



بررسی پدیده چین خوردگی در هانی کمب‌های

مربعی با سلولهای پرشده از فوم پلی‌اورتان

در این مقاله، رابطه ای تئوری جهت پیش بینی نیروی لحظه ای چین خوردگی ستون های مربعی با سلولهای پرشده از فوم پلی اورتان تحت بار محوری ارائه شده است. برای این منظور، نرخ کار انجام شده توسط نیروی خارجی محوری بر روی ستون در هر لحظه، با نرخ انرژی های تلف شده در اثر چین خوردگی ستون مربعی و تغییر شکل فوم درون آن مساوی قرار داده شده است. میزان انرژی که صرف فشردن و تغییر شکل فوم می شود، با ارائه یک مدل ساده و جدید برای تغییر شکل، از طریق محاسبه نسبت حجم کاهش یافته فوم بدست آمده است. میزان انرژی که صرف چین خوردگی ستون مربعی می شود، با در نظر گرفتن المان سوپر فولدینگ و در نظر گرفتن مدهای عمده تغییر شکل آن محاسبه شده است. نتیجه این تحلیل تئوری، ارائه رابطه ای جهت تخمین نیروی لحظه ای چین خوردگی ستون های تک سلوله مربعی با سلولهای پرشده از فوم پلی اورتان است که صحت آن از طریق مقایسه نتایج رابطه تئوری با نتایج تستهای تجربی بررسی و اثبات شده است.

عباس نیک نژاد^۱

استادیار

غلامحسین لیاقت^۲

استاد

امیرحسین بهروش^۳

دانشیار

حسن مسلمی نائینی^۴

استاد

واژه های راهنما: هانی کمب، چین خوردگی، ستون مربعی، فوم پلی اورتان، نیروی لحظه ای.

۱- مقدمه

مرجع اولیه اکثر تحلیل های تئوری انجام شده بر روی چین خوردگی سازه های هانی کمب را مقاله بنیادی ویرزبیک و آبراموویچ که در سال ۱۹۸۳ ارائه شده، تشکیل می دهد [۱]. ویرزبیک و همکارش در این مقاله با معرفی «مکانیزم چین خوردگی اساسی» یا «المان سوپر فولدینگ»، مقدار متوسط نیروی چین خوردگی ستونها با مقاطع هندسی مشخص را بدست آوردند. بررسی مدهای مختلف تغییر شکل ستونها طی پروسه چین خوردگی تحت بار محوری را هیدوک و همکارش انجام دادند [۲]. آبراموویچ و جونز با یک تحلیل دینامیکی، مقدار طول موج چین خوردگی یا همان مسافت چین خوردگی ستونهای مربعی را محاسبه کردند [۳ و ۴]. رید و همکارانش، تحلیل دینامیکی و استاتیکی ستونهای مربعی و مستطیلی با سلولهای پرشده از فوم پلی اورتان را با استفاده از تستهای تجربی انجام دادند [۵]. ویرزبیک و آبراموویچ با معرفی المان گوشه با زاویه دلخواه، مقدار متوسط نیروی چین خوردگی ستونها با مقطع چندگوش را محاسبه کردند [۶] و سپس روشی را برای محاسبه نیروی متوسط چین خوردگی در ستونهای منشوری با سلولهای پرشده از فوم

۱ نویسنده مسئول، استادیار، بخش مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج Niknejad@pnu.ac.ir

۲ استاد، بخش مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس Ghlia530@modares.ac.ir

۳ دانشیار، بخش مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس Amirhb@modares.ac.ir

۴ استاد، بخش مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس Moslemi@modares.ac.ir

پلی اورتان، ارائه نمودند [۷]. سانتوسا و همکارانش به بررسی رفتار چین خوردگی هانی کمب ها با سلولهای پرشده از فوم آلومینیوم و به محاسبه مقدار متوسط نیروی چین خوردگی این سازه ها و همچنین اثرات متقابل بین فوم و دیواره سلولهای هانی کمب پرداختند [۸-۱۰]. چن و همکارش، میزان انرژی جذب شده توسط ستون پرشده از فوم و ستون تقسیم شده به چند سلول را با یکدیگر مقایسه کردند [۱۱]. در سالهای اخیر نیز پژوهشگران زیادی نظیر لیاقت و همکارانش، رفتار سازه های جداره نازک و هانی کمبها را تحت بارهای استاتیکی و ضربه ای از روشهای تئوری، تجربی و عددی بررسی کرده اند [۱۲-۱۸]. نیک نژاد و همکارانش، رفتار چین خوردگی ستونهای مربعی توخالی را از روش تئوری تحلیل کرده اند [۱۹ و ۲۰]. لی و همکارانش به بررسی رفتار دینامیکی سازه های هانی کمب با شکل سلولهای نامنظم و ضخامت دیواره سلول متغیر از روش عددی پرداخته اند [۲۱]. یو و همکارانش از روش المان محدود، کرنش موضعی را در سازه های هانی کمب تحت بارهای استاتیکی و دینامیکی با سرعت پایین بررسی کرده اند [۲۲]. زانگ و همکارانش نیز به ارائه مدلهای تئوری جدیدی جهت شبیه سازی تئوری تغییرشکلها پرداخته اند و به کمک این مدلهای تئوری، مقدار متوسط نیروی چین خوردگی در هانی کمبها با سلولهای پرشده از فوم را محاسبه کرده اند [۲۳-۲۵].

مرور مقالات و تحقیقات قبلی نشان می دهد که در اکثر پژوهشهای انجام شده در زمینه چین خوردگی هانی کمبها و ستونهای تک سلوله، تمرکز محققین بر محاسبه مقدار متوسط نیروی چین خوردگی هانی کمبها اعم از سلولهای توخالی یا پرشده از فوم فلزی و غیر فلزی بوده است. در این مقاله، مقدار لحظه ای نیروی چین خوردگی هانی کمب تک سلوله مربعی پرشده از فوم پلی اورتان محاسبه می شود و با ارائه یک مدل جدید تئوری برای تغییرشکل فوم، رابطه ای جهت پیش بینی نیروی لحظه ای چین خوردگی بدست می آید. به عبارت دیگر، در این مقاله به جای محاسبه یک مقدار متوسط برای نیروی چین خوردگی، مقدار این نیرو در هر لحظه برحسب تغییرمکان محوری برای یک ستون مربعی پرشده از فوم پلی اورتان محاسبه می شود. نتایج تئوری با نتایج تستهای تجربی انجام شده بر روی ستون مربعی پرشده از فوم پلی اورتان مقایسه گردیده که مطابقت خوبی را نشان می دهد.

۲- مدل تئوری ویرزبکی برای تغییرشکل المان سوپرفولدینگ [۱]

اساس محاسبات تئوری انجام شده توسط ویرزبکی و آبراموویچ بر مبنای مفهوم کار و انرژی است. برای این منظور یک «مکانیزم چین خوردگی اساسی» یا «المان سوپرفولدینگ» تعریف شده است و نرخ انرژیهای تلف شده توسط این مکانیزم محاسبه شده است. ویرزبکی و همکارش به کمک این مدل تئوری تغییرشکل، مقدار متوسط نیروی چین خوردگی یک ستون توخالی را محاسبه کردند [۱]. در این مقاله با استفاده از این مدل و مدل تئوری جدید ارائه شده برای تغییرشکل فوم پلی اورتان، مقدار نیروی چین خوردگی ستونهای پرشده از فوم در هر لحظه (به جای یک مقدار میانگین) محاسبه می شود.

ویرزبکی و آبراموویچ [۱] مکانیزم چین خوردگی اساسی را مطابق شکل (۱) تعریف کرده اند که در لحظه شروع چین خوردگی $\alpha = 0$ و $\gamma = 90^\circ$ است. با آغاز چین خوردگی به طور مداوم زاویه α بزرگ و زاویه γ

کوچک می شود. در حین چین خوردگی، زوایای γ و β بر حسب ψ_0 و α به این صورت بدست می آیند [۱]:

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\operatorname{tg}\psi_0}{\operatorname{Sin}\alpha}, \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{\operatorname{tg}\gamma}{\operatorname{Sin}\psi_0} \quad (1)$$

زوایای α ، β ، γ و ψ_0 بر روی شکل (۱) نشان داده شده اند. از طرفی مسافت چین خوردگی (تغییر مکان محوری) در هر لحظه که با δ نشان داده می شود و میزان کاهش فاصله بین لبه بالایی و لبه پایینی مکانیزم چین خوردگی اساسی را نشان می دهد، مطابق شکل (۲) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\delta = 2H \cdot (1 - \operatorname{Cos}\alpha) \quad (2)$$

که در این رابطه $2H$ ارتفاع یک مکانیزم چین خوردگی اساسی و یا به عبارت دیگر بخشی از طول ستون است که یک چین در آن ایجاد می شود. H را نصف طول موج چین خوردگی می نامند. چنانچه از رابطه فوق نسبت به زمان مشتق گیری شود، رابطه زیر حاصل می شود:

$$\dot{\delta} = 2H \cdot \operatorname{Sin}\alpha \cdot \dot{\alpha} \quad (3)$$

که $\dot{\alpha}$ ، میزان تغییر زاویه α را برحسب زمان در پروسه چین خوردگی نشان می دهد. نرخ انرژی تلف شده در پروسه چین خوردگی یک المان سوپر فولدینگ، از روی حوزه های سرعت پیوسته و ناپیوسته به این صورت بدست می آید [۱]:

$$\dot{E}_{\text{int}} = \int_S (M^{\alpha\beta} \dot{\kappa}_{\alpha\beta} + N^{\alpha\beta} \dot{\lambda}_{\alpha\beta}) \cdot dS + \int_L M_0 \dot{\theta} \cdot d\ell \quad (4)$$

که در رابطه فوق، $N^{\alpha\beta}$ ، $M^{\alpha\beta}$ ، $\dot{\kappa}_{\alpha\beta}$ و $\dot{\lambda}_{\alpha\beta}$ به ترتیب بیانگر منتهج های تنش، کوپلهای تنش، نرخ انحناء و نرخ انبساط در حوزه تغییر شکل پیوسته هستند. در طی پروسه تغییر شکل، مساحت سطح تغییر شکل پلاستیک S و طول خطوط مفصل ℓ به طور مداوم افزایش می یابند. θ نیز میزان چرخش محدود حول هر خط مفصل مکانیزم چین خوردگی اساسی است. انتگرال اول رابطه فوق، انرژی تلف شده ناشی از تغییر شکلهای انبساطی را روی سطح کوچکی که سطح توروئیدی [۱] نامیده می شود، محاسبه می کند و انتگرال دوم، انرژی تلف شده ناشی از تغییر شکلهای غیرانبساطی یا به عبارت دیگر انرژی تلف شده ناشی از خمش حول مفاصل را محاسبه می کند.

با محاسبه انتگرال اول موجود در رابطه (۴) برای یک المان سوپر فولدینگ و نشان دادن آن با \dot{E}_1 ، رابطه زیر حاصل می شود [۱]:

$$\dot{E}_1 = \frac{4N_0 b H \pi}{(\pi - 2\psi_0) \cdot \operatorname{tg}\psi_0} \cdot \operatorname{Cos}\alpha \cdot \left\{ \operatorname{Sin}\psi_0 \cdot \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi - 2\psi_0}{\pi} \cdot \beta\right) + \operatorname{Cos}\psi_0 \left[1 - \operatorname{Cos}\left(\frac{\pi - 2\psi_0}{\pi} \cdot \beta\right) \right] \right\} \cdot \dot{\alpha} \quad (5)$$

در رابطه فوق، b شعاع کوچک سطح توروئیدی است [۱]. چنانکه گفته شد، نرخ انرژی بدست آمده از رابطه فوق مربوط به تغییر شکلهای انبساطی در سطح توروئیدی است، که از حل انتگرال اول در معادله (۴) حاصل شده است.

انتگرال دوم در معادله (۴) که بیانگر تغییر شکلهای غیرانبساطی است، مطابق شکل (۱) شامل خمش حول خطوط مفصل افقی ثابت AB و BC و نیز خمش حول خطوط مفصل مورب UB و BL است که نرخ انرژی تلف شده مربوط به آنها به ترتیب با \dot{E}_2 و \dot{E}_3 نشان داده می شود.

نرخ انرژی تلف شده ناشی از خمش حول خطوط مفصل افقی ثابت AB و BC که با \dot{E}_2 نشان داده می شود، برابر است با [۱]:

$$\dot{E}_2 = 2M_0 C \dot{\theta} = 2M_0 C \dot{\alpha} \quad (6)$$

در رابطه فوق، C مطابق شکل (۱) طول هر یک از لبه های بالایی یا پایینی مکانیزم چین خوردگی اساسی است. نرخ انرژی تلف شده ناشی از خمش حول خطوط مفصل مورب UB و BL برابر است با [۱]:

$$\dot{E}_3 = 2M_0 L \dot{\theta} = 4M_0 \cdot \frac{H^2}{b} \cdot \frac{1}{\text{tg} \psi_0} \cdot \frac{\text{Cos} \alpha}{\text{Sin} \gamma} \cdot \dot{\alpha} \quad (7)$$

۳- مدل تئوری جدید برای تغییر شکل فوم پلی اورتان

برای محاسبه مقدار انرژی لازم برای تغییر شکل فوم پلی اورتان طی پروسه چین خوردگی برحسب زمان، یک مدل تئوری جدید برای تغییر شکل فوم پلی اورتان درون ستون ارائه می شود. بنابراین یک مکعب توپر به طول و عرض $2C$ و به ارتفاع $2H$ که از فوم پلی اورتان ساخته شده است مطابق شکل (۳) در نظر گرفته می شود. حجم اولیه این مکعب برابر است با:

$$V_1 = (2C)(2C)(2H) = 8C^2 H \quad (8)$$

یک مدل تئوری مطابق شکل (۴)، به عنوان مدل تغییر شکل یافته شکل (۳) در نظر گرفته می شود. با توجه به آنکه تغییر شکل فوم تابعی از تغییر شکل ستون مربعی است، مشاهده می شود که طی چین خوردگی در هر لحظه مطابق شکل های ۴-الف و ب در یک راستا، طول ضلع مکعب فومی در حین تغییر شکل به اندازه $2H \sin \alpha$ افزایش و در راستای دیگر عرض مکعب فومی به اندازه $2H \sin \alpha$ کاهش می یابد. ارتفاع مکعب ساخته شده از فوم در هر لحظه برابر با $2H \cos \alpha$ است. چون سطح مقطع مدل بعد از تغییر شکل از هر نما به صورت دو ذوزنقه قرینه یا معکوس است، بنابراین حجم فوم در هر لحظه در حین تغییر شکل برابر است با حاصلضرب سطح مقطع متوسط فوم در ارتفاع آن. بنابراین حجم ثانویه مکعب فومی در حین تغییر شکل برابر است با:

$$V_2 = (2C + H \sin \alpha)(2C - H \sin \alpha)(2H \cos \alpha) = 8C^2 H \cos \alpha - 2H^3 \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha \quad (9)$$

واضح است که طبق فیزیک مساله $H < C$ است. تغییر حجم فوم پلی اورتان در هر لحظه نسبت به حالت اولیه برابر است با:

$$\Delta V = V_1 - V_2 = 8C^2 H(1 - \cos \alpha) + 2H^3 \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha \quad (10)$$

مشتق گیری نسبت به زمان از رابطه فوق، تغییر حجم فوم در واحد زمان را نتیجه می دهد:

$$\Delta \dot{V} = \dot{\alpha} [8C^2 H \sin \alpha - 2H^3 \sin^3 \alpha + 4H^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha] \quad (11)$$

نرخ انرژی جذب شده توسط فوم پلی اورتان در حین پروسه چین خوردگی ستون مربعی از این رابطه محاسبه می شود [۸]:

$$\dot{E}_4 = \sigma_p \cdot \Delta \dot{V} \quad (12)$$

که در رابطه فوق σ_p تنش جریان مربوط به فوم پلی اورتان است. با قرار دادن رابطه (۱۱) در رابطه (۱۲)، نرخ انرژی تلف شده ناشی از تغییر شکل فوم پلی اورتان به این صورت بدست می آید:

$$\dot{E}_4 = \sigma_p \dot{\alpha} [8C^2 H \sin \alpha - 2H^3 \sin^3 \alpha + 4H^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha] \quad (13)$$

۴- نیروی لحظه ای چین خوردگی ستون مربعی پرشده از فوم پلی اورتان

بخشی از نرخ انرژی تلف شده در پروسه چین خوردگی یک ستون مربعی پرشده از فوم پلی اورتان، صرف تغییرشکل ستون و بقیه صرف تغییرشکل فوم می شود. بنابراین نرخ انرژی تلف شده در پروسه چین خوردگی یک ستون مربعی پرشده از فوم پلی اورتان، شامل نرخ انرژی تلف شده در اثر تغییر شکل‌های انبساطی در ستون (\dot{E}_1)، نرخ انرژی تلف شده در اثر خمش در جهات گوناگون در ستون (\dot{E}_2, \dot{E}_3) و نرخ انرژی تلف شده در اثر تغییر حجم فوم (\dot{E}_4) فرض شده است. از طرفی جمع این انرژیها که در مجموع صرف تغییر شکل ستون و فوم می شود، با کار انجام شده توسط نیروی خارجی بر روی سازه برابر است. در نتیجه با توجه به اینکه یک ستون با مقطع مربعی به طول ضلع $2C$ را می توان از اتصال چهار «مکانیزم چین خوردگی اساسی» که در شکل (۱) معرفی شد، ایجاد کرد، بنابراین نرخ انرژی تلف شده توسط یک ستون مربعی پرشده از فوم پلی اورتان از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\dot{E}_{int} = 4\dot{E}_1 + 4\dot{E}_2 + 4\dot{E}_3 + \dot{E}_4 \quad (14)$$

که مقادیر $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_3$ و \dot{E}_4 همان مقادیر محاسبه شده به ترتیب در روابط (۵)، (۶)، (۷) و (۱۳) هستند. از طرفی \dot{E}_2 محاسبه شده در رابطه (۶)، نرخ انرژی تلف شده در پروسه خمش حول مفاصل ساکن افقی AB و BC به ازای ایجاد اولین چین در مکانیزم چین خوردگی اساسی است. ولی در عمل در یک ستون مربعی، برای ایجاد اولین چین، خمش هم حول مفاصل افقی AB و BC و هم حول مفاصل ساکن افقی DL و LG اتفاق می افتد. بنابراین باید انرژی \dot{E}_2 دو برابر در نظر گرفته شود. در نتیجه رابطه (۱۴) به این صورت بازنویسی می شود:

$$\dot{E}_{int} = 4\dot{E}_1 + 8\dot{E}_2 + 4\dot{E}_3 + \dot{E}_4 \quad (15)$$

کار نیروی خارجی محوری که موجب چین خوردگی ستون و تغییر شکل فوم می شود، برابر است با:

$$\dot{W}_{Ext} = P\dot{\delta} = P \cdot 2H \cdot \sin\alpha \cdot \dot{\alpha} \quad (16)$$

که P نیروی خارجی محوری وارد بر ستون است. با مساوی قرار دادن روابط (۱۵) و (۱۶)، رابطه اولیه زیر برای محاسبه نیروی لحظه ای چین خوردگی یک ستون مربعی پرشده از فوم بدست می آید:

$$P \cdot 2H \cdot \sin\alpha \cdot \dot{\alpha} = 4\dot{E}_1 + 8\dot{E}_2 + 4\dot{E}_3 + \dot{E}_4 \quad (17)$$

از طرفی با توجه به هندسه ستون مربعی و شکل (۱)، مشخص است که زاویه خارجی مقطع مربعی $2\psi_0 = 90^\circ$ و در نتیجه $\psi_0 = 45^\circ$ است. با قرار دادن مقادیر $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_3$ و \dot{E}_4 از روابط (۵)، (۶)، (۷) و (۱۳) در رابطه (۱۷) و قرار دادن $\psi_0 = 45^\circ$ و تقسیم طرفین رابطه به عبارت $2H \cdot \sin\alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot M_0$ ، رابطه زیر برای پیش بینی نیروی لحظه ای چین خوردگی یک ستون مربعی حاصل می شود:

$$\frac{P}{M_0} = A_1 \frac{b}{h} + A_2 \frac{C}{H} + A_3 \frac{H}{b} + A_4 \frac{H^2}{h^2} + A_5 \frac{C^2}{h^2} \quad (18)$$

که ضرایب این رابطه برابرند با:

$$A_1 = 32\sqrt{2} \cdot \text{Cotg}\alpha \cdot \left[\text{Sin}\left(\frac{\beta}{2}\right) - \text{Cos}\left(\frac{\beta}{2}\right) + 1 \right] \quad (19)$$

$$A_2 = \frac{8}{\text{Sin}\alpha}$$

$$A_3 = \frac{8\text{Cotg}\alpha}{\text{Siny}}$$

$$A_4 = \frac{4\sigma_p}{\sigma_o} [3 \cos^2 \alpha - 1]$$

$$A_5 = \frac{16\sigma_p}{\sigma_o}$$

M_0 کوپل تنش است که براساس محاسبات مربوط به لنگر خمشی مومسان یا ممان خمشی پلاستیک کامل در یک تیر با مقطع مستطیلی، برابر با $M_0 = \frac{1}{4}\sigma_o h^2$ بدست می آید. σ_0 تنش جریان ماده ستون است.

در رابطه فوق، کمیت‌های H و b که از قبل به ترتیب نصف طول موج چین خوردگی و شعاع کوچک سطح توروئیدی تعریف شده اند، مجهول هستند. برای محاسبه این دو مجهول به دو معادله اضافی نیاز است. با توجه به آنکه به طور طبیعی تمایل جسم به چین خوردگی در مسیری است که منجر به مصرف مینیمم مقدار انرژی و نیروی لحظه ای چین خوردگی شود، این دو شرط حاصل می شود:

$$\frac{\partial P}{\partial H} = 0 \quad , \quad \frac{\partial P}{\partial b} = 0 \quad (20)$$

دو رابطه (۲۰) تشکیل یک دستگاه دو معادله و دو مجهول را می دهند که به کمک آنها می توان دو پارامتر مجهول موجود در رابطه (۱۸)، یعنی H و b را محاسبه کرد. این دو پارامتر به این صورت بدست می آیند:

$$H = \frac{A_1}{A_3} \cdot \frac{b^2}{h} \quad , \quad b = \sqrt[3]{\frac{A_3^2 h^3}{4A_1 A_4} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{8A_2 A_4 C}{A_1 A_3 h}} - 1 \right)^2} \quad (21)$$

با قرار دادن مقادیر رابطه (۲۱) در رابطه (۱۸)، رابطه نهایی زیر برای محاسبه نیروی لحظه ای چین خوردگی ستون مربعی پرشده از فوم پلی اورتان بدست می آید:

$$\frac{P}{M_0} = \frac{3}{4} \sqrt[3]{\frac{A_1^2 A_3^2}{4A_4}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{1 + \frac{8A_2 A_4 C}{A_1 A_3 h}} - 1} \cdot \left\{ 3 + \sqrt{1 + \frac{8A_2 A_4 C}{A_1 A_3 h}} \right\} + A_5 \frac{C^2}{h^2} \quad (22)$$

در رابطه فوق، σ_p تنش جریان فوم و σ_0 تنش جریان ماده ستون و ضرایب A_1 تا A_5 در رابطه (۱۹) معرفی شده اند. از آنجایی که هدف، بدست آوردن نیروی لحظه ای چین خوردگی برحسب مقدار زاویه α در هر لحظه است، بنابراین باید توابع مثلثاتی مربوط به زوایای β و γ موجود در رابطه (۲۲) را به صورت تابعی از زاویه α بدست آورد.

از رابطه (۱) و با توجه به اینکه در ستون مربعی $\psi_0 = 45^\circ$ است، رابطه زیر بین α و γ بدست می آید:

$$\frac{1}{\sin \gamma} = \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} \quad (23)$$

و از روابط (۱) و اتحادهای مثلثاتی، این روابط بین α و β بدست می آیند:

$$\sin\left(\frac{\beta}{2}\right) = \sqrt{\frac{\sqrt{2 + \sin^2 \alpha} - \sin \alpha}{2\sqrt{2 + \sin^2 \alpha}}} \quad (24)$$

و

$$\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = \sqrt{\frac{\sqrt{2 + \sin^2 \alpha} + \sin \alpha}{2\sqrt{2 + \sin^2 \alpha}}} \quad (25)$$

۵- تست تجربی

در این قسمت، ستونهای مربعی و مستطیلی آلومینیومی پر شده از فوم پلی اورتان تحت نیروی فشاری محوری در حالت شبه استاتیکی قرار گرفته و دچار چین خوردگی شده اند. نمونه های مربعی که در تستهای چین خوردگی مورد استفاده قرار گرفته اند، ستونهای آلومینیومی به طول 100mm و با سطح مقطع مربعی شکل به ابعاد $35\text{mm} \times 35\text{mm}$ و ضخامت دیواره 1.5mm هستند که درون آنها از فوم پلی اورتان با دانسیته 166Kg/m^3 پر شده است. جنس ماده ستون از آلیاژ آلومینیوم با مدول یانگ $E = 70.75\text{GPa}$ ، ضریب پواسون $\nu = 0.3$ ، استحکام تسلیم $\sigma_y = 173\text{MPa}$ و استحکام نهایی $\sigma_u = 237\text{MPa}$ انتخاب شده است. یک نمونه دمبلی شکل استاندارد از همین ماده تهیه شده و توسط دستگاه Instron 5500R تحت تست کشش ساده قرار گرفته است که شکل (۵) نمودار تنش- کرنش حاصل از آن را نشان می دهد.

فوم پلی اورتان استفاده شده جهت پر کردن ستون مربعی، با دانسیته 166Kg/m^3 انتخاب شده است و منحنی تنش-کرنش فشاری آن مطابق شکل (۶) است. این منحنی از تست فشار شبه استاتیکی بر روی یک نمونه فوم مکعبی شکل، توسط دستگاه Instron 5500R بدست آمده است. تنش جریان فوم پلی اورتان مورد استفاده در تستهای چین خوردگی، برابر با $\sigma_p = 1.8\text{MPa}$ است.

ستون مربعی آلومینیومی با مشخصات ذکر شده که درون آن توسط فوم پلی اورتان پر شده است، در تست شبه استاتیکی تحت بارگذاری فشار محوری قرار گرفته و پدیده چین خوردگی در آن به وجود آمده است. در شکل (۷) نمودار نیروی لحظه ای چین خوردگی این ستون برحسب تغییر مکان محوری آن از تست تجربی رسم شده است. این نمودار مربوط به ایجاد اولین چین در ستون است که در ابتدا از مقدار اولیه صفر شروع به افزایش می کند تا به یک مقدار ماکزیمم می رسد. سپس سیر نزولی آن طی می شود و بدین ترتیب یک چین کامل در ستون شکل می گیرد.

نمونه های مستطیلی که در تستهای چین خوردگی مورد استفاده قرار گرفته اند، ستونهای آلومینیومی به طول 100mm و با سطح مقطع مستطیلی شکل به ابعاد $38.4\text{mm} \times 63.8\text{mm}$ و ضخامت دیواره 1.56mm

هستند که درون آنها از فوم پلی اورتان مشابه با دانسیته 166 Kg/m^3 و تنش جریان $\sigma_p = 1.8 \text{ MPa}$ پر شده است. جنس ماده ستون از آلیاژ آلومینیوم با مدول یانگ $E = 70.75 \text{ GPa}$ ، ضریب پواسون $\nu = 0.3$ ، استحکام تسلیم $\sigma_y = 173 \text{ MPa}$ و استحکام نهایی $\sigma_u = 237 \text{ MPa}$ انتخاب شده است. در شکل (۸) نمودار نیروی لحظه ای چین خوردگی این ستون برحسب تغییر مکان محوری آن از تست تجربی رسم شده است. رابطه بدست آمده در این مقاله، مقدار نیروی لحظه ای چین خوردگی مربوط به ایجاد اولین چین در یک ستون مربعی با سلول پر شده از فوم پلی اورتان را پیش بینی می کند. به عبارت دیگر، رابطه ارائه شده، نمودار بدست آمده از تست تجربی را به دقت مناسبی پیش بینی می کند.

۶- بحث در مورد نتایج

برای بررسی صحت رابطه تئوری (۲۲) که به منظور پیش بینی نیروی لحظه ای چین خوردگی در یک ستون مربعی پر شده از فوم پلی اورتان بدست آمده است، لازم است تا مقدار نیروی محاسبه شده توسط این رابطه برحسب زاویه α و یا برحسب تغییر مکان محوری ستون δ محاسبه و نتایج به صورت نمودار رسم گردد. بنابراین باید ضرایب A_1 تا A_5 برحسب زاویه α در هر لحظه محاسبه گردند. برای این منظور ابتدا مقدار تنش جریان ماده ستون، σ_o ، تعیین می گردد. برای هر دو ستون آلومینیومی، تنش جریان ماده از رابطه زیر محاسبه می شود [۲۵]:

$$\sigma_o = \sqrt{\frac{\sigma_y \sigma_u}{1+n}} \quad (26)$$

که در این رابطه σ_y ، σ_u و n به ترتیب استحکام تسلیم، استحکام نهایی و توان کرنش سختی ماده هستند. برای آلیاژ آلومینیوم مورد استفاده جهت تهیه ستونهای مربعی و مستطیلی، استحکام تسلیم $\sigma_y = 173 \text{ MPa}$ ، استحکام نهایی $\sigma_u = 237 \text{ MPa}$ و توان کرنش سختی مربوط به قانون توان برابر با $n = 0.178$ است. بنابراین از رابطه (۲۶)، تنش جریان آلومینیوم برابر $\sigma_o = 186.6 \text{ MPa}$ بدست می آید. طول ضلع ستون مربعی برابر با $2C = 35 \text{ mm}$ ، ارتفاع $L = 100 \text{ mm}$ و ضخامت دیواره آن $h = 1.5 \text{ mm}$ است. بنابراین مقدار کوپل تنش ستون مربعی به صورت زیر بدست می آید:

$$M_o = \frac{1}{4} \sigma_o h^2 = \frac{1}{4} (186.6) (1.5)^2 = 104.96 \text{ N} \quad (27)$$

طول ضلع ستون مستطیلی برابر با $2C = (38.4 + 63.8)/2 = 51.1 \text{ mm}$ ، ارتفاع $L = 100 \text{ mm}$ و ضخامت دیواره آن $h = 1.56 \text{ mm}$ است. بنابراین مقدار کوپل تنش ستون مستطیلی برابر است با:

$$M_o = \frac{1}{4} \sigma_o h^2 = \frac{1}{4} (186.6) (1.56)^2 = 113.53 \text{ N} \quad (28)$$

درون ستون مستطیلی نیز از فوم پلی اورتان مشابه با دانسیته 166 Kg/m^3 و مقدار تنش جریان فوم $\sigma_p = 1.8 \text{ MPa}$ پر شده است.

با قرار دادن مقادیر فوق در رابطه (۲۲)، نمودار نیروی لحظه ای چین خوردگی ستونهای مربعی و مستطیلی آلومینیومی پر شده از فوم پلی اورتان از ابتدا تا انتهای زمان تشکیل اولین چین به طور کامل در ستون، بدست می آید. این دو نمودار تئوری در شکلهای (۷) و (۸) در کنار نمودارهای تجربی مربوطه، رسم شده اند.

از مقایسه نمودارهای تئوری و تجربی نشان داده شده در هر یک از شکلهای (۷) و (۸) مشاهده می شود که رابطه تئوری بدست آمده در این مقاله قادر است نیروی لحظه ای چین خوردگی مربوط به ایجاد اولین چین در یک ستون مربعی یا مستطیلی پر شده از فوم پلی اورتان را برحسب تغییر مکان محوری با دقت مناسبی پیش بینی کند. با مقایسه شیب دو نمودار در نواحی مختلف این نتیجه حاصل می شود که فرم کلی تابع ریاضی بدست آمده جهت پیش بینی نیروی لحظه ای چین خوردگی، صحیح و مطابق با رفتار فیزیکی ستون مربعی پر شده از فوم پلی اورتان در پروسه چین خوردگی است.

کمتر بودن مقدار نیروی پیش بینی شده از رابطه تئوری نسبت به مقادیر تجربی متناظر آن در هر لحظه در شکل (۷) را می توان به این دلیل دانست که در محاسبه رابطه تئوری فرض شده است مکانیزمهایی که باعث تلف شدن انرژی درون ستون می شوند فقط شامل یک تغییر شکل انبساطی و دو تغییر شکل خمشی هستند. از طرفی با توجه به نزدیک بودن دو جواب، علی رغم اختلاف نسبتا کم آنها، می توان مکانیزمهای تغییر شکل فرض شده در محاسبات را معقول و مناسب دانست.

اهمیت عمده رابطه تئوری ارائه شده در این مقاله این است که این رابطه، اولین رابطه ای است که مقدار نیروی چین خوردگی را در هر لحظه (به جای مقدار متوسط آن) محاسبه می کند. با توجه به این امر و نیز نزدیک بودن هر جفت نمودار شکلهای (۷) و (۸)، می توان این رابطه را مفید و قابل قبول دانست و مدل جدید ارائه شده برای تغییر شکل فوم پلی اورتان طی فرآیند چین خوردگی را نیز مدل مناسبی قلمداد کرد.

۷- نتیجه گیری

در این مقاله، نیروی لحظه ای چین خوردگی یک ستون مربعی پر شده از فوم پلی اورتان و نحوه تغییرات آن برحسب زاویه α و یا برحسب تغییر مکان محوری ستون δ ، از روش تئوری محاسبه شده است. رابطه نهایی بدست آمده از روش تئوری قادر است نیروی لحظه ای چین خوردگی ستون مربعی و مستطیلی پر شده از فوم پلی اورتان را برحسب تغییر مکان محوری ستون، با دقت قابل قبولی پیش بینی نماید. نتایج حاصل از محاسبات تئوری که به صورت رابطه نهایی (۲۲) بدست آمده است، با نتایج حاصل از تستهای تجربی انجام گرفته بر روی ستونهای مربعی آلومینیومی با سلولهای پر شده از فوم پلی اورتان مقایسه گردیده و مشاهده شده است که نحوه تغییرات نیروی چین خوردگی ستون برحسب تغییر مکان محوری از روش تئوری ارائه شده در این مقاله، مطابقت خوبی با نتایج تستهای تجربی انجام شده دارد. این نتیجه، از مقایسه شیب نمودارهای تجربی و تئوری در نواحی مختلف حاصل شده است.

مراجع

- [1] Wierzbicki, T., and Abramowicz, W., "On the Crushing Mechanics of Thin-walled Structures", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 50, pp. 727-734, (1983).
- [2] Hayduk, R.J., and Wierzbicki, T., "Extensional Collapse Modes of Structural Members", *Computers and Structures*, Vol. 18, pp. 447-458, (1984).
- [3] Abramowicz, W., and Jones, N., "Dynamic Axial Crushing of Square Tubes," *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 2, No. 2, pp. 179-208, (1984).
- [4] Abramowicz, W., "The Effective Crushing Distance in Axially Compressed Thin-walled Metal Columns", *International Journal of Impact Engineering*, Vol.1, No.3, pp. 309-317, (1983).
- [5] Reid, S.R., Reddy, T.Y., and Gray, M.D., "Static and Dynamic Axial Crushing of Foam-filled Sheet Metal Tubes," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 28, No.5, pp. 295-322, (1986).
- [6] Abramowicz, W., and Wierzbicki, T., "Axial Crushing of Multi Corner Sheet Metal Columns", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 56, pp. 113-120, (1989).
- [7] Abramowicz, W., and Wierzbicki, T., "Axial Crushing of Foam-filled Columns", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 30, No. 3/4, pp. 263-271, (1988).
- [8] Santosa, S., and Wierzbicki, T., "Crash Behavior of Box Columns Filled with Aluminum Honeycomb or Foam", *Computers and Structures*, Vol. 68, pp. 343-367, (1998).
- [9] Santosa, S., and Wierzbicki, T., "Effect of Ultralight Metal Filler on the Bending Collapse Behavior of Thin-walled Prismatic Columns", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 41, pp. 995-1019, (1999).
- [10] Santosa, S., Wierzbicki, T., Hanssen, A.G., and Langseth, M., "Experimental and Numerical Studies of Foam-filled Sections", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 24, pp. 509-534, (2000).
- [11] Chen, W., and Wierzbicki, T., "Relative Merits of Single-cell, Multi-cell and Foam-filled Thin-walled Structures in Energy Absorption", *Thin-Walled Structures*, Vol. 39, pp. 287-306, (2001).
- [12] Liaghat, G.H., and Alavinia, A., "A Comment on the Axial Crush of Metallic Honeycombs by Wu and Jiang", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 28, pp. 1143-1146, (2003).

[۱۳] لیاقت، غ.، داغیانی، ح.ر.، صدیقی، م.، و علوی نیا، ع.، "کراشینگ دینامیکی پانل های هانی کمب در اثر برخورد پرتابه های استوانه‌ای"، نشریه امیرکبیر، سال چهاردهم، شماره ۵۳، ص ۷۹-۶۸، (۱۳۸۱).

[۱۴] لیاقت، غ.، صدیقی، م.، داغیانی، ح.ر.، و علوی نیا، ع.، "خرد شدن سازه های هانی کمب فلزی تحت بارهای شبه استاتیکی"، نشریه دانشکده فنی دانشگاه تهران، جلد ۳۷، شماره ۱، ص ۱۵۶-۱۴۵، (۱۳۸۲).

- [۱۵] زمانی، ج.، سلیمانی، م.، درویزه، ا.، و لیاقت، غ.، "آنالیز عددی مچالگی کامل سازه های جداره نازک با مقطع مربع به کمک نرم افزار LS-DYNA"، چهاردهمین کنفرانس سالانه و بین المللی مهندسی مکانیک، اصفهان، ایران، (۱۳۸۵).
- [۱۶] علوی نیا، ع.، و لیاقت، غ.، "بررسی ویژگی ها و تحلیل شبه استاتیکی هانی کمب ها"، دوازدهمین کنفرانس سالانه و بین المللی مهندسی مکانیک، تهران، ایران، (۱۳۸۳).
- [۱۷] علوی نیا، ع.، و لیاقت، غ.، "له شدن دینامیکی ستون های جدار نازک در اثر برخورد پرتابه"، دوازدهمین کنفرانس سالانه و بین المللی مهندسی مکانیک، تهران، ایران، (۱۳۸۳).
- [۱۸] زمانی، ج.، و لیاقت، غ.، "تاثیر عوامل مهم هانی کمب در مقابل بارهای ضربه ای"، دهمین کنفرانس بین المللی مهندسی مکانیک، تهران، ایران، (۱۳۸۱).
- [۱۹] نیک نژاد، ع.، لیاقت، غ.، مسلمی نائینی، ح.، و بهروش، ا.، "محاسبه تئوری نیروی لحظه ای چین خوردگی در ستونهای مربعی تک سلوله تحت بار محوری"، مجله علمی پژوهشی فنی و مهندسی مدرس، (۱۳۸۹).
- [20] Niknejad, A., Liaghat, G.H., Behraves, A.H., and Moslemi Naeini, H., "Theoretical Investigation of the Instantaneous Folding Force During the First Fold Creation in a Square Column", International Conference on Applied Mechanics and Mechanical Engineering, Bangkok, Thailand, pp. 332-337, (2008).
- [21] Li, K., Gao, X.L., and Wang, J., "Dynamic Crushing Behavior of Honeycomb Structures with Irregular Cell Shapes and Non-uniform Cell Wall Thickness", International Journal of Solids and Structures, Vol. 44, pp. 5003-5026, (2007).
- [22] Karagiozova, D., and Yu, T.X., "Strain Localization in Circular Honeycombs under In-Plane Biaxial Quasi-static and Low-velocity Impact Loading", International Journal of Impact Engineering, Vol. 35, pp. 753-770, (2008).
- [23] Song, H., Fan, Z., Yu, G., Wang, Q., and Tobota, A., "Partition Energy Absorption of Axially Crushed Aluminum Foam-filled Hat Sections", International Journal of Solids and Structures, Vol. 42, pp. 2575-2600, (2005).
- [24] Zhang, X., Cheng, G., and Zhang, H., "Theoretical Prediction and Numerical Simulation of Multi-cell Square Thin-walled Structures", Thin-Walled Structures, Vol. 44, pp. 1185-1191, (2006).
- [25] Zhang, X., and Cheng, G., "A Comparative Study of Energy Absorption Characteristics of Foam-filled and Multi-cell Square Columns", International Journal of Impact Engineering, doi:10.1016/j.ijimpeng.2006.10.007, (2007).

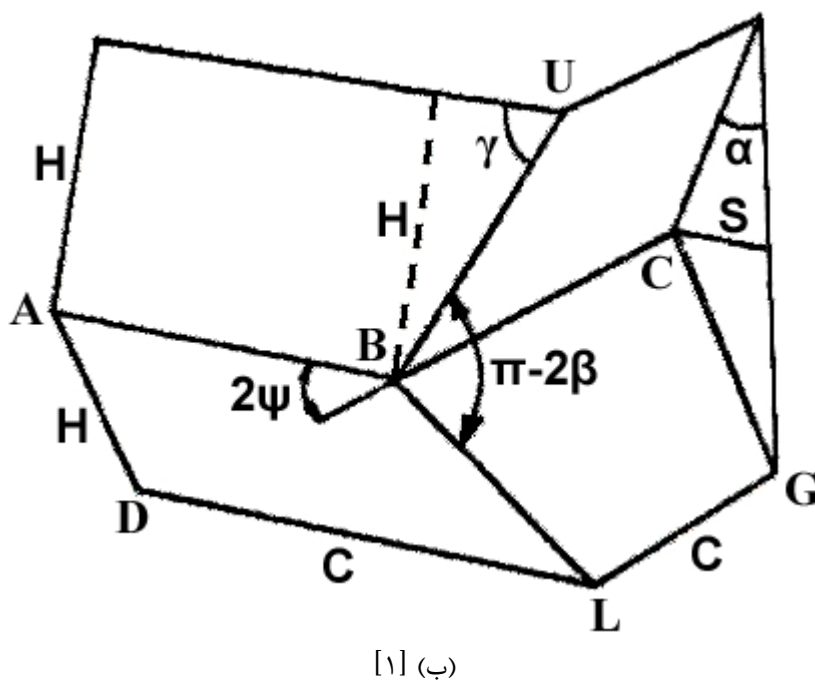
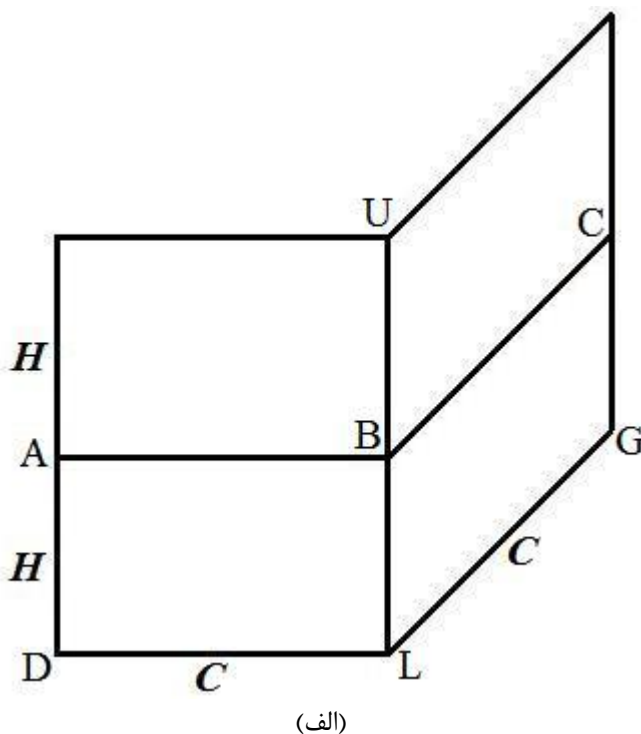
فهرست نمادهای انگلیسی

b:	شعاع کوچک سطح توروئیدی
C:	نصف طول هر ضلع مقطع مربعی ستون
\dot{W}_{ext} :	نرخ کار انجام شده توسط نیروی خارجی بر روی ستون
\dot{E}_{int} :	نرخ انرژی تلف شده در اثر تغییرشکلهای داخلی ستون
H:	نصف طول موج چین خوردگی
h:	ضخامت دیواره ستون
L:	طول خطوط مفصل تحت تغییرشکل خمشی
n:	توان کرنش سختی ماده ستون
P:	نیروی خارجی محوری وارد بر ستون

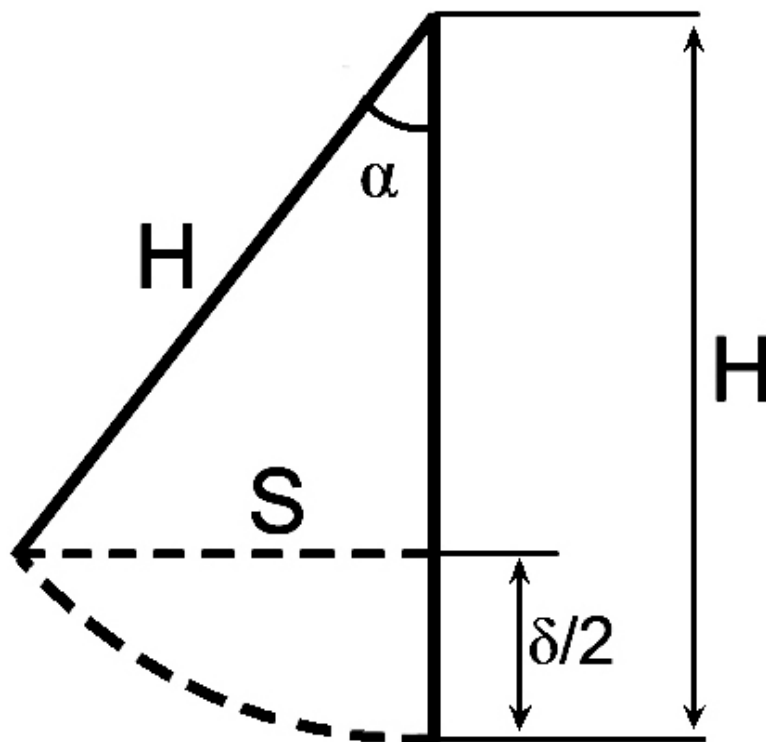
نمادهای یونانی

α, β :	زوایای مختلف المان سوپر فولدینگ
γ, φ_0 :	زوایای مختلف المان سوپر فولدینگ
$M^{\alpha\beta}$:	کوپلهای تنش
$N^{\alpha\beta}$:	منتجه های تنش
δ :	تغییر مکان محوری ستون
ΔV :	تغییر حجم فوم پلی اورتان
$\dot{\kappa}_{\alpha\beta}$:	نرخ انحناء
$\dot{\lambda}_{\alpha\beta}$:	نرخ انبساط
$\dot{\theta}$:	زاویه خمش ایجاد شده حول هر مفصل در واحد زمان
σ_o :	تنش جریان ماده ستون
σ_p :	تنش جریان فوم پلی اورتان
σ_u :	استحکام نهایی
σ_y :	استحکام تسلیم

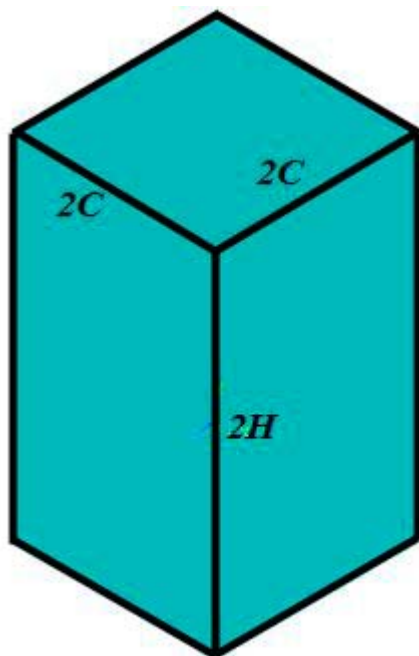
شکلها



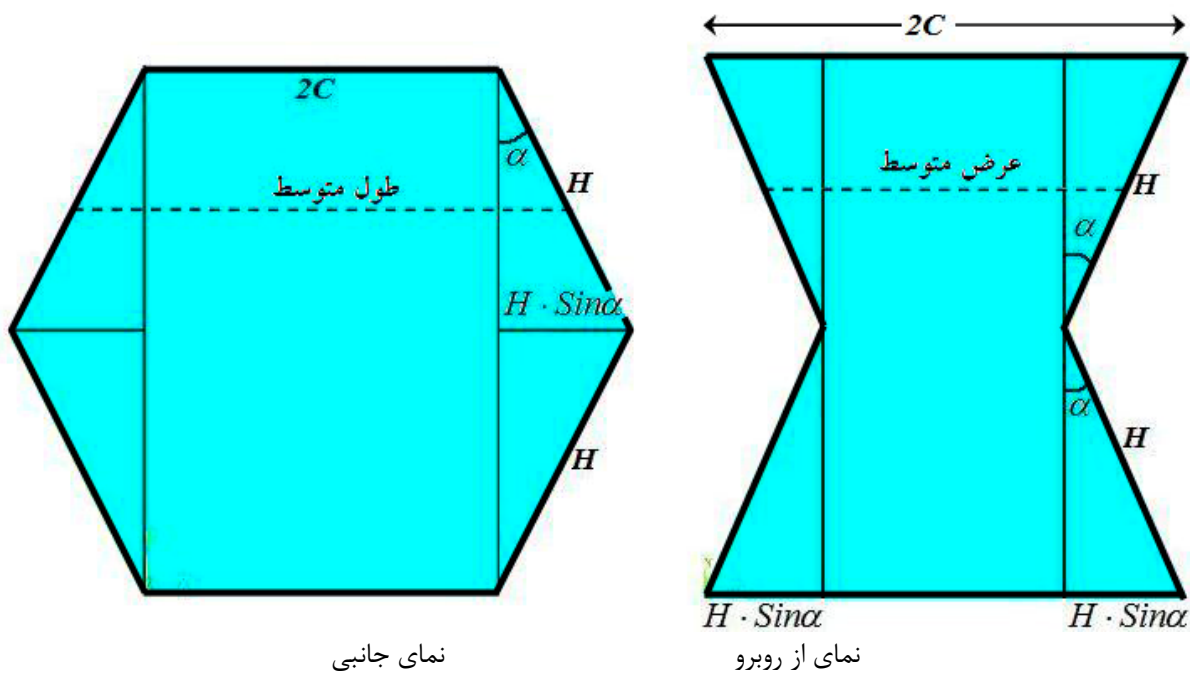
شکل ۱- یک مکانیزم چین خوردگی اساسی (الف) قبل از چین خوردگی (ب) بعد از آغاز چین خوردگی



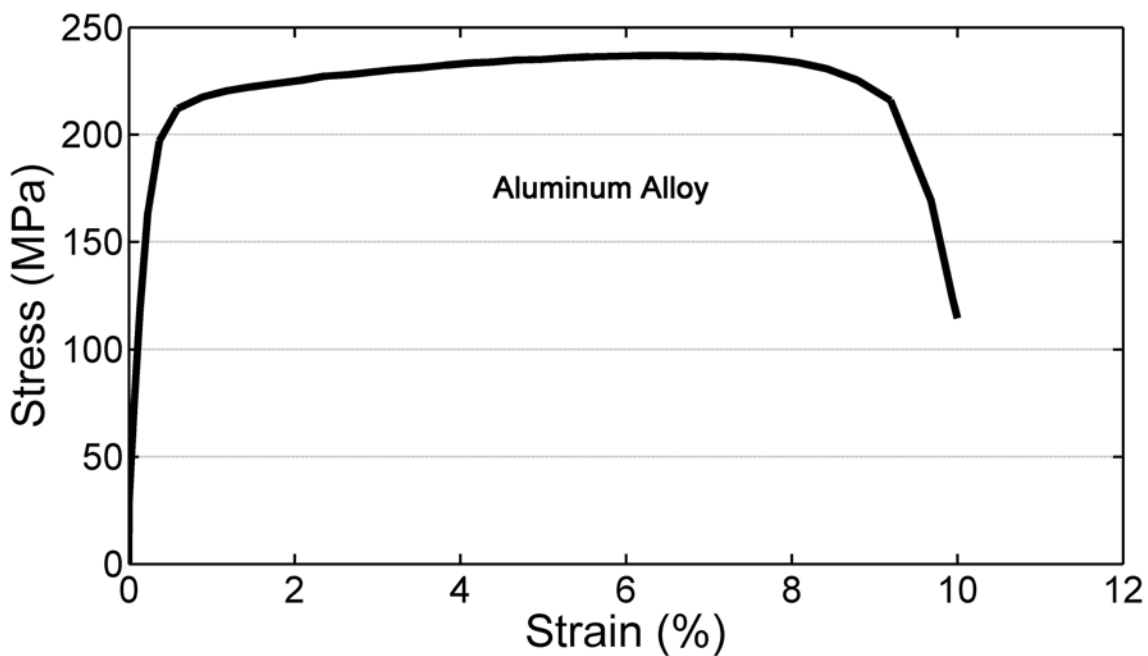
شکل ۲- ارتباط هندسی بین طول موج چین خوردگی $2H$ و تغییر مکان محوری ستون δ



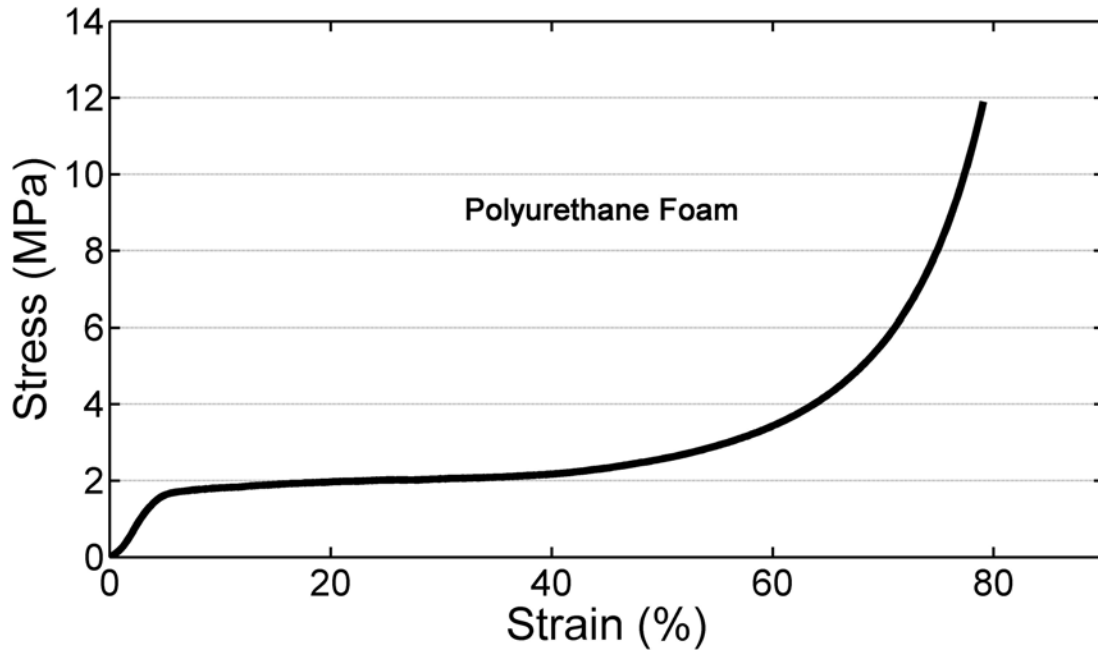
شکل ۳- یک ستون مربعی از فوم پلی اورتان



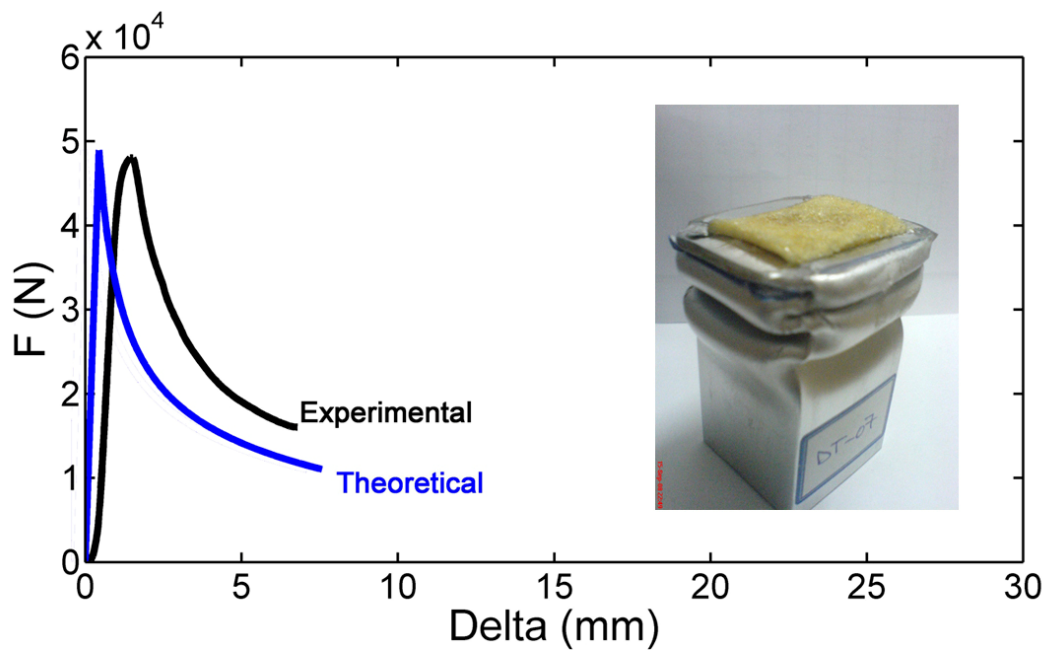
شکل ۴- ستون فوم تغییرشکل یافته از دو نمای مختلف



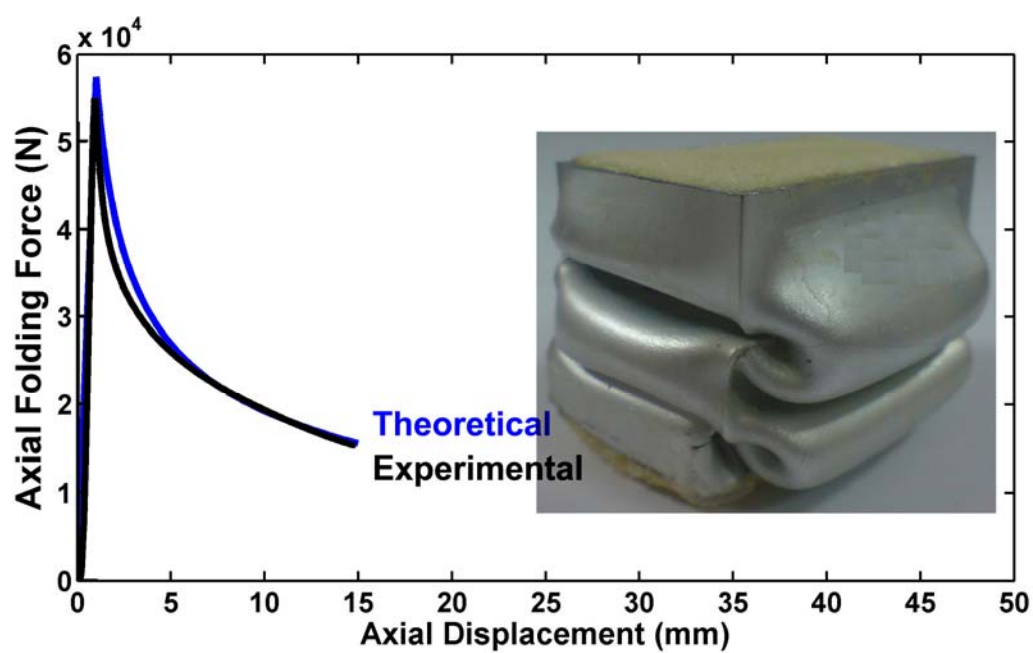
شکل ۵- نمودار تنش- کرنش آلیاژ آلومینیوم ماده ستون



شکل ۶- نمودار تنش- کرنش فوم پلی اورتان



شکل ۷- مقایسه نتایج تئوری و تجربی نیروی لحظه ای چین خوردگی ستون مربعی آلومینیومی پر شده از فوم پلی اورتان



شکل ۸- مقایسه نتایج تئوری و تجربی نیروی لحظه‌ای چین خوردگی ستون مستطیلی آلومینیومی پرشده از فوم پلی اورتان

Abstract

In this paper, a theoretical relation is derived to predict the instantaneous folding force of a polyurethane foam-filled square column under axial loading. For this purpose, the work rate of the external force on the structure was equated to sum of the dissipated energy rate under folding deformations of the square column and the dissipated energy rate of polyurethane foam compression. The dissipated energy rate of compression and deformation of polyurethane foam was obtained by presenting a new deformation model and through the reduced volume ratio. The dissipated energy rate of the folding deformation in the square column was calculated by considering the Super Folding element and basic deformation modes. The final formula obtained, reasonably predicts the instantaneous folding force of the polyurethane foam-filled square column. Finally, according to the calculated theoretical relation, the instantaneous folding force of the foam-filled square column was sketched versus the axial displacement and was compared to the experimental results, which showed a good correlation.