



تحلیل انتقال حرارت جابه‌جایی در یک قطره با در نظر گرفتن رژیم گذاری تبخیر

مهدی معرفت^۱

دانشیار

عمید خسروداد^۲

دانشجوی دکترا

وجود پدیده تبخیر در بسیاری از مسائل مهندسی که در ارتباط با قطره می‌باشند، مبین اهمیت بررسی انتقال حرارت در طول فرآیند تبخیر قطره می‌باشد. در تحقیقات گذشته، روابط متفاوتی برای تحلیل انتقال حرارت جابه‌جایی ارائه شده است که در تمامی آنها از رژیم گذرای تبخیر قطره صرف‌نظر شده است. در این تحقیق به بررسی این پدیده در طول رژیم گذرا پرداخته شده و از حل تحلیلی معادلات حاکم بروش حل تشابهی و با فرض عدم تبخیر در حالت گرمایش، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی برای رژیم گذرای تبخیر به دست می‌آید. مطالعات نشان می‌دهد که این ضریب در رژیم گذرا همانند رژیم دائم وابسته به اعداد بی بعدرینولدز و پرانتل بوده، اما برخلاف آن، با گذشت زمان مقدار آن تغییر می‌کند. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که با استفاده از نتایج دقیق‌تر ارائه شده در این تحقیق زمان نهایی تبخیر بیشتر تخمین زده شده و نرخ انتقال حرارت کاهش می‌یابد.

واژه‌های راهنما: قطره، انتقال حرارت جابه‌جایی، رژیم گذرای تبخیر، حل تحلیلی

۱- مقدمه

پدیده‌های بسیار زیادی در زندگی روزمره اتفاق می‌افتد که متاثر از تبخیر تعداد زیادی از قطرات می‌باشد. موتورهای احتراق داخلی، توربین گازی، دیزل ژنراتورها، کوره‌های صنعتی و بسیاری دیگر از وسایل کاربرد مهندسی، از اهم مواردی هستند که در آنها پدیده تبخیر قطرات رخ داده و لذا نشان دهنده اهمیت مطالعه فرآیند انتقال حرارت در قطرات در حال تبخیر می‌باشد. به طور کلی فرآیند انتقال حرارت و یا فرآیند تبخیر قطره در یک محیط گازی به دو رژیم گذرا و رژیم تبخیری دائم تقسیم می‌شود [۱]. عکسبرداری‌هایی که به کمک دوربین‌های سرعت بالا از قطرات در حال تبخیر انجام شده به خوبی تاریخچه تغییرات قطر قطرات را نسبت به زمان نشان می‌دهد. در شکل (۱) نتایج یک تحقیق تجربی در مورد بررسی تاریخچه تبخیر یک قطره سوخت کروسن با قطر ۱/۲۶ میلی‌متر در داخل محیط گازی با فشار ۰/۱ مگاپاسکال و دمای ۷۷۳ کلوین آمده است [۱]. در این شکل وجود دو ناحیه خطی و غیرخطی کاملاً مشهود است. در ابتدا تمامی حرارت منتقل شده به قطره صرف افزایش دما شده و به تبع آن انبساط قطره می‌گردد. پس از آن تبخیر صورت می‌گیرد و بخار اطراف قطره را فرا می‌گیرد. خروج بخار از سطح قطره فرایند انتقال حرارت به آن را

^۱ نویسنده مسئول، دانشیار، بخش مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس maerefat@modares.ac.ir

^۲ دانشجوی دکترا، بخش مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس khosrowdad@modares.ac.ir

مختل می‌کند. بنابراین نرخ افزایش دمای قطره کاهش می‌یابد. پس از مدتی مقدار حرارتی که به قطره منتقل می‌شود برابر با گرمای نهان تبخیر آن شده، قطره در دمای حباب تر خود به تعادل می‌رسد. این نقطه آغاز رژیم دوم تبخیر یا به عبارتی رژیم دائم است که ناحیه خطی نامیده می‌شود. این روند ادامه می‌یابد تا قطره کاملاً بخار شود. تحلیل‌های ارائه شده برای اعداد ناسلت و یا ضریب انتقال حرارت جابه جایی عمدتاً براساس رژیم دائم تبخیر بیان شده‌اند. در مرجع [۲] نشان داده شده است که عدد ناسلت برای یک قطره ساکن^۱ که در یک فضای ساکن رها شده است، به طوری که دمای محیط از دمای قطره بالاتر است، برابر با عدد ثابت ۲ می‌باشد. این عدد که براساس تعریف $Nu = \frac{2hR}{k}$ بیان شده است تنها برای قطرات ثابت در فضای ساکن معتبر می‌باشد. برای قطره غیر ساکن در فضای ساکن^۲ روابط مختلفی ارائه شده است. در بسیاری از مراجع و کدهای CFD رابطه (۱) برای عدد ناسلت بیان شده است [۲].

$$Nu = 2 + \beta Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

که برای ضریب ثابت β مقادیر ۰/۶ و ۰/۵۵۲ ارائه شده است. البته گفته شده است که این رابطه برای قطراتی که رها شده و براساس وزن خود سقوط می‌کنند معتبر می‌باشد اما به هر حال این رابطه یکی از پرکاربردترین روابط مربوط به عدد ناسلت می‌باشد و در اغلب کدهای CFD مورد استفاده قرار می‌گیرد. البته رابطه دیگری نیز به عنوان یک رابطه جایگزین رابطه بالا به صورت رابطه (۲) ارائه شده است [۲].

$$Nu = 1 + (1 + Re \cdot Pr)^{\frac{1}{3}} \cdot f_c(Re) \quad (2)$$

که اگر $Re \leq 1$ باشد $f_c(Re)=1$ و اگر $400 \geq Re > 1$ باشد آنگاه $f_c(Re) = Re^{0.077}$ می‌باشد. این رابطه برای اعداد پرانتل $0.25 < Pr < 100$ دارای حدود ۳٪ خطا می‌باشد [۳]. همانطوریکه دیده می‌شود، روابط پرکاربرد (۱) و (۲) و همچنین دیگر روابط ارائه شده در مراجع مختلف، هیچکدام در ارائه ناسلت و یا همان ضریب انتقال حرارت جابجایی، رژیم گذرای تبخیر را در نظر نگرفتند. این امر به دلیل کم بودن زمان مربوط به رژیم گذرای تبخیر عنوان شده است [۴]. در هیچکدام از منابع و مراجع این ناحیه مورد بررسی قرار نگرفته است و تاثیر و یا عدم تاثیر این ناحیه بر زمان نهایی تبخیر نشان داده نشده است. در این نوشتار ضمن ارائه راه حل تحلیلی برای حل معادلات در رژیم گذرا، رابطه جدیدی برای ضریب انتقال حرارت جابه جایی ارائه شده و سپس تاثیر آن بر میزان و زمان تبخیر یک قطره بررسی می‌شود.

۲- روابط حاکم

از مختصات منحنی الخط (x^*, y^*) نشان داده شده در شکل (۲) برای ارائه معادلات استفاده شده است. x^* در راستای سطح و y^* در راستای عمود بر سطح قطره است. $\delta(x^*)$ ضخامت لایه مرزی تشکیل شده در اطراف قطره می‌باشد. قطره با سرعت u_0 در حال حرکت بوده و دمای سطح آن به صورت همگن برابر با T_s می‌باشد. T_∞ دمای محیط گازی شکل است. همینطور u^* و v^* مقادیر سرعت در راستای x^* ، y^*

¹ Stagnant droplet

² Moving ambient

می باشد، دما با متغیر T^* و زمان از آغاز حرکت با متغیر t^* نشان داده می شود. برای حجم کنترل نشان داده شده در شکل (۳) و المان نشان داده شده در شکل (۴) معادلات حاکم به صورت زیر نوشته می شود. پیوستگی:

$$\frac{\partial(\delta^* u^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\delta^* v^*)}{\partial y^*} = 0 \quad (3-a)$$

ممنتوم در جهت x :

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \nu \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (3-b)$$

ممنتوم در جهت y :

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \nu \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (3-c)$$

انرژی:

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (3-d)$$

متغیرهای x^* و y^* و u^* بترتیب از مرتبه‌های $x^* \sim R$ ، $y^* \sim \delta^*$ ، $u^* \sim u_0$ می باشند. برای اندازه لایه مرزی با مقایسه مرتبه‌ها رابطه $O(\delta) = O\left(\sqrt{\nu \frac{R}{v}}\right) = O\left(\frac{R}{\sqrt{Re}}\right)$ بدست می آید و با توجه به معادله (3-b) نشان داده می شود که:

$$\frac{u_0}{R^2} \ll \frac{u_0}{\delta^{*2}} \quad (4)$$

در نتیجه از ترم $\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}}$ در مقابل ترم $\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$ می توان چشم پوشی نمود. همچنین در حالت کلی، ترم فشار تابعی است از x^* ، y^* در کل میدان حل، در نتیجه می توان نوشت:

$$d p^* = \frac{\partial p^*}{\partial x^*} d x^* + \frac{\partial p^*}{\partial y^*} d y^* \quad (5)$$

یا به عبارتی:

$$\frac{d p^*}{d x^*} = \frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\partial p^*}{\partial y^*} \frac{d y^*}{d x^*} \quad (6)$$

با مقایسه ترم های اول و دوم معادله (۶) می توان بیان کرد که:

$$\frac{\partial p^*}{\partial y^*} \frac{d y^*}{d x^*} / \frac{\partial p^*}{\partial x^*} \approx \left(\frac{\delta^*}{R} \right)^2 \ll 1 \quad (7)$$

پس می توان نتیجه گرفت که $\frac{\partial p^*}{\partial x^*} = \frac{d p^*}{d x^*}$. این رابطه نشان دهنده استقلال فشار از y^* و یا به عبارتی دیگر وابستگی فشار تنها به متغیر x^* است. نتیجه گرفته می شود که فشار در داخل و خارج لایه مرزی در هر x^* یکسان می باشد.

$$\frac{\partial p^*}{\partial x^*} = \frac{d p^*}{d x^*} = \frac{d p_\infty}{d x^*} \quad (۸)$$

و با استفاده از جریان پتانسیل و استفاده از روابط مرزی برای فضای خارج از لایه مرزی نشان داده می شود [۴]:

$$-\frac{1}{p} \frac{d p_\infty}{d x} = u_\infty^* \frac{d u_\infty^*}{d x^*} \quad (۹)$$

و با توجه به روابط (۴) و (۷) و (۹) می توان معادله ممننوم در راستای y^* (معادله (۳-۳)) را حذف کرده و معادلات را به شکل معادلات (۱۰) زیر ساده نمود:

$$\frac{\partial(\delta^* u^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\delta^* v^*)}{\partial y^*} = 0 \quad (۱۰-a)$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = u_\infty^* \frac{d u_\infty^*}{d x^*} + v^* \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \quad (۱۰-b)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (۱۰-c)$$

برای سادگی در محاسبات عوامل و اعداد بی بعد (۱۱) معرفی می شوند:

$$x = \frac{x^*}{R}, \quad y = \frac{y^*}{R}, \quad \delta = \frac{\delta^*}{R} \quad (۱۱-a)$$

$$u = \frac{u^*}{u_0}, \quad v = \frac{v^*}{u_0}, \quad t = \frac{u_0 t^*}{R} \quad (۱۱-b)$$

$$T = \frac{T^*}{T_\infty}, \quad u_\infty(x) = \frac{u_\infty^*(x^*)}{u_0} \quad (۱۱-c)$$

اعداد رینولدز و پرانتل عبارتند از:

$$\text{Re} = \frac{u_0 \cdot R}{\nu}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (۱۲)$$

حال، معادلات (۱۰-a) تا (۱۰-c) با بکارگیری متغیرها و اعداد بی بعد (۱۱) و (۱۲) به صورت روابط (۱۳) بازنویسی می شوند.

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial(\delta u)}{\partial x} + \frac{\partial(\delta v)}{\partial y} = 0 \quad (۱۳-a)$$

معادله منتنوم:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = u_{\infty} \frac{du_{\infty}}{dx} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (13-b)$$

معادله انرژی :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \left(\frac{1}{\text{Pr}} \right) \left(\frac{1}{\text{Re}} \right) \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (13-c)$$

در مدل‌سازی معادلات زمان گذرای تبخیر، فقط تغییر حجم منظور شده است و انرژی نهان تبخیر در نظر گرفته نشده است. بعبارت دیگر فرض بر این است که تا پایان زمان گذرای تبخیر، ملکولهای سطح قطره انرژی لازم برای جدا شدن از سطح قطره و تبخیر را نداشته و بدلیل گرم شدن حجم آنها افزایش می‌یابد و لذا شرایط مرزی نیز با توجه به شکل (۲) به صورت روابط (۱۴) تعریف می‌شود:

$$u(x, 0, t) = v(x, 0, t) = 0 \quad (14-a)$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} u(x, y, t) = u_{\infty}, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} T(x, y, t) = 1 \quad (14-b)$$

۳- حل تحلیلی معادلات با روش حل تشابهی^۱:

در این قسمت برای حل معادلات (۱۳-a) تا (۱۳-c) با توجه به روابط شرایط مرزی (۱۴) از روش حل تشابهی و با الهام از حل بلازیوس برای یک صفحه تخت استفاده شده است [۶]. از مقایسه مرتبه های ترم های اول و پنجم معادله (۱۳-b) می‌توان متغیر تشابهی را به صورت رابطه (۱۵) به دست آورد:

$$\eta = \frac{y}{2\sqrt{t/\text{Re}}} \quad (15)$$

تابع سرعت در راستای x^* به صورت رابطه (۱۶) تعریف می‌شود:

$$u = u_{\infty} \cdot f'(\eta) \quad (16)$$

که منظور از $f'(\eta)$ همان $\frac{\partial f(x, \eta, t)}{\partial \eta}$ می‌باشد. حال برای به دست آوردن تابع f از تابع جریان استفاده

می‌شود. به طوری که با توجه به رابطه پیوستگی می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \delta u, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\delta v \quad (17)$$

تابع جریان $\psi(x, y, t)$ را با توجه به روابط (۱۶) و (۱۷) می‌توان به دست آورد:

$$\psi = \int (\delta u) dy = u_{\infty} \cdot \delta(x) - f(x, \eta, t) \left(2\sqrt{\frac{t}{\text{Re}}} \right) \quad (18)$$

¹ Similarity solution

و با کمک رابطه (۱۶) و همچنین با توجه به معادله (۱۸) نشان داده می شود که :

$$v = -2\sqrt{t/\text{Re}} \left(\left(\frac{\delta'}{\delta} u_{\infty} + u'_{\infty} \right) f + u_{\infty} \frac{\partial f}{\partial x} \right) \quad (19)$$

با تعریف $\theta = \frac{T_{\infty}(T-1)}{T_s - T_{\infty}}$ و با توجه به معادلات (۱۶) و (۱۹) معادلات ممنتوم و انرژی به صورت زیر بازنویسی می شود.

ممنتوم:

$$\frac{\partial^3 f}{\partial \eta^3} + 2\eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} = 4t \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \eta \partial t} - u'_{\infty} + \frac{\partial f}{\partial \eta} \left(u' \frac{\partial f}{\partial \eta} + u_{\infty} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right) - \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \left(\frac{\delta'}{\delta} u_{\infty} + u'_{\infty} \right) f + u_{\infty} \frac{\partial f}{\partial x} \right) \quad (20-a)$$

انرژی:

$$\frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + 2\eta \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 4t \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} + u_{\infty} \frac{\partial f}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \left(\left(\frac{\delta'}{\delta} u_{\infty} + u'_{\infty} \right) f + u_{\infty} \frac{\partial f}{\partial x} \right) \right) \quad (20-b)$$

و شرایط مرزی با توجه به روابط (۱۴-a) و (۱۴-b) بازنویسی می شود:

$$f(x, 0, t) = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = 0, \quad \theta(x, 0, t) = 1 \quad (21-a)$$

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} \frac{\partial f}{\partial \eta} = 1, \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} \theta(x, \eta, t) = 0 \quad (21-b)$$

معادلات (۲۰-a) و (۲۰-b) معادلات پیچیده‌ای می باشند و به راحتی قابل حل نیستند. برای حل این معادلات توابع $f(x, \eta, t)$ و $\theta(x, \eta, t)$ با کمک روش اختلال^۱ روی متغیر زمان t گسترش داده می شود [۵]:

$$f(x, \eta, t) = f_0(x, \eta) + t f_1(x, \eta) + O(t^2) \quad (22-a)$$

$$\theta(x, \eta, t) = \theta_0(x, \eta) + t \theta_1(x, \eta) + O(t^2) \quad (22-b)$$

با توجه به مرجع [۲]، زمان گذرای تبخیر از رابطه $t_d \equiv \frac{R_d}{\pi k g}$ محاسبه میشود و به دلیل اینکه معادلات صرفاً برای رژیم گذرای تبخیر تعریف شده‌اند و زمان گذرای تبخیر برای یک قطره در مقابل زمان نهایی تبخیر سوخت از مرتبه کوچکتری می‌باشد، می‌توان از ترم های دوم معادلات (۲۲-a) و (۲۲-b) صرف نظر کرد. در نتیجه روابط (۲۲) بصورت روابط (۲۳) نوشته می‌شود:

^۱ Perturbation Method

$$f(x, \eta, t) \approx f_0(x, \eta) \quad (23-a)$$

$$\theta(x, \eta, t) \approx \theta_0(x, \eta) \quad (23-b)$$

و با کمک رابطه (۲۳)، شرایط مرزی (۲۱-a) و (۲۱-b) به صورت روابط (۲۴) بیان می شوند:

$$f_0(x, 0) = f'_0(x, 0) = 0, \quad \theta_0(x, 0) = 1 \quad (24-a)$$

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} \frac{\partial f_0}{\partial \eta} = 1, \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} \theta_0(x, \eta) = 0 \quad (24-b)$$

رابطه فوق نشان می دهد که تابع f_0 و θ_0 تابع x نمی باشد. به عبارتی دیگر مقادیر f_0 و θ_0 برای روی سطح قطره و در فاصله دور از آن بدون وابستگی به x مقادیری بین صفر و یک دارد. با حل معادلات (۲۰) با توجه به رابطه (۲۳) و براساس شرایط مرزی نوشته شده در (۲۴) به دست خواهد آمد:

$$f_0(x, \eta) = \eta \operatorname{erf}(\eta) + \frac{e^{-\eta^2} - 1}{\pi} \quad (25-a)$$

$$\theta_0(x, \eta) = 1 - \operatorname{erf}(\eta \sqrt{\operatorname{Pr}}) \quad (25-b)$$

۴- ضریب انتقال حرارت جابه جایی و عدد ناسلت

با توجه به تقریباً ثابت بودن ضریب هدایت حرارتی نرخ شار انتقال حرارت برای سطح قطره به شکل رابطه (۲۶) بیان میشود:

$$q^* = -k \left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} \quad (26)$$

بنابراین مقدار کل انتقال حرارت برای کل سطح قطره را می توان به صورت رابطه (۲۷) زیر بیان نمود:

$$Q = \int q^* dA^* \quad (27)$$

با توجه به شکل (۴) و المان انتخاب شده و همچنین با توجه به اینکه $d\theta = dx^*$ ، اندازه مساحت المان به صورت رابطه (۲۸) تعریف می شود:

$$dA^* = (R dx^*)(R \sin x^* 2\pi) = R^2 (2\pi) \sin x^* dx^* \quad (28)$$

با جایگذاری رابطه (۲۸) در رابطه (۲۷) می توان مقدار Q را به دست آورد.

$$Q = \int_0^\pi q^* (R^2 \sin x^* (2\pi)) dx^* = (q^*)(R)(2\pi)(2) = 4\pi R^2 q^* \quad (29)$$

از طرفی از رابطه (۲۵) و با استفاده از رابطه (۱۱-۱) و (۱۵) می توان q^* را به شکل زیر بیان نمود:

$$q^* = -\frac{1}{2\sqrt{t}/\text{Re}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = \left(-\frac{1}{2\sqrt{t}/\text{Re}} \right) \left(-\frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) \left(\sqrt{\text{Pr}} \left(e^{-\eta^2 \text{Pr}} \right) \right) \Big|_{\eta=0}$$

سپس مقدار نهایی q را می توان به صورت رابطه (۳۰) نوشت:

$$q = \frac{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Re}}}{\sqrt{\pi t}} \quad (30)$$

در رابطه (۳۰)، q عبارت بی بعد q^* می باشد که از رابطه (۳۱) بدست می آید:

$$q = \frac{Rq^*}{k(T_s - T_\infty)} \quad (31)$$

باجایگذاری رابطه (۳۱) و (۳۰) در رابطه (۲۹) خواهیم داشت:

$$Q = \frac{4\sqrt{\pi} \sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Re}}}{\sqrt{t}} (kR\Delta T) \quad (32)$$

در معادله (۳۲) باید مدنظر داشت که $T_s - T_\infty = \Delta T$ بوده و همچنین این رابطه کل انتقال حرارت انجام شده در کل سطح خارجی قطره است که مقدار آن برابر با کل انتقال حرارت انجام شده از طریق همرفت می باشد. پس برای به دست آوردن مقدار ضریب انتقال حرارت جابه جایی می توان این دو مقدار را با یکدیگر برابر قرار دارد و مقدار ضریب انتقال حرارت جابه جایی را به دست آورد:

$$Q_{\text{Conv}} = Q_{\text{Cond}} \quad (33)$$

$$(h)(4\pi R^2)(\Delta T) = \frac{4\sqrt{\pi} \sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Re}}}{\sqrt{t}} (kR\Delta T)$$

در نتیجه مقدار ضریب انتقال حرارت جابه جایی به شکل زیر به دست می آید:

$$h = \frac{k}{R} \left(\sqrt{\frac{\text{Pr} \cdot \text{Re}}{\pi t}} \right) \quad (34)$$

و با توجه به تعریف عدد ناسلت به صورت $\text{Nu} = \frac{2hR}{k}$ ، عدد بی بعد ناسلت به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\text{Nu} = 2 \sqrt{\frac{\text{Re} \cdot \text{Pr}}{\pi t}} \quad (35)$$

۵- بحث و بررسی روابط و نتایج

همانطوری که از رابطه (۳۵) مشخص است، در فاصله زمانی رژیم گذرای تبخیر، عدد ناسلت به دست آمده برای انتقال حرارت جابه جایی کاملاً متفاوت با آنچه در مراجع مختلف [۲]، [۷]، [۸]، [۹] و [۱۰] آورده شده است، می باشد. عدد ناسلت به دست آمده براساس مدل اعداد رینولدز بالا تحلیل شده است البته عدد رینولدز به حدی نرسیده است که جریان اطراف قطره به صورت مغشوش در آید. همانطوری که در مرجع [۷] آمده است، عدد ناسلت نهایی برای انتقال حرارت جابه جایی قطره به صورت مجموع عدد ناسلت حاصل از انتقال حرارت آزاد (قطره ساکن) و عدد ناسلت حاصل از انتقال حرارت اجباری (عدد رینولدز بزرگتر از مرتبه یک) بیان می شود. لذا بر خلاف آنچه در مرجع [۲] گزارش شده است، عدد ناسلت برای تبخیر قطره در محدوده رژیم گذرای تبخیر به صورت رابطه (۳۶) بیان می شود:

$$Nu = 2 + 2\sqrt{\frac{Pr.Re}{\pi t}} \quad (36)$$

به طوری که در رابطه (۳۶) دیده می شود اگر قطره ساکن باشد یعنی $Re = 0$ باشد، آنگاه عدد ناسلت مقدار ثابتی برابر با ۲ خواهد شد، که قبلاً نیز گزارش شده است. برای قطره غیر ساکن به صورت رابطه (۳۶) برای بازه زمانی $0 \leq t \leq t_d$ بیان می شود. نکته قابل ملاحظه وابستگی عدد ناسلت به زمان می باشد، همانطوریکه مشخص است، ترم زمان در عدد ناسلت دیده می شود.

برای بررسی بیشتر و دقیق تر میزان تاثیر رابطه جدید به دست آمده بر زمان کل تبخیر یک قطره، تبخیر قطرات با سایزهایی مختلف و در دما و فشارهای بالا و پایین مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور از کد محاسباتی EPISO برای محاسبات جریان دو فازی گاز-مایع استفاده شده است. معادلات فاز گازی در مختصات اولری با روش حجم محدود و با الگوریتم غیر تکرار پیرو حل می شوند. معادلات ممنتوم و خط مسیر قطره در مختصات لاگرانژی نوشته و حل می گردند [۱۱]. در این تحقیق از یک شبکه غیر یکنواخت برای محاسبات استفاده شده است و همچنین معادلات دیفرانسیل حاکم بر جریان سیال از روش حجم محدود با استفاده از الگوریتم غیر تکراری پیرو حل شده اند. این کد دارای محدودیت محاسباتی در سایز و شرایط دما و فشار محاسباتی می باشد و همچنین متأسفانه نتایج تجربی قابل استنادی در محدوده حل مسئله یافت نشده است. البته در مرجع [۱۱] صحت عملکرد این کد محاسباتی به صورت کامل بررسی شده است. حال برای بررسی تاثیر رابطه (۳۶) یک قطره سوخت با سرعت اولیه برابر با $u_0 = 40 \text{ m/s}$ در یک فضای گازی شکل رها می شود. در این بررسی برای بازه زمانی $t \leq t_d$ (رژیم گذرای تبخیر) از رابطه (۳۶) و برای زمان $t > t_d$ (رژیم دائم تبخیر) از رابطه (۱) با فرض $\beta = 0.6$ [۲] استفاده شده است. نتایج بدست آمده با نتایج حاصل از اعمال رابطه (۱) برای کل مدت زمان تبخیر مقایسه شده است.

در شکل (۵) تاثیر اندازه قطره بر زمان تبخیر در شرایط دما و فشار پایین بررسی شده است. در این شکل تغییرات اندازه قطره طبق رابطه (۳۶) که رابطه پیشنهادی جدید است و رابطه (۱) رسم شده است. مشاهده می شود که زمان کلی تبخیر به دلیل افزایش زمان گذرای تبخیر، افزایش می یابد اما همانطور که ملاحظه می گردد در شرایط دما و فشار پایین رابطه جدید استخراج شده برای عدد ناسلت بر روی تبخیر قطرات

درشت‌تر تأثیر بیشتری دارد. به طوری که با افزایش قطر قطره زمان گذرای تبخیر مقدار بیشتری افزایش یافته و در نتیجه زمان نهایی تبخیر به مقدار بیشتری افزایش می‌یابد.

همانطوریکه در شکل (۶) دیده می‌شود اختلاف بین زمان نهایی تبخیر برای قطره با قطر ۶۰ میکرون بسیار بیشتر از این اختلاف برای یک قطره با قطر ۴۰ میکرون می‌باشد. به همین ترتیب دیده می‌شود که اختلاف بین زمان نهایی تبخیر برای قطره با قطر ۴۰ میکرون بسیار بیشتر از این اختلاف برای یک قطره با قطر ۲۰ میکرون می‌باشد.

در شکل (۷) تفاوت و رشد اختلاف زمان تبخیر با افزایش قطر قطره در شرایط دما و فشار بالا بخوبی نشان داده می‌شود بطوریکه در شکل (۸) تأثیر قطر بر زمان تبخیر در شرایط دما و فشار بالا برای رابطه (۳۶) و (۱) مربوط به عدد ناسلت بررسی شده است. در شکل (۹) درصد اختلاف زمان تبخیر همراه با افزایش سایز قطره در هر دو شرایط فشاری و دمایی نشان داده شده است.

۶- نتیجه گیری

از بررسی و مقایسه ضریب انتقال حرارت جابحایی ارائه شده در این مقاله که مبتنی بر هر دو رژیم دائم و گذرای تبخیر بوده با ضرایب انتقال حرارت جابحایی گزارش شده در مراجع قبلی که تنها مبتنی بر رژیم دائم تبخیر بوده است، می‌توان موارد زیر را نتیجه گرفت:

- اگر برای زمان گذرای تبخیر از رابطه ناسلت بدست آمده در این مقاله (رابطه ۳۶) استفاده شود، مدت زمان تبخیر یک قطره بیشتر از زمانی خواهد بود که برای تمام طول تبخیر، از رابطه ناسلت مربوط به زمان تبخیر دائم (رابطه ۲) استفاده گردد. این اختلاف بدین دلیل می‌باشد که در بازه گذرای تبخیر، قطره بدلیل قرار گرفتن در یک محیط گرمتر، انرژی دریافت می‌کند و چون ملکولهای سطح قطره هنوز انرژی کافی برای فرار از سطح را ندارند، قطره افزایش حجم می‌دهد. در روابط ناسلت ارائه شده در منابع و مراجع، از این فرآیند فیزیکی با این استدلال که زمان آن کمتر از زمان تبخیر می‌باشد، چشمپوشی شده است و قابل پیش‌بینی می‌باشد که با در نظر گرفتن کامل فیزیک تبخیر یک قطره، نتایج متفاوتی بدست خواهد آمد.
- همراه با افزایش قطر قطرات این اختلاف زمان محاسبه شده با دو رابطه (۲) و (۳۶) نیز بیشتر می‌گردد. البته این رشد هم در شرایط فشار و دما پایین و هم در شرایط فشار و دما بالا وجود دارد.
- با بررسی نتایج بدست آمده بخوبی می‌توان دید که برای شرایط فشار و دما بالا نرخ رشد اختلاف زمان همراه با افزایش قطر قطره، کمتر از شرایط مشابه در فضای فشار و دمای پایین می‌باشد. البته این قضیه کاملاً قابل پیش‌بینی می‌باشد، چراکه با بالاتر رفتن دما زمان تبخیر کاهش می‌یابد در نتیجه اختلاف دمایی بین دو حالت مورد بررسی نیز کاهش خواهد یافت.
- مطالعات انجام گرفته تاکنون بدون در نظر گرفتن زمان گذرای تبخیر به حل مسئله می‌پرداختند که در تحقیق حاضر اصلاح گردیده است و لذا مطالعه حاضر به فیزیک واقعی مسئله نزدیکتر است.

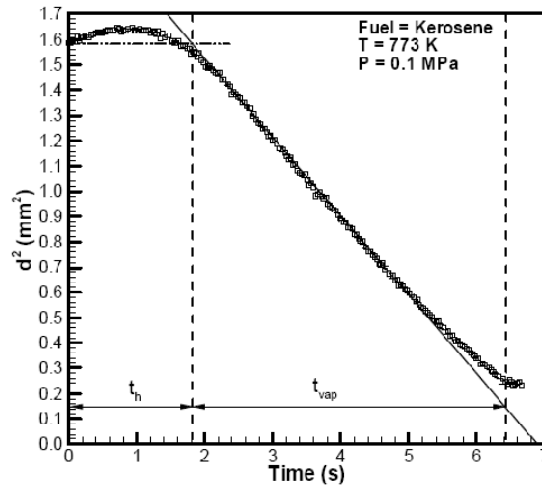
- با توجه به این موضوع که در شرایط موتور و اسپری، هم فشار و هم دما بالا می‌باشد و هم قطرات خروجی از انژکتور بسیار ریز می‌باشند، قابل پیش‌بینی است که مدت زمان تبخیر قطرات با در نظر گرفتن رابطه ناسلتی که تنها مبتنی بر زمان دائم تبخیر می‌باشد، نزدیک به مدت زمان تبخیر قطرات که بر اساس رابطه ناسلت ارائه شده در این مقاله که مبتنی بر هر دو بازه گذرا و دائم تبخیر است، خواهد بود. به این دلیل برای سادگی محاسبات در فرایند مطالعه انتقال حرارت در اسپری، میتوان از عدد ناسلت مبتنی بر بازه دائم تبخیر استفاده کرد و با تقریب خوبی نتایج آنرا پذیرفت.
- در فرآیندهایی که شرایط دما و فشار بالا نیست، استفاده از رابطه تحلیلی و دقیقتر (۳۶) که مبتنی بر رژیم گذرای تبخیر می‌باشد، توصیه می‌شود.

مراجع

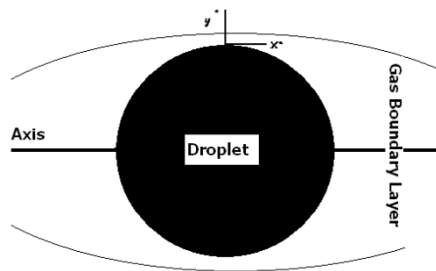
- [1] Khan, Q.S., Beck, W.B., Lee, S.Y., "Effect of Droplet Initial Diameter on Droplet Vaporization Regimes for Kerosene Fuel Droplet", 45th AIAA Conf., Reno, USA, (2007).
- [2] Sazhin, S.S., "Advanced Model for Fuel Droplet and Evaporation", Journal of Energy and Combustion Science, Vol. 32, pp. 167-214, (2006).
- [3] Abramzon, B., Sirignano, W., "Droplet Vaporization Model for Spray Combustion Calculation", Int J Heat and Mass transfer, Vol. 32, pp. 1605, (1989).
- [4] Ese, M., Ozturk, A., "Modeling Unsteady Convective Heat Transfer for Fuel Droplet", J Energy Conversion and Management, Vol. 48, pp. 689-692, (2007).
- [5] Aziz, A., " Perturbation Method in Heat Transfer", Hemisphere Publishing Company, New York, (1984).
- [6] Bejan, A., "Convective Heat Transfer", Wiley Publication, Durham, North California, (1984).
- [7] William, A., Sirignano, W., "Fluid Dynamic and Transport of Droplets and Sprays", Cambridge University press, Cambridge, (1990).
- [8] Kuo, K., "Principles of Combustion", Wiley Publication, Durham, North California, (1986).
- [9] Bird, R.B., "Transport Phenomena", Wiley Publication, Durham, North California, (2002).
- [10] Barata J., "On the Modeling of the Droplet Transport, Dispersion and Evaporation in Turbulent Flows", International Conf. Comb. Engines (PTNSS CONGRES 2005), Bilezeco-Biala, Poland, (2005).

- [11] Watkins, A.P., Khaleghi, H., "Modeling Diesel Spray Evaporation using a Noniterative Implicit Solution Scheme", Applied Mathematical Modeling, Vol. 14, pp. 468-474, (1990).

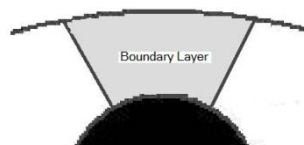
شکلها



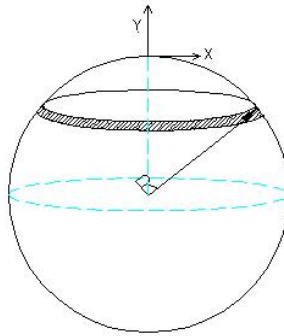
شکل ۱- تعریف زمان تبخیر دائم و زمان تبخیر گذرا



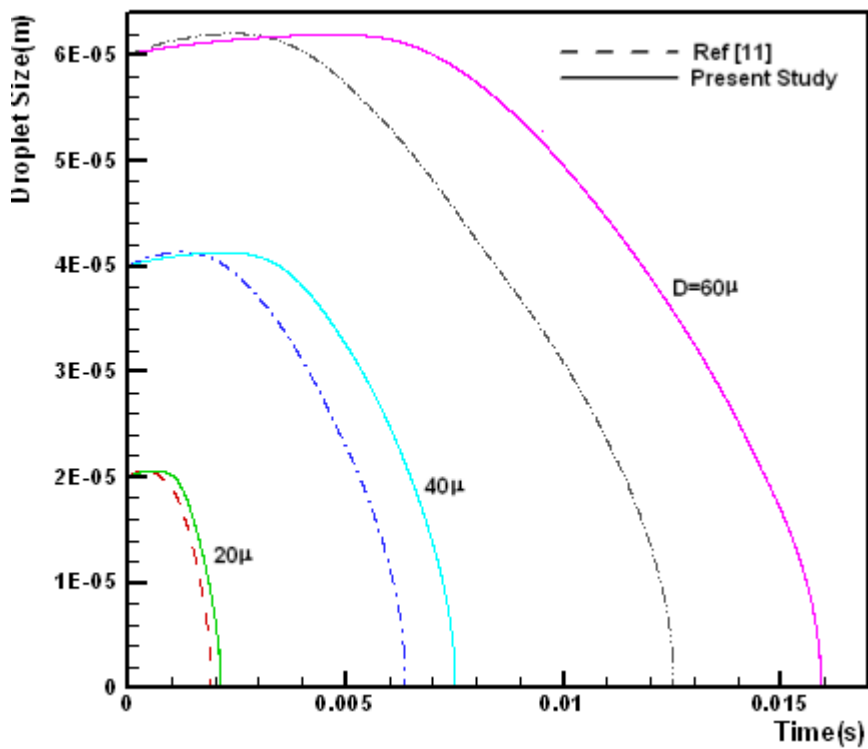
شکل ۲- لایه مرزی اطراف قطره



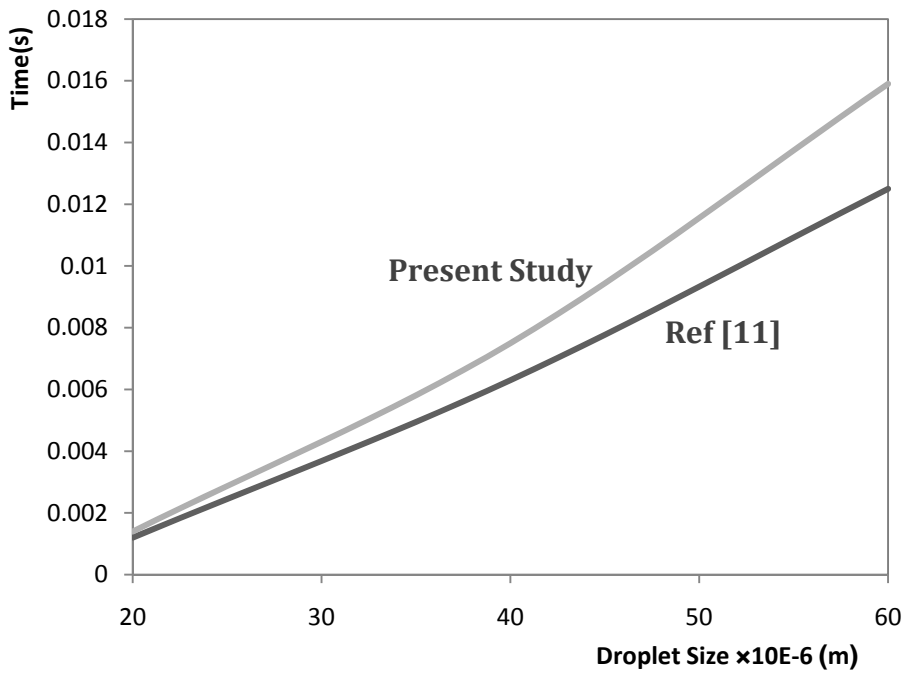
شکل ۳- لایه مرزی جدا شده توسط المان انتخابی



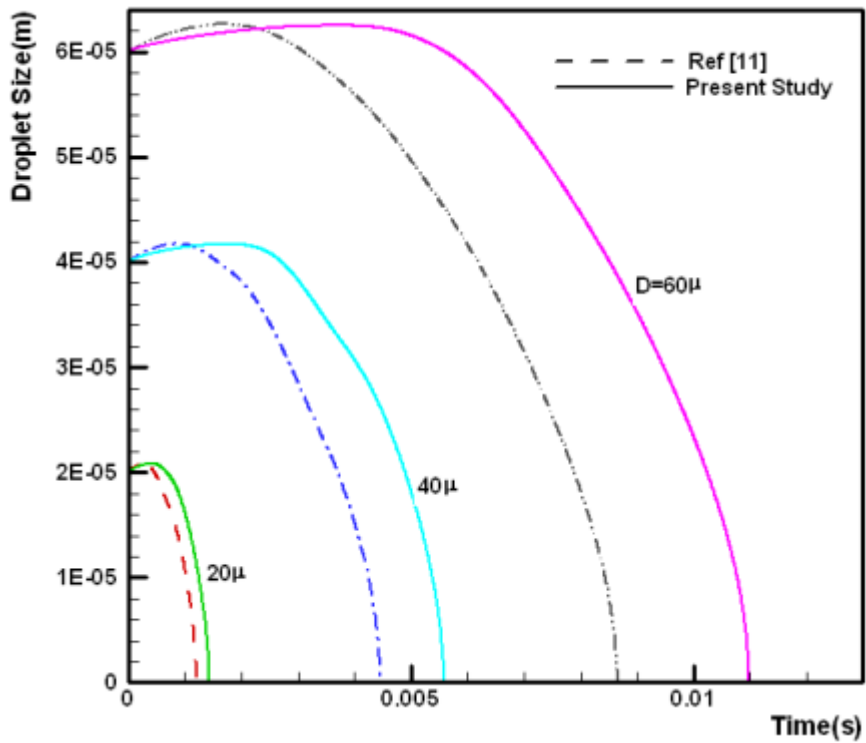
شکل ۴- المان انتخاب شده روی سطح قطره



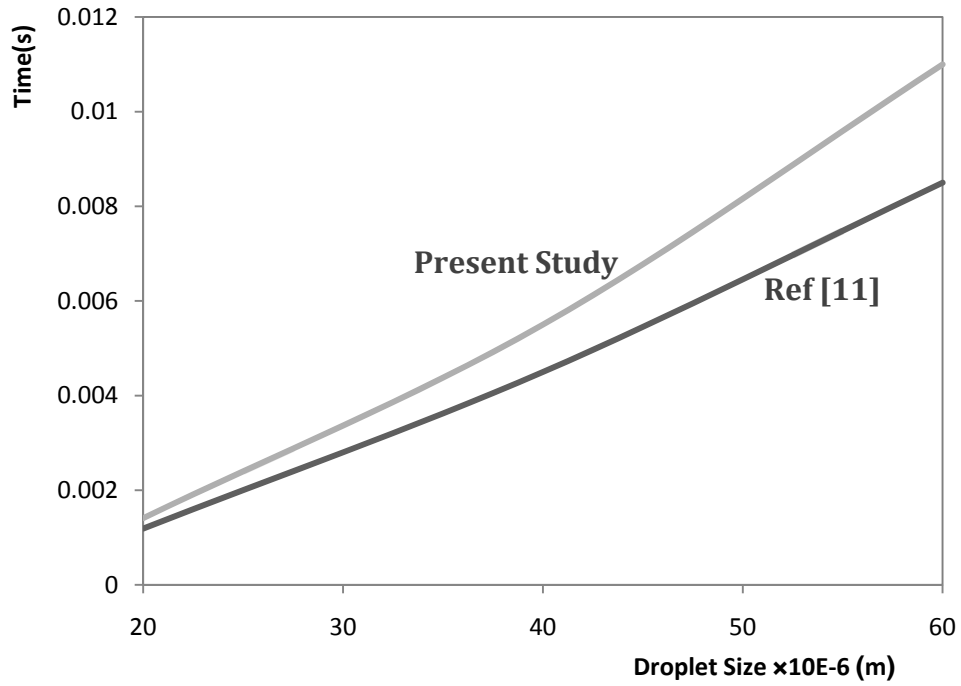
شکل ۵- مقایسه نتایج زمان تبخیر گذرا و نهایی تبخیر برای یک قطره سوخت با سائزهای مختلف در فشار ۵ بار و دمای ۸۲۰ کلوین



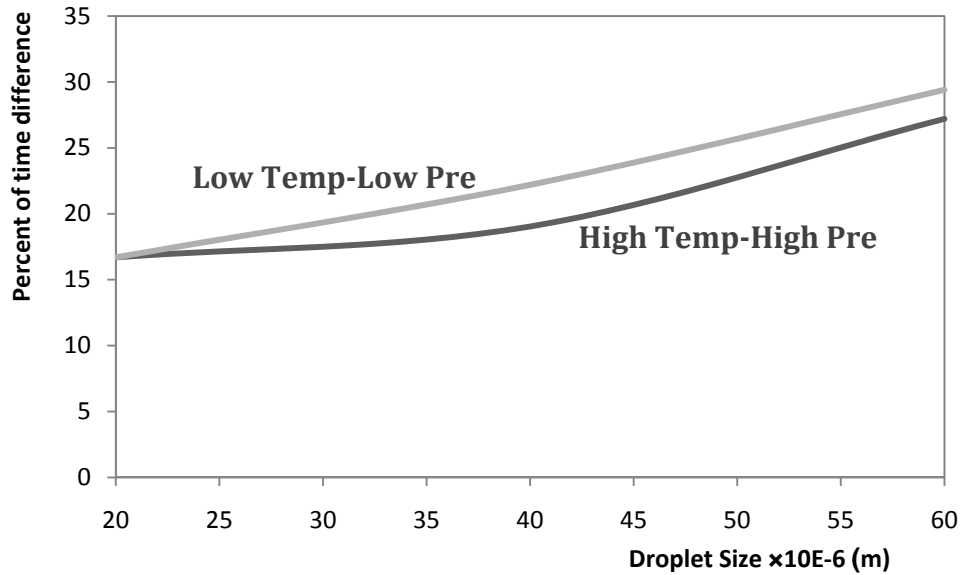
شکل ۶- مقایسه نتایج زمان تبخیر برای قطرات سوخت با سایزهای مختلف در فشار ۵ بار و دمای ۸۲۰ کلوین



شکل ۷- مقایسه نتایج زمان تبخیر گذرا و نهایی تبخیر برای قطرات سوخت با سایزهای مختلف در فشار ۱۵ بار و دمای ۱۰۲۰ کلوین



شکل ۸- مقایسه نتایج زمان تبخیر برای قطرات سوخت با سایز های مختلف در فشار ۱۵ بار و دمای ۱۰۲۰ کلوین



شکل ۹- مقایسه درصد اختلاف زمان تبخیر برای قطرات با سایزهای مختلف و در شرایط فشار و دمای بالا و پایین

Abstract

Evaporation phenomenon takes place in many engineering problems dealing with droplets. Therefore, the convection heat transfer during evaporation from the droplets should be studied in the heat transfer analysis. There are several relations for the heat transfer in literature which ignore the transient evaporation from the droplet. In the present study this has been taken into account and the problem has been solved using the similarity method. The convection heat transfer coefficient for the transient heat transfer is obtained. The results show that this coefficient depends on the Prandtl and Reynolds numbers but changes with the time unlike the case of steady state heat transfer. The accurate estimation of the results indicates that the final evaporation time is longer and the rate of heat transfer is lower than the steady state case.