار بازار سهام می‌باشد. برای رسیدن به این هدف، مقاله حاضر در پنج بخش تنظیم شده است. در بخش دوم پیشینه تحقیق آورده شده است. ساختار تابع توزیع کستینگ در بخش سوم ارائه شده است. نتایج تجربی در بخش چهارم و نتیجه‌گیری در بخش پنجم آورده شده است.

۲. پیشینه تحقیق

مطالعات متعددی در سال‌های متمادی بر بازار سهام صورت گرفته است که هر یک از آنها به جنبه خاصی از رفتار بازار سرمایه توجه کرده‌اند. در این میان، بررسی بازار سهام در چارچوب الگوهای تصادفی یکی از بحث‌هایی است که امروزه توجه بسیاری از تحلیلگران بازار سهام را به خود جلب نموده است. با کشف حرکت براونی توسط روبرت برون و اثبات وجود این حرکت توسط نوربرت واینر^۲ نخستین گام‌ها در جهت استفاده از این یافته در سایر علوم آغاز گردید (ون، ۲۰۰۸). در این چارچوب محققینی مانند کاراتراس و شریو (۱۹۹۱)، دوفی (۱۹۹۲) و کاراتراس و کو (۱۹۹۶) بر عملکرد پرتفوی‌های تصادفی تلاش‌ها و مطالعات پیچیده‌ای را انجام دادند. ارائه نظریه پرتفوی تصادفی توسط فرنولز (۱۹۹۹) نیز گام اساسی و جدی بود که در این زمینه برداشته شد. سپس، پرتفوی تصادفی در مقاله‌های فرنولز، کاراتراس و کارداراس (۲۰۰۵)، برنر، فرنولز و

1. Statistical Physics
2. Norbert Wiener

۱۸۵ رهیافتی از اقتصاد فیزیکی در بازار سهام ایران

کاراتزاس (۲۰۰۵)، فرنولز و کاراتزاس (۲۰۰۶) و کارتزاس و کارداراس (۲۰۰۶) گسترش داده شد. به طور مختصر می توان چارچوب نظری رفتار تصادفی یک پرتفوی در بازار سهام را به صورت زیر مشاهده کرد:

$$\frac{dZ_{\pi}(t)}{Z_{\pi}(t)} = \sum_{i=1}^n \pi_i(t) \frac{dX_i(t)}{X_i(t)} \quad (1)$$

که در آن، $\frac{dZ_{\pi}(t)}{Z_{\pi}(t)}$: درصد تغییرات در ارزش سرمایه گذاری در یک پرتفوی. $\frac{dX_i(t)}{X_i(t)}$: درصد تغییرات قیمت سهام است. قیمت هر سهم تابعی به صورت زیر دارد:

$$X_i(t) = X_0^i \cdot \exp\left(\int_0^t \gamma_i(s) ds + \int_0^t \sum_{v=1}^n \xi_{iV}(s) dW_v(s)\right) \quad t \in [0, \infty) \quad (2)$$

که در آن $X_i(t)$ قیمت سهام در زمان t و $W_v(s)$ نیز نشان دهنده حرکت براونی^۱ است. یک متغیر تصادفی $W(t)$ پیوسته در زمان t ($W = \{W(t), 0 \leq t < \infty\}$) را یک حرکت براونی یا فرایند نوپرت واینر نامند^۲، اگر و تنها اگر $W(0) = 0$ ، $W(t)$ دارای تغییرات مستقل می باشد (برای هر تغییر $s < t$ ، $W(t) - W(s)$ مستقل از $\{W_T\}_{T \leq s}$ است.)، برای $0 < s \leq t$ ، $W(t) - W(s)$ دارای توزیع نرمال ($N(0, t - s)$) است و نیز W پیوسته در T با احتمال یک می باشد.

باید توجه داشت که علاقه فیزیکدانان به اقتصاد اتفاقی نیست. به عنوان مثال، برنولی که سهم زیادی در پیشبرد نظریه آمار و احتمال در قرن ۱۸ داشته مقاله های متعددی برای اندازه گیری و کمی کردن ریسک از خود برجای گذاشته است. همچنین، محققین اقتصاد فیزیک دریافتند که قانون توانی^۳ برای توصیف توزیع درآمد اغلب کشورها مناسب می باشد. این مسئله نخستین بار توسط پرتو^۴ مورد توجه قرار گرفت. مسئله قابل توجه در خصوص قوانین توانی این است که نمودار تابع توزیع آن دارای دنباله های کشیده تری نسبت به حالت نرمال می باشند. دلیل این امر به دلیل تفاوت زیاد بین گروه های مختلف است. به عنوان مثال، در بحث توزیع درآمد تفاوت بسیار زیادی

1. Brownian Motion

۲. حرکت براونی برگرفته از نام فیزیکدانی به نام روبرت برن در جهان شناخته شده است. واینر وجود حرکت براونی را اثبات نمود.

3. Power Law

4. Pareto

بین قشرهای بالای درآمدی و قشرهای متوسط به پایین وجود دارد. این امر باعث خواهد شد که فرم تابع توزیع دارای حالت کشیدگی بیشتری نسبت به حالت نرمال داشته باشد.

از آنجا که پدیده‌های بازار حاصل فعل و انفعالات عوامل متعددی می‌باشد، از این رو ممکن است بتوان شباهت زیادی بین مکانیک آماری^۱ که در آن کنش‌های ذرات بر یکدیگر را مورد مطالعه قرار می‌گیرد و اقتصاد بازار یافت. بنابراین، فیزیکدانان به این نتیجه رسیده‌اند که شاید بتوان پدیده‌های موجود در بازار و فعل انفعالات بین آنها را با استفاده از مدل‌های متداول در علم فیزیک توضیح داد. در این تفکر، بازار یک سیستم پیچیده تلقی می‌شود که محقق به دنبال یافتن قوانین تجربی است که بتواند رفتار آن را توضیح دهد. از جمله بازارهایی که مورد علاقه فیزیکدانان قرار گرفت بازار سرمایه می‌باشد. در این چارچوب مطالعات متعددی صورت گرفته که می‌توان به مطالعات عاطف و سکر (۲۰۱۲)، فری (۲۰۱۱)، لین (۲۰۱۰)، استنلی و همکاران (۲۰۰۶)، پيسارنکو و سورنت (۲۰۰۶)، بورلند (۲۰۰۵)، فارمر و همکاران (۲۰۰۵)، دارلف (۲۰۰۵)، نیومن (۲۰۰۵)، باک و همکاران (۲۰۰۴)، استنلی (۲۰۰۳)، پلرو و همکاران (۲۰۰۲)، لوی و سولومون (۲۰۰۰)، ماتنگنا و استنلی (۲۰۰۰)، باک، پاکزوسکی و شاییک (۱۹۹۷) اشاره نمود. این مطالعه به دنبال شناخت ویژگی‌های توزیعی شاخص قیمت سهام در بازار بورس ایران می‌باشد. برای این منظور، از تابع توزیع کستینگ به عنوان تابعی کاربردی استفاده خواهد شد. مطالعه حاضر می‌کوشد برآوردی از تابع توزیع کستینگ برای بازار سهام ایران انجام دهد.

۳. ساختار تابع توزیع کستینگ، گاگن و هوفینگر^۲

در این بخش برای معرفی تابع توزیع کستینگ و همکاران نیازمند ارائه مقدماتی و همچنین آشنایی با ابزارهای برآورد می‌باشد. با توضیح مختصر بحث کولموگروف (۱۹۴۱) می‌توان مقدماتی برای تشریح تابع توزیع کستینگ ارائه نمود. کولموگروف مطرح می‌کند که حرکت نوسان‌های انرژی به صورت آبخاری و با مقیاس بزرگ آغاز شده، سپس با نوسان‌های کوچکتر ادامه می‌یابد. این نوسان‌ها به وسیله تابع توزیع احتمال^۳ $P(u=\delta v_T)$ برای تغییرات طولی بر روی فاصله l مشخص می‌شود. این تغییرات به صورت زیر تعریف می‌شود:

1. Statistical Mechanics
 2. Castaing, Gagne & Hopfinger
 3. Probability Distribution Function (PDF)

$$U = \hat{e}_T [\bar{v}(x+r) - \bar{v}(x)] \quad (3)$$

به طوری که \hat{e}_T را می توان در طول مسیر T به صورت روند استخراج نمود. تغییرات سری مورد نظر با فواصل T را می توان به صورت زیر نشان داد:

$$u = \delta v_T(x) = [\bar{v}(x+r) - \bar{v}(x)] \quad (4)$$

هدف از روندزایی استخراج جزء سیکلی می باشد. برای روندزایی می توان از روش های مختلفی استفاده کرد که در این تحقیق از روش هودریک - پرسکات^۱ استفاده خواهد شد. این روش با تفکیک یک سری زمانی مانند U به دو جز سیکلی^۲ (c_t) و رشد^۳ (g_t) به صورت $U = c_t + g_t$ و حداقل کردن رابطه زیر اقدام به روندزایی سری زمانی مورد نظر می کند:

$$\min \left\{ \sum_{t=1}^T c_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})]^2 \right\} \quad (5)$$

کولموگروف و ابوخوف (۱۹۶۲) فرض نمودند که یک توزیع لگاریتمی نرمال برای متغیر انحراف از معیار σ_T وجود دارد. تمام برآوردهای تجربی آنها نیز این فرض را مورد تأیید قرار داد. همچنین، لاند (۱۹۴۴) در مطالعات خود پیشنهاد نمود که نوسان های σ در طول مسیر T به ازای بردار x نقش کلیدی را در نوسان ها ایفا می کند. می توان این نوسان ها را در بازه T به صورت زیر نشان داد:

$$\sigma_T(\bar{x}, t) = \int_{\bar{x}}^{\bar{x}+\bar{T}} \sigma(\bar{x}', t) d\bar{x}' \quad (6)$$

کستینگ و همکاران (۱۹۹۰) برای یافتن توزیع غیر گوسی $P(\delta_T)$ فرض نمودند که در زیرسیستم ها^۴ مقادیر متفاوتی از σ_T وجود دارد، اما زیرسیستم ها دارای توابع توزیع احتمال گوسی δv_T می باشند. روش کستینگ بر مبنای تئوری بیزی استوار است. استدلال بیزی روشی بر پایه احتمالات برای استنتاج کردن است. اساس این روش بر این اصل استوار است که برای هر کمیتی یک توزیع احتمال وجود دارد که با مشاهده یک داده جدید و استدلال در مورد توزیع احتمال آن می توان تصمیمات بهینه ای اتخاذ کرد.

1. Hodrick-Prescott (HP)
2. Cyclical Component
3. Growth Component
4. Subsystems

از ابتدای دهه ۹۰ روش‌های آماری بیزین و زنجیره مارکوف مونت کارلو^۱ به‌طور فزاینده‌ای در تحقیقات علوم مختلف مورد استفاده قرار گرفت، این در حالی بود که رویکرد بیزین تا آن زمان بیشتر محتوای فلسفی و مفهومی داشت و استفاده از آنها برای کارهای کاربردی، غیرعملی البته نه غیرممکن بود. این رویه با ورود روش‌های زنجیره مارکوف مونت کارلو که به محققان اجازه استفاده از شبیه‌سازی را می‌داد، تغییر نمود. در ادامه، تلاش می‌شود مختصری در مورد روش بیزی توضیح داده شود، اما استخراج دقیق و کامل روابط نیازمند یکسری عملیات جبری طولانی است که البته ناگزیر خلاصه کردن آن نیز باعث پیچیدگی آن خواهد شد (جلمن و همکاران، ۲۰۰۴).

هدف استنتاج آماری، یادگیری در خصوص پارامترهایی است که فرایند تولید داده را با توجه به داده‌های مشاهده شده مشخص می‌کند. در رویکردهای معمول و سستی برای استنتاج آماری فرض می‌شود که پارامترها ثابت و دارای مقادیر نامشخصی می‌باشند. تابع احتمال شرطی به صورت $f(y | \theta, x)$ یا به فرم $f(y | \theta)$ نشان داده می‌شود، به طوری که y یک متغیر سری زمانی تصادفی $(y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\})$ در نظر گرفته می‌شود. θ نیز بردار پارامترهای نامشخص $(\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\})$ و x بردار متغیرهای مستقل $(x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\})$ در نظر گرفته می‌شود.

برای دستیابی به برآورد پارامترها از روش حداکثر درستمایی^۲ استفاده خواهد شد. این روش از تابع چگالی مشترک به‌عنوان تابعی از پارامترهای ثابت و نامشخص استفاده می‌نماید که به‌صورت زیر می‌توان نشان داد:

$$L(\beta, \sigma^2 | y) \propto f(y | \beta, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \phi\left(\frac{y_i - x_i' \beta}{\sigma}\right) \quad (7)$$

برای حل تابع درستمایی $L(0)$ نسبت به پارامترها می‌بایست تابع حداکثر درستمایی را حداکثر کرد. در واقع بر اساس داده‌های سری زمانی در نظر گرفته شده مقادیر پارامترها برآورد خواهد شد. برای انجام استنتاج در خصوص پارامترها با توجه به برآورد پارامترها از یک نمونه منحصر به فرد می‌توان با توجه به فرم توزیع نمونه‌گیری اقدام به محاسبه خطای استاندارد، آزمون فرضیه و تعیین فواصل اطمینان کرد.

هنگام انجام استنتاج بیزی فرض‌های بنیادی به مقدار زیادی تغییر خواهند نمود، به طوری که بردار پارامترهای نامشخص θ به‌عنوان متغیرهای تصادفی در نظر گرفته می‌شوند، در حالی که داده‌های سری زمانی y به‌عنوان مقادیر ثابت و معلوم در نظر گرفته می‌شوند. پارامترهای غیرقابل مشاهده با ماهیت احتمالی^۳ در نظر گرفته شده، در حالی که

1. Markov Chain Monte Carlo
2. Maximum Likelihood Estimation
3. Probabilistically

داده‌های مشاهده‌شده معین در نظر گرفته می‌شوند. در واقع، توزیع پارامتر θ پس از مشاهده نمودن سری y به دست خواهد آمد. این توزیع پسین^۱ می‌تواند در چارچوب قضیه بیز به صورت $f(\theta | y)$ نوشته شود.

$$f(\theta | y) = \frac{f(y | \theta)f(\theta)}{f(y)} \quad (۸)$$

توزیع پسین یک توزیع شرطی از پارامترهاست که پس از وقوع و مشاهده داده‌ها به دست می‌آید. در مقابل توزیع پیشین^۲ یعنی شرایطی که توزیع قبل از مشاهده داده‌ها به دست می‌آید، بنابراین توزیع پسین یک بیان فرضی احتمالی در خصوص مقادیر احتمالی پارامترها پس از مشاهده نمودن داده‌ها است. قضیه بیز به صورت مستقیم از فروض اصلی تئوری احتمال پیروی می‌کند و برای ارتباط توزیع شرطی بین دو متغیر استفاده می‌شود. $f(y | \theta)$ تابع درست‌نمایی ارائه‌شده به وسیله مدل احتمال است. تابع درست‌نمایی دارای نقش اساسی در رویکرد بیزی برای آنالیز داده‌ها می‌باشد. $f(\theta)$ را به اصطلاح توزیع پیشین می‌نامند. توزیع پیشین شامل تمام اطلاعات موجود درباره مقادیر پارامترها قبل از مشاهده داده‌ها است. $f(y)$ نیز شامل توزیع پیش‌بینی کننده پیشین^۳ است، به طوری که می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f(y) = \int_{\theta} f(y | \theta)f(\theta)d\theta \quad (۹)$$

در اصل توزیع پسین، تابع درست‌نمایی را به یک توزیع احتمال با پارامترهای نامشخص تبدیل می‌کند به این معنا که تابع درست‌نمایی می‌تواند به صورت هر توزیع احتمال دلخواهی برای استخراج پارامترهای مورد نظر تبدیل گردد. دلیلی که این امر را ممکن می‌سازد نتیجه فرض وجود اطلاعات پیشین در تحلیل‌ها است.

بر اساس مباحث مطرح‌شده، کستینگ و همکاران برای به دست آوردن تابع احتمال غیر گوسی $P(u)$ با استفاده از تکنیک بیزی و ترکیب توابع توزیع احتمال گوسی به هدف خود خواهند رسید. کستینگ و همکاران کار خود را با مشاهدات تجربی آغاز نمود که نتایج حاکی از این حقیقت بود که توزیع‌های تفاضل‌های نوسان‌های برای یک σ_T داده شده گوسی می‌باشد و σ_T به وسیله یک توزیع نرمال لگاریتمی قابل توصیف می‌باشد. برای بیان تغییر شکل $P(u)$ از غیر گوسی (در مقیاس‌های کوچک) به گوسی (در مقیاس‌های بزرگ)، کستینگ و همکاران رابطه زیر را ارائه نمودند (جانگ و همکاران، ۲۰۰۵):

1. Posterior Distribution
2. Prior Distribution
3. The Prior Predictive Distribution

$$P(u_T) = \int P(\sigma_T)P(u_T | \sigma_T)d\sigma_T \quad (10)$$

تابع توزیع احتمال $P(u_T | \sigma_T)$ بنا به فرض و بر اساس تأیید شواهد تجربی در معادله کستینگ دارای توزیع گوسی می‌باشد که به صورت زیر قابل نشان دادن است:

$$P_E(u_T | \sigma_T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right) \quad (11)$$

کولموگروف، ابوخوف و کستینگ فرض نمودند که σ_T دارای توزیع نرمال لگاریتمی به صورت زیر دارد:

$$Q_\lambda(\sigma)d = \frac{1}{\lambda\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\ln^2\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)}{2\lambda^2}\right)d\ln\sigma \quad (12)$$

که در آن، λ انحراف از معیار $\ln\sigma_T$ است. در نهایت، انتگرال رابطه زیر به عنوان فرم نهایی تابع توزیع کستینگ معرفی می‌شود:

$$\pi_\lambda(u) = \frac{1}{2\pi\pi} \left[\exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{\ln^2\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)}{2\lambda^2}\right) \right] \frac{d\sigma}{\sigma} \quad (13)$$

شایان ذکر است که علاوه بر رسم تابع توزیع کستینگ یکی دیگر از اهداف اصلی در این مطالعه اندازه‌گیری λ می‌باشد. همانطور که در بخش بعد مشاهده خواهد شد میزان این پارامتر می‌تواند در تبیین شرایط بازار و چگونگی آن نقش مؤثری داشته باشد.

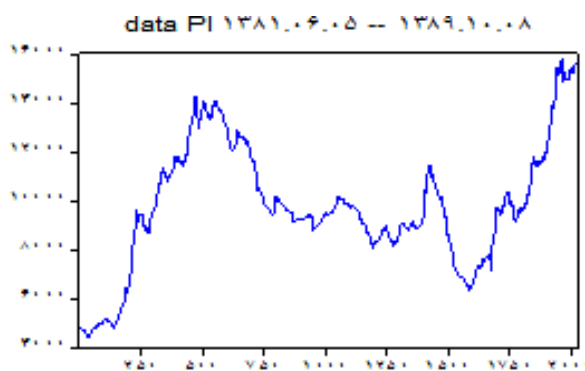
۴. نتایج تجربی

در این بخش با استفاده از روش‌های هودریک پرسکات، بیزین و زنجیره مارکوف مونت کارلو مقدمات لازم جهت برآورد تابع توزیع کستینگ فراهم خواهد شد.

۴-۱. برآورد تابع توزیع کستینگ و همکاران

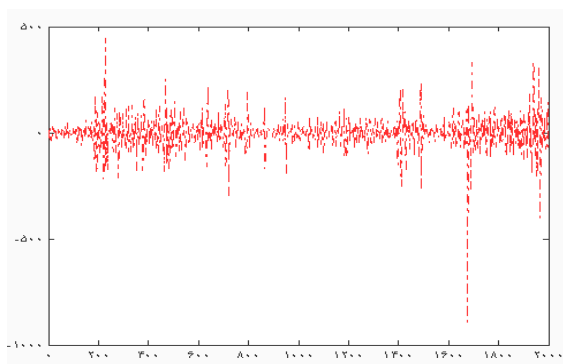
در ابتدا با استفاده از روش هودریک - پرسکات اطلاعات شاخص قیمت سهام در ایران روندزدایی شده است. اطلاعات شاخص قیمت سهام به صورت روزانه از شهریورماه ۱۳۸۱ تا بهمن‌ماه ۱۳۸۹

مورد استفاده قرار گرفته است. نمودار روند شاخص قیمت سهام (TEPIX) به صورت نمودار (۱) نشان داده شده است.



نمودار ۱. روند شاخص قیمت سهام

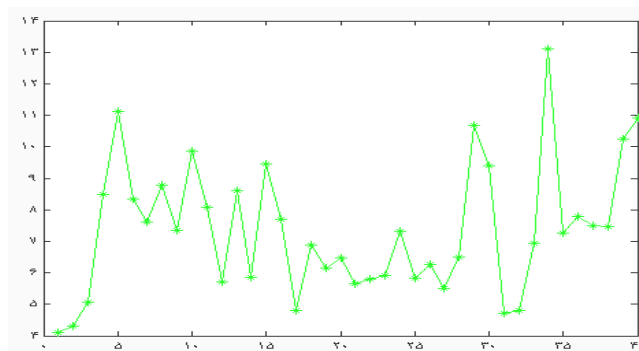
بر اساس تکنیک کستینگ برای برآورد تابع توزیع می‌بایست از داده‌های روندزدایی شده شاخص قیمت سهام استفاده گردد، بنابراین با استفاده از روش هودریک پرسکات داده‌های شاخص قیمت سهام به صورتی که در نمودار (۲) مشاهده می‌شود روندزدایی شده است.



نمودار ۲. داده‌های بدون روند شاخص قیمت سهام با استفاده از روش HP

در چاچوب یک تابع توزیع گوسی با استفاده از روش بیزی انحراف معیارهای زیرگروه داده‌های موردنظر، محاسبه خواهد شد.

برای برآورد پارامترها از روش بیزی از تکنیک شبیه‌سازی زنجیره مارکوف مونت کارلو^۱ استفاده شده است. در این روش می‌بایست با در نظر گرفتن تابع چگالی شرطی برای محاسبه پارامترها (میانگین و واریانس) به‌طور متوالی نمونه‌گیری انجام گردد. برای محاسبه پارامترهای مورد نظر با استفاده از نرم‌افزار وین - باگز^۲ (که توسط اسپیکل هالتر و همکاران^۳ طراحی شده است) استفاده شده است. این نرم‌افزار برای برآورد پارامترها از روش بیزی از چارچوب شبیه‌سازی زنجیره مارکوف مونت کارلو بهره می‌گیرد. در برآورد تجربی از داده‌های روزانه شاخص قیمت سهام که بدون روند می‌باشند، استفاده شده است. سپس، با انتخاب ۴۰ زیرمجموعه^۴ از مجموعه اصلی با تکرار^۵ ۱۰ هزار میزان پارامتر انحراف معیار تمام زیرمجموعه داده‌ها با روش مونت کارلو محاسبه شده است. نمودار (۳) انحراف معیارهای محاسبه‌شده از روش بیزی را نشان می‌دهد.



نمودار ۳. انحراف معیار محاسبه‌شده با استفاده از روش زنجیره مارکوف مونت کارلو

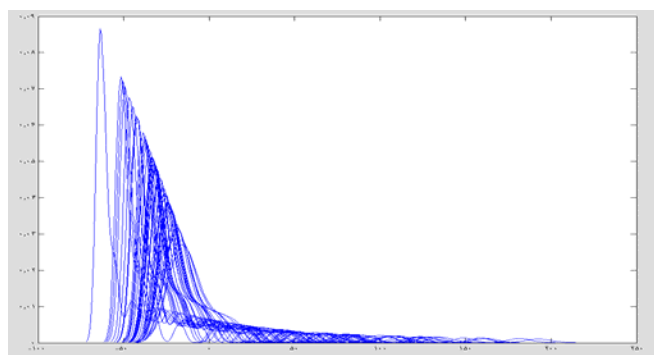
پس از محاسبه انحراف معیارهای نمونه‌های مختلف از روش بیزی^۶ و محاسبه تابع توزیع مربوط به آن مقدار عددی پارامتر λ حدود عدد ۰/۵۳ برآورد گردید. در نهایت، با استفاده از نرم‌افزار

1. Markov Chain Monte Carlo
2. Win-Bugs
3. Spiegel Halter
4. Subset
5. Iteration

۶. البته پارامتر میانگین نیز محاسبه شده است، اما به دلیل اینکه در برآورد فرم نهایی تابع توزیع کسپینگ نیازی به این پارامتر نیست از ارائه نتایج به دست آمده خودداری شده است.

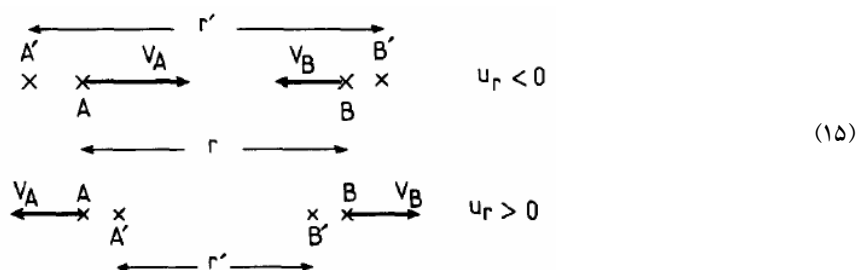
متلب فرم تابعی توزیع کستینگ که در ادامه آورده شده است برنامه‌نویسی و به صورت نمودار (۴) برآورد گردیده است.

$$\pi_{\lambda}(u) = \text{Int} \left(\frac{1}{2\pi\pi} \left[\exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{\ln^2\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)}{2\lambda^2}\right) \right] \frac{d\sigma}{\sigma^2} \right) \quad (14)$$



نمودار ۴. برآورد تابع کستینگ

همانطور که از نمودار (۴) قابل مشاهده می‌شود نتایج فرم تابعی توزیع کستینگ به صورت آبخاری برآورد شده است. با کنکاش دقیق در روابط آماری می‌توان به این نتیجه رسید که دلیل بنیادینی که چولگی را می‌سازد این است که در تابع توزیع کستینگ متغیر u_T با متغیر σ_T دارای همبستگی می‌باشند، بنابراین شکل چولگی تابع توزیع برای سرعت متغیر مورد بررسی بی‌شبهت به شکل آبخاری یا فرایند کشیدگی گرداب نیست. این ویژگی در فیزیک به این معنا است که انرژی از مقیاس‌های بزرگ به مقیاس‌های کوچک انتقال می‌یابند. این پدیده به میزان همبستگی واریانس سرعت به مقیاس T دارد. علاوه بر این، بر اساس خواص این تابع توزیع با افزایش واریانس سرعت به وسیله تغییر T می‌توان این انتظار داشت که دنباله سمت چپ پهن‌تر از دنباله راست گردد.

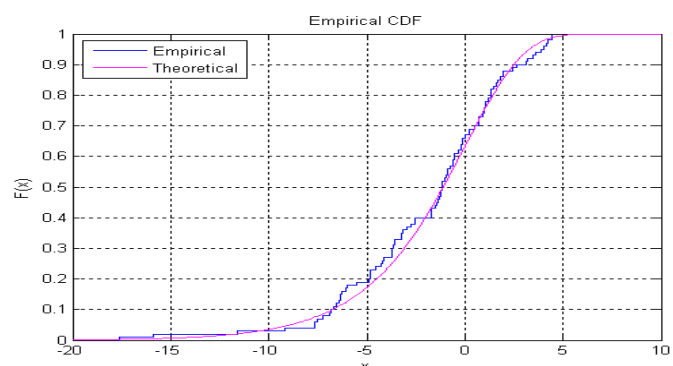


این امر به این معنا است که با افزایش سرعت حرکت قیمت به سمت مثبت می‌بایست دنباله سمت راست دارای امتداد بلندتری باشد، اما اگر سرعت تعدیلات قیمت کاهش یابد این انتظار وجود دارد که فرم توزیع نیز دارای دنباله چپ بلندتری باشد به این معنا که اگر در بازار شاهد سرعت‌های متعادلی چه از لحاظ افزایش قیمت و چه از لحاظ کاهش قیمت باشیم می‌بایست فرم تابع توزیع از هر دو طرف به میزان تقریباً مشابهی امتداد یابد. به عبارت بهتر، اگر در بازار حرکات هیجانی منجر به نوسان‌های شدید به سرعت تعدیل گردد این انتظار وجود دارد که فرم تابع توزیع به سمت توزیع نرمال میل نماید.

۴-۲. بررسی ویژگی‌های تابع توزیع کستینگ

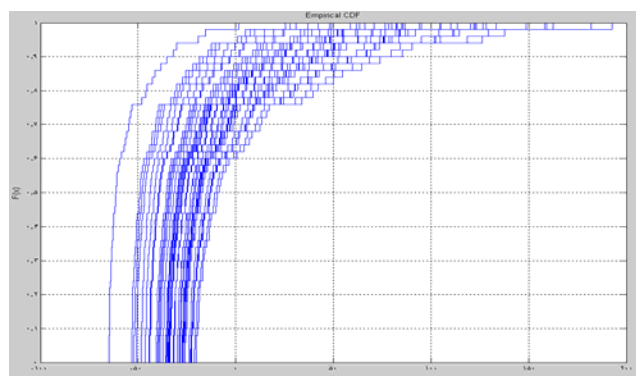
نتایج تجربی نشان می‌دهد که شاخص قیمت سهام دارای توزیع گاوسی نمی‌باشد. از آنجا که ضریب کشیدگی توزیع نرمال برابر ۳ است ضریب کشیدگی تابع کستینگ برای نمونه‌های مختلف حدود ۶/۸ برآورد شده است. از آنجا که تابع توزیع کستینگ برآورد شده برای بازار سهام ایران دارای دنباله پهن و قله بلندتری نسبت به توزیع نرمال است، بنابراین تابع توزیع برآورد شده نسبت به توزیع نرمال با مقدار احتمال بیشتری نقاط غایی را می‌پیماید. تفاوت رفتار شاخص بازار سهام با حالت نرمال را می‌توان با مقایسه توابع توزیع تجمعی^۱ نشان داد. شکل تابع توزیع تجمعی در حالت نرمال به صورت نمودار (۵) می‌باشد.

1. Cumulative Distribution Functions



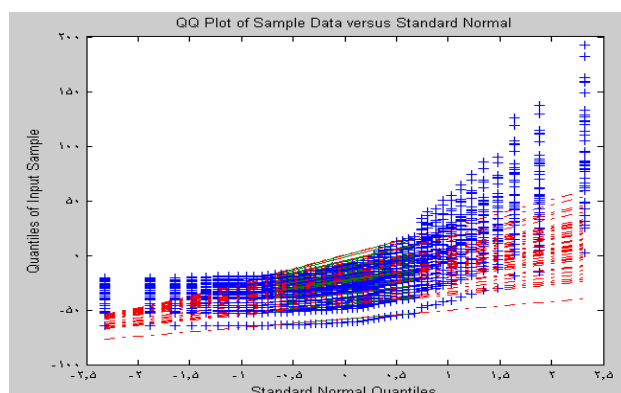
نمودار ۵. تابع توزیع تجمعی

با رسم توابع توزیع تجمعی برای بازار سهام ایران می‌توان به راحتی به وجود دنباله راست در تابع توزیع کستینگ نسبت به حالت نرمال پی برد. این مطلب در نمودار (۶) نشان داده شده است.



نمودار ۶. تابع توزیع تجمعی در چارچوب الگوی کستینگ

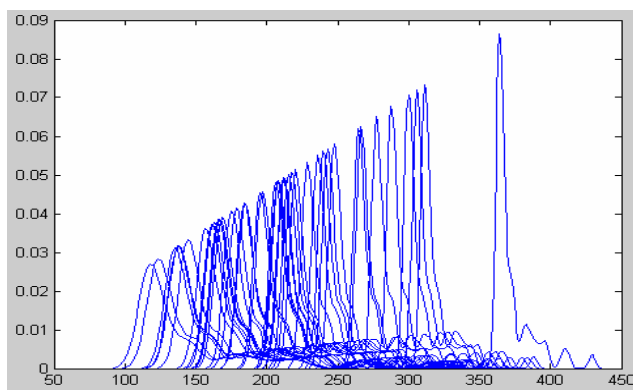
تفاوت میان کشیدگی تابع توزیع نرمال و تابع توزیع با حالت وجود دنباله پهن را می‌توان با استفاده از روش مقایسه‌ای مقداری (QQ) نشان داد. نمودار (۷) حاکی از وجود موقعیت‌های ریسکی بیشتری در بازار سهام ایران نسبت به حالت نرمال می‌باشد.



نمودار ۷. مقایسه توزیع نرمال با توزیع کستینگ (QQ)

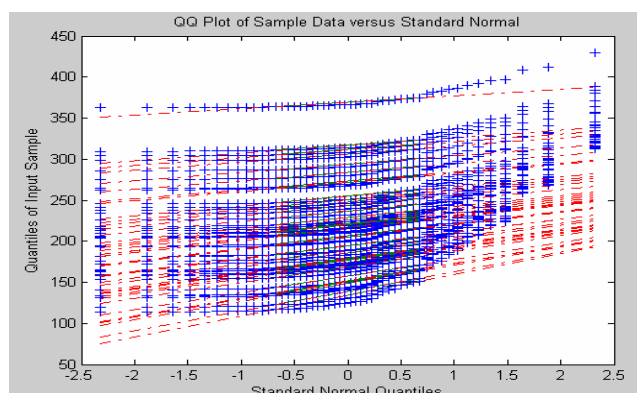
۴-۳. آزمون پایداری مجانبی توزیع^۱

در نهایت این امکان وجود دارد که به آزمون فرضیه کستینگ پرداخت که آیا با حرکت مقدار لاندا به سمت صفر، تابع توزیع کستینگ به سمت توزیع نرمال حرکت می‌کند یا خیر؟ این آزمون به آزمون ثبات مجانبی توزیع مشهور می‌باشد. برای آزمون این فرضیه کافی است مقدار لاندا را که در برآورد الگوی کستینگ مقدار تقریبی $0/53$ برآورد گردید به سمت عددی نزدیک به صفر (مثلاً $0/00001$) میل دهیم. با برآورد تابع توزیع کستینگ و مقایسه آن با توزیع نرمال می‌توان فرضیه فوق را مورد آزمون قرار داد، بنابراین تحت شرایط جدید منحنی‌های جدید توزیع کستینگ و مقایسه آن با حالت نرمال به صورت نمودارهای (۸) و (۹) نشان داده شده است.



نمودار ۸. تابع توزیع کستینگ با لاندا $0/00001$

1. Asymptotic Stability in Distribution



نمودار ۹. مقایسه توزیع نرمال با توزیع کستینگ با لاندا 0.00001

با توجه به نمودارهای (۸) و (۹) به وضوح قابل استنباط است که با کوچک شدن مقدار لاندا توزیع کستینگ که دارای تابع توزیعی با دنباله پهن آبخاری با دنباله سمت راست می‌باشد به سمت توزیع نرمال حرکت می‌نماید. به عبارت بهتر، تابع توزیع کستینگ با لاندا 53 درصد که دارای چولگی شدید به راست می‌باشد با کوچک شدن لاندا (با فرض حرکت بازار از شرایط کارایی ضعیف به سمت کارایی قوی) چولگی آن از بین رفته و به سمت توزیع نرمال حرکت می‌نماید، بنابراین انتظار داریم با کوچکتر شدن لاندا (کارا تر شدن بازار سهام) تابع توزیع به سمت توزیع نرمال حرکت نماید.

پرسش پیشرو این است که چگونه می‌توان شرایطی را مهیا نمود که بازار سهام به سوی شرایط باثبات‌تر نزدیک گردد. برای پاسخ به این پرسش می‌توان گفت اگرچه فاصله زیادی برای دستیابی به چنین شرایطی وجود دارد، اما نتایج نشان می‌دهد که با اعمال مدیریت و کنترل هوشمند وضعیت کلان کشور و وضعیت بازار سهام می‌توان شرایط را برای دستیابی به ثبات مهیا نمود. به عبارت بهتر، با در نظر گرفتن ریسک‌های سیستمی و غیرسیستمی و ایجاد مکانیزمی برای کمتر آسیب دیدن روابط بازار در شرایط بحرانی می‌توان به این امر دست یافت. از عوامل مهم وقوع ریسک سیستماتیک می‌توان به عواملی همچون تحولات سیاسی، اجتماعی و اقتصادی و نیز وقوع ادوار تجاری اشاره نمود. در این راستا، مدیران ارشد بازار و کلان کشور می‌بایست ابزارهای لازم برای ایجاد سپر محافظتی جهت کمتر آسیب دیدن فعالان بازار ناشی از نوسان‌های کلان را فراهم نمایند. از آنجا که ریسک غیرسیستماتیک را ریسک کاهش‌پذیر نیز می‌نامند. این نوع ریسک را می‌توان با بکارگیری مدیریت هوشمند و استراتژیک، بهبود ساختارهای هزینه‌ای و انعطاف‌پذیری نگاه‌ها، کاهش وجود اطلاعات نامتقارن با استفاده از ابزارهای مدرن و مواردی از این قبیل کنترل و کاهش

داد. بنابراین، اگرچه گام‌های اساسی برای دستیابی به هدف ثبات در توزیع در سطح کشور می‌بایست برداشته شود، اما آنچه نتایج آن را تأیید می‌کند ویژگی امکان دستیابی به این هدف است.

۵. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مطالعه تلاش شد با استفاده از تابع توزیع کستینگ به بررسی ویژگی‌های شاخص بازار سهام ایران پرداخته شود. ابتدا در چارچوب آنالیز رفتار تصادفی، تابع توزیع کستینگ برآورد گردید. نتایج برآورد در دوره مورد بررسی حاکی از این است که تابع توزیع کستینگ در نمونه‌های مختلف به صورت آبخاری و چوله به راست بوده است. با توجه به ضریب کشیدگی به دست آمده در این تابع وجود دنباله پهن در تابع توزیع کستینگ مورد تأیید قرار گرفت. در واقع، وجود دنباله پهن و آبخاری در تابع توزیع کستینگ حاکی از وقوع مکرر اتفاقات غیرمنتظره در بازار سهام ایران می‌باشد، بنابراین در این بازار هیچگاه نباید احتمال وقوع بک شوک سیستماتیک یا غیرسیستماتیک نادیده گرفت. از سوی دیگر، نتایج تحقیق در بازار سهام ایران حکایت از تأیید وجود ثبات مجانبی در توزیع کستینگ دارد. به عبارتی، فرضیه کستینگ مبنی بر میل تابع توزیع کستینگ به سمت تابع توزیع نرمال مورد تأیید قرار گرفته است. می‌توان استنباط نمود که هرچه پارامتر لاندا از صفر بزرگتر گردد سرمایه‌گذاران در بازار با ریسک‌های بزرگتری نسبت به حالت نرمال مواجه خواهند بود، بنابراین اگر شرایط به گونه‌ای پیاده شود که ریسک‌های سیستمی و غیرسیستمی دارای کمترین اثر باشند و یا کاهش یابند امکان حرکت به سمت ثبات در توزیع به صورت مجانبی وجود دارد، اما آنچه می‌بایست به طور واقع‌بینانه به آن توجه شود وجود فاصله تقریباً زیاد شرایط واقعی با ایده آل می‌باشد، اما آنچه مسلم است با استفاده از متخصصین علوم مختلف و بهره‌گیری از دانش بین‌رشته‌ای، امکان دستیابی به شرایط کارآتر بازار امکان‌پذیر خواهد بود.

منابع

- Atef, M. & S. Sakr (2012), "The Predictive Power of Fundamental Analysis in Terms of Stock Return and Future Profitability Performance in Egyptian Stock Market: Empirical Study", *International Research Journal of Finance and Economics*, Vol. 92, PP. 43-58.
- Bak, P., Paczuski, M. & M. Shubik (1997), "Price Variations in a Stock Market with Many Agents", *Physical*, Vol. 246, PP. 430-440.

- Bak, P., Tang, C. & K. Wiesenfeld** (1988), "Self-Organized Criticality", *Physical Review*, Vol. 38, PP. 364-374.
- Bak, P., Tang, C. & K. Wiesenfeld** (1987), "Self-Organized Criticality: An Explanation of Noise", *Physical Review Lett*, Vol. 59, PP. 381-384.
- Banner, A., Fernholz, R. & I. Karatzas** (2005), "On Atlas Models of Equity Markets", *Annals of Applied Probability*, Vol. 15, PP. 2296-2330.
- Bernoulli, D.** (1738), "Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis", *Commen-Tarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, Vol. 5, PP.175–192.
- Borland, L.** (2005), "Long-Range Memory and Non Extensively in Financial Markets", *Europhysics News*, Vol. 36, PP. 228–231.
- Bouchaud, J. P., Gefen, Y. Potters, M. & M. Wyart** (2004), "Fluctuations and Response in Financial Markets: The Subtle Nature of Random' Price Changes", *Quantitative Finance*, Vol. 4. PP. 176–190.
- Brown, D. P. & Z. M. Zhang** (1997), "Market Orders and Market Efficiency", *Journal of Finance*, Vol. 52, PP. 277-308.
- Castaing, B.** (1989), "The Basic Concepts of Electron Microprobe Analysis", *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, Vol. 309, PP. 503-506.
- Castaing, B.** (1989), "Turbulence Analysis, Modeling and Computing Using Wavelets", *Journal of Physical*, Vol. 50, PP.147-156.
- Castaing, B., Gagne, Y. & E. Hopfinger** (1990), "Velocity Probability Density Functions of High Reynolds Number Turbulence", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 46, PP. 177-200.
- Charles, H. P. & V. Pareto** (1987), "Vilfredo Pareto, Newbury Park", Calif: Sage Publications.
- Duffie, D.** (1992), "Dynamic Asset Pricing Theory", Princeton University Press: Princeton, N. J.
- Durlauf, S.** (2005), "Complexity and Empirical Economics", *The Economic Journal*, Vol. 115, PP. 225–243.
- Fama, E.** (1970), "Efficient Capital Market: A Review of Theory and Empirical Work", *Journal of Finance*, Vol. 25, PP. 383–417.
- Farmer, D. J., Shubik, M. & E. Smith** (2005), "Is Economics the Next Physical Science?", *Physics Today*, Vol. 58, PP. 37–42.
- Fernholz, R.** (1999), *Portfolio Generating Functions*, In M. Avellaneda (ed.), Quantitative Analysis in Financial Markets, River Edge, NJ. World Scientific.
- Fernholz, R., Karatzas, A. & F. Kardaras** (2005), "Finance & Stochastic", Working Paper.
- Fernholz, R. & I. Karatzas** (2006), "Stochastic Portfolio Theory: An Overview", Working Paper, No. 24.
- Fry, J.** (2011), "Gaussian and Non-Gaussian Models for Financial Bubbles Via Econophysics", *Hyperion International Journal of Econophysics & New Economy*, Vol. 4, No. 1, PP. 1-7.
- Gelman, A., John, B. C., Hal, S. S. & B. R. Donald** (2004), "Bayesian Data Analysis", Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.
- Ibe, O. C.** (2009), "Markov Processes for Stochastic Modeling", British Library Cataloguing in Publication Data.
- Jung, S. & H. L. Swinney** (2005), "Velocity Difference Statistics in Turbulence", *Physical Review*, Vol. 72, PP. 1-7.

- Karatzas, I. & C. Kardaras** (2007), "The Numeraire Portfolio and Arbitrage in Semi-Martingale Markets", *Finance & Stochastic*, Vol. 11, PP. 447-493.
- Karatzas, I. & S. E. Shreve** (1991), *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Second Edition ed., Springer-Verlag: New York.
- Landau, L.** (1944), "On the Energy Loss of Fast Particles by Ionization", *Journal of Physics*, Vol. 8, PP. 201-205.
- Levy, M. H. & S. Solomon** (2000), "Microscopic Simulation of Financial Markets: from Investor Behavior to Market Phenomena", Academic Press.
- Lihn, S.** (2010), "Comment on P. K. Clark's Distribution of Lognormal-Normal Increments and the Lognormal Cascade Distribution", Available at SSRN: <http://ssrn.com>.
- Mandelbrot, B.** (1963), "The Variation of Certain Speculative Prices", *Journal of Business*, Vol. 36, PP. 394-419.
- Mantegna, R. N. & H. E. Stanley** (2000), "Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance", Cambridge University Press.
- Newman, M. E. J.** (2005), "Power Laws, Pareto Distributions and Zipf's Law", *Contemporary Physics*, Vol. 46, PP. 323-351.
- Obukhov, A. M.** (1962), "Some Specific Features of Atmospheric Turbulence", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 13, PP. 77-81.
- Osbourne, M. F. M.** (1959), "Brownian Motion in the Stock Market", *Operations Research*, Vol. 7, PP. 145-173.
- Plerou, V., Gopikrishnan, P., Gabaix, X. & H. E. Stanley** (2002), "Quantifying Stock-Price Response to Demand Fluctuations", *Physical Rreview*, Vol. 66, PP. 27-104.
- Stanley, H. E.** (2003), "Statistical Physics and Economic Fluctuations: Do Outliers Exist?", *Physical*, Vol. 318, PP. 279-292.
- Stanley, H. E., Gabaix, X., Gopikrishnan, P. & V. Plerou** (2006), "Economic Fluctuations and Statistical Physics: The Puzzle of Large Fluctuations", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 44, PP. 329-340.
- Wan, C. H.** (2008), "Portfolio Generating Functions and Applications to the Fund Management", In *Advanced Mathematics of Finance*, Witwatersrand, Retrieved from <http://www.wits.ac.za/research.html>.